

FACULDADE DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ALESSANDRO PINTO RIBEIRO

A LÓGICA NA FORMAÇÃO DE SUJEITOS: um estudo sobre a presença da lógica
nos processos de ensino e de aprendizagem de matemática

Porto Alegre
2015

ALESSANDRO PINTO RIBEIRO

A LÓGICA NA FORMAÇÃO DE SUJEITOS: um estudo sobre a presença da lógica nos processos de ensino e de aprendizagem de matemática

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa Dra. ROSANA MARIA GESSINGER

PORTO ALEGRE

2015

ALESSANDRO PINTO RIBEIRO

A LÓGICA NA FORMAÇÃO DE SUJEITOS: um estudo sobre a presença da lógica nos processos de ensino e de aprendizagem de matemática

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovado em 27 de março de 2015

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Valderéz Marina do Rosário Lima

Prof. Dr. Francisco Catelli

Prof. Dr. Rosana Maria Gessinger

PORTO ALEGRE

2015

AGRADECIMENTOS

A Deus, inteligência primeira, causa primeira de todas as coisas.

Aos meus pais, incentivadores, amigos, por muito contribuírem na minha formação e por me ensinarem que a única propriedade de um homem é o seu conhecimento, inteligência e suas qualidades morais.

Ao meu filho que, mesmo nos seus 10 anos de idade, soube entender que as vezes que não puder estar ao seu lado por estar escrevendo esta pesquisa, foi por acreditar que o exemplo é sempre mais forte que qualquer palavra.

Aos meus irmãos Patrícia, Leandro e Taila, que me ajudam a me tornar uma pessoa melhor e menos egoísta.

À minha admirável orientadora, Professora Rosana Gessinger, pela sua orientação segura, objetiva, acreditando e me inspirando a tentar fazer sempre o melhor.

Ao professor Dr. Maurivan Ramos, suas aulas foram inspiradoras e decisivas para que eu continuasse a acreditar que a nossa profissão é um talento e que podemos ser sempre professores melhores a cada dia.

Aos membros da banca examinadora, pela leitura deste trabalho e valiosas sugestões que contribuíram para o engrandecimento desta dissertação.

Aos meus companheiros do mestrado, por serem meus parceiros nessa caminhada, de que muitas vezes pensamos em desistir, mas vocês me ajudaram a seguir em frente e hoje chegamos juntos ao final dessa etapa.

A todos os meus mestres, que se mostraram dispostos a ajudar com paciência, dedicação e amizade. A todos os professores entrevistados, fundamentais para a realização desta pesquisa.

Aos funcionários da secretaria, em especial à Luciana, por estar sempre prontos a nos auxiliar.

Que o meu exemplo, filho, de luta, de trabalho, de dedicação, de amor, a Deus, a você, aos familiares, aos amigos, ao trabalho e estudo, estejam sempre em seu coração e sua mente. Porque nada no mundo é maior que o meu amor por você e esses são os valores que carrego em meu espírito.

Dedico esta dissertação aos meus pais, Neimar dos Santos Ribeiro e Carmen Doralina Pinto Ribeiro, que tanto me apoiaram e incentivaram o meu crescimento profissional e humano, e ao meu filho Bruno Jaime Ribeiro, responsável pelo dia mais feliz da minha vida.

RESUMO

A pesquisa é de natureza qualitativa, do tipo estudo de caso. Tem como questão de pesquisa o seguinte problema: De que modo as diferentes concepções de Lógica estão inseridas na prática docente de um grupo de professores de Matemática de Ensino Médio? Tem por objeto geral compreender a inserção das diferentes concepções de Lógica na prática docente de um grupo de professores de Matemática de Ensino Médio. Para atingir esse objetivo, são considerados os seguintes objetivos específicos: (1) identificar as diferentes concepções de lógica de um grupo de professores de matemática do Ensino Médio; (2) compreender como esses professores percebem a presença da Lógica na sua prática pedagógica; e (3) Identificar as diferentes concepções de Lógica presentes em materiais de apoio pedagógico utilizado por esses professores. Na fundamentação teórica são abordados os seguintes temas: Filosofia e Lógica; As diversas concepções de Lógica (Aristóteles Russell, Bacon, Descartes e Wittgenstein); A importância da Lógica nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática. Foram entrevistados seis professores licenciados em Matemática, docentes nas três séries do Ensino Médio e realizada a análise de materiais de apoio pedagógico utilizados pelos professores. Os dados foram submetidos à Análise Textual Discursiva. Da análise emergiram as seguintes categorias: Concepções dos professores sobre Lógica, A presença da Lógica na prática docente e As diversas concepções de Lógica presentes no material didático. Na primeira categoria evidenciou-se que neste grupo de professores há uma certa dificuldade em definir o que é lógica. O grupo apresentou três definições de lógica que são: (1) toda e qualquer forma de pensar; (2) tudo que pode ser explicado por meio da razão; e (3) conjuntos de argumentos que utilizamos para validar ou invalidar um conhecimento. Portanto, para os professores, Lógica é a construção de uma argumentação sólida, com pensamentos coerentes, bem estruturados, de modo que possamos inferir sobre premissas, conceitos, situações-problema e a realidade, podendo modificá-las de modo consciente, baseado na razão, determinando a sua validade e falsidade. Na segunda categoria, evidenciou-se que todos os professores, de alguma forma, abordam a Lógica em suas práticas docentes. Afirmam que há pouco tempo para se ensinar a Lógica como um tópico ou conteúdo da matéria. No que se refere à abordagem da Lógica em suas práticas pedagógicas evidenciou-se que este grupo de professores utiliza a Lógica em suas aulas ao trabalhar com demonstrações, seja nas disciplinas de Matemática ou Física, ao trabalhar com conectivos, com Análise Combinatória e Probabilidade, na resolução de problemas, na teoria de conjuntos, na validação de argumentos, e em toda e qualquer situação em que professores e alunos necessitem argumentar, resolver uma situação-problema e interferir no mundo e em sua realidade. E na terceira categoria evidenciou-se que as concepções de Lógica presentes no material didático são as concepções Cartesiana, sendo esta a mais presente, a concepção de Wittgenstein, a concepção Aristotélica e a concepção de Russell. Embora essas concepções lógicas estejam presentes em seus materiais, nenhum dos professores as identificou de forma explícita. Isto é, afirmam a presença da lógica em seus materiais, mas não identificam qual das concepções está presente em seus livros, cadernos ou apostilas.

Palavras-chave: Lógica. Raciocínio Lógico. Concepções de lógica. Ensino de Lógica.

ABSTRACT

This is a qualitative research, a study case. As a question of research it poses the following problem: How are the different conceptions of logic inserted in the teaching practice of a mathematics teachers' group in High School? Its main objective is to understand the insertion of the different logic conceptions in the teaching practice of a group of mathematics teachers in High School. In order to achieve this goal, the following specific objectives are considered: (1) Identify the different logic conceptions of a group of mathematics teachers in High School; (2) Understand how these teachers realize the presence of logic in their pedagogical practice; and (3) Identify the different logic conceptions present in pedagogical support materials used by these teachers. In the theoretical background the following themes are approached: Philosophy and Logic; The several conceptions of logic (Aristotle, Russell, Bacon, Decarte); The teaching and learning of logic. Six teachers who hold a degree in mathematics, teachers in the three grades of High School and the analysis of pedagogical support materials was made by the teachers. The data were submitted to the Discursive Textual Analysis. From the analysis the following categories emerged: Conceptions of the teachers about logic, The presence of the Logic in the teaching practice and The several conceptions of logic and the teaching material. In the first category showed that this group of teachers there is certain difficulty of defining what logic is. The group presented three definitions of logic which are: (1) all and any way of thinking; (2) all that can be explained through reason; and (3) sets of arguments that we use to validate or invalidate knowledge. Therefore, to the teachers, logic is the built of a solid argumentation, with coherent thinking, well structured, in order to be able to infer on premises, concepts, problem-situations and the reality, being able to modify them in a conscious way, based on reason, determining its validity and its falsity. In the second category, it became evident that all the teachers, somehow, approach logic in their teaching practices. They affirm that there is little time to teach logic as a topic or content of the subject. What refers to the approach of logic in its pedagogical practices, I evinced that this teachers' group use logic in their classes when they work with demonstrations, either in Mathematics or Physics subjects, when they work the connectives, with combinatorial and probability analysis, in problem solving, set theory, validation of arguments, true and false, and in all and any situation in which the teachers and students need to argument, solve a

problem solving situation and interfere in the world and its reality. And in the third category, we evince that the logical conceptions that appear are the Cartesian ones, being this the most present, the conception of Wittgenstein, the Aristotelian conception and the Russell conception. Although these logical conceptions are present in their materials, none of the teachers identified them in an explicit way. This is, they affirm the presence of logic in their materials, but they do not identify which of the conceptions is present in their books, notebooks or booklets.

Key words: Logic. Logical Thinking. Various Conceptions of Logic. The Teaching of Logic.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Tabela 1 - Os problemas propostos e suas respectivas lógicas.....	89
Tabela 2 – As lógicas do Capítulo 11.....	93

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
2.1 FILOSOFIA E LÓGICA	18
2.2 DIVERSAS CONCEPÇÕES DE LÓGICA.....	21
2.2.1 A Lógica de Aristóteles.....	21
2.2.2 A Lógica de Russell.....	26
2.2.3 A Lógica de Bacon.....	31
2.2.4 A Lógica de Descartes.....	38
2.2.5 A Lógica de Wittgenstein.....	42
2.3 A IMPORTÂNCIA DA LÓGICA NOS PROCESSOS DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA.....	50
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	62
3.1 CARACTERIZAÇÃO DO ESTUDO.....	62
3.2 SUJEITOS DA PESQUISA.....	65
3.3 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS.....	65
3.4 ANÁLISE DE DADOS.....	67
4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	70
4.1 CONCEPÇÃO DOS PROFESSORES SOBRE LÓGICA.....	70
4.2 A PRESENÇA DA LÓGICA NA PRÁTICA DOCENTE.....	76
4.3 AS DIVERSAS CONCEPÇÕES DE LÓGICA E O MATERIAL DIDÁTICO.....	81
CONSIDERAÇÕES FINAIS	96
REFERÊNCIAS	99
APÊNDICE A – Roteiro de Entrevista semi estruturada	102

1 INTRODUÇÃO

No livro *Conversas com quem gosta de ensinar*, Alves (2004) afirma que a experiência é o que ocorre conosco, é o que vivenciamos, alegrias, tristezas, vitórias e derrotas. São as nossas lutas diárias, nossos medos e fantasmas, ou seja, a experiência é tudo o que se passa conosco, tudo que acontece e nos afeta de algum modo, produzindo em nós marcas, cicatrizes, vestígios, paixões, nos forma e nos transforma; é uma relação com algo que se experimenta e que se prova. A experiência proporciona a nossa transformação, nos torna abertos e nos oportuniza a relação entre o conhecimento e a vida humana. Este conhecimento é construído com as respostas que vamos dando aos diversos acontecimentos ao longo de nossas vidas e ao sentido que é dado ao que acontece.

A experiência é um saber, um conhecimento finito ligado à existência de um indivíduo, um saber particular, é o meu saber relativo, subjetivo, pessoal e intransferível. Para cada sujeito, mesmo passando pelos mesmos acontecimentos, a experiência será impossível de ser repetida, pois sujeitos diferentes pensam de forma diferente, são marcados de forma diferente em suas experiências e darão respostas diferentes aos acontecimentos.

Construímos quem somos, construímos a nossa identidade por meio das nossas experiências; a nossa personalidade é formada a partir do caráter e do nosso temperamento. Segundo Hall e Nordby (1995), o temperamento é biológico, inato ao sujeito, e o caráter é adquirido a partir das experiências. Sendo assim, a nossa identidade é construída pelas nossas vivências, experiências e memórias.

Havia fortemente em minhas experiências as lembranças das atividades profissionais de meus pais. Minha mãe era docente de Matemática e meu pai era docente de Educação Física. Em muitos momentos da minha infância, eu os acompanhava em suas atividades. Assistia às aulas de Matemática da minha mãe e às de Educação Física de meu pai nas escolas e na universidade. Essas experiências e interações com meus pais, relacionadas ao ensino, ajudaram a formar a minha personalidade e a decisão de seguir a carreira de educador.

A minha experiência docente iniciou quando cursava o oitavo semestre de Engenharia Elétrica e o sétimo de Matemática. Fui convidado a estagiar em um curso pré-vestibular em Santa Maria, e descobri aí a profissão que seguiria até hoje.

Fiz o estágio e, ao término do mesmo, fui convidado a fazer parte do quadro de professores daquela instituição de ensino.

Ao longo da minha carreira de professor, percebi que os livros traziam testes e exercícios que não tinham relação com a realidade, o que favorecia a ideia dos estudantes de que a matemática é algo isolado, sem a mínima relação com a sua vida e seu cotidiano. Alguns conteúdos são trabalhados tanto na Matemática quanto na Física, mas são tratados como se fossem diferentes, como por exemplo, as funções. Geralmente os objetos matemáticos são apresentados de forma isolada, não parecem ter relação com conteúdos estudados anteriormente, dando a entender que a Matemática é uma ciência feita de conteúdos individualizados, isolados uns dos outros. Ensinamos funções e, mais adiante, funções trigonométricas, mas não estabelecemos as relações entre esses dois objetos matemáticos.

Nas disciplinas ensinadas durante o período escolar, as ciências também são trabalhadas isoladamente. As funções de primeiro grau, estudadas na Matemática, e Movimento Retilíneo Uniforme (MRU) estão relacionados, mas isso não é trabalhado com os alunos. Não apontar a relação entre conteúdos de disciplinas influencia de modo negativo a aprendizagem do estudante. A matemática é uma ciência que possui um poderoso conjunto de técnicas e estratégias que podem ser aplicadas em diversas áreas do conhecimento, inclusive para a solução de problemas do cotidiano e da atividade profissional.

Essas inquietações me levaram a perceber a necessidade de estabelecer relações entre a Matemática e a realidade. Constatei que lecionar era um desafio para mim e, ao prestar mais atenção nos meus alunos, comecei a notar as diferenças e as semelhanças entre eles, suas facilidades e dificuldades. Ao perceber isso concluí que precisaria mudar como professor.

Precisava não mais separar a realidade e os conteúdos matemáticos que ensinava. Não queria e não podia mais ensinar aos meus alunos a matemática e os seus conteúdos de forma fragmentada e isolada das demais disciplinas e de seu cotidiano. Sentia a necessidade de fazer referência, sempre que possível, ao que era comum à Matemática e às outras áreas do conhecimento. Em sala de aula, no momento em que estudava funções exponenciais, por exemplo, compreendia ser necessário explicar que elas estavam relacionadas a Progressões Geométricas, Juros Compostos, eliminação de substâncias (álcool, drogas, medicamentos, etc.)

da corrente sanguínea, crescimento do corpo humano, ou à reprodução de algumas espécies de seres vivos, tais como fungos, bactérias, vírus, ratos, coelhos.

Tinha em mente que não devia mais separar o objeto de conhecimento do sujeito. Necessitava ensinar uma matemática consentânea com o cotidiano do aluno, que lhe possibilitasse modificar a realidade, o diálogo com seus colegas e que criasse contextos fora dos ambientes artificiais (sala de aula) criados para a sua aprendizagem; apresentando uma Matemática que fosse ao encontro de seus interesses, desejos e necessidades, tornando-os sujeitos críticos e agentes da construção de seus conhecimentos. Assim, comecei a questionar-me sobre a importância da formação do educador capaz de transformar a escola, a sociedade e até mesmo o mundo no qual vivemos.

Segundo Cabral (2009), quando temos que lidar com uma mudança, ou melhor, quando precisamos mudar de algum modo, dentro da sala de aula ou não, enfrentamos dificuldades de aprendizagem ou de qualquer outro tipo, esses processos são como fantasmas, são processos assustadores para os professores.

As dúvidas dos meus alunos, evidenciadas em seus questionamentos, me fizeram refletir sobre a importância do ensino de lógica e do desenvolvimento do raciocínio lógico para que os estudantes possam organizar o pensamento e construir argumentos válidos, seja no universo da matemática ou não. O conhecimento sobre lógica favorece ao sujeito a compreensão de objetos matemáticos ensinados no Ensino Médio e a construção de conhecimentos em outras áreas.

Além disso, questões envolvendo a lógica matemática são bastante frequentes em provas de concursos, o que reforça a importância do seu estudo, uma vez que também precisamos preparar os alunos para enfrentar os desafios do mundo do trabalho.

Mas como ensinar os diversos tipos de lógica e estimular o desenvolvimento do raciocínio lógico dos estudantes? Como desafiar os alunos a se interessarem pela lógica? Como auxiliar os alunos a compreenderem melhor os conteúdos abordados em aula, relacionando-os com o seu cotidiano e com seus conhecimentos prévios? Como estabelecer conexões entre os campos matemáticos, interrelacionar com outras disciplinas e com isso contribuir para a aprendizagem em matemática? Esses questionamentos me inquietavam.

Percebo que, no que se refere à aprendizagem de Matemática, espera-se que os alunos não somente possam compreender os conceitos matemáticos, mas

aplicá-los em diferentes situações, fazer deduções e induções. Para isso, a Matemática a ser ensinada aos alunos deve ser capaz de ajudá-los na compreensão da realidade e na resolução de problemas, matemáticos ou não.

No decorrer das aulas de matemática é possível perceber as dificuldades dos alunos em entender o sentido e o significado dos objetos matemáticos. Isso pode estar relacionado à fragilidade no seu raciocínio lógico. Como auxiliá-los a compreender o sentido e o significado de objetos matemáticos aritméticos, geométricos, métricos, algébricos, estatísticos, combinatórios, probabilísticos sem o conhecimento do sentido e significado da lógica? Ou ainda, como perceber o que é lógico se nem a noção de Lógica é lógica?

É lógico! Quantas vezes já utilizamos essa expressão? Falando sobre futebol, sobre questões do dia a dia ou sobre o futuro da humanidade, todos acreditamos que pensamos e agimos com lógica. É comum, em meio a uma conversa, defendendo um ponto de vista qualquer, afirmarmos: “É lógico!”

Que a expressão “é lógico” faz parte do cotidiano não temos nenhuma dúvida, mas será que a lógica está inserida nos discursos e nas práticas pedagógicas de professores do ensino médio e nos documentos legais, tais como o Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), as Diretrizes Curriculares para Educação Básica e os livros didáticos ou as apostilas utilizadas pelos professores em sua atividade docente?

Percebo, como professor de Matemática e Física, a importância do estudo da lógica e do desenvolvimento do raciocínio lógico para a resolução de problemas, matemáticos ou não, e para o desenvolvimento de habilidades e competências que auxiliam na compreensão de significados e no êxito da aprendizagem de diversos objetos matemáticos ou de outras áreas, sejam exatas ou não, transformando, mesmo que capilarmente, a realidade em que estão imersos.

Lamento, como professor de matemática, encontrar alunos que possuem dificuldades na interpretação de um texto por não conseguirem fazer a abstração e a compreensão do real significado e do contexto, ou não conseguirem expressar seus pensamentos de forma organizada e lógica. Possuem ideias geniais, mas não conseguem validar seus argumentos por não conseguirem organizá-los de forma lógica. Por este motivo escolhi o tema Lógica para a minha dissertação de mestrado e por acreditar, assim como Simons (2009, p. 48), que o principal objetivo da educação deve ser “formar pessoas criativas, seguras, capazes de fazer coisas

novas, e não apenas criar enciclopédias ambulantes”. Isto é, pessoas que consigam construir seus conhecimentos para o que precisam desenvolver uma estrutura lógica, como já propunha Aristóteles.

Acredito que esta dissertação, possa reforçar a ideia de que a Lógica e o raciocínio lógico estão inter-relacionados na construção de sujeitos possuidores de curiosidade, criatividade, senso críticos e conscientes de que é necessário educar-se para se tornarem agentes transformadores da realidade.

Desta forma, a presente pesquisa parte do seguinte problema:

De que modo as diferentes concepções de Lógica estão inseridas na prática docente de um grupo de professores de Matemática de Ensino Médio?

O problema da investigação encaminha para a busca de resposta às seguintes questões de pesquisa:

- Quais as diferentes concepções de Lógica de um grupo de professores de Matemática do Ensino Médio?
- Como esses professores percebem a presença da Lógica em sua prática pedagógica?
- Quais concepções de Lógica estão presentes em materiais de apoio pedagógico utilizados por esses professores?

O objetivo geral da pesquisa é compreender a inserção das diferentes concepções de lógica na prática docente de um grupo de professores de Matemática de Ensino Médio.

Para atingir esse objetivo, serão considerados os seguintes objetivos específicos:

- Identificar as diferentes concepções de Lógica de um grupo de professores de Matemática do Ensino Médio.
- Compreender como esses professores percebem a presença da Lógica na sua prática pedagógica.
- Identificar as diferentes concepções de Lógica presentes em materiais de apoio pedagógico utilizado por esses professores.

O relatório divide-se em cinco capítulos: Introdução; Fundamentação Teórica; Procedimentos Metodológicos; Discussão dos resultados e, por fim, as Considerações Finais. Na Introdução é apresentada uma breve contextualização do tema, o problema, as questões de pesquisa, o objetivo geral e os objetivos

específicos. No capítulo 2, Fundamentação Teórica, é apresentada a fundamentação teórica, abordando os seguintes temas: Filosofia e Lógica, diversas concepções de Lógica e a importância da Lógica nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática. No capítulo 3, Procedimentos Metodológicos, é apresentada a caracterização do estudo, os sujeitos da pesquisa, a coleta e a análise dos dados. No capítulo 4, são expostas as categorias que emergiram da análise de dados e, por fim, no capítulo 5, são feitas as considerações finais da pesquisa.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 LÓGICA E FILOSOFIA

Autores como Ghiraldelli (2008), afirmam que o século XVIII foi o século da Razão, o século XIX foi o da História e o XX foi o século da Linguagem. No século XVII, Kant dedicou-se exaustivamente a investigar a razão em uma tentativa de perceber até onde ela poderia ir ou deveria estacionar. O que poderia a razão conhecer e avaliar? O autor afirma que inúmeros manuais de filosofia dizem que o projeto de Kant era de que em um tribunal, a razão seria a juíza e a ré simultaneamente. Ou ainda, que Kant quis estabelecer os limites da razão, limites estes que somente a razão poderia dar a si mesma. Kant denominou seu projeto de “crítica”, mas não ainda de filosofia. Tratava-se então da crítica da razão, logo dando origem a uma parte positivista¹ que será denominada de metafísica.

Após a segunda Guerra Mundial, a filosofia contemporânea ficaria marcada pela linguagem, por termos no final do século XIX, os filósofos Nietzsche e Frege, trabalhando de modo particular a linguagem, estando esse trabalho presente em todo o século XX. Teríamos em Nietzsche a representação da Filosofia Continental e em Frege a representação da Filosofia Analítica. Ambos os filósofos trabalharam com questões e problemáticas sobre o mundo e a linguagem, ou melhor, com questões relacionadas ao pensamento e ao mundo. Ghiraldelli (2008) comenta que Frege partiu direto para a Teoria do Significado, sendo a característica principal da Filosofia Analítica no século XX.

No início dos anos 70 a Filosofia Contemporânea começou a ser desenhada de uma nova forma, recebendo um novo contorno, sendo composta por duas grandes tendências: assim como a Filosofia Moderna, que está dividida em filósofos empiristas e racionalistas, a Filosofia contemporânea tem como tendências a continental² e a analítica. A Filosofia, o positivismo lógico, o pragmatismo estavam

¹ Segundo Lalande (1999, p. 825), o positivismo tem seu representante em Auguste Comte e é a “doutrina que defende que só o conhecimento dos fatos é fecundo; que o modelo da certeza é fornecido pelas ciências experimentais”.

² Tendência filosófica que se opunha à tendência analítica. Os filósofos continentais nunca foram totalmente contra a linguagem, mas seguiam os parâmetros do estruturalismo e da hermenêutica. (Ghiraldelli, 2008, p. 15)

sob o título de filosofia Analítica que, no seu início, era voltada para a linguagem e para a Lógica.

Segundo Ghiraldelli (2008), a lógica é o estudo dos métodos pelos quais a conclusão é provada além de toda a dúvida. Dada a verdade das premissas, a conclusão deverá ser verdadeira. Em linguagem, Lógica é a ciência da inferência necessária. A partir de tais premissas, a conclusão segue-se necessariamente.

A Lógica é uma filosofia, pois trata de operações mentais (ideia, juízo e raciocínio). Ao questionar a realidade, desenvolvemos formas de raciocínio e processos, questionamos a realidade formulando problemas e resolvendo-os. Utilizando o pensamento lógico e matemático, deduzimos, inferimos, selecionamos procedimentos verificando se são adequados. Essas características tornam a Lógica uma Filosofia. A Filosofia é todo conjunto de estudos ou de considerações que apresentam um alto grau de generalidade e tendem a reduzir seja uma ordem de conhecimento, seja todo o saber do ser humano, a um pequeno número de princípios diretivos. (LALANDE, 2006, p.405)

A Filosofia disserta sobre o conhecimento humano, sobre a origem desse conhecimento, sobre o princípio da certeza, e procura adentrar na razão dos fatos sobre os quais está alicerçado o edifício das ciências. (LALANDE, 2006, p.405-406)

O que denominamos de Filosofia Contemporânea, segundo Ghiraldelli (2008), é a Filosofia do século XX até a atualidade. E dois temas são núcleos centrais de discussão dessa Filosofia: sujeito e verdade.

Assim como na Filosofia Contemporânea, mas de modo indireto, sujeito e verdade são objetos de estudo. Isto ocorre porque, ao trabalhar com as diversas concepções de Lógica - de Aristóteles, Russel, Bacon, Descartes e de Wittgenstein essas lógicas estabelecerão as verdades, de acordo com as suas concepções do que seria a verdade, sobre a realidade na qual estamos imersos. E, segundo a Filosofia Contemporânea, a verdade está focada na questão epistemológica. É discutido o que se pode aproveitar do que está sendo estudado ou conhecido. Segundo Ghiraldelli (2012), a verdade é tudo aquilo que podemos utilizar e aproveitar dos resultados e processos das diversas ciências.

Essas verdades, aceitas de acordo com cada uma das concepções, influenciaram, influenciam e influenciarão os sujeitos, sejam professores ou estudantes, mudando a sua percepção de mundo.

Conforme Ghiraldelli (2008), o sujeito é a instância da identidade que tem a ver com a memória e com as vivências psíquicas e somáticas, e um sujeito epistemológico é a instância da reflexão e produção de conceitos e do exercício da linguagem. É a forma de consciência que julga os enunciados a partir do verdadeiro e falso.

Para Lalande (1999, p.631), a Lógica é “uma parte da Filosofia, uma ciência que tem por objeto determinar as operações intelectuais que tendenciam para o conhecimento verdadeiro, as que são válidas ou inválidas”. Ou seja, é “o estudo dos procedimentos válidos e gerais pelos quais determinaremos a verdade”.

Segundo Rodrigues (2011, p.10), a Lógica é a “discussão acerca de princípios baseados em proposições filosóficas acerca da realidade, da linguagem e do conhecimento humano.” O pensamento manifesta o conhecimento e este conhecimento determina uma verdade sobre um determinado objeto de estudo. Rodrigues (2001, p.15) afirma que “a Lógica estuda argumentos válidos, sendo esses os argumentos em que a conclusão se segue logicamente das premissas”. Dessa maneira, para o autor, a Lógica é uma parte da Filosofia que se preocupa com regras do pensar corretamente, sendo instrumento para o pensar. Utilizamos argumentos para exteriorizar o que pensamos e, conforme o autor, um conjunto de proposições ou premissas determinam um argumento.

Conforme Rodrigues (2011, p.16), “em um argumento, uma ou mais sentenças pretendem sustentar a verdade de determinadas sentenças – a conclusão”. Assim, a Lógica busca garantir que proposições verdadeiras determinem uma conclusão também verdadeira, tornando válido o argumento formado por essas proposições e o conhecimento construídos por esse argumento. Podemos, então, segundo Rodrigues (2011), afirmar que a Lógica estuda a validade dos argumentos e das conclusões a respeito desses argumentos. Chega-se a esta por meio de evidências que a sustentam. A validade de um argumento independe de as premissas e conclusão serem falsas ou verdadeiras. Um argumento tem validade quando as premissas são verdadeiras e a conclusão também é verdadeira. Rodrigues (2011, p.18) ainda afirma que: “não cabe ao lógico dizer se suas premissas são verdadeiras; [...] mas se as premissas forem verdadeiras [...] a conclusão se segue logicamente delas.”

2.2 DIFERENTES CONCEPÇÕES DE LÓGICA

Apresento para a definição das diversas concepções de Lógica matemática cinco pensadores que mudaram de modo significativo o pensamento da humanidade desde a antiguidade até a os dias atuais. São eles: Aristóteles (384- 322 a. C), Francis Bacon (1561-1626), René Descartes (1596-1650), Ludwig Josef Johann Wittgenstein (1889-1951) e Bertrand Arthur William Russel (1872-1970).

2.2.1 A Lógica de Aristóteles

Na história da Filosofia, Aristóteles tornou-se uma das principais personalidades por muitas realizações intelectuais. Uma das maiores foi ter criado a Lógica formal no século IV a.C.. Trata-se de uma Lógica que se dedica ao estudo das leis do pensamento, uma ciência autônoma. Do ponto de vista de sua estrutura ou forma lógica, o conceito, o raciocínio, a demonstração e juízo, não levam em conta qualquer conteúdo material, sendo denominada por essa razão de Lógica formal.

Temos como exemplo: Nenhuma mulher sabe dançar. Este dançarino é mulher. Logo, esse dançarino não sabe dançar.

Esse raciocínio está correto, pois a conclusão foi deduzida corretamente. Mas a conclusão é falsa, pois a primeira proposição é falsa (Nenhuma mulher sabe dançar). Esse raciocínio tem validade formal e não material, logo temos que concluir que ele é falso. Ou, se é dançarino, é porque sabe dançar, logo a conclusão é falsa.

Para Lear (2006), olhar o mundo apenas para entendê-lo não é feito somente pelos filósofos. Tomando como base o que eles já sabem sobre o mundo, eles pensam sobre o que deve ser verdadeiro nesse mundo. Utilizam-se de argumentos para convencerem, para persuadirem os outros de que suas crenças são verdadeiras. Se seus argumentos forem formados por premissas que todos acreditem serem verdadeiras, procederem com rigor e clareza, então qualquer um que acredite nas premissas irá acreditar na sua conclusão. Sendo um argumento bom, poderemos concluir quase com toda a certeza que qualquer pessoa racional seria convencida por ele.

Um argumento bom é um sinal de racionalidade, e a racionalidade está na natureza, na essência do homem e ao seguir, aceitar e construir argumentos, o homem manifesta o que é verdade.

Segundo Lear (2006), para Aristóteles os argumentos destinam-se a revelar verdades a respeito do mundo, mas que somente podem ser deduzidas de premissas básicas, pois os argumentos são um conjunto de premissas que levam a uma única conclusão, se forem argumentos válidos.

Segundo Lear (2006), Aristóteles acreditava que o mundo era um bom lugar e sua inteligibilidade era a manifestação do bem deste mundo. Caso não existisse um modo de se relacionar aquilo que é inteligível com aquilo que não é, o mundo não seria inteligível, deixando de ser um bom lugar. Para Lear (2006), ao explicarmos a Lógica Aristotélica, devemos definir alguns conceitos e entender claramente o significado de proposições. Conforme Lear (2006, p.309), denomina-se proposição ou sentença “todo conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo”. Toda proposição assume um valor lógico verdadeiro ou falso, pois expressa a descrição de uma realidade.

São alguns exemplos de proposições: O Brasil fica na América do sul, A porta não está fechada, O céu é azul, e Neymar é mais alto do que Alessandro.

Segundo Lalande (1999, p. 873), uma proposição seria “um enunciado verbal suscetível de ser dito verdadeiro ou falso e, por extensão, enunciado algoritmo equivalente a um enunciado verbal deste gênero, por exemplo, $a = b$ ”. O autor também afirma que “por consequência a proposição também pode ser definida por um enunciado de um juízo, pelo menos virtual”.

Os argumentos na lógica Aristotélica são estruturados por conjuntos de proposições que denominamos de premissas. Para Lalande (1999, p. 86), um “argumento é todo e qualquer raciocínio destinado a provar ou a refutar uma proposição”.

Uma inferência de premissas para formar uma conclusão somente será válida se, e somente se, todas as premissas forem válidas e a conclusão precisará necessariamente ser verdadeira. Para isso, observemos a seguinte inferência:

Y é um losango, portanto Y é um paralelogramo. A inferência é válida, porque o losango é um tipo especial de paralelogramo: um paralelogramo tem os lados paralelos dois a dois. Mesmo que Y não seja um losango, seja um quadrado, por exemplo, a inferência seria válida. Podem existir inferências válidas, sem que as

premissas sejam necessariamente verdadeiras. Na Lógica aristotélica, para fazermos uma inferência válida, necessitamos que as premissas sejam verdadeiras e a conclusão precisa ser única e também verdadeira. (LEAR, 2006)

Lear (2006, p. 312) faz a seguinte afirmação sobre as premissas:

[...] Tudo que se quer é que se as premissas são verdadeiras, a conclusão precisa ser verdadeira. Em segundo lugar, ainda que uma inferência seja válida, isso não necessita fazer dela um bom argumento. Suponha-se que alguém afirme simplesmente axiomas da Geometria Euclidiana e então afirme um teorema arbitrário. Mesmo que a inferência seja verdadeira, se os axiomas forem verdadeiros, mas se o teorema não for provado, o argumento não será considerado bom. Um bom argumento é mais do que uma inferência válida ou um conjunto de inferências válidas no qual se pode ver que as inferências são válidas. A conclusão de uma inferência válida é dita *consequência lógica* das premissas. Num bom argumento, a conclusão é consequência lógica das premissas, e pode-se ver como é que a conclusão segue logicamente as premissas.

Podemos considerar que um argumento frágil será aquele que tem a possibilidade de suas premissas serem verdadeiras, mas a sua conclusão falsa. Toda inferência que não é válida, será considerada inválida.

Comenta Lear (2006) que o primeiro a reconhecer a validade de uma inferência apenas pela sua forma não foi Aristóteles, mas ele foi o primeiro a vislumbrar um complexo e sofisticado sistema de inferências formais. As inferências, segundo Lalande (1999), seriam todas as operações pelas quais admitimos uma proposição cuja verdade não nos é conhecida diretamente, devido à sua ligação com outras proposições que são tomadas como verdadeiras. As inferências formais seriam, para Lalande (1999, p. 427), inferências que “possuem uma existência atual, efetiva, proposições que existem objetivamente, aquilo que existe virtualmente e implicitamente sem ser expressamente enunciado”. O conceito de inferência válida para Aristóteles está ligado ao método axiomático. Um exemplo de uma teoria axiomática são “*Os Elementos*” de Euclides. Na Geometria axiomatizada, as afirmações básicas, denominadas de axiomas, são postulados. Sabemos que essas deveriam ser de natureza óbvia ou simples, lendo-as apenas seria suficiente para entendê-las, não necessitando de demonstrações. A partir desses axiomas, são definidas e deduzidas afirmações, postulados e esses são os postulados da Geometria Euclidiana (aproximadamente 300 a.C). Por volta de 582 a.C, os pitagóricos encorajavam a axiomatização da Geometria, muito mais até do que a busca de resultados em sua Matemática, pois acreditavam que a organização revelasse uma básica harmonia na natureza.

Segundo Lear (2006), para Aristóteles, as únicas inferências permitidas seriam as inferências válidas, aquelas que, após as premissas serem afirmadas e verdadeiras, a conclusão seria verdadeira por consequência lógica das premissas afirmadas anteriormente. Logo, deduzimos que a geometria puramente axiomatizada seria uma geometria compreendida apenas pelas afirmações dos axiomas por meios lógicos. O que Aristóteles também desejava era visualizar um sistema de inferências formais no qual qualquer inferência válida pudesse ser expressa e que qualquer inferência informalmente válida também poderia ser traduzida numa série de inferências formalmente válidas. Isso seria importante do ponto de vista da realidade, porque poderíamos verificar a validade da inferência apenas pela sua forma, sem termos qualquer relação com o conhecimento do assunto. Esse sistema de inferências válidas, criado por Aristóteles, ficou conhecido como silogística ou silogismo. Segundo Lear (2006, p. 321-322), Aristóteles apresentou em primeiro lugar sua teoria do silogismo, porque acreditava ser a mais geral: “cada prova é um silogismo, mas nem todo o silogismo é uma prova”. Aristóteles definiu silogismo como “um discurso (um logos) no qual tendo afirmadas certas coisas, algo diferente do que é postulado se segue por necessidade pelo fato de serem assim.” Um silogismo é qualquer argumento em que certas premissas são escritas ou ditas e outras coisas se seguem, a partir destas premissas.

Para Lear (2006, p. 322), um silogismo é considerado perfeito quando “não necessita de nada além do que está firmado, para tornar evidente aquilo que necessariamente se segue”. Um exemplo de silogismo informal³ perfeito é: X é um quadrado, portanto X é um losango. Precisamos apenas saber o que é um quadrado e um losango, para sabermos se a inferência é válida. Um silogismo formal⁴ perfeito seria o exemplo: Todos os sapos são anfíbios. Todos os anfíbios vivem na água e na terra. Portanto, os sapos vivem na água e na terra.

Um silogismo é considerado imperfeito quando é necessário acrescentar uma ou mais afirmações ou declarações, que são consequências necessárias das

³ Segundo Lear (2006), silogismo informal consta de uma proposição base (premissa) para o raciocínio, uma conclusão, dois termos ou conta com três ou mais proposições bases (premissas) para o raciocínio e uma conclusão, tendo 4 termos ou mais.

⁴ Segundo Lear (2006), o silogismo formal ou regular consta de duas proposições – bases (premissas) para o raciocínio, uma conclusão e de três termos, tendo como base o exemplo dado para o raciocínio dedutivo.

premissas, para que fique claro que a conclusão segue das premissas mencionadas anteriormente. Por exemplo, utilizando um axioma da Geometria Euclidiana, quando falamos: “portanto, um triângulo tem ângulos internos iguais a dois ângulos retos”, temos um silogismo informal imperfeito, pois a conclusão poderia acompanhar as premissas, mas falta a prova que evidencie que elas acompanhem a conclusão (LEAR, 2006, p.323).

Em um silogismo aristotélico, a conclusão segue por necessidade as premissas. As inferências perfeitas utilizadas por Aristóteles são:

- (1) Todos os As são Bs, Todos os Bs são Cs. Portanto, todos os As são Cs.
- (2) Todos os As são B. Nenhum B é C. Portanto, nenhum A é C.
- (3) Alguns As são B. Todos os Bs são C. Portanto, alguns As são C.
- (4) Alguns As são B. Nenhum B é C. Nem todos os As são C.

O objetivo de Aristóteles é “isolar um punhado de inferências válidas e justificar as válidas restantes mostrando que se pode partir das premissas para a conclusão somente com inferências obviamente válidas” (LEAR, 2006, p.329).

Aristóteles demonstra uma verdade a respeito do seu sistema lógico. Não quer formular provas com ele, o sistema lógico está sendo tomado como objeto de estudo, e verdades estão sendo provadas a respeito dele. O estudo de sistemas lógicos é denominado “metalógica” e Aristóteles foi o primeiro metalógico, pois ninguém antes dele propôs algum sistema de inferências formais que pudesse ser estudado. Para Lear (2006), Aristóteles abriu todo um reino de pensamento e de discurso capaz de investigar a natureza da prova e da sua consequência de um modo que ninguém tinha feito antes dele.

Segundo Lear (2006, p.335), temos que:

[...] a lógica de Aristóteles reinou como paradigma inquestionado da metalógica até o final do século XIX. A lógica Aristotélica deveria representar uma teoria lógica unificada e coerente, sem dar uma análise do conceito de “seguir por necessidade”, é essencial que todas as deduções, formais e não formais estivessem sistematicamente relacionadas às inferências silogísticas perfeitas.

O autor afirma ainda que, se os argumentos são válidos, qualquer consequência dedutiva de todo e qualquer conjunto de premissas poderia ser alcançada de inferências obviamente válidas. Na teoria, qualquer dedução pode ser expressa como uma rede de inferências silogísticas e essas inferências formais poderão ser aperfeiçoadas.

2.2.2 A Lógica de Russell

Bertrand Arthur William Russell era matemático, lógico e filósofo. Suas obras influenciaram decisivamente o pensamento filosófico no século XX. Gostava mais do exercício de filosofar e pouco das teorias propostas. Russel dedicou-se a inúmeras discussões sobre alguns problemas filosóficos por ele considerados de fundamental importância. (PECORARO, 2008)

Russel começou a ter seu destaque intelectual com estudos sobre a Matemática e publicou, juntamente com Alfred North Whitehead, a obra “Principia Mathematica, editada em três volumes e que fora fundamental para a lógica no século XX e para discussões sobre os fundamentos da Matemática” (PECORARO, 2008, p.254). Conhecia Wittgenstein, fora seu professor e mantiveram colaborações filosóficas e compartilhavam das mesmas ideias sobre o atomismo lógico, porém em publicações distintas, Russel, com “The Philosophy of Logical Atomism”, em 1918, e Wittgenstein, com Tractatus Lógico-Philosophicus, em 1922 (PECORARO, 2008, p.255).

O atomismo lógico defende que o mundo é constituído de fatos lógicos definitivos (ou átomos). Os fatos são estruturas complexas que consistem de objetos (particulares). Os fatos surgem de um objeto com uma propriedade simples, ou de diferentes objetos, em relação uns aos outros com mais facilidade. Podemos inferir, fazer julgamentos, crenças, estabelecer relações verdadeiras ou falsas sobre eles. Temos em Bertrand Russell e Ludwig Wittgenstein seus principais expoentes.

O que tornou Russel uma das principais e mais influentes figuras do século XX foram as suas inúmeras publicações, mas sua obra filosófica está baseada, em especial, em teoria do conhecimento, fundamentos da Matemática e das ciências empíricas, Filosofia da linguagem, Metafísica e Filosofia da mente, Lógica e fundamentos da lógica, sendo reconhecido por seus admiradores como o pai da Lógica moderna (PECORARO, 2008). A carreira de Russell iniciou na Matemática, principalmente no trabalho com os fundamentos da Matemática, o que o conduziu a um interesse generalizado por questões metafísicas. No início, ele sustentava um tipo de realismo que era representado por três tipos ou categorias de objetos:

- 1) seres humanos, corpos materiais, etc.;
- 2) objetos abstratos, como números, conjuntos e relações;
- 3) qualquer objeto do pensamento em geral, como um tipo de ente.

Essa visão deixa Russell na mesma linha dos empiristas britânicos, mas a diferença é que Russell não se propõe a fazer uma análise de ideias complexas e reduzi-las a pensamentos simples. Em oposição, ele utiliza-se de símbolos complexos e palavras. A sua observação do atomismo lógico é o resultado de uma análise lógica, que conduziu a outras teorias, como à dos nomes logicamente próprios e das descrições que dizem respeito à natureza da linguagem, e à teoria do conhecimento por descrição e por familiaridade.

O conhecimento por familiaridade decorre de uma experiência direta que vivenciamos e experimentamos. Quando a análise pela vivência ou experimentação não pode mais ser realizada, o conhecimento se dará por descrição, quando a análise de uma palavra nos leva a uma das maneiras pelas quais o seu significado pode ser conhecido. A análise é feita continuamente, até um próximo ponto, ou então temos uma experiência direta (PECORARO, 2008, p. 257).

Assim como Wittgenstein, Russell acredita que podemos traduzir sentenças das línguas naturais para uma linguagem lógica perfeita e sem ambiguidades, que é a linguagem da lógica moderna, sendo que essa tradução tornaria claros os problemas filosóficos, e/ou resolvê-los-ia, ou demonstraria que não passam de pseudos problemas. As sentenças mais simples da linguagem são denominadas por Russell de sentenças atômicas e consistem em um predicado (pode ser um universal, uma qualidade ou relação) seguido de um ou mais nomes lógicos próprios; por exemplo, p (a é vermelho) ou q (a está à esquerda de b). Os nomes são os átomos, os objetos simples ou constituintes últimos da realidade. Se as sentenças atômicas forem verdadeiras, corresponderão a fatos simples. A partir das sentenças atômicas, tal linguagem permitirá a construção de sentenças moleculares, usando operadores lógicos ou conectivos, como: conjunção ($p \wedge q$), disjunção ($p \vee q$), condicional ($p \rightarrow q$), bicondicional ($p \leftrightarrow q$) e negação ($\sim p$), onde p e q são sentenças atômicas.

A negação (\neg ou \sim) é um operador lógico que equivale à partícula não aplicada a sentenças inteiras. Por exemplo: p (Alessandro é professor), $\sim p$ (Alessandro não é professor). “Significa que se a sentença atômica original for verdadeira, a sentença molecular, com a negação, ficará falsa (F), e se for falsa, ficará verdadeira (V)”. A conjunção (\wedge) corresponde ao e na linguagem comum, e “a

sentença molecular será verdadeira se as sentenças atômicas forem verdadeiras” (PECORARO, 2008, p.258).

A disjunção (\vee) corresponde ao ou no sentido inclusivo, isto é, “a sentença molecular será verdadeira se pelo menos uma das sentenças atômicas for verdadeira” (PECORARO, 2008, p.258).

O condicional (\rightarrow) corresponde ao se..., então..., e “a sentença será verdadeira se a primeira atômica (dita antecedente) for falsa ou se a segunda (dita conseqüente) for verdadeira”. (PECORARO, 2008, p.258).

Por último, o bicondicional (\leftrightarrow) corresponde à expressão se e somente se, e “a sentença molecular será verdadeira se ambas as sentenças atômicas forem verdadeiras ou se ambas as sentenças atômicas forem falsas”. (PECORARO, 2008, p.258).

O autor afirma que o caso da negação não é tão simples assim, pois a negação inverte o valor verdade da sentença atômica que se aplica ao operador lógico. Se $\sim p$ for verdadeira, sua verdade não será devido à correspondência com o fato que torna p verdadeira, assim tal fato não pode existir.

Russel admite a existência de fatos negativos, logo o símbolo \sim representa algo no mundo. Russell também admite a existência de fatos gerais, que são as sentenças atômicas com quantificadores universais e existenciais, como em: todo K é L , e há pelo menos um K que é L . Para Russell não há “a possibilidade de chegarmos ao conhecimento de fatos universais ou existenciais (gerais) a partir de fatos singulares (particulares), mas chegamos a um ponto em que voltamos a discutir suas concepções de conhecimento por familiaridade e por descrição”, ou seja, o conhecimento de verdades universais se dá de forma direta e por dedução e não por indução e enumeração (PECORARO, 2008, p.258).

Assim podemos diferenciar as verdades das proposições por Russell e Bacon. Segundo Bacon, o conhecimento das verdades se dá por intermédio do método indutivo, por intermédio das tábuas de investigação, que é o núcleo de todo o seu método. Para Bacon (1999), a indução amplifica o conhecimento, pois parte de uma coleção limitada de fatos e o que se considera verdade para eles é considerado para todos os fatos análogos, mesmo que ainda não tenham sido analisados.

Russell acredita que podemos compreender que a construção do conhecimento se dá diretamente ou por familiaridade. No conhecimento direto, quando falamos que sabemos que a lua é redonda, temos o que é denominado por Russell de conhecimentos de verdades. Assim, Russell diz que aquilo sobre o que temos conhecimento não pode ser falso.

No conhecimento por familiaridade, quando falamos que conhecemos a cidade de Porto Alegre, Russell denomina de conhecimento das coisas. Temos um conhecimento direto por meio dos dados de nossos sentidos. A familiaridade é uma faculdade mental, é a relação entre a mente e algo diferente dela. Temos por familiaridade o conhecimento de que tal coisa existe, logo além de conhecermos, também sabemos.

Temos o conhecimento que podemos saber que uma coisa existe sem estarmos familiarizados com ela. Por exemplo, uma pessoa nunca foi a Florianópolis, ou seja, nunca esteve diretamente (por familiaridade) em Florianópolis, mas afirma que a cidade existe, baseada em testemunhos de outras pessoas que lá estiveram. Nesse caso, Russell afirma que temos o conhecimento por descrição. O conhecimento por familiaridade é mais simples do que o por descrição e independe logicamente do conhecimento da verdade, mas o conhecimento por descrição sempre necessita da verdade como sua base e fonte. O “conhecimento por familiaridade é o fundamento de todo o nosso conhecimento, tanto das coisas quanto das verdades” (PECORARO, 2002, p.259).

Quando estamos familiarizados com algo, estamos cientes da sua existência, sem o intermédio de qualquer processo de inferência ou de qualquer conhecimento de verdades. Logo, os dados do sentido de uma pessoa são todas as coisas sobre as quais ela tem conhecimento direto, tem consciência, e sobre os quais não pode ter dúvidas enquanto os tem.

Segundo Pecoraro (2008), Russell acredita que os objetos físicos são inferidos e são conhecidos por descrição, ou seja, não são conhecidas as familiaridades, pois sabemos que os objetos físicos provocam em nós impressões aos sentidos. Por intermédio da memória, podemos nos familiarizar com sentidos do passado, e assim temos a familiarização não só com os sentidos do presente (sentidos atuais). Por intermédio da introspecção, Russell afirma que podemos ter a familiarização com nossos pensamentos, desejos, sentimentos, etc., denominada por ele de autoconsciência. Segundo Pecoraro (2009, p. 260), Russell tem tendência

[...] a recusar a ideia de que se trata de um conhecimento direto de uma pessoa enquanto algo permanece no tempo, de uma substância, como no argumento do “Cogito”, de Descartes. [...] portanto a introspecção não nos dá o conhecimento de uma substância mental, mas talvez – no máximo – de um eu apenas como algo (uma pessoa ou consciência) relacionado com cada episódio de ter familiaridade com alguma coisa. Além dessas coisas com as quais temos familiaridades, Russell acrescenta os “universais”, como brancura e justiça por exemplo, ou seja, coisas que são diferentes dos particulares que existem ou estão no tempo (mesmo que existam o tempo todo), como objetos físicos, mentes, pensamentos, etc.. Os universais não são pensamentos, embora ao serem conhecidos, sejam os objetos de nosso pensamento, diz Russel.

Os universais são aquilo de que temos consciência por concebê-los, são conceitos. Eles não existem como os objetos físicos e mentes, eles subsistem ou possuem um ser no sentido atemporal. Os universais são tudo o que compartilham, como por exemplo, a vermelhidão de diversos objetos que percebemos como vermelhos, ou a injustiça de diversos atos que consideramos como injustos. Como nem todo o objeto do pensamento pode ser (não exista como corpos materiais), temos dificuldades sobre o significado de sentenças como Coelhoinho da Páscoa não existe ou Não existem Bruxas – denominadas de existenciais negativos – e da existência ou realidade dos indivíduos que as próprias sentenças afirmam não existirem. Pecoraro (2008, p. 260) afirma que, segundo Russell, devemos considerar o conhecimento das coisas por familiaridade e também o conhecimento por descrição, por meio de expressões denotativas, tais como: o isso e o aquilo, ou tal e qual. Pode existir ambiguidade na descrição, quando aplicadas a diversas coisas (quando dizemos um homem) ou definidas, quando aplicadas a uma única coisa (quando falamos o homem de terno preto). As expressões do tipo todos, nenhum, algum, numa linguagem formalizada, por serem expressas por quantificadores universais e existenciais, são consideradas por Russell expressões denotativas mais primitivas. Segundo Pecoraro (2008, p. 260), para Russell, “tudo que é objeto do pensamento é denominado de termo e possui algum tipo de ser”, ou seja, ser é tudo que pode ser objeto de uma proposição ou que pode ser contado, inclusive figuras mitológicas (coelho da Páscoa, centauros, Papai Noel), números próprios, etc, caso contrário não podemos elaborar enunciados sobre tais coisas.

Logo, segundo Pecoraro (2008, p. 261), a proposição “é aquilo que diferentes sentenças que são consideradas sinônimas expressariam”. A forma gramatical coincidirá com a forma lógica e teremos uma expressão logicamente predicativa, da forma sujeito-predicado, isto é, o predicado expressará uma propriedade (como

branco ou unicórnio), e um constituinte gramatical da sentença (o referente de um nome), que ocupará o lugar do sujeito gramatical da sentença como tal constituinte, ou seja, o referente é o objeto real nomeado pelo nome.

Segundo Pecoraro (2008), Russel utiliza uma linguagem formal, na tentativa de fazer a tradução de sentenças comuns em sentenças que representarão a forma lógica das proposições, de modo que tais proposições não tenham uma expressão denotativa ambígua. Portanto o que a proposição encontrei um cachorro, pode ser escrita por meio de encontrei x, e x é animal não será sempre falsa e uma proposição do tipo todo homem é mamífero, utilizando uma linguagem formal, é escrita por $\forall x(px \rightarrow qx)$, pode ser traduzida em: se x é homem, x é mamífero será sempre verdadeira.”

2.2.3 A Lógica de Bacon

Francis Bacon foi o criador do método experimental e representante do Empirismo⁵. Ele não concordava com a Filosofia de Aristóteles, embora reconhecesse o seu devido valor e qualidades, mas acreditava que ela, pela infecundidade do método, era estéril para a produção de obras que viriam a beneficiar os homens (ANDRADE, 1999). Bacon, em seus projetos, visava encontrar

um verdadeiro e extraordinário progresso do saber, clamando por uma reforma do conhecimento humano. Ele dá início a essa reforma criticando a filosofia anterior, por sua esterilidade para a produção de obras que auxiliassem e tornassem prática a vida do homem. Estes filósofos, representantes desta antiga filosofia, eram denominados por Bacon de racionais, como Platão e seus discípulos. Para Bacon eram inteligências notáveis, fortes e agudas, produzindo obras maravilhosas, presos em seus mosteiros e universidades, mas totalmente alheios à realidade. Para Bacon, o verdadeiro filósofo deveria primar e trabalhar no acúmulo sistemático de conhecimentos, descobrir o método que permitisse o progresso do conhecimento e não apenas registrar os fatos de uma realidade fixa, ou obediente a uma ordem divina, eterna e perfeita. (ANDRADE, 1999, p. 11)

Segundo Andrade (1999, p. 11-12), Bacon opõe-se à teoria grega do valor do conhecimento puramente teórico ou contemplativo e critica Aristóteles dizendo que

⁵ “Empirismo é o nome genérico de todas as doutrinas filosóficas que negam a existência de axiomas enquanto princípios de conhecimento logicamente distintos da experiência. Do ponto de vista psicológico, opõem-se ao racionalismo inatista, que admite a existência no indivíduo de princípios de conhecimentos evidentes. Do ponto de vista gnosiológico, é a doutrina que, reconhecendo ou não a existência de princípios inatos no indivíduo, não admite que o espírito tenha leis próprias que difiram das coisas conhecidas e, por conseguinte, baseia o conhecimento verdadeiro apenas sobre a experiência, fora do qual admite apenas definições ou hipóteses arbitrarias.” (LALANDE, 1999, p.300)

[...] todas as razões que este apresenta em favor da vida contemplativa dizem respeito ao bem privado, ao prazer e à dignidade do indivíduo. Sob tal aspecto, não há dúvida que a vida contemplativa leva a palma... Mas os homens devem saber que neste teatro da vida humana apenas Deus e os anjos podem ser espectadores.

Para Bacon, saber é poder, e essa máxima aparece em todas as suas obras. No entanto, em sua Filosofia, o poder proporcionado pelo saber nunca foi um instrumento para o domínio ou subjugação do seu semelhante, mas deveria ser usado em benefício da humanidade. Segundo Andrade (1999), para Bacon, conhecimento particular da ciência não precisava sempre ter uma aplicação prática, mas concebia como ciência prática o saber em sua totalidade.

Segundo Andrade (1999), os filósofos anteriores a Bacon, tais como Aristóteles, Platão e Sócrates, não desenvolveram uma ciência operativa e direcionada para o benefício da humanidade que propiciasse um conhecimento da natureza e validade deste conhecimento. Segundo Andrade (1999), devemos nos libertar do que Bacon denominava de ídolos e de falsas noções que ele definia como sendo tudo que ocupa a mente e o intelecto humano e que, de alguma forma, obstruem ou dificultam o acesso à verdade.

Notamos aqui uma diferença em relação à verdade representada na Lógica Aristotélica, na Lógica de Wittgenstein e na Lógica de Bacon. Na Lógica Aristotélica a verdade é fixada nas proposições, isto é, as proposições estabelecerão a verdade. Na Lógica de Aristóteles, se temos a proposição Se é vaca então voa, tomamos como verdadeira esta proposição, mesmo sabendo que uma vaca não voa. Na Lógica de Wittgenstein, a verdade está fixada pela palavra, mas o sentido será dado dependendo de seu uso na linguagem, no seu contexto. Estabelecido o contexto, estão estabelecidas a verdade pelo seu significado e as regras a serem usadas dentro deste contexto. Por exemplo, na afirmativa: O maior zero da função $f(x) = x^2 - 29x + 240$, o zero aqui tem o significado de raiz da equação, ou seja, o maior valor de x que torna $f(x) = 0$, isto é, $x = 15$. Quando temos $x=15$, temos estabelecida a verdade para o maior valor da função $f(x) = x^2 - 29x - 240$. Na Lógica proposta por Bacon a verdade está fixada no conhecimento da ciência da natureza, não está fixada no objeto do conhecimento e, sim, no sujeito que conhece, isto é, o saber natural é um saber construído e fecundado em resultados práticos.

Caso um determinado fato ou fenômeno da natureza se manifeste, ali estará a verdade. Ou seja, suas causas e leis. Caso não ocorra o fenômeno ou

determinada natureza, ali estará sua falsidade, pois ali existe a ausência de suas causas e leis. A forma (causa) dos fenômenos (naturezas) será procurada, sua causa será evidenciada pelas hipóteses, que serão formuladas e construídas por meio das experimentações e observações.

Simpson (2005, p.1) afirma que “a forma de ver a verdade para Bacon é diferente não somente dos silogismos eclesiásticos e da lógica dedutiva, mas também diferente das induções de Aristóteles e de Wittgenstein”. Para Bacon, na indução clássica, procede-se unicamente a partir do sentido e dos dados até as proposições mais gerais, Trabalha-se em sentido oposto, por dedução para chegar-se às proposições intermediárias. Logo, a partir de observações, podemos concluir por indução, por exemplo, que Todas as mulheres são lindas. Assim temos a possibilidade de trabalhar por indução usando o axioma geral Todas as mulheres são lindas, de onde decorreriam os axiomas médios: Todas as Carinas são lindas ou Todas as Alessandras são lindas, etc. Esses axiomas médios não teriam a necessidade de serem verificados empiricamente se sua verdade fosse logicamente garantida, desde que o axioma geral fosse verdadeiro.

Podemos observar que Bacon valoriza a razão e isso para esse tipo de procedimento, é um problema, pois se os axiomas gerais forem falsos, todos os axiomas intermediários poderão ser falsos. Bacon, valoriza a observação. Seu método é observar e continuar observando, analisando, gradualmente e regularmente, a partir de um axioma para o próximo, de modo a chegar até o último. Assim, cada axioma é testado, observado e experimentado, tornando-se um apoio para uma verdade superior e o último axioma, o geral, será o que confirmará a verdade (SIMPSON, 2005).

Esse método de observação e análise é cansativo e trabalhoso, mas Bacon justifica que ele produz um conhecimento sólido e estável, e não produzirá constrangimentos se surgir algo que, após a análise, possa não ser considerado verdadeiro. Ao seguirmos o método indutivo de Bacon, algo falso tornar-se-á bem aceito ao invés de temido. Isso mantém inabalável e intacta a estrutura da verdade construída anteriormente e salva o pesquisador de seguir no caminho errado das inferências. Bacon acreditava firmemente em seu método, mas muitos críticos tiveram suas dúvidas, porque não está evidente que a lógica proposta por Bacon leva à conclusão de qualquer proposição geral, ou a princípios científicos ou afirmações teóricas que serão tomadas como verdades universais. O método de

Bacon não fornece nada que possa servir de orientação para o investigador, que não seja instinto puro ou julgamento profissional e, logo, é um método para estabelecermos a verdade investigando premissas intermediárias (SIMPSON, 2005).

Bacon apresenta o seu método não por demonstrações metódicas ou forma de tratados, mas com aforismos, menos dogmáticos e com um espírito de experimentação científica e investigação crítica. Utiliza a metáfora ilustrativa e símbolos. Andrade (1999) afirma que Bacon acreditava que para chegarmos ao conhecimento da natureza e para descobriremos os meios de torná-la útil, é preciso que o pesquisador fique livre de noções falsas e dos ídolos. Os ídolos são tendências naturais, erros característicos, ou defeitos que vão inquietar a mente e impedir o alcance de uma compreensão precisa e total da natureza. Para Bacon, nos livrarmos dos ídolos é tão importante para o estudo da natureza como identificar e negar um argumento ruim para a lógica. Para Bacon, os ídolos são de quatro tipos: (1) ídolo da Tribo; (2) ídolo da Caverna; (3) ídolo do Foro; (4) ídolo do Teatro.

Os ídolos da tribo são inerentes à natureza do espírito humano e comum a todos os seres humanos. Naturalmente o homem considera verdadeiro o conhecimento construído pelos sentidos. Somos capazes de discernir ou impor ordem nos fenômenos, encontrar similaridades, onde há realmente regularidade e singularidade, e onde existe aleatoriedade. Temos uma natural inclinação para acreditarmos, aceitarmos e provarmos o que queremos que seja verdade, e também uma tendência de anteciparmos conclusões e julgamentos, em vez de juntarmos gradualmente provas. Há no homem, ainda, uma tendência natural de reduzir o complexo ao mais simplificado, restringindo assim apenas ao que é favorável ao homem saber e conhecer.

Os ídolos da caverna⁶ variam de indivíduo para indivíduo. Para Bacon, cada indivíduo tem a sua própria caverna, que distorce e a interpreta a luz da natureza. Ou seja, cada indivíduo tem a tendência de ver a luz de acordo com o seu ponto de

⁶ No mito da caverna de Platão temos uma metáfora que mostra o quanto os seres humanos estão presos à superstições, crenças e preconceitos. Na caverna viviam alguns homens que lá nasceram e cresceram virados sempre para o fundo da mesma. Havia uma luz que refletia imagens formadas pelas sombras de pessoas e coisas que passavam por um caminho em frente à caverna. Um dia, um dos habitantes da caverna decidiu voltar-se para a saída e sair dela. Ficou cego momentaneamente pela luz, mas aos poucos, foi recuperando a sua visão e ficou estupefato pela beleza do que vira fora da caverna. Retornando, contou aos outros moradores da caverna o que vira. Estes não acreditaram no relato e o homem acabou sendo morto. Atualmente, são muitas as cavernas nas quais nos encontramos voltados ao fundo, olhando as sombras e acreditando ser esta uma verdade incontestável.

vista, ou seja, os ídolos da caverna surgem da cultura e não da natureza. Surgem das nossas crenças e preconceitos, experiências da infância, educação, formação, religião, classe social, gênero, etc. Podemos citar como exemplo, o gosto por determinada disciplina ou por determinada pessoa (ANDRADE, 1999).

Os ídolos do foro são os erros acarretados na ambiguidade das palavras e na comunicação dos homens. Uma mesma palavra pode ser usada com diferentes sentidos em um diálogo, podendo levar a uma concordância ou não entre as partes do diálogo. Para Bacon, os homens usam as palavras como se representassem os nomes de objetos reais. Afirma Bacon: “O homem crê que a razão governa as palavras, mas é certo também que as palavras atuam sobre o intelecto, e é isso que torna a filosofia e as ciências sofisticadas e ociosas” (BACON apud ANDRADE, 1999, p. 13).

A linguagem como um todo aqui é a culpada, não somente as palavras ou as falas comuns, mas os jargões de várias comunidades acadêmicas, discursos especiais, vocabulários e disciplinas. Bacon afirma que as palavras, quando impostas de maneira inepta e imprópria, bloqueiam o intelecto, levando os homens a inúmeras e inúteis controvérsias e fantasias (BACON apud ANDRADE, 1999).

Por último, temos os ídolos que imigram para o espírito do homem pelas doutrinas filosóficas e pelas regras viciosas da demonstração. São os ídolos do teatro. Para Bacon, os sistemas filosóficos anteriores, representados por Aristóteles, Platão e outros, possuem regras falseadas de demonstrações. São sistemas constituídos de invenções e não retratam fielmente o universo, isto é, não representam a realidade (ANDRADE, 1999). De acordo com Andrade (1999, p. 14), Bacon introduz seu sistema de "indução verdadeiro e perfeito", que ele propõe como base fundamental do método científico e um instrumento necessário para a interpretação da natureza. A teoria da indução inicialmente divide-se em experiência vaga e experiência escriturada. A experiência vaga é o conjunto de noções recolhidas pelo investigador quando opera o caso e a experiência escriturada é o conjunto de noções acumuladas pelo investigador, após fazer a observação metódica e os experimentos. Na experiência escriturada encontra-se o ponto de partida para a construção das tábuas da investigação, é o núcleo do método de Bacon.

As tábuas da investigação são em número de três: (1) da presença ou afirmação; (2) das ausências ou da negação; (3) das graduações ou comparações.

A primeira, a tábua de presença ou afirmação, contém todas as instâncias de um fenômeno que apresentam as mesmas características ou que concordam entre si. Se investigarmos o calor, devemos estudar todos os seus casos, como a temperatura do sangue, a luz do sol, etc.

A segunda, a tábua das ausências ou da negação, contém as instâncias em que o fenômeno não acontece, pois somente as condições em que o fenômeno ocorra não são suficientes para o seu perfeito entendimento. Então, nesse caso, é preciso conhecer, ficar atento e observar os fenômenos como os raios de luar ou o sangue de animais mortos, pois estariam frios. A terceira, a tábua das graduações ou comparações, consiste em anotarmos as variações nos fenômenos estudados, com o objetivo de encontrarmos correlações entre as modificações ocorridas nesses fenômenos.

Segundo Andrade (1999, p.14), Bacon cita vários procedimentos experimentais com o objetivo de obter o maior número de observações indutivas: variação (“dois corpos de pesos distintos, cairiam com mesma velocidade?”), prolongação (“um pente atritado atrai pequenos pedaços de papel, será que atrairia pequenos pedaços de plásticos?”) transferência (“o calor faz plantas murcharem, que influência teria o uso de um aquecedor imitando o calor?”), inversão (“comprovando que o frio propaga-se em movimentos descendentes, o calor propaga-se em movimentos ascendentes?”), compulsão (“certas causas produzem certos efeitos, aumentando ou diminuindo estas causas, o efeito cessa?”), união (“sal e gelo resfriam líquidos e unidos o que ocorre?”) e a mudança de condição (“uma queima que ocorre ao ar livre, se reproduzida em um ambiente fechado, ocorrerá?”). Logo após todos esses apontamentos, o investigador deverá seguir a sua investigação em uma determinada direção. O que determinará a direção a ser tomada são as instâncias prerrogativas. Bacon (apud Andrade, 1999, p.15) cita 27 instâncias prerrogativas, as mais importantes sendo: “as solitárias (corpos diferem em apenas uma única característica), as migrantes (manifestações repentinas da natureza), as ostensivas (característica é particular e evidente), as analógicas (um fenômeno esclarece tudo) e as cruciais” que são as que têm maior grau de importância, pois obrigam o investigador a decidir entre duas explicações opostas referentes ao mesmo fenômeno. A indução fora tratada por Aristóteles, mas ele

apenas restringiu-a a seus aspectos puramente formais. A indução de Bacon amplia o conhecimento e o saber, é amplificadora, parte de um grupo de fatos, e o que é descoberto é válido para eles e para todos os análogos, mesmo que não sejam pesquisados isoladamente.

A palavra forma é que determina o ponto final da indução de Bacon e a forma baconiana é pertencente ao mundo empírico. A interpretação correta dessa forma é a lei e a causa de fenômenos naturais. Segundo Andrade (1999), para Bacon os fenômenos naturais possuem uma certa disposição, estrutura ou conformação, ou possuem um aspecto dinâmico, que os fazem estar sempre em constante transformações. Esses dois aspectos estão interligados e o seu princípio é a forma (lei e causa), princípio de individuação e lei regente da produção, ou geração, e movimento dos fenômenos. Em outras palavras, Bacon se aproximou das propriedades primárias da matéria: figura, número, extensão e impenetrabilidade. Na forma (lei e causa), Bacon pensa nas propriedades básicas dos objetos, sem as quais não se tornariam mais objetos.

Lamenta-se muito, na Filosofia e na Lógica Baconiana, a ausência da Matemática em seu método científico. Bacon, segundo Andrade (1999), não compreendia o papel da Matemática nos conhecimentos sobre a natureza.

Segundo Andrade (1999), Francis Bacon teve sua formação na Universidade em Cambridge, considerada um reduto dos platônicos ingleses da época, que tinha o costume de ligar a Matemática a uma visão teológica do universo, assim como fizeram Platão e os platônicos, e isso constituía uma concepção oposta ao seu pensamento. Andrade (1999, p. 17) afirma ainda que “Bacon não chegou a conhecer a Matemática laica dos cientistas modernos que, em seu tempo, era conhecida apenas em círculos restritos e só no último quartel do século XVII estender-se-ia a quase todo o trabalho científico cultural”.

Bacon não tinha a ideia de que alguns anos mais tarde, esta mesma Matemática ajudaria, e muito, na compreensão dos conhecimentos da natureza e da realidade.

2.2.4 A Lógica de Descartes

René Descartes entendia que a sua missão era a unificação de todos os conhecimentos humanos, alicerçados em bases seguras e assim construindo um edifício iluminado plenamente pela verdade e, por isso, todo o conhecimento poderia ser construído por certezas racionais. Com isso o pensamento moderno ganhou uma expressão diferenciada, o ente passou a ser visto como uma objetivação e a verdade como uma certeza de um projeto imaginado.

Uma das ideias de Descartes era de que as construções realizadas por um único arquiteto eram muito mais belas e mais ordenadas do que aquelas realizadas por vários arquitetos, que as reformaram ou as ampliaram. Assim, para ele a Ciência também era arquitetura que se destinava ao consentimento de todos os espíritos por meio de uma dimensão universal, mas deveria e poderia ser construída e alicerçada por um trabalho de uma única inteligência. Uma única pessoa, baseada na razão, seria capaz de arquitetar o conhecimento, criando uma nova cidade, de ruas claras e belas, de traçados perfeitos, porque fora construída numa única concepção. Na sua visão, o ser humano ganha a condição de projetista do seu conhecimento, sendo o primeiro e incondicional sujeito e negando espaço para experiências imediatas (DESCARTES, 1987).

Para Freitas (2006), a lógica de Descartes torna o ser humano um projeto de si mesmo, assegurando o conhecimento da verdade no seu próprio saber. Assim, o pensar é cogitar, e na objetivação, o ser humano é o projeto e o centro de todos os entes. Nesse projeto do ser humano imaginado por Descartes, o ser dos entes está figurado no ser humano. Com isso, a noção da imagem de mundo e do ser humano no seio dos seres são dimensões que servirão de alicerce para a identidade na Modernidade. Na visão de um mundo de modernidade, a natureza é uma projeção matemática contextualizada em pontos de massas relacionados no tempo e espaço. Segundo Descartes (1997), com matéria e movimento conseguiríamos construir o universo.

Para o filósofo, o único caminho, o caminho certo, que se impusesse perante todos os demais, capaz de escapar das incertezas e das construções inférteis meramente verbais, para conduzir às verdades permanentes, imutáveis, irretocáveis e fecundas, deveria ser baseado nos métodos das Ciências. Essa preocupação foi generalizada no final do século XVI e foi a principal investigação dos filósofos do

século XVII, que fizeram surgir duas orientações metodológicas, que seriam as nascentes do pensamento moderno: o empirismo proposto por Francis Bacon (1561-1626), e uma segunda orientação que inaugura o racionalismo moderno. Descartes “buscará na razão – que as matemáticas representam de maneira exemplar – os recursos para a recuperação da certeza científica”. Trata-se de unificar, com o auxílio instrumental matemático, todo o conhecimento, até o presente momento, disperso por serem construções isoladas (DESCARTES, 1987, p. 9).

De acordo com Freitas (1999), com toda a sua admiração e paixão pelas matemáticas, Descartes fez duas observações surpreendentes sobre as mesmas. Primeiramente afirmou que, mesmo apresentando uma solidez e um perfeito encadeamento, as matemáticas serviam para a aplicação em um campo restrito, somente no campo das artes mecânicas. A segunda observação é de que as matemáticas, embora racionalmente ricas, não ensinavam nada de fundamental sobre os problemas da vida e do mundo, permanecendo objetos de vagas especulações.

No ano de 1619, Descartes teve em um sonho a revelação de sua missão na filosofia: mostrar que existe um acordo entre as leis matemáticas e as leis da natureza e que deveria reacender e atualizar o antigo ideal Pitagórico de desvelar a teia numérica que iria constituir o mundo, construindo o caminho para o conhecimento seguro e claro de todas as coisas da vida e do mundo. Em outras palavras, Descartes acreditava que o seu racionalismo poderia explicar todos os fenômenos, todos os fenômenos da vida e do mundo, usando as matemáticas, através da mensuração e de uma decomposição analítica. Desta forma, Descartes era adepto da ideia de Pitágoras, que afirmava que “tudo é número”.

No racionalismo cartesiano, a natureza é dividida em duas partes, dois planos distintos, o primeiro é a matéria e o segundo é o espírito, ambos criados por um único ser, que é Deus, e nele está o seu ponto de intersecção. Deus comanda a matéria e a luz da razão, no campo do espírito, permitindo assim aos homens conhecerem a ordem natural do universo. O universo material funciona regido por leis mecânicas imutáveis, estabelecidas por Deus em sua criação, e, ao aplicarmos o método analítico e estudarmos os seus elementos, teremos as explicações científicas das leis que regem esse universo. O espírito racional é a fonte autêntica de conhecimento, e o corpo, que são os sentidos, os elementos que podem inibir a

objetividade científica. Ou seja, para Descartes “o homem é uma máquina divina, animada por um espírito imortal” (FREITAS, 2006, p. 4).

Para Descartes, o conhecimento e a sabedoria às quais a máquina divina animada por um espírito pode ter acesso, são comparados a uma árvore que está presa ao domínio do ser, à realidade, por meio de suas raízes. A Física⁷ é o tronco da árvore, isto é, o conjunto de conhecimentos sobre o mundo sensível, redutíveis, e sua estrutura é a Matemática. Os galhos das árvores são as artes que aplicam os conhecimentos científicos, como a Moral, a Psicologia, a Medicina e a Mecânica. Uma única seiva circula no interior desta árvore, garantindo vitalidade. Descartes (1987) afirma que em uma progressão matemática, seja ela aritmética ou geométrica, quando conhecemos alguns termos, não fica difícil descobrirmos outros. Essa ideia pode ser aplicada à progressão do conhecimento e, para Descartes, é fundamental à construção de uma Matemática Universal. De acordo com o que conhecemos ou experimentamos no campo matemático, vemos o desconhecido como um termo ignorado, mas que poderá ser descoberto desde que partamos de algo conhecido. Teremos, então, construído uma cadeia de razões que conduzirão ao termo ignorado e desconhecido.

Assim, Descartes (1987) generaliza o procedimento matemático, tornando o termo desconhecido um termo relativo a outros termos (o conhecimento já existente) que, em função disso, poderá ser descoberto. Esse procedimento matemático generalizado constituirá o preceito metodológico básico, apontado por Descartes. Só é considerado verdade o que é evidenciado, ou seja, o que pode ser intuído com clareza e precisão. Mas nem sempre nas coisas da vida e do mundo podemos intuir nem evidenciar de maneira clara e objetiva. Sendo assim, o filósofo apresenta outros preceitos metodológicos complementares. Dentre os preceitos da Lógica que ele segue para estabelecer as verdades sobre o mundo e as coisas, destacam-se:

- a) evidência: nunca aceitar como verdadeira qualquer coisa, sem conhecê-la evidentemente como tal;
- b) análise: separar as dificuldades apresentadas em tantas quantas forem necessárias para serem resolvidas;

⁷ “A física de Descartes é a explicação das coisas do mundo; ela deve simultaneamente desmascarar as ilusões ocasionais de nossos sentidos e explicá-las, isto é, desenvolve por ordem todas as consequências da distinção entre corpo e alma” (DESCARTES, 1987, p. 12).

- c) síntese: ordenar os pensamentos, colocando os objetos em ordem crescente de complexidade para serem conhecidos;
- d) enumeração: realizar enumerações de modo a fazer a verificação de que nada fora omitido.

Para Descartes (1987, p.11) esses preceitos metodológicos representam “a submissão a exigências da racionalidade”. Para ele, o uso da razão, baseado nos preceitos da análise, da síntese e da enumeração, é o recurso para a construção da ciência, do conhecimento e da sabedoria da vida, assim como ocorre na Matemática, que opera por intuições e por análises.

Podemos observar que a grande ocupação de Descartes após o seu descontentamento com as letras e a sua grande paixão pela Matemática era de construir uma doutrina, um método que fizesse do uso da razão, um método único capaz de explicar todas as coisas da vida e do mundo. Tratava-se de um método rigoroso e regado, adequado à vida terrena e que permitisse ao homem o acesso à felicidade.

Para Descartes (1987), o homem deve construir a sua moral, elaborar para si as suas regras da vida, ser o seu próprio arquiteto da vida e do seu conhecimento, não aprendendo as regras da lógica, mas raciocinando sobre coisas simples e fáceis, como nas matemáticas, a fim de aprender a conduzir a sua razão para descobrir a verdade sobre fenômenos e coisas da vida e do mundo que desconhece. Deve dedicar-se ao conhecimento das verdades, à pesquisa dos primeiros princípios do conhecimento, usando sempre a razão. “Ao conhecer os princípios do conhecimento, basta raciocinar por ordem e daí decorrerá todo o conhecimento restante” (DESCARTES, 1987, p. 7).

Organizando racionalmente o pensamento, identificando e colocando por ordem crescente de dificuldades, os geômetras chegavam às suas demonstrações mais difíceis. O conhecimento construído pelo ser humano segue conectado e interligado por verdades. Conhecendo as verdades mais simples, intuitivamente conhecemos os princípios do conhecimento. Basta raciocinarmos por ordem, ou seja, por uma sequência lógica, que construiremos o conhecimento restante. Consequentemente não existem verdades isoladas, são todas interligadas, verdades universais. Não existe nenhuma verdade que, observada por uma ordem necessária e racional, tão distante de outra que não possa ser finalizada, nem tão indecifrável que não possa ser descoberta. Segundo Descartes (1987), para a resolução de um

problema é necessário não desviar-se dele, mas tratá-lo em separado, não misturando com outros problemas, não tomando parte dele e nunca deixando de usar a razão para solucioná-lo. Ao usar a razão para resolvê-lo, devemos utilizar um único método, não ajustando um novo ao existente e não nos condicionando ao existente, pois ficaremos estacionados no problema.

As regras do método de Descartes aplicáveis na busca pelo estabelecimento das verdades sobre o mundo e as coisas, não aparecem em lugar algum a não ser no raciocínio matemático, e se compararmos os procedimentos de que ele lança mão em sua Geometria Analítica com os preceitos de seu Discurso do Método, notamos que os preceitos reproduzem e generalizam as regras de sua álgebra. Dividir a dificuldade, ir do fácil ao complexo, fazer enumerações, é o que faz um geômetra quando analisa um problema em suas variáveis, estabelecendo e resolvendo suas equações. O método já fora praticado por Platão, Sócrates e Aristóteles, que ao fazerem suas observações e anotações em colunas, até obter os elementos gerais do conceito que reuniam os casos particulares, agiam com um método.

2.2.5 A Lógica de Wittgenstein

Para Wittgenstein (2003, p.191), o pensamento está envolvido e conectado no ato de pensá-lo. Não existe nada em um pensamento que ao pensá-lo não tenhamos a consciência do que estamos pensando. O pensamento, para Wittgenstein não é um objeto, não é uma máquina da qual podemos esperar resultados inusitados ou improváveis. Não se consegue algo dessa máquina que não possa ser lido. A Lógica, para ele, funciona totalmente diferente do funcionamento de um objeto, de uma máquina. Wittgenstein (2003, p. 191) afirma que “na Lógica, só conseguimos dela o que pretendíamos com ela”. Se afirmamos que um copo é de vidro, não pensamos em 20, 30, ou 100 copos diferentes, menores ou maiores, que são de vidro, e não podemos pensar em todos os copos de vidro existentes. Da mesma maneira se falarmos que ele está em casa, não pensamos em 10, 20 ou 100 posições em que ele poderia estar e nem em todas as posições possíveis ou lugares em que ele estaria dentro da sua casa. Segundo o referido autor, qualquer lugar da casa que nós imaginássemos em que ele poderia estar, nós estaríamos corretos. Para o autor, parecem existir duas possibilidades de

dedução: em uma delas a premissa menciona tudo o que a conclusão faz e, na outra, não.

A palavra demonstração não quer dizer ou afirmar, na perspectiva de Wittgenstein, derivação de outras proposições, mas sim, justificação da verdade.

Qual a diferença entre demonstração lógica e demonstração em Lógica?

Segundo Machado (2004, p. 101), na demonstração lógica atribuímos o valor verdade a uma proposição que se dá por meio da aplicação de regras de inferências a proposições que compreendemos independentemente de sabermos o seu valor de verdade. “Numa demonstração em Lógica reconhecemos que um determinado símbolo é tautológico através de transformações simbólicas”. Esse reconhecimento é o reconhecimento desse símbolo como sendo incondicionalmente verdadeiro, num sentido diferente daquele com o qual se diz que proposições são verdadeiras. Logo, reconhecer o valor verdade do símbolo tautológico é reconhecê-lo como símbolo, o mesmo valendo para as contradições. Para que o reconhecimento como verdadeiro ocorra, é necessário examinar o símbolo tautológico e podemos dizer que “toda tautologia, toda proposição é sua própria demonstração” (MACHADO, 2004, p. 93).

Segundo Machado (2004), para Wittgenstein, as proposições lógicas justificam-se a si mesmas (o que não quer dizer que sejam autoevidentes). Se todas as proposições da lógica são a sua demonstração, então não fará sentido falar de proposições primitivas ou axiomas. Não existirão proposições lógicas não demonstráveis, nem primitivas e nem derivadas. Ao abandonarmos uma concepção axiomática da Lógica, defendida por Aristóteles, Machado (2004, p. 94) afirma que “deixa de existir a necessidade de apelar-se para a autoevidência para explicar o reconhecimento da verdade das leis lógicas primitivas”.

Segundo Wittgenstein (2003), temos que uma proposição é decorrente de outras proposições, sendo assim, quando pensamos em uma segunda proposição implica pensarmos na primeira. Um exemplo da segunda dedução ou segunda proposição é a inferência: O tênis é preto; portanto, a metade dele também é preta. Isso é dúbio, essa conclusão não é mencionada na primeira proposição, o tênis é preto. Outro exemplo: Se falamos “se você atingir o alvo em qualquer lugar desse círculo, você ganhará o prêmio... e, então você o atingiu aqui, portanto...” (WITTGENSTEIN, 2003, p. 191), o lugar mencionado na primeira proposição, não foi mencionado na segunda. Prever essa possibilidade, se fosse essencial, desprezar

esse único caso, daria à premissa um sentido incorreto e a conclusão não mais dependeria dela.

Para Wittgenstein (2003, p.192), a ideia de que uma proposição deve ser pensada juntamente com qualquer proposição que a acarrete é baseada em uma falsa noção e afirma: “Devemos nos ocupar apenas com o que está contido nos signos⁸ e regras. O critério para p decorre de q vai consistir em pensar em p estando envolvido no pensar em q”, logo, enquanto se pensa em nesta gaveta existem 20 selos, nós estaríamos pensando também nas 20 sentenças. Nesta gaveta existe 1 selo...2 selos...3 selos, etc. Em outras palavras, Wittgenstein (2003, p. 193) quer dizer-nos que “uma proposição não é decorrente de outra até ser confrontada com ela”. Indica apenas a existência de possibilidades de se construir proposições que decorram da primeira, não dando um número definido de tais proposições.

Para Rosa (2010), Wittgenstein tentou mostrar a resposta ao problema da relação entre o pensamento ou raciocínio e a lógica. A concepção psicologista de Wittgenstein significa que se as leis da lógica descrevem em nossa mente as inferências básicas, então não está excluída a possibilidade de existirem pessoas cujas operações mentais sejam guiadas por princípios totalmente distintos daqueles que guiam as nossas operações, e com isso, são capazes de formarem juízos, pensarem ou raciocinarem violando o sistema lógico e as leis da lógica (ou para o lógico psicologista, violando as leis da nossa lógica). Se as leis da lógica são leis tomadas naturalmente por verdadeiras, se elas não são válidas universalmente e são atemporais, mas só tem validade para pessoas que reconheçam a verdade tal qual nós fazemos, devemos admitir que existem pessoas que raciocinam ou pensam segundo leis lógicas, que se opõem às nossas. Assim, conforme Rosa (2010, p. 32), para tais indivíduos, ao lógico psicologista estaria interdito perguntar quem está certo e quem está errado, logo, as leis do tomar verdadeiro estão de acordo com as leis da verdade” pois, ao questionarmos tais questões, estaríamos ao mesmo tempo admitindo a existência de leis de verdade que não são generalizações apenas de operações inferenciais do pensamento. Na Matemática clássica temos que $1+1=2$, mas para algumas tribos indígenas temos que $1+1\neq 2$. Podemos notar que esses

⁸ Os signos são os que anunciam ou dão a conhecer outras coisas das quais tomam o lugar. Os signos serão, de preferência, percepções atuais, objetos materiais, coisas relativamente simples e ao alcance daqueles que se servem, enquanto que as coisas significadas se encontram por entre realidades afastadas, os objetos imateriais, as operações escondidas, etc. (LALANDE, 1999, p. 1012).

índios possuem normas construtivas diferentes das normas construtivas da Matemática clássica. Ferreira (2002) deixa evidente que as leis do pensamento não são generalizadas e que podemos ter normas construtivas diferentes conforme já havia afirmado Wittgenstein.

No exemplo abaixo, Ferreira (2002) mostra essas diferenças construtivas. Na Fundação Nacional do Índio (FUNAI), o funcionário Antônio desejava comprar do índio Tarinu Juruna 20 flechas, cada uma por 2 cruzeiros⁹, pagando ao todo 40 cruzeiros. O índio Tarinu Juruna faz seus cálculos e decide vender somente sete flechas e cobra pelas sete flechas o valor de 125 cruzeiros. Antônio fica indignado pelo valor cobrado recusando-se a aceitar o valor pedido pelo silvícola pelos seus bens e serviços e faz o seguinte comentário:

Eu vim lá de Brasília para ajudar vocês e agora querem me enganar? Onde já se viu dizer que 7 vezes 5 é igual a 125? Eu já pacifiquei mais de 500 índios na minha vida. Eu já tive mais de 100 malárias em 20 anos e vocês querem me cobrar 125 cruzeiros por 7 flechas! Eu poderia comprar flechas exatamente como estas em qualquer lugar de Brasília por 2,50 cada uma! Vocês são índios preguiçosos e não sabem nada a respeito de dinheiro, nada sobre comprar e vender. Eu sempre escutei dizer que índios são muito estúpidos para aprender matemática, e são mesmo (FERREIRA, 2002, p. 39).

O que levou o índio Tarinu Juruna a pensar e a calcular o preço de 7 flechas em 125 cruzeiros? Porque as normas construtivas deles eram diferentes das normas construtivas de Antônio?

Tarinu Juruna explicou como fez a construção de seu pensamento, de suas normas construtivas, para chegar ao valor por ele cobrado, da seguinte maneira:

Antônio queria comprar 20 flechas, mas nós só queríamos vender 7 porque nós precisamos de flechas para caçar e pescar, e ele não. Antônio quer ganhar dinheiro nas nossas costas, vendendo flechas para os brancos em Brasília. Nós sabemos que ele vende flechas por muito mais do que ele compra e então, em vez de vender para ele por 2 cruzeiros, nós decidimos vender por 5 cruzeiros cada. Isto seria 7 vezes 5 é igual a 35. Mas Antônio nos deve dinheiro por 6 panelas de barro que comprou no mês passado e não pagou. São 12 por cada panela. Então 6 vezes 12 é igual a 72. Ele também nos deve 18 cruzeiros pelo veado que matamos para ele na semana passada, e ele comeu sozinho durante dias. Então 35 mais 72 mais 18 dá 125 (FERREIRA, 2002, p. 51).

Podemos notar claramente nesse exemplo que existem duas pessoas, Antônio e Tarinu Juruna, cujas operações mentais eram guiadas por princípios

⁹ “Cruzeiro” era a unidade monetária no Brasil em 1982.

totalmente distintos e foram capazes de formar juízos, pensar e raciocinar de formas totalmente diferentes para uma mesma situação matemática, por possuírem normas construtivas e leis lógicas distintas.

Talvez estejamos pensando que essas diferenças nas normas construtivas matemáticas entre Antônio e Tarinu Juruna tenham se dado pela diferença cultural e pela diferença étnica de ambos, mas por meio do próximo exemplo, poderemos notar que a diferença na construção das normas matemáticas também existe entre pessoas que participam do mesmo meio cultural e étnico.

A Lógica de Wittgenstein reconheceria que existe uma oposição entre o modo como pensamos e o das outras pessoas, reconheceria que certas leis do pensamento são válidas para nós e descreverão como pensamos, e que outras leis do pensamento (diferentes das nossas) são válidas para outras pessoas e descreverão o modo como elas raciocinam ou pensam.

Wittgenstein (2003) nos aconselha a observarmos os usos que fazemos da linguagem na vida diária. Na Filosofia analítica a abordagem dada à significação é numa perspectiva de que as linguagens adquirem sentidos pelas suas relações com seus referentes. Por exemplo, o zero pode ter vários significados dependendo do contexto nos quais nos referimos sobre ele. Se for no contexto dos conjuntos numéricos (conjunto dos naturais) o zero significa o nada, no contexto das funções se desejarmos determinar o zero de uma função $f(x)$, ele representará as suas raízes, isto é, os valores atribuídos a x que tornarão $f(x)=0$. O estado das coisas, acontecimentos e o mundo das coisas contêm o objeto a que o nome se refere. Segundo Colares (2011, p. 332), essa concepção de linguagem “promove a ruptura com uma atividade estruturante, o que vai nos remeter a unidades ontológicas (estado de coisas, acontecimentos no mundo e objetos) que são relativizadas com respeito a sua localização espaço-temporal e pessoal”, assim as pessoas envolvidas (quem produz e quem interpreta), fazem parte desse contexto existencial.

Para Colares (2011, p.333), a produção de um sentido acontece, entre usuários de uma língua, interativamente, como uma função da construção de objetos de discurso a partir da percepção de seu nome no curso de uma atividade determinada: “o termo jogo de linguagem deve aqui salientar que o falar da linguagem é uma parte de uma atividade ou de uma forma de vida.” Assim, a Matemática poderá ser denominada como as matemáticas e adquire múltiplos sentidos.

Por exemplo: Uma criança vai ao mercado e compra 4 balas por R\$ 1,00. Daí fazemos a seguinte pergunta:

Quanto você pagaria se comprasse uma bala apenas? Ele responde:

Eu pagaria R\$ 0,25 por bala.

Observamos que sua resposta está correta e sabemos que ela tem a ideia do significado de vinte e cinco centavos de real, mas será que ela sabe o significado do número decimal 0,25? Podemos perfeitamente compreender que mesmo que ela não tenha o conhecimento do significado do decimal 0,25, pode utilizar-se de suas normas construtivas matemáticas quotidianas e realizar a compra de suas balas.

Segundo Pecoraro (2008), a Filosofia proposta por Wittgenstein está baseada na ideia de compreensão da relação entre o ser humano e a realidade pela Lógica, e não pela Epistemologia ou pela Psicologia. Para ele, o papel da Filosofia é analisar a linguagem que revele sua verdadeira forma e a sua relação com os fatos da vida e do mundo. De acordo com Pecoraro (2008, p. 314), para Wittgenstein “a Filosofia é uma crítica da linguagem e a proposição não é necessariamente sua forma real”. A Filosofia tem por objetivo decifrar a lógica do pensamento, resultando em “proposições filosóficas”, decifrando e elucidando as proposições.

Para Wittgenstein (2003), o jogo linguístico é resultado de processos simbólicos, inseridos em determinado contexto, gerando (inter)ação. Conforme Colares (2011, p. 334), a ideia do jogo de linguagem caracteriza-se por “ter limitadas as suas escolhas, impostas à atividade do jogador pelas regras” e pelo “caráter não rigoroso determinado pelas regras, que possibilitarão a escolha entre várias táticas”.

Quando há a possibilidade de escolher a melhor tática ou estratégia em cada contexto, poderemos jogar melhor o jogo de linguagem proposto por Wittgenstein, pois há uma restrição dos sentidos, o que facilita a análise da situação contextualizada. Desta forma, para jogarmos um jogo de linguagem matemática devemos conhecer as regras e jogá-lo. Ou seja, se vamos jogar o jogo da Trigonometria devemos conhecer as regras que regem o jogo da Trigonometria, ou melhor, as regras da Trigonometria. Isto é, devemos ter os conhecimentos matemáticos de Trigonometria.

O atomismo lógico de Wittgenstein tem a “intencionalidade de estabelecer as bases lógicas fundamentais para que qualquer linguagem descreva de modo significativo aquilo que está no mundo que conhecemos e que é composto de possibilidades de espaços lógicos” (MOREIRA, 2010, p.90).

Wittgenstein (2003) busca estabelecer as leis lógicas que governam todo o espaço de possibilidades, leis que tenham validade para todo e qualquer mundo.

De acordo com Wittgenstein, algumas vezes chamamos atenção para certos aspectos gramaticais (ou lógicos) do nosso modo de usar expressões psicológicas usando essas sentenças. “Gramatical” significa aqui (mas não apenas) que essa espécie de proposições expressa necessidade não empírica. Portanto, um correto entendimento das reflexões de Wittgenstein sobre o problema da linguagem privada depende de um entendimento correto da natureza dessa necessidade gramatical. As reflexões de Wittgenstein sobre a natureza da necessidade gramatical ou lógica são internamente relacionadas às suas reflexões sobre o conceito de seguir uma regra. Elas entram no discurso filosófico sempre desempenhando o papel de ajudar a evidenciar aspectos gramaticais da linguagem, que são expressos em proposições gramaticais (MACHADO, 2004, p.1).

Segundo Moreira (2010, p. 90), a proposição na Lógica de Wittgenstein “tem sentido desde que descreva um estado de coisas¹⁰”. O sentido é garantido quando uma proposição descreve uma possibilidade no espaço lógico. Esse sentido é determinado quando a proposição descreve um fato que poderá ser uma verdade ou não, que pode ser ou não ser o caso. Para Wittgenstein, conforme Moreira (2010, p. 91), os estados das coisas são independentes logicamente um dos outros: “Da inexistência ou existência de um estado de coisas não se pode concluir a inexistência ou a existência de outro.” Um estado é completamente independente do outro e essa independência é lógica, não havendo qualquer relação de implicação ou contradição entre os estados das coisas. Os estados das coisas são as estruturas atômicas, a partir de onde podemos inferir os fatos do mundo como os objetos.

De acordo com Moreira (2010), Wittgenstein afirma que os estados das coisas são independentes e o que torna um estado das coisas significativo é a sua figuratividade na proposição elementar. A ocorrência de um estado ou a não ocorrência do mesmo não determina em nada a de um outro qualquer. O fato do carro do Alessandro ser cinza não determina que o carro da Suelen seja vermelho. São fatos distintos, independentes, não havendo nenhum tipo de implicação em ambos. Uma proposição “p não diz q” como por exemplo: Bruno torce pelo Internacional não quer dizer que irá torcer pelo Grêmio, Caxias ou Juventude. Não existe dependência entre os estados das coisas.

¹⁰ O estado das coisas é formado de objetos simples. As proposições descrevem estados de coisas, enquanto seus termos (nomes) designam objetos simples. (MOREIRA, 2010, p.90)

Ainda Segundo Moreira (2010), o atomismo lógico tem sua força na independência lógica dos átomos¹¹. Nele Wittgenstein defende que o sentido da proposição depende de uma bipolaridade, não existindo dependências com as outras proposições. A tese de Wittgenstein repercute na capacidade de uma figuração de linguagem, pois uma proposição só necessita expressar o estado das coisas que representa.

Assim, para o autor, os problemas filosóficos consistem em problemas de linguagem. Wittgenstein tenta, na sua *Lógica*, dizer algo que não se pode dizer, uma vez que trata daquilo que irá condicionar o que pode ser dito. O filósofo também tenta falar de coisas à margem do mundo, fora dos limites da linguagem, daquilo que está à margem da teoria. Essa é a esfera lógica que inscreve o que pensamos e o que dizemos, estabelecendo limites para o pensar e para o que a linguagem vai descrever. Moreira (2010, p.90), ao se referir às ideias de Wittgenstein, afirma: “O mundo em que vivemos é composto de possibilidades do espaço lógico e o que estiver fora desse espaço não pode ser pensado, logo, não vai ser descrito significativamente”. O impensado, nessa perspectiva lógica de Wittgenstein, não é possível, visto que pensamos por meio de linguagem, e se não há linguagem para pensarmos em determinado estado de coisas, então, não há pensamento sobre.

Machado (2004, p. 19), ao referir a ideia de Wittgenstein sobre proposição afirma:

O que uma proposição representa é o que, se existir, se fizer parte do mundo, torna a proposição verdadeira. O que torna uma proposição verdadeira é uma combinação de elementos representados pela proposição como estando combinados. Portanto, se uma proposição representa algo que pode fazer parte do mundo, a sua análise deve poder, ao menos em princípio, ser completada, isto é, chegar aos nomes dos elementos que ela representa. Isso implica que tudo o que uma proposição representa é determinado e que toda proposição deverá ter um determinado valor de verdade, o que, por sua vez, exclui a possibilidade de conceitos vagamente delimitados.

Rosa (2010, p.38) afirma que tal visão sobre a *Lógica*, converte a “*Lógica na Física do reino intelectual*” e isso dá-se porque simultaneamente afirma que a *Lógica* é “um corpo de verdades sobre o mundo”, que não é uma ciência experimental, que suas proposições são tomadas como verdadeiras não por meio de verificações

¹¹ Os átomos são proposições elementares ou estados das coisas.

empíricas, mas sim exclusivamente pelo intelecto. Afirma que o intelecto é um tipo de sentido, do mesmo modo que o tato, a audição, a visão ou olfato são sentidos.

Para Machado (2004), Wittgenstein afirma que toda e qualquer proposição descreve uma situação possível que, existindo e sendo um fato, a torna verdadeira. O que tornará essa situação possível é o sentido dado pela proposição. Essa independência entre o sentido e a verdade das proposições é independente em relação aos fatos. Sendo o sentido uma situação possível, uma possibilidade lógica, e uma situação possível sendo o sentido de uma proposição, as possibilidades lógicas serão múltiplas e independentes em relação aos fatos.

Segundo Rosa (2010, p.38), para Wittgenstein, “a lógica mostra o que é pensar e também tipos de pensar e que a lógica pode mostrar-nos o que podemos compreender por proposição e por linguagem”. As proposições são leis do pensamento, revelam a essência do pensamento humano e vão expressá-lo corretamente, porque mostram ou revelam a técnica ou a essência do pensar.

Machado (2004, p. 09) afirma que:

[...] Wittgenstein vê a natureza da necessidade gramatical como algo de algum modo constituído pelos modos de se usar a linguagem, e ele concebe esses modos de se usar a linguagem como práticas, como atividades normativas (isto é, realizadas de acordo com regras) realizadas no fluxo de nossas vidas.

Segundo Rosa (2010), Wittgenstein reconhece que as leis da lógica são leis do pensamento, não por descreverem as operações básicas do raciocínio humano, mas porque são capazes de mostrar o que os seres humanos denominam de pensar, isto é, porque a Lógica vai expressar regras gramaticais, normas de descrição ou representação que vão identificar significados do que definiremos sobre raciocinar ou pensar. Para Wittgenstein, o significado das coisas não está nas coisas, mas é anterior a elas, à linguagem que as define e ao uso da linguagem num contexto inteligível possível.

2.3 A IMPORTÂNCIA DA LÓGICA NOS PROCESSOS DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Ao utilizarmos o raciocínio lógico, estamos utilizando as operações intelectuais e, portanto, a Lógica. Há na Lógica o objetivo da determinação, por meio das operações intelectuais que tendem ao conhecimento do que é verdadeiro, do

que é válido e do que não é válido. Há na Lógica um pensamento, uma ideia, um juízo, que supostamente é verdadeiro (mesmo que não seja), e outros pensamentos, ideias e juízos que derivam desta primeira, também tidos como supostamente verdadeiros e a ciência desta suposta verdade é o que se define como Lógica. A Lógica é “uma ciência que estuda os princípios gerais do pensamento válido”(LALANDE, 1999, p. 630).

Ainda segundo Lalande (1999), de forma mais simplificada, a Lógica é a maneira como raciocinamos, como isto se dá de fato. A lógica tem por objetivo determinar quais operações discursivas do sujeitos levam à verdade e aquelas que levam à falsidade (erro). Desta forma, a Lógica vai estudar, além das implicações lógicas, as operações de indução, os métodos científicos, as hipóteses, etc.

Conforme Copi (1968), a lógica matemática é o estudo do tipo de raciocínio feito pelos matemáticos. Conforme o mesmo autor, raciocínio lógico são as operações pelas quais podemos concluir que esses pensamentos, proposições, ideias e juízos implicam em verdade. O raciocínio lógico estabelecerá uma série de relações entre as proposições de modo que poderemos concluir a probabilidade ou a falsidade desses pensamentos, proposições, ideias e juízos.

Desenvolver o pensamento matemático, estudar Lógica e Lógica matemática é de suma importância na resolução de problemas e, conforme Moretto (2009), uma necessidade para que ocorra aprendizagem de Matemática. A partir do momento em que o aluno consegue estabelecer relações de forma abstrata, ele conseguirá associar os conteúdos e aplicá-los na resolução de problemas.

Segundo Moretto (2009), a Matemática utiliza-se da Lógica para suas definições e postulados, sendo ela indispensável para julgar a veracidade de um teorema e tirar conclusões, formular conjecturas e provar novos teoremas. O conhecimento matemático é o resultado de um processo no qual estão inseridas imaginação, hipóteses, críticas, acertos, erros, exemplos e contraexemplos. Mas o conhecimento matemático é muitas vezes apresentado sem contextualização, atemporal, porque normalmente os professores estão preocupados com a comunicação dos resultados e não com os processos que produzem este conhecimento.

Conforme Moretto (2009), a Lógica é a base que auxilia todo o aprendizado. Ela está presente na leitura de revistas, livros e jornais, nas diversas áreas do conhecimento e também nas conversas informais, não sendo um objeto exclusivo da

Matemática. Na escola e na vida em sociedade faz-se necessário pelo menos um domínio mínimo da lógica para o desenvolvimento da capacidade de distinguir um argumento inválido de um válido, um discurso correto de um incorreto, no desenvolvimento da capacidade de argumentação, compreensão e para podermos fazer críticas de argumentações e de textos.

Nos dias atuais, faz-se necessário que todo sujeito desenvolva, de acordo com o seu estágio cognitivo, simultaneamente a compreensão da Matemática e da sua utilidade. Antes mesmo do sujeito ingressar na escola, pode-se trabalhar a Matemática e a sua utilidade e, segundo Dienes e Golding (1969), no momento em que o sujeito inicia o jardim de infância já é preciso ocupar-se da Matemática. Pais (2006) destaca que é preciso mudar a forma de ensinar para diferentes formas de aprender, porque não ensinamos nada além do que conhecemos. Nossos alunos precisam aprender a construir o seu saber e precisamos despertar nos sujeitos o interesse pela descoberta do mundo em que estão inseridos.

Ao incentivarmos os sujeitos à discussão sobre seu mundo, o que estão trabalhando, estudando ou desenvolvendo e sobre o que acreditam estarem descobrindo, estaremos contribuindo para desenvolverem as suas argumentações e construir saberes. Para Pais (2006), é importante incentivar os sujeitos a compreenderem que não existe um método único de resolver um determinado problema, que busquem maneiras diferentes, mesmo que incorretas, porque o sujeito aprende com o erro e está tendo a sua sugestão valorizada. Desta forma, alguns sujeitos em determinado momento perceberão que o resultado não será válido, que seu método não foi eficiente e descobrirão por si mesmos o melhor caminho.

Segundo Martins (2012), na Lógica investigamos o fator determinante da coerência do discurso, das argumentações, independentemente do tema sobre o qual façamos referência. Portanto, a Lógica está presente não só na Matemática, mas em qualquer área em que há a existência da preocupação com a coerência dos discursos. Quando construímos um discurso, esta construção envolve o pensar e este pensar deve ser claro, coerente e lógico.

É importante o sujeito pensar, refletir, fazer conjecturas, não somente na Matemática, mas nas diversas áreas do conhecimento de modo a desenvolver sua capacidade e habilidade de compreender ideias, reinventá-las e aprender conteúdos. O docente, ao apresentar propostas de atividades pedagógicas que

incluam atividades de lógica matemática, ajudará o aluno a desenvolver o raciocínio lógico e a construir conceitos matemáticos.

Na disciplina de Matemática, durante as aulas, os sujeitos não têm o costume de pensar por conta própria, querem respostas prontas, fórmulas prontas, não querem investigar, pesquisar, construir ou fazer uma demonstração, por mais simples que esta demonstração possa ser.

Professor e aluno, possuindo um desejo mútuo de construir conhecimentos, ambos interagindo, trabalhando com situações-problema que envolvam a realidade de ambos, vivendo a Matemática, percebendo onde cada conteúdo é utilizado, vivenciando a Matemática na sua realidade, contribui para envolver e despertar no aluno o ato de pensar e aprender Matemática.

O estudo da Lógica e da Lógica matemática poderia contribuir para reverter o desinteresse dos sujeitos pela aprendizagem da Matemática. Silva (2012) comenta que aulas de Matemática que utilizam argumentação lógica, jogos, atividades lúdicas, enigmas lógicos envolvendo a Lógica matemática, tendem a despertar nos sujeitos um interesse e envolvimento maiores nas aulas de Matemática.

Segundo Cunha (2003, p. 14), o “aprendizado em Matemática só será realizado no momento em que o aluno for capaz de significar o que lhe é ensinado e de criar a partir do que ele sabe. Caso essa significação e criação não exista, o que se tem é o aluno meramente adestrado, repetindo processos e resoluções criadas por outros”.

Segundo Silva (2012), o raciocínio encontra-se presente em todo e qualquer estudo de Lógica e quando se fala em lógica, pensa-se razão. É por meio da linguagem que nos comunicamos, seja oral ou escrita, pela linguagem nos expressamos para todos e para o mundo, avaliamos, julgamos, conjecturamos ideias e as exteriorizamos. Para que possamos expressar as diferentes formas de linguagem usamos o raciocínio, e Silva (2012) entende como raciocínio o uso da razão para conhecer e estabelecer relações entre os objetos de estudo.

Comenta ainda o autor que é possível observar os discursos de docentes e discentes sobre dificuldade de aprendizagem dos diferentes objetos de saberes matemáticos. É comum dizerem da dificuldade em fazer uma conexão entre o conteúdo de Matemática estudado e a realidade do aluno. No entanto, se trabalhássemos com aplicações de matemática ao contexto do aluno, poderíamos promover uma aprendizagem mais significativa. Trabalhar com o mundo real e

valorizar o contexto do aluno pressupõe uma atitude diferente do professor, mas poderia contribuir para desenvolver o gosto pelo estudo e a compreensão dos saberes matemáticos.

Segundo Bassanesi (2009), devemos apresentar a Matemática e um modelo de educação comprometidos com a realidade dos sujeitos, da sociedade e utilizarmos conteúdos que interrelacionem-se com outras áreas do conhecimento. Na atualidade, precisamos ensinar matemática estabelecendo relações com outras áreas do conhecimento, favorecendo um modo de pensar não fracionado e formando professores, pesquisadores e discentes capazes de enfrentar situações-problema.

A dificuldade de alguns professores em ensinar Matemática relacionando-a com situações do cotidiano pode estar relacionada com uma formação conteudista que ainda prevalece na academia, isto é, aprende-se uma Matemática formal, baseada em axiomas, teoremas e fórmulas, uma Matemática independente, de existência própria e desconectada da realidade do sujeito. Quando os professores vão para a sala de aula, muitas vezes reproduzem o que aprenderam nos 4 ou 5 anos de graduação. Ao se trabalhar com a matemática formal, com teoremas e demonstrações, trabalha-se com premissas e conclusões, com a validação de argumentos. Desta forma utilizam-se as Lógicas de Aristóteles e de Russell.

Segundo Descartes o conhecimento construído pelo ser humano segue conectado e interligado por verdades. Conhecendo-se as verdades mais simples, intuitivamente conheceremos os princípios do conhecimento. Basta raciocinarmos seguindo uma determinada ordem, ou seja, por uma sequência lógica, que teremos todo o conhecimento restante. Baseado em Descartes, para a resolução de um problema é necessário não desviar-se dele, tratá-lo em separado, não misturando com outros problemas. É preciso não tomar parte dele e nunca deixar de usar a razão para solucioná-lo. Ao usar a razão para resolvê-lo, devemos usar um único método, não ajustando um novo ao existente e não nos condicionando ao existente, pois ficaremos estacionados no problema.

Segundo Moretto (2002), a escola que apresenta os conteúdos de modo a desenvolver o ato de pensar do sujeito e as habilidades de observar, relacionar, analisar, estruturar, estabelecer relações, fazer inferências e conclusões, pode contribuir para a formação de sujeitos construtores dos seus saberes e com suas

competências desenvolvidas. Infelizmente, não é o que se observa no nosso modelo de ensino atual. Há escolas, com algumas exceções, que trabalham a Matemática desvinculada das necessidades e a realidade do aluno. Nem sempre é possível que se estabeleça um vínculo entre a matemática e o cotidiano do aluno, porém essas relações podem contribuir muito para o aprendizado.

Ao trabalhar a matemática vinculada à realidade e ao cotidiano do aluno, estamos querendo validar um conhecimento dentro de um determinado contexto. A lógica que permitirá ou legitimará esta construção de conhecimento será a Lógica de Wittgenstein, na qual a linguagem adquire significado em seu uso.

Temos como exemplo: (UNESP – SP) Do solo, você observa um amigo numa roda gigante. A Altura h em metros de seu amigo em relação ao solo é dada pela expressão $h(t) = 11,5 + 10\text{sen}\left[\left(\frac{f}{12}\right)(t - 26)\right]$, onde t é o tempo dado em minutos e a medida angular em radianos.

- a) Determine a altura em que seu amigo estava quando a roda começou a girar.
- b) Determine a altura mínima e máxima que seu amigo alcança e o tempo em uma volta completa (período).

A resolução do problema acima envolve modelagem matemática, pois a situação ocorrida em uma roda gigante pode ser modelada matematicamente usando-se a função seno. Há aqui um exemplo de “jogos de linguagem” proposto por Wittgenstein, pois a utilização das regras da trigonometria está ocorrendo num contexto diário e é necessária a interpretação do aluno. Embora ele possa conhecer todas as regras da trigonometria, é necessário que o aluno reconheça uma das ferramentas da linguagem trigonométrica e saiba onde empregá-la. Além disso, ele deve criar uma descrição de um objeto, produzir esse objeto de acordo com uma descrição, relatar um acontecimento e apresentar os resultados por meio de cálculos.

As diversas concepções lógicas, de Aristóteles, de Bacon, de Russell, de Descartes e de Wittgenstein estão todas presentes de forma implícita nos nossos ensinamentos de matemática e das demais ciências, cada uma delas será utilizada de acordo com a perspectiva do conhecimento que será construído.

É importante desenvolver em todas as áreas do conhecimento, em especial na Matemática, um ensino que estimule o aluno a aprender, a descobrir e construir conhecimentos, de modo que possa compreender e modificar a sua realidade. Desta forma estaremos formando cidadãos. Devemos promover um ensino contextualizado, que valorize as vivências sociais do aluno, e assim estaremos cumprindo um papel fundamental na formação para a cidadania desta e de futuras gerações.

Olhando sob esta ótica, as atividades que envolvem a Lógica matemática estimulariam o raciocínio lógico, e seriam um auxílio na aprendizagem de matemática. A dificuldade de muitos alunos em ler e interpretar os enunciados das atividades, a defasagem que apresentam no desenvolvimento cognitivo dificultam o aprendizado de determinados conteúdos.

Silva (2012) afirma que as dificuldades no ensino e na aprendizagem de Matemática são muito grandes e acabam dificultando o raciocínio matemático dos sujeitos. Atividades que desenvolvam o raciocínio lógico, como os jogos, poderiam auxiliar o processo de aprendizagem da matemática e de outras ciências.

Uma pessoa que tenha conhecimentos de Lógica poderá ter maiores chances de construir novos conhecimentos. Copi (1978) comenta que o conhecimento de Lógica proporciona maiores probabilidades de raciocinar corretamente, dependendo da perspectiva adotada, e que a Lógica auxilia no desenvolvimento do raciocínio, da ordem das ideias e dos juízos.

É preciso refletir sobre o ensino de matemática e das ciências, para que possamos formar cidadãos conscientes, autônomos, ativos na construção dos seus conhecimentos, com capacidade de pensar, em uma escola que valorize e se preocupe com as necessidades e problemas da comunidade à qual pertence.

As Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (BRASIL, 2013) mencionam que, na educação escolar, e em especial na Educação Matemática, a aprendizagem deve estar ligada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados. O significado da Matemática para o sujeito será resultante das relações entre os conhecimentos matemáticos e seus conhecimentos prévios, das conexões que estabelece entre a Matemática e as diversas disciplinas, entre a Matemática e a realidade e das conexões entre diversos objetos matemáticos. Para que essas relações sejam estabelecidas, há a necessidade por parte do estudante de desenvolver habilidades e competências para resolver situações-problema, saber

validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio, tais como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, utilizando conceitos e objetos matemáticos e instrumentos tecnológicos. Portanto, para que o sujeito possa questionar, compreender e transformar a realidade, formular e resolver problemas, construir conhecimentos, faz-se necessária a utilização do pensamento lógico matemático e da Lógica.

Ao fazer a observação do mundo real, devemos desafiar os alunos a compreenderem o significado de determinadas representações, tais como: esquemas, tabelas, desenhos, representações gráficas, construções. Devemos também ensiná-los a organizar e tratar dados, vinculando os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática à compreensão e à construção de significados sobre os objetos ou acontecimentos.

Quando em algum ambiente de aprendizagem é apresentada uma situação-problema, para o seu correto desenvolvimento é necessária a abstração do que foi pedido e de seu conteúdo, ou seja, é preciso apropriar-se do conteúdo expresso no papel, isto é, precisamos transpor os signos para a esfera interna do pensamento.

Conforme Rocha (2012), o raciocínio lógico-matemático têm relação com certos parâmetros, que são: a abstração, a compreensão ou a interpretação, as argumentações (fundamentadas em critérios e em princípios lógicos válidos) e a toda e qualquer expressão de ideias organizadas de forma lógica.

Ao desenvolver seu raciocínio lógico-matemático, o estudante, após abstração das informações, terá que estabelecer relações entre o que lhe foi apresentado e os seus conhecimentos prévios. Essas relações podem ser algébricas, geométricas ou de tratamento de informações, entre outras, mas para que isso aconteça, é necessária uma boa base teórica de Matemática, construída pelo estudante, e a significação dada aos objetos matemáticos.

Segundo Machado (2004), as observações de aspectos qualitativos e quantitativos, do ponto de vista do conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório e probabilístico), tais como: selecionar, organizar e produzir informações, devem proporcionar ao estudante a possibilidade de elaboração de argumentos que validem o conhecimento.

Comenta Pais (2006) que o ensino de matemática exige uma abordagem diferenciada, que possibilite ao sujeito a construção de conhecimentos que permitam a compreensão e transformação da realidade. A seleção e organização dos

conteúdos não deve ter como critério único a lógica interna da matemática, quando se trata de validar proposições, teoremas e demais enunciados. O modo como se trabalha a argumentação no ensino fundamental acaba sendo modificado, e esta modificação não é direcionada para a validação das proposições e do conhecimento, devido ao estágio cognitivo dos alunos. Toda a argumentação científica deveria ser trabalhada de modo a validar os conhecimentos do aluno de acordo com o seu nível escolar. A argumentação em qualquer nível cognitivo do sujeito, em qualquer nível escolar considerado, permite ao sujeito a interpretação e a compreensão de enunciados, não somente na Matemática, mas nas diversas ciências. Assim, o “trabalho pedagógico com a validação do conhecimento é uma das tarefas do ensino” (PAIS, 2006, p. 40).

Segundo o referido autor, estimular a argumentação contribui simultaneamente para uma atitude mais crítica do sujeito e para o seu desenvolvimento intelectual. Ela pode ser trabalhada de diversas maneiras, desde uma simples dobradura, que irá demonstrar que a soma dos ângulos internos de um triângulo vale 180° , estabelecendo o vínculo com a construção de uma afirmação teórica ou por meio de uma demonstração matemática de um enunciado, teorema ou fórmula, que irá caracterizar-se por uma sequência ordenada de raciocínios lógicos, partindo de premissas e chegando a uma conclusão. Portanto, o saber escolar nos direciona para o desenvolvimento de argumentações e estas podem ser feitas de diversos modos e dependem das atividades propostas pelo professor e dos conhecimentos prévios dos estudantes.

De acordo com o autor referido anteriormente, o raciocínio indutivo é utilizado para a formulação de conjecturas, isto é, para afirmações em que a verdade ainda não foi demonstrada ou validada. Este modo de elaborar o saber deixa claramente explícita a importância de não se estudar somente demonstrações no ensino da Matemática, mas outras formas de validação também são importantes, tais como demonstrações geométricas de teoremas, como o Teorema de Pitágoras, entre outros, pois constituem “um dos pontos centrais na escola, sobretudo na fase de institucionalização do saber” (PAIS, 2006, p. 42).

Pais (2006) comenta ainda que a construção do saber matemático, trabalhando não só com demonstrações, mas também com a validade ou não de uma proposição (por exemplo: Todo número em que o algarismo da unidade for igual a zero ou cinco, será múltiplo de cinco), “vai transitar pela valorização e pela

ruptura da prática de argumentação do cotidiano, pois, para que as múltiplas representações conceituais existentes na Matemática sejam contempladas, faz-se necessário o trabalho com diferentes tipos de argumentações” (PAIS, 2006, p.42). Nos exercícios de Matemática, uma prática comum é a verificação, que consiste na identificação ou não da validade das proposições. A verificação de um caso particular não garante a validade de um caso universal, como vimos anteriormente, mas é importante para a busca de contraexemplos que garantirão a não validade das proposições. Portanto, “é preciso incentivar o aluno a fazer verificações, pois essa atividade fornece um dispositivo de controle da própria aprendizagem” (PAIS, 2006, p. 42).

Segundo Rauber (2003), ao argumentar, utilizamos o raciocínio, avaliamos o que pensamos, utilizamos argumentos que vão validar o que pensamos. Tomamos por alicerce argumentos pré-validados para, partindo de uma verdade, fazermos uma generalização. Fazemos uso de princípios lógicos para validarmos nossos argumentos e para que sejam aceitos, chegando assim a um pensar racional que se utiliza da razão matemática e da lógica. Ainda segundo o autor, para que um pensamento adquira sentido é imprescindível que se pense e se argumente de forma lógica e coerente.

Segundo Bianchi (2007), a lógica pode ser o construtor das capacidades discursivas e argumentativas do sujeito e do professor e com esse conhecimento pode-se entender a causa dos erros de raciocínio. Para Alvarenga (2008, p. 79), um bom estudante em Matemática é “possuidor de um bom raciocínio lógico, e para resolver corretamente as diversas situações-problema apresentadas, utiliza uma lógica e um raciocínio lógico”.

Segundo Abar (2006), o aprendizado da Lógica auxilia os estudantes no raciocínio e na compreensão de conceitos básicos. Já Scolari (2007) afirma que a aprendizagem de Lógica faz o pensamento proceder de forma correta na busca de conhecimentos verdadeiros. É importante que os alunos raciocinem e compreendam o que é proposto nos testes e exercícios de Matemática e que não somente apliquem e decorem fórmulas.

Conforme Rocha (2012), o ensino do conteúdo de Matemática utilizando o raciocínio lógico, poderá contribuir para que a aprendizagem ocorra de uma maneira mais fácil. Se o professor ajudar o aluno a organizar seu pensamento lógico estará contribuindo para a aprendizagem e o desenvolvimento das capacidades cognitivas

deste aluno, e o mesmo poderá construir seu conhecimento de forma mais facilitada e desenvolver o seu raciocínio lógico.

Para Copi (1978), um sujeito com conhecimento de Lógica tem maior possibilidade de raciocinar corretamente do que um sujeito que não tem tal conhecimento.

Conforme Moretto (2009, p. 1), “a essência da aprendizagem está em descobrir coisas novas e validar ou refutar dados, e neste cenário encontra-se a lógica”.

Para muitos autores, a Matemática é a responsável pelo desenvolvimento do pensamento lógico nos seres humanos, contudo, o que podemos observar é que, inúmeras vezes, há uma relação inversa, ou seja, a construção do conhecimento matemático só foi possível por meio da lógica (MORETTO, 2009).

Um aluno que tenha aprendido somente fórmulas e exemplos de aplicação terá o seu raciocínio baseado na concepção Aristotélica e/ou na concepção Cartesiana de lógica e provavelmente terá imensa dificuldade em resolver um problema contextualizado, que envolva mais objetos matemáticos, irá faltar-lhe a flexibilidade e a relação lógica para associar as fórmulas e suas aplicações. Quem é professor de Matemática observa a dificuldade de alguns alunos na resolução de problemas que envolvem os temas análise combinatória e probabilidade, por exemplo. Geralmente o simples conhecimento das fórmulas não resolve tais problemas, pois estes não obedecem a um padrão único e necessitam do raciocínio lógico.

Bianchi (2007, p.2) afirma que “quando as ideias forem veículos para os alunos compreenderem que podem pensar bem e reinventar ideias, os conteúdos serão menos esquecidos”. Acredita que, ao ensinarmos diferentes modos de pensar, otimizamos a capacidade de análise, compreensão e escrita de quaisquer textos, tenham informações matemáticas ou não e que é possível, por intermédio da linguagem, construirmos consensos que nos possibilitem viver socialmente: quanto mais fabricarmos sentidos para nossa vida, mais nos tornamos sujeitos capazes de interagir na realidade, assumindo posição na reconstrução dos discursos, passando de repetidores de falas e argumentos à condição de autores, críticos e criativos. Afirma ainda que “a Lógica pode auxiliar na distinção entre o possível e o conveniente, entre o necessário e o contingente e pode ajudar na reflexão sobre a

ação cotidiana, de modo a justificar as razões que nos movem”. (BIANCHI, 2007, p.2)

Na Matemática e em outras ciências, precisamos pensar, raciocinar, inferir para atribuímos significados aos conhecimentos construídos. Esse raciocínio de forma esquematizada, em que os pensamentos são organizados de forma a construir significados, é o que denominamos de raciocínio lógico. Quando esses pensamentos atribuem significados aos objetos matemáticos de estudo, estamos construindo o conhecimento lógico matemático. Segundo Mortari (2000, p. 19), o ato de raciocinar antecede o ato de pensar e “raciocinar é pensar logicamente”.

Desta maneira, ao ensinarmos a Lógica e a lógica matemática para os alunos, estamos auxiliando-os a pensar e possibilitando-lhes maneiras diferentes de organizarem pensamentos que permitam obter resultados, construírem e validarem seus conhecimentos.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo é apresentada a caracterização do estudo, os sujeitos da pesquisa, os instrumentos de coleta de dados e a técnica de análise dos mesmos.

3.1. CARACTERIZAÇÃO DO ESTUDO

Conforme Ludke e André (1986), na realização de uma pesquisa há uma comparação entre as evidências, os dados, as informações obtidas sobre determinado tema e o referencial teórico sobre este tema. Normalmente, essas comparações são feitas a partir de um estudo sobre o problema de pesquisa que motivou o pesquisador a realizar a investigação. Esta pesquisa reúne pensamentos e ações na busca da construção de um conhecimento de aspectos da realidade que constituirá as possíveis compreensões e respostas para o problema investigado.

Durante a construção de tal conhecimento, há uma atividade social e humana realizada pelo pesquisador e, portanto, não há como ele manter-se neutro. Certamente ele será orientado por suas experiências, valores, preferências, interesses e princípios que o ajudarão no seu trabalho, na tentativa de explicar os fenômenos observados no meio em que sua pesquisa será ou foi realizada.

Segundo Ludke e André (1986, p.3), a visão de mundo do pesquisador, seus saberes e experiências, sua percepção de mundo irão influenciar o seu modo de pesquisar, ou seja, os pressupostos orientadores dos seus pensamentos serão também orientadores de sua abordagem de pesquisa.

O estudo de fenômenos educacionais situa-se entre as ciências humanas e sociais, e é por elas influenciado. Tais fenômenos não podem ser estudados como variáveis isoladas. De acordo com as mesmas autoras (1986), os fenômenos educacionais encontram-se inseridos em um contexto social que está, por sua vez, inserido em um determinado contexto histórico. É um desafio para o pesquisador conseguir captar, estudar, interpretar e explicar esta realidade dinâmica e complexa, que se realiza historicamente. Para isso, ele precisa estar nela inserido, o que justifica sua postura de não neutralidade diante dos fatos; ele estará impregnado dos fenômenos que conhece, que conhecerá e das consequências do conhecimento que a pesquisa ajudará a construir ou a interpretar. Para Ludke e André (1996, p.5), o “papel do pesquisador é justamente o de servir como veículo inteligente e ativo entre

esse conhecimento acumulado na área e as novas evidências estabelecidas a partir da pesquisa”.

O presente estudo é de natureza qualitativa. Segundo Bogdan e Biklen (2003), a partir da década de setenta, a pesquisa qualitativa teve sua importância evidenciada pela função social de revelar o que as classes menos favorecidas pensavam. Esta forma de realizar pesquisa era pouco utilizada, considerada marginal e somente era praticada pelos pesquisadores mais heterodoxos.

Segundo Tozoni-Reis (2006, p. 27), a pesquisa qualitativa corresponde a

[...] uma modalidade de pesquisa em que a compreensão dos conteúdos é mais importante que sua descrição ou sua explicação. Isso quer dizer que, nas ciências humanas e sociais, nos interessa muito mais desvendar os significados mais profundos do observado do que o imediatamente aparente.

Conforme Ludke e André (1986), os problemas de ordem educacional têm uma natureza específica e portanto requerem técnicas de estudos também específicas, especializadas e adequadas.

Ludke e André (1986) apresentam cinco características básicas que configuram o estudo qualitativo.

(1) Os dados são coletados no ambiente natural da ocorrência do fenômeno pesquisado e sua principal ferramenta de pesquisa é o pesquisador. Há o contato prolongado do pesquisador com o ambiente e com a situação investigada. Os problemas ocorrem de forma natural sem a manipulação do pesquisador de forma intencional, pois o estudo ocorre no ambiente em que acontecem.

(2) Os dados coletados são predominantemente descritos em forma de textos cuja característica geral é a descrição da realidade dos sujeitos pesquisados. A abordagem qualitativa é percebida como um ato subjetivo de construção. A descoberta e a construção de teorias são objetos de estudo deste tipo de abordagem. O material obtido é rico em descrições de pessoas ou situações; são usadas citações para sustentar afirmações ou esclarecer pontos de vista.

(3) Os pesquisadores qualitativos dão mais atenção ao processo do que aos resultados ou produtos, e interessam-se em verificar como o problema se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações do cotidiano.

(4) O significado é extremamente importante. O pesquisador sempre tenta capturar as expectativas dos participantes e a forma como eles encaram as questões que estão sendo focadas.

(5) Os dados são analisados de forma intuitiva. A análise tende a passar por um processo indutivo. Os pesquisadores não têm a preocupação da busca de evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início da pesquisa.

Conforme Ludke e André (1986, p.13), a pesquisa qualitativa ou naturalística, “envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes”.

Dentre os diversos tipos de pesquisa qualitativa, optei pelo estudo de caso. Conforme Yin (2010), a pesquisa do tipo estudo de caso permite que os pesquisadores capturem as características holísticas e importantes dos acontecimentos da vida real. O estudo de caso enquadra-se em situações em que questões do tipo como ou por que são propostas quando o pesquisador tem pouco controle sobre os fenômenos pesquisados e quando a pesquisa versa sobre um fenômeno contemporâneo no contexto da vida real.

Cesar (2013) define como um caso todo e qualquer fenômeno de determinada natureza que ocorre dentro de determinado contexto. É uma unidade a ser analisada, que pode ser um único sujeito, um grupo, uma comunidade ou um país.

Ludke e André (1986, p. 18) apresentam 7 características básicas que configuram o estudo de caso:

- (1) visam à descoberta;
- (2) enfatizam a interpretação de um contexto;
- (3) buscam retratar a realidade de forma completa e profunda;
- (4) usam uma variedade de fontes de informação;
- (5) revelam experiência vicária e permitem generalizações naturalísticas;
- (6) procuram representar as diferentes e às vezes conflitantes pontos de vista presentes numa situação social;
- (7) os relatos do estudo de caso utilizam uma linguagem e uma forma mais acessível do que outros relatórios de pesquisa.

Optei pelo estudo de caso pois suas características se alinham à investigação realizada. Além disso, acredito que o estudo de caso possibilitará a compreensão do fenômeno investigado.

3.2 SUJEITOS DE PESQUISA

Os sujeitos de pesquisa são professores de matemática de Ensino Médio, atuantes na rede estadual e na rede privada de ensino do estado do Rio Grande do Sul. Os critérios para a seleção dos sujeitos foram:

- ser professor de Matemática;
- ser bacharel ou licenciado em Matemática;
- ser docente de Matemática no Ensino Médio;
- ter possibilidade de disponibilizar os materiais de apoio pedagógico, livros ou apostilas para análise.

Todos possuem Licenciatura Plena em Matemática, sendo que um possui especialização em Psicopedagogia Institucional e Psicopedagogia Clínica, outro é mestre em Educação em Ciências e Matemática e outro, ainda, é doutorando em Ciências e Matemática. Foram entrevistados seis professores, 50% de cada gênero (masculino e feminino), todos os seis lecionam em turmas de Ensino Médio. Os sujeitos A e D, lecionam somente em turmas de terceiros anos, o sujeito B leciona somente em turmas de primeiro ano; o sujeito C leciona em turmas de primeiro e terceiros anos; o sujeito E em turmas de primeiros e segundo anos; o sujeito F, leciona nas três séries do Ensino Médio e em cursos preparatórios para vestibulares.

Com relação à atuação, 02 são professores da rede estadual (sujeitos B e E) e quatro (sujeitos A, C, D e F) da rede particular, com efetivo exercício da docência na disciplina Matemática. O sujeito C, também leciona Física no primeiro ano do Ensino Médio na rede de ensino estadual.

Quanto ao tempo de docência dos entrevistados, dois entrevistados têm até cinco anos de prática docente (sujeitos C e E), três têm entre 10 e 15 anos (sujeitos A, B e F) e um professor tem prática docente acima de 20 anos (sujeito D).

3.3 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Os instrumentos de coleta de dados foram entrevista semiestruturada (Apêndice A) e materiais de apoio pedagógico, livros e apostilas, utilizados pelos professores entrevistados em suas práticas docentes. A entrevista semiestruturada foi marcada em dia e horários estipulados pelos próprios entrevistados. A entrevista semi-estruturada constou de diferentes perguntas que se referiam aos

conhecimentos dos entrevistados sobre as suas percepções e concepções sobre Lógica e raciocínio lógico, suas experiências e dificuldades a respeito do mesmo tema. Havia ainda perguntas que buscaram identificar quais as concepções de Lógica presentes nos seus materiais de apoio pedagógico, como a lógica estava presente na sua prática pedagógica.

A escolha pelo tipo de entrevista semiestruturada (Apêndice A) ocorreu por ser um dos principais instrumentos de coleta nas pesquisas em ciências sociais e educacionais e por favorecer um maior intercâmbio de significados entre o entrevistador e o entrevistado. A entrevista possibilita ao pesquisador impregnar-se da realidade que será estudada, permitindo um aprofundamento maior das informações obtidas.

Segundo Ludke e André (1986, p.33), é importante ficar atento ao caráter de interação estabelecido pela entrevista. “Mais que outros instrumentos de pesquisa, na entrevista a relação que se cria é de interação, havendo uma atmosfera de influência recíproca entre quem pergunta e quem responde”. Esta interação é ainda maior em entrevistas parcialmente estruturadas, pois não há uma ordem rígida entre as questões, e o entrevistado aborda o tema de acordo com seus conhecimentos prévios que, no fundo, são a verdadeira razão da entrevista. Quanto maior for a interação e aceitação entre entrevistado e entrevistador, maior será a possibilidade de obter respostas e informações autênticas. As autoras afirmam ainda que a grande vantagem da entrevista sobre outras técnicas é que ela permite a captação imediata e coerente das informações buscadas e pode ser realizada com quase todos os sujeitos de pesquisa e sobre os mais variados temas. Se a entrevista for bem realizada, poder-se-á abordar assuntos de qualquer natureza, tais como assuntos pessoais de natureza complexa e escolhas individuais.

Optei por fazer a análise da obra *Matemática: Ensino Médio*, de Jorge Luiz Farago, por ser este o único dos materiais de apoio pedagógico utilizado pelos entrevistados que aborda de forma explícita o conteúdo lógico. Todos os demais materiais citados, apresentam de forma implícita as diversas formas de lógica, mas nunca destinando um capítulo específico ao tema da pesquisa.

Segundo Ludke e André (1996), documentos escritos que possam ser usados como meio de obtenção de informações sobre o comportamento dos sujeitos, tais como seus materiais de apoio pedagógico, livros, apostilas, etc., auxiliam a compreensão e contextualização, pois é possível obter deles evidências que

fundamentarão as afirmações e declarações dos entrevistados. Ludke e André (1996, p. 39) afirmam ainda que “os documentos constituem também uma fonte poderosa de onde podem ser retiradas evidências que fundamentem informações e declarações do pesquisador”. Assim como nas entrevistas semiestruturadas, os documentos também permitem várias consultas em diferentes momentos da pesquisa e podem servir de base para vários estudos, dando assim consistência aos resultados obtidos pela pesquisa.

3.4 ANÁLISE DE DADOS

Para as entrevistas, escolhi como técnica de análise de dados a Análise Textual Discursiva (ATD), de Moraes e Galiazzi (2011), com a finalidade de produzir novas compreensões sobre o fenômeno estudado. Segundo os autores, a Análise Textual Discursiva pode ser entendida como um “processo de desconstrução, seguido de reconstrução de um conjunto de materiais linguísticos e discursivos, produzindo-se a partir disto novos entendimentos sobre os fenômenos e os discursos investigados” (MORAES; GALIAZZI, 2011, p. 112). A Análise Textual Discursiva representa uma interpretação hermenêutica de dados e está inserida entre a análise de conteúdo e a análise de discurso.

Para a interpretação de dados utilizando a Análise Textual Discursiva, organizei os argumentos em torno de um ciclo composto de três momentos: a desmontagem de textos ou unitarização; o estabelecimento de relações entre os elementos ou categorização e a captação do novo emergente, que é a expressão das compreensões.

Na desmontagem, fragmentei o texto, analisando e expressando alguns dos sentidos e significados que permitam a construção de compreensões do texto. No estabelecimento de relações, é feita a categorização das unidades de significado construídas na unitarização. É o aspecto central da análise textual discursiva. As categorias vão constituir os elementos de organização do metatexto que se pretende escrever. E por fim, na captação do novo emergente, escrevem-se os metatextos contendo os sentidos e significados dos conjuntos de textos que passaram pelos momentos anteriores, ou seja, pela unitarização e categorização. Os metatextos devem conter a descrição e interpretação dos fenômenos estudados.

Segundo Moraes e Galiazzi (2011, p.112),

O processo analítico encaminha a construção de uma estrutura de categorias e argumentos correspondente a um novo texto, capaz de sintetizar os principais elementos, dimensões ou categorias que podem ser lidos e interpretados nos textos submetidos à análise. Desta forma, como seu próprio nome indica, a análise textual trabalha com textos, amostras de discurso, podendo partir de materiais já existentes ou estes podem ser produzidos dentro da própria pesquisa.

O processo de ATD é iniciado pela unitarização e fragmentação do texto das entrevistas, visando a obtenção de unidades com significados importantes para o estudo do fenômeno que está sendo feito. As unidades de significado são organizadas e codificadas e logo após organizadas em categorias de conteúdos semelhantes.

Moraes e Galiazzi (2011, p. 16) destacam que a categorização no processo de análise textual discursiva, “[...] exige uma impregnação aprofundada nas informações, propiciando a emergência auto-organizada de novas compreensões em relação aos fenômenos estudados”.

Vejamos um exemplo de organização das unidades de significado: *“(01.01.08) que ele tem que usar lógica para resolver várias situações”*. A frase é referente a pergunta 01, respondida pelo sujeito A, e encerra a oitava idéia sobre a pergunta O que é Lógica para você?. *“(05.04.03) - mas não só na matemática, em português, na hora da redação, ajuda na prova de estudos sociais, na prova de ciências da natureza”*. A frase é referente à pergunta 05, respondida pelo sujeito D, e encerra a terceira ideia sobre a pergunta Você considera importante ensinar Lógica matemática aos seus alunos? Por quê?.

As duas respostas encerram uma mesma ideia, a ideia de que a lógica não é importante somente para a Matemática, mas para diversas situações-problema e também para diversas áreas do conhecimento. Poderíamos definir uma categoria intermediária do tipo: **A importância da Lógica**. Essas categorias são denominadas de intermediárias e logo após são reagrupadas em categorias mais abrangentes, ou seja, em categorias finais sobre as quais escrevemos os metatextos. Estes metatextos vão descrever estas categorias finais e são utilizados para a escrita final da análise realizada do fenômeno observado (MORAES e GALIAZZI, 2011).

Assim, por meio da análise dos depoimentos dos entrevistados, com a utilização da Análise Textual Discursiva, temos, como produto final, um metatexto que organiza e apresenta as principais interpretações e compreensões, sobre a

forma como os diferentes tipos de lógicas estão presentes nas práticas docentes de professores de ensino médio e suas implicações.

Para analisar os livros inicialmente escolhidos, decidi utilizar como parâmetro a presença das diversas concepções de Lógica apresentadas no referencial teórico desta pesquisa. Assim, procedi da seguinte forma:

(1) coletei os materiais disponibilizados pelos sujeitos de pesquisa para a análise quanto à presença da Lógica;

(2) analisei quais materiais de apoio pedagógico trabalham a Lógica de forma explícita;

(3) analisei no material selecionado a presença das diferentes concepções de Lógica apresentadas no referencial teórico;

(4) realizei a identificação do tipo de concepção lógica presente na atividade e/ou teste;

(5) tabulei as concepções de Lógica apresentadas por capítulos e em toda a obra.

Em seguida, fiz uma análise sobre quais lógicas estavam presentes nos testes e nas atividades do material analisado, se elas estavam presentes de forma implícita e/ou explícita e calculei os percentuais de suas presenças em cada capítulo e em toda a obra.

4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A análise das respostas dos entrevistados às perguntas realizadas e dos materiais de apoio pedagógico evidenciou o surgimento de três grandes categorias. A primeira categoria, Concepções dos professores sobre Lógica, trata dos conhecimentos tácitos dos sujeitos de pesquisa sobre Lógica e raciocínio lógico; a segunda categoria, A presença da Lógica na prática docente, trata das diferentes concepções de Lógica subjacentes às práticas docentes; a última categoria, As diversas concepções de Lógica e o material didático, trata da presença implícita e explícita das diversas concepções de Lógica no material didático.

4.1 CONCEPÇÕES DOS PROFESSORES SOBRE LÓGICA

Observa-se uma certa dificuldade dos respondentes quando questionados sobre a definição de Lógica. O sujeito C afirma: “Para mim a Lógica é o conjunto de argumentos que embasam todas as ciências. Penso eu que a Lógica está em todas as ciências, mas principalmente nas exatas.” Para o sujeito E, Lógica significa “tu consegues fazer escolhas, consegues determinar entre verdadeiro e falso; a Lógica em si é tu consegues argumentar, levando em consideração afirmações, é tirar conclusões entre verdadeiro e falso que tu vais de fato usar”. Já o sujeito A refere que “Lógica são os processos que se usa para apreender, acho muito parecido com o raciocínio lógico; a Lógica é uma área que não é só da Matemática e usamos Lógica para resolver várias situações”.

Alguns dos sujeitos entendem a Lógica como toda e qualquer forma de pensar e que ela não é uma disciplina em separado, mas certamente é um dos ramos de estudo da Matemática.

Os demais sujeitos de pesquisa definem Lógica como sendo tudo que poderia ser explicado por meio da razão. Envolve o pensar, o argumentar para dar significado a algo. Seriam conjuntos de argumentos que se utilizam para validar ou invalidar um conhecimento. É definir o que é verdadeiro ou falso, certo ou errado. Acreditam que a Lógica, mesmo sendo uma ramificação da Matemática, poderá estar presente em outras áreas do conhecimento. Observem-se as falas dos sujeitos C e F, respectivamente: “a Lógica é um conjunto de argumentos que embasam todas as ciências e não há como construir qualquer conhecimento sem argumentos

lógicos” e “a Lógica é uma área, não necessariamente apenas da Matemática, que tem por objetivo validar ou refutar informações”. Portanto, nesta perspectiva, a Lógica é importante na construção e validação em todas as áreas do conhecimento.

Percebe-se, nas respostas analisadas, que há uma aproximação do que Lalande (1999, p. 631) define como Lógica. Para o autor, Lógica é “o estudo dos procedimentos válidos e gerais pelos quais atingimos a verdade”.

Segundo Lalande (1999), não se tem o conhecimento exato de quem utilizou pela primeira vez o termo Lógica, e nem em que época ele começou a ser utilizado. O autor afirma reconhecer ainda que o termo tenha sido possivelmente utilizado pela primeira vez pelos comentadores de Aristóteles (384-322 a. C) em oposição ao seu *Organon*¹² e a *Dialética Estoica*¹³. Mas com relação ao sentido histórico da palavra lógica, identificam-se três que corresponderiam aos três sentidos da palavra verdade.

Para Lalande (1999 p. 629), o primeiro seria que existe uma “verdade objetiva e intrínseca às coisas”. Segundo as leis da natureza, se um fenômeno é determinado por outro é verdadeiro; mas se este fenômeno nos parece fora de qualquer contexto natural será falso. Isto é, segundo Lalande (1999, p.629), a lógica seria “a ciência da verdade objetiva das coisas, ou das condições *a priori* de toda existência”.

A segunda definição seria que há a existência de uma verdade subjetiva, que estará em conformidade com nossos pensamentos e argumentos, como coisas que existem em si mesmas. A lógica subjetiva seria definida por Lalande (1999, p.630), como “conjunto de meios que devemos utilizar para conseguirmos representar as coisas tais como elas são.”

A terceira seria que existe naturalmente, nos humanos, uma necessidade de pensar, muitas vezes hipotética, que consistiria em, se ao determinarmos uma coisa supostamente verdadeira (mesmo que falsa), uma outra determinada dela, também deverá ser verdadeira. Ou seja, existirá uma ciência desta verdade hipotética que será a Lógica ou a Silogística. Assim, esta terceira definição da Lógica, seria a Lógica Aristotélica, que é uma Lógica que se dedica ao estudo das leis do pensamento, uma ciência autônoma. Desta forma, Lalande (1999, p. 631) vai definir

¹²Conjunto das obras lógicas escritas por Aristóteles.

a Lógica Geral como sendo “o estudo dos procedimentos válidos e gerais pelos quais atingimos a verdade”. Esta definição de Lógica estuda situações em que os nossos pensamentos são definidos e coerentes, se os conceitos que formamos são adequados, se as nossas induções são densas ou sólidas e se as nossas inferências são justificadas.

Esta é a concepção de Lógica que acredito deva ser trabalhada na Matemática e nas diversas áreas do conhecimento. A Lógica é a construção de uma argumentação sólida, com pensamentos coerentes, bem estruturados, de modo que se possa inferir sobre premissas, conceitos, situações-problemas e a realidade, podendo modificá-las de modo consciente, baseado na razão, determinando a sua validade ou falsidade.

Os sujeitos, ao apresentarem as suas definições de lógica, convergem para uma aproximação da definição de Lalande (1999). Apresentam definições que dizem respeito ao raciocínio e ao raciocínio lógico. Pode-se evidenciar isso na fala do sujeito D: “o raciocínio lógico é exatamente isto, é pensar dentro de uma certa coerência, acho que quem estuda um pouco de Lógica acaba melhorando também seu raciocínio lógico”.

No que se refere à definição encontrada nas respostas sobre raciocínio lógico também existe uma certa dificuldade. O sujeito A afirma: “Raciocínio lógico é tu analisares como o aluno pensa uma determinada situação. É como o aluno pensa um determinado problema e que estratégias ele usa para resolvê-lo; o sujeito B diz que “Raciocínio lógico é o mecanismo que nós temos justamente para poder comprovar fatos, fenômenos, enfim, artifícios matemáticos, tudo aquilo que não podemos explicar através da dissertação, podemos explicar por meio deste raciocínio”, e o sujeito C define Raciocínio lógico como: “É o raciocínio que está esquematizado conforme os critérios básicos da Lógica, sobre estes argumentos mais básicos”.

Constata-se que os entrevistados entendem como sendo raciocínio lógico todo o processo de construção das argumentações que permitirão chegar a uma conclusão verdadeira ou falsa. É o processo de análise das afirmações, sentenças que possibilitarão determinar a validade das respostas e de um conhecimento.

¹³ Dialética é a habilidade de se discutir por perguntas e respostas. (LALANDE, 1999, P. 255) e Dialética Estóica, refere-se a dialética utilizada na Escola Filosófica de Zenão de Citium, Cleanto, Crisipo, Sêneca, Epicteto, Marco Aurélio, etc. (LALANDE, 1999, p. 345)

As concepções apresentadas pelos respondentes vão ao encontro do que Lalande (1999) define como sendo raciocínio e raciocínio lógico. Segundo Lalande (1999, p.909), raciocínio são “operações discursivas pelas quais se conclui que uma ou mais proposições (premissas) implicam a verdade, probabilidade ou a falsidade de uma outra proposição (conclusão), e raciocínio lógico são as operações lógicas que vão admitir uma possível conclusão”.

Alguns dos sujeitos entrevistados apontam, em suas definições, semelhanças que permitem fazer associações entre Lógica e raciocínio lógico. Afirmam que a Lógica está associada à argumentação e também à razão, considerando-a base para o conhecimento. O sujeito A afirma: “a Lógica embasa todas as ciências e temos que usá-la para resolver várias situações”. O sujeito C afirma: “penso que a Lógica está em todas as ciências, mas principalmente nas exatas, não há como construir qualquer conhecimento sem argumentos lógicos”.

Pode-se identificar nas falas dos sujeitos a importância atribuída por eles à Lógica. Essa importância fica explícita quando se observa que ela não está presente somente na Matemática, mas também nas interpretações de texto, em diversas situações, sejam matemáticas ou não e nas diversas ciências, sejam exatas ou não. Para que se identifique tal relação nas diversas áreas do conhecimento, faz-se necessário por parte dos professores buscar desenvolver nos alunos habilidades e competências para resolver situações-problema, saber validar resultados e estratégias, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, tais como analogia, estimativa, dedução, indução, intuição, utilizando conceitos e procedimentos matemáticos e/ou não matemáticos e instrumentos tecnológicos. Sendo assim, para que o sujeito possa questionar e intervir na realidade, formular e resolver problemas, construir conhecimentos, faz-se necessária a utilização da Lógica e do pensamento lógico.

Observe-se o que disseram os sujeitos D e B, respectivamente: “para elaborar uma redação, para entender uma questão, a Lógica matemática é fundamental”, e “eu posso usar de um argumento para explicar algo”. Percebe-se, que os sujeitos de pesquisa defendem a importância da Lógica para elaboração de argumentos coerentes, exteriorizar pensamentos e ideias de forma que possam fazer-se entender, seja oralmente ou pela escrita.

De fato, a Lógica é importante para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da argumentação dos sujeitos, principalmente no que tange à aprendizagem da

matemática. Usam-se princípios lógicos para aceitar argumentos, conceitos, enunciados e para que os argumentos também tenham validade, fazendo uso de um pensar racional baseado na razão e na Lógica.

Rauber (2003) comenta que é importante que pensemos e argumentemos de forma coerente e lógica para que os pensamentos adquiram determinado sentido.

O sujeito D afirma: “eu entendo por Lógica fazer escolhas entre um verdadeiro e falso”. De fato, de acordo com Scolari (2007) a aprendizagem de Lógica faz o pensamento proceder de forma correta na busca de conhecimentos verdadeiros.

Segundo Abar (2006), o aprendizado da Lógica auxilia os estudantes no raciocínio e na compreensão de conceitos básicos. A afirmação do sujeito D vai ao encontro da ideia do autor: “quem estuda Lógica acaba melhorando também no seu raciocínio lógico. Há pessoas que pensam mais depressa, outros mais lentamente, mas há também pessoas sem a mínima Lógica, sem um conhecimento pelo menos razoável de Lógica”.

Desta forma, fica evidenciado que a Lógica, segundo as respostas analisadas, é importante para o desenvolvimento do intelecto, do cognitivo, das argumentações e para a tomada de decisões em qualquer situação-problema com que venhamos a nos deparar.

Para Copi (1978, p. 19), ao estudarmos Lógica, estamos estudando “métodos e princípios usados, para distinguir o raciocínio correto do incorreto”. Segundo o autor, a Lógica auxilia na aprendizagem e no desenvolvimento do raciocínio, da ordem das ideias e do juízo. Portanto, ao estudarmos a Lógica, há a possibilidade de melhorar o raciocínio lógico.

Conforme Moretto (2009), a Lógica ajuda nas várias formas de pensar, fornece princípios que orientam na organização e na construção do pensamento e das operações mentais, permite que se façam análises, chegando-se a resultados, a novas descobertas, bem como à validação ou refutação de dados. Para o autor, “[...] no aprendizado em geral, a Lógica é auxiliadora na compreensão e na escrita de textos” (MORETTO, 2009, p. 1).

O sujeito A comenta “que a Lógica é uma área não só da Matemática; a Lógica é uma ramificação de um conteúdo, não chega a ser uma disciplina, é uma ramificação da Matemática, e é utilizada em várias situações”. Para o Sujeito D

temos que “a Lógica é fundamental não só para a Matemática, mas também para o Português. [...] como é impressionante como faz falta o ensino da Lógica nas escolas de primeiro e segundo grau”.

De acordo com os sujeitos A e D, a Lógica está presente em todas as áreas do conhecimento, não pertencendo exclusivamente à matemática. De fato, ao questionarmos a realidade, desenvolvemos formas de raciocínio e processos, formulamos e resolvemos problemas. Utilizando o pensamento lógico e matemático, deduzimos, inferimos, selecionamos procedimentos verificando se são adequados.

Conforme Colares (2011), para Wittgenstein a linguagem tem um papel decisivo na estruturação de uma lógica válida e na validação dos significados dentro dos contextos em que o conhecimento está sendo construído. Desta forma, a lógica se faz presente em todas as áreas do conhecimento, porque está relacionada ao ato de pensar.

Observando as falas dos sujeitos B, C e E, percebe-se que eles reconhecem a importância da Lógica. O sujeito B afirma: “Eu acho importante o próprio conceito de Lógica e para que ela serve. Isso faz com que o aluno possa usar o senso crítico de maneira coerente. É importante para a construção da sua própria vida”. O sujeito C afirma: “Eu acho que a Lógica é o princípio básico da construção do conhecimento. De fato, para se construir o conhecimento tu precisas do alicerce e o nosso alicerce seria a Lógica. E por último, o sujeito E afirma que deveriam existir disciplinas que abordassem a Lógica desde o ensino fundamental até o ensino superior. Para ele, a Lógica é importante “para fazer parar e pensar, tomar decisões ou considerar afirmações [...] refletir sobre alguma consideração que está sendo feita e tirar suas próprias conclusões [...]”.

A análise das respostas destaca a importância da Lógica para o desenvolvimento intelectual do indivíduo, da sua capacidade de formular argumentações, para a resolução de diversas situações-problema. A Lógica ajuda ainda a desenvolver habilidades e competências que vão auxiliar na construção de significados sobre os conteúdos estudados, facilitando a aprendizagem de diversos objetos matemáticos e, por consequência, a aprendizagem num sentido mais amplo.

Os sujeitos da pesquisa reconhecem que a Lógica é de suma importância para os processos de ensino e de aprendizagem em Matemática e para as diversas áreas do conhecimento. A Lógica é reconhecida como de grande utilidade na

determinação do que é verdadeiro ou falso e para a construção de argumentos e inferências.

4.2 A PRESENÇA DA LÓGICA NA PRÁTICA DOCENTE

A análise das respostas mostra formas diferenciadas da presença da Lógica na prática desses professores. Dos seis participantes da pesquisa, quatro, os sujeitos B, C, D e F afirmam ter estudado Lógica em seus cursos de Graduação; entretanto, lamentam que tal estudo não foi realizado de forma aprofundada ou desenvolvida em uma disciplina específica. Toda vez que precisavam utilizar um conteúdo de Lógica, era necessário buscar leituras complementares sobre o tema por interesse pessoal e não porque alguma disciplina o exigisse

Os conteúdos abordados na Graduação foram: a lógica de predicados, tabelaverdade, hipóteses, argumentos válidos e inválidos, conclusão e conectivos, mas de forma superficial e sem aprofundamento. Afirmam ainda que utilizavam a Lógica quando estudaram os conteúdos de Análise Combinatória e Probabilidades, que foram abordados na disciplina de Matemática Discreta, no Ensino Superior. Os sujeitos A e E declaram não terem estudado Lógica no curso de Graduação e, o sujeito A justifica tal fato por ter cursado Ciências com habilitação em Matemática.

No entanto, sabemos que, no currículo de Licenciatura em Matemática, a Lógica está presente de maneira implícita em diferentes disciplinas, por exemplo, na Análise Matemática e na Teorias de Grupos e Anéis. Pode-se inferir que, provavelmente, os sujeitos tenham-na estudado nas disciplinas citadas e em outras, mas não tiveram a percepção de que estavam sendo abordadas concepções de Lógica. Quando se trabalha com Análise Matemática, trabalham-se demonstrações por indução e por absurdo, com proposições e conectivos, utilizando as concepções lógicas de Aristóteles e Russell.

Provavelmente, o fato de a Lógica não ter sido estudada durante o curso de Graduação ou apenas de forma superficial explique a dificuldade mostrada pelos respondentes ao definirem Lógica e Raciocínio Lógico. Acrescentaram ainda que esse ensino não despertou o interesse pessoal pelo tema.

No que se refere à prática docente dos participantes, fica evidenciado nas entrevistas que todos eles, de alguma forma, ensinam lógica nas aulas. No entanto,

afirmam que há pouco tempo para realizar esse ensino de forma explícita, como sendo um tópico ou conteúdo da disciplina. Acreditam, porém, que a Lógica está presente nas interpretações dos enunciados dos exercícios e atividades, fazendo com que os alunos reflitam sobre o conteúdo que está sendo estudado e pensem sobre suas respostas às situações-problema apresentadas. Afirmam ainda que tentam estimular o raciocínio lógico de seus alunos durante a aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Alguns pesquisados fazem considerações sobre a preparação dos alunos para trabalharem com a lógica. O sujeito C afirma: “Sempre que tem um exercício ou algum teorema que tenho que discutir, eu tento dar o embasamento lógico para a construção daquele raciocínio, mas infelizmente o aluno não tem a preparação e fica difícil a discussão sobre Lógica”. É importante salientar nessa afirmação que para ele os alunos não estão preparados para aprender Lógica. A ideia do professor é de que os discentes não são capazes de construir conhecimentos sobre Lógica.

Evidencia-se em alguns depoimentos o entendimento de que a Lógica é um conteúdo dogmático, estático, a-histórico e que deveríamos ter alunos prontos para entendê-la. No depoimento do professor C é possível perceber um modelo de ensino centrado no professor, o detentor do conhecimento, que busca transmiti-lo ao aluno.

Segundo Fiorentini (1995), ao acreditarmos que o sujeito não tem a competência de construir seu conhecimento, a descoberta dar-se-á por meio do professor que será o informante do conhecimento que se encontra nos livros. Deste modo, o professor é o possuidor do conhecimento, expondo e demonstrando a Matemática no quadro. Segundo o autor, o aluno ainda é um agente passivo, que reproduz o raciocínio lógico e a linguagem transmitida pelo docente.

Já o sujeito E faz a tentativa de trabalhar lógica em sala de aula utilizando os conectivos (e, ou, se...então e se somente se). É importante salientar que ele afirmara anteriormente não haver estudado Lógica durante a sua Graduação, mas construiu seu conhecimento fora da academia sobre a concepção lógica de Russell, que é a Lógica que trabalha na união das proposições por conectivos.

Os sujeitos B, C, D e F declaram abordar a Lógica em sua prática docente, sobretudo nas argumentações, na discussão de alguns teoremas, tentando dar o embasamento lógico para que seus alunos possam compreender a construção do raciocínio que determinou aquela conclusão.

Sobre o mesmo assunto, o sujeito D afirma: “está presente nas minhas aulas, na forma muito primária, mas com certeza eu sempre menciono os operadores lógicos, porque eles não sabem a diferença entre o ‘e’ e ‘ou’”. Outros sujeitos afirmam ainda que utilizam a lógica quando estão ensinando resolução de problemas, análise combinatória e probabilidades.

Sobre a presença da Lógica em suas práticas pedagógicas, o sujeito F afirma: “Sim. Trabalho Lógica na resolução de problemas” e o sujeito E afirma:

E o que eu tento trabalhar em aula e que eu acredito que fica um pouco dentro disto é em afirmações de verdadeiro ou falso, dou várias sentenças e eles tem que verificar os conectivos e se estão utilizando, se eles percebem que por uma sutileza aquilo já não é 100% verdade. [...] Para que seja verdade tu não vais encontrar um contra-exemplo, não vai ter nada para quebrar aquela tua afirmação. [...] A lógica está presente na minha aula porque tento, por forma de exemplos, despertar a dúvida neles. Será que será sempre assim? Sempre funciona? Lanço esta pergunta para eles.

Ao falar sobre sua prática pedagógica, o sujeito C afirma:

Especificamente sobre o conteúdo de lógica não consigo relatar. Faço as demonstrações mais simples e tento comentar o método da contraposição, argumentação, enfim, de uma maneira bem superficial. Quando trabalho os conteúdos de análise combinatória e probabilidade.

Ao afirmarem trabalhar com a Lógica, os respondentes justificam a tentativa ou a utilização do uso da mesma em sua prática docente no ensino de conectivos, validação de argumentos, verdadeiro e falso, na resolução de problemas e teoria de conjuntos. Podemos observar isso nas afirmações do sujeito D:

Eu mostro quando o conectivo “e” é verdadeiro, quando o conectivo “ou” é verdadeiro, quando se usa o condicional ou bicondicional, e os exemplos seriam mais na teoria de conjuntos e depois nas probabilidades. Quando sobra tempo falo sobre tabelas verdades, é isso.

Os sujeitos, ao trabalharem com conectivos, proposições e argumentos, estão utilizando duas concepções de Lógica: a de Aristóteles e de Russell.

O sujeito A, ao falar sobre a presença da Lógica em sua prática docente declara: “Eu penso que meu aluno usa Lógica em qualquer situação-problema que eu leve para ele”. Ao afirmar que a Lógica está presente em qualquer situação problema, entende-se o uso da concepção Lógica de Wittgenstein, que afirma estar a Lógica presente em todas as áreas do conhecimento e que o estabelecimento da verdade e do significado dos objetos e/ou palavras está ligado ao seus usos e a um determinado contexto.

Outro fator importante a destacar é que os entrevistados acreditam que há pouco tempo para se trabalhar Lógica em sala de aula. Observem-se as falas dos sujeitos A e D, respectivamente: “Aos poucos eu tentei trabalhar lógica, mas como há muitos projetos, falta tempo, para tanta ramificação, não só a Lógica, nada mais que isso, na verdade não se tem tempo” e “o problema também é que a gente trabalha com o fator tempo, é um tempo muito pequeno”.

Os sujeitos de pesquisa acham a Lógica importante, afirmam trabalhar o tema em suas práticas docentes, mas possuem pouco tempo para que o assunto seja mais estudado e aprofundado. E se tivessem mais tempo? Trabalhariam o tema mais profundamente? Acredito que, embora defendam a importância da Lógica para a construção do conhecimento, talvez considerem menos importante do que outros conteúdos e prefiram trabalhá-los ao invés da Lógica. Todos os sujeitos afirmam que de alguma forma, mesmo que superficialmente, trabalham a Lógica em suas práticas pedagógicas e reconhecem a sua importância no estudo da Matemática e de outras ciências. Mas, ao mesmo tempo, eles não possuem a clareza de qual ou quais as concepções de Lógica que trabalham em suas práticas docentes.

Os professores percebem o uso explícito da Lógica no que se refere à aplicação, de maneira intencional, quando em suas práticas utilizam os conectivos, resolução de problemas, análise combinatória e probabilidades. Mesmo assim, só ensinam ou abordam o tema Lógica em sala de aula quando há uma necessidade especial, quando há um tempo extra ou até mesmo dentro de um determinado tópico ou conteúdo especial. Não dedicam um tempo de suas aulas para o estudo da Lógica como um tópico específico de matemática.

Os sujeitos F e D afirmam, respectivamente: “trabalho Lógica de uma maneira bem superficial mesmo, quando a gente trabalha os conteúdos de análise combinatória e probabilidade” e “quando a gente fala em teoria dos conjuntos, na união, na intersecção, porque a união é definida pelo “ou” e a intersecção é definida pelo “e”[...] é um bom momento para a gente falar um pouco sobre os operadores lógicos”.

Percebe-se em alguns sujeitos da pesquisa, em especial nos sujeitos C e D, o entendimento de que o conhecimento de Lógica, bem como o conhecimento matemático em geral é algo que se transfere, que se passa, ou que se dá.

O sujeito C afirma: “eu tento dar o embasamento lógico para a construção daquele raciocínio”. Percebe-se na afirmação do sujeito C, fortemente enraizada, a

visão de Matemática pronta e acabada, em oposição a uma visão de Matemática dinâmica, construída pelos sujeitos e capaz de atender a necessidades e interesses de um único sujeito ou de um grupo social. Temos, pelo sujeito C, a ideia de que o conhecimento pode ser dado ao aluno.

O sujeito D afirma: “quanto mais testes a gente faz, mais a gente aprende a fazer teste, não estou dizendo que a gente aprende a pensar, não estou dizendo que a gente melhora a inteligência; como o vestibular é uma prova de fazer testes, eu os treino para fazerem testes”. Na visão do sujeito D, aprender Matemática exige treino, resolver testes é treino. Sua visão do ensino e da aprendizagem da matemática refere-se a uma tendência pedagógica conhecida como *Tecnicista Mecanicista*. De acordo com esta tendência, segundo Fiorentini (1995), a Matemática é constituída por um conjunto de técnicas, algoritmos e fórmulas, sem a preocupação com a fundamentação ou com a justificativa do conhecimento, sendo a Matemática considerada *a-histórica* e *descontextualizada*. Para Fiorentini (1995), ao assumir esta perspectiva não há uma preocupação por parte do professor de que o seu aluno desenvolva as capacidades de compreensão, reflexão, análise e argumentação. De acordo com esta tendência pedagógica temos uma aprendizagem baseada na fixação dos conceitos ou princípios e desenvolvimento de habilidades.

Acredito que as capacidades de compreensão, reflexão, análise, argumentação e da construção do conhecimento, citadas por Fiorentini (1995), podem ser desenvolvidas com o estudo das diversas concepções de lógica.

Este estudo permitirá aos professores e alunos modos diferentes de pensar e fazer Matemática. O modo como fazemos a demonstração de um teorema exige uma determinada forma de pensar em relação a apenas aplicá-lo. Ou seja, a demonstração do Teorema de Pitágoras pelos alunos exige uma forma de pensar diferente do que somente aplicá-lo em um triângulo retângulo, em que temos os valores dos catetos e devemos determinar a medida da hipotenusa. Uma requer o conhecimento da concepção Aristotélica de lógica e a outra, a concepção Cartesiana.

Esse grupo de professores aborda a Lógica quando trabalha com demonstrações, análise combinatória e probabilidade, conjuntos, e em toda e qualquer situação em que professores e alunos necessitem resolver uma situação-problema, argumentar e interferir em sua realidade e no mundo. Mesmo entendendo

ser de extrema importância o estudo da Lógica para que os alunos possam compreender e construir seus conhecimentos, os entrevistados reconhecem que há pouco tempo para se trabalhar o tema lógica em sala de aula, pois devem cumprir o currículo que é apresentado pela escola.

Ao existir a necessidade do cumprimento do currículo, por parte dos professores, afirmam que ensinam a Lógica de forma superficial e que não há o aprofundamento do estudo da Lógica. Os pesquisados esclarecem que ensinam a Lógica quando os conteúdos da Matemática abordados em sala de aula são: os conectivos, conjuntos, tabela verdade, resolução de problemas, análise combinatória e probabilidade.

Por último, reforçam que ao ensinar aos alunos o conteúdo de Lógica, estão auxiliando-os na argumentação, na resolução de situações-problema, no desenvolvimento de senso crítico coerente, possibilitando-lhes interferir na realidade e no mundo, auxiliando na construção do conhecimento matemático e de outras áreas da ciência.

4.3 AS DIVERSAS CONCEPÇÕES DE LÓGICA E O MATERIAL DIDÁTICO

Os livros didáticos são um dos recursos mais utilizados em sala. Por isso, faz-se necessário que conheçamos as concepções de ensino e de aprendizagem que fundamentam esses materiais, ou seja, é importante conhecer como o livro está estruturado e suas características de modo a auxiliar e melhorar nossa prática. O plano Nacional do Livro Didático (Brasil, 2012), evidencia a importância de que o professor saiba escolher um livro que seja adequado à realidade dos alunos. No entanto, é importante que se tenha a consciência de que o livro é um instrumento pedagógico importante para a construção do conhecimento, mas não deve ser o único recurso utilizado pelo professor em sua prática docente.

Ao analisar qualquer material de apoio pedagógico, sempre se deve ter em mente que as atividades nele propostas, a abordagem de conteúdos e os conceitos, devem ser contextualizados. Segundo Chalmers (1993), é importante entender que o conhecimento é algo dinâmico e inacabado, está sempre sendo construído, transformado e modificado. Portanto, o que é correto ou verdade hoje, poderá não ser mais em um futuro breve.

Ainda segundo o autor, desta forma fazemos inferências e suposições sobre este mundo, utilizamos teorias sobre o que pensamos dele e as, aplicamos em determinadas situações experimentais. Podemos estar certos sobre determinadas teorias sobre mundo físico, mas na maioria das vezes, não. Falava-se antes que a terra era quadrada e hoje sabe-se que não é. Sendo assim, o conhecimento sobre as coisas vai sendo modificado pelo senso comum ou pelas novas descobertas da ciência. É um conhecimento dinâmico, inacabado que acompanha a realidade e o progresso.

A Lógica está presente nos livros didáticos de forma implícita e explícita. Na forma implícita, ela surge da necessidade de fazermos uma leitura de texto, interpretação, abstração, relações, inferências, etc. sobre um determinado teste, exercício, ou objeto de saber matemático. Buscamos validar uma verdade matemática e um conhecimento e quando queremos dar significado à exteriorização de um raciocínio, usamos como ferramenta a linguagem. Neste processo de exteriorização do raciocínio, construímos argumentos, usamos palavras e símbolos interligados que formarão sentenças, as quais denominamos de premissas e conclusão. A Lógica tem como objeto de estudo a validação de argumentos, portanto ela se faz presente nos materiais de apoio pedagógico, como livros e apostilas.

Conforme Pais (2006), o ensino tradicional é baseado em uma visão cartesiana, segundo a qual o sujeito e o objeto são concebidos em separado e a contextualização do saber e a vivência dos sujeitos não têm importância na escolarização. Para Pais (2006, p.64), “o significado da aprendizagem pode ser ampliado à medida que o aluno consegue fazer uma articulação entre o contexto proposto e os conceitos envolvidos”.

Ao analisar o livro, percebe-se a ideia de que a Matemática serve de base para outras ciências, como ferramenta de progresso e auxílio para outras áreas do conhecimento, como Economia, Física, Química, Biologia, Sociologia, Psicologia, Composição Musical, Coreografia, Arte, Esporte, etc., e que auxilia no desenvolvimento do raciocínio. Comenta Farago (2012, p.03):

A Matemática é uma ciência que auxilia na capacidade de expressão e de raciocínio, no sentido de comportar relações, regularidades e coerências que, além de despertarem a curiosidade, aumentam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair – condições essenciais para o exercício de qualquer atividade profissional.

O material está de acordo com o que o autor acredita e defende, ou seja, que os conhecimentos devem ser contextualizados, estabelecendo relações entre diversos conteúdos e com outras áreas de saberes, dando significado ao conhecimento escolar, portanto, incentivando o raciocínio e a capacidade de aprendizagem do sujeito. Afirma Farago (2012) que existem diversas maneiras ou formas de se abordar um objeto de saber em Matemática, mas a que ele utiliza em sua obra é a aprendizagem por meio da resolução de problemas.

O autor acredita que os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática contribuem fortemente para a formação da cidadania e para a inserção dos sujeitos na realidade, no mundo do trabalho, da cultura e da realidade social. Deixa clara a necessidade de o sujeito ter despertado o interesse pelo estudo e para isto busca em sua obra apresentar textos que articulem conceitos, leis e fórmulas matemáticas à realidade dos sujeitos.

Para o autor, o conhecimento não é passível de ser transmitido, mas é construído e produzido pelo sujeito que se encontra em uma situação de aprendizagem. Propõe a resolução de problemas como uma abordagem metodológica que favorece a aprendizagem em Matemática. Justifica o uso da resolução de problemas como abordagem metodológica, referindo as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2012) onde consta que os conteúdos não devem ser concebidos como um acúmulo de informações, mas como instrumentos que desenvolvam a capacidade de aprendizagem e a compreensão do mundo físico, social e cultural em que o sujeito está imerso. O mesmo autor (2012, p. 04) afirma :

Em consonância com esses referenciais, o Material Didático Integrado do Positivo do Ensino Médio de Matemática propicia uma aprendizagem por meio da resolução de problemas, apresentando situações que visam integrar alunos e professor, buscando reflexões e resgates do conhecimento prévio, a fim de construir um novo conhecimento.

Pode-se observar que o material apresenta os objetos de saberes matemáticos imersos em diferentes realidades e contextos, com o objetivo de fornecer subsídios para a aprendizagem dos conhecimentos a serem construídos durante a terceira série do Ensino Médio.

O livro apresenta-se dividido em seções, que não obedecem a uma ordem previamente estabelecida, nem aparecem em todas as unidades necessariamente.

As seções são: *Troca de ideias*, *Pesquisa*, *Conexões*, *Cotidiano*, *Ao longo do tempo*, *Atividades*, *Para fazer*, *Relações matemáticas*, *Ética e cidadania* e, por último, *Mundo do trabalho*.

Na seção *Troca de ideias*, encontram-se atividades que devem ser trabalhadas oralmente, com a finalidade de abordar os conhecimentos prévios, provocar reflexões e constatar de que forma os sujeitos elaboram e expõem suas hipóteses e argumentos. Na seção *Pesquisa*, apresentam-se atividades de investigação e estudo, com o objetivo de descobrir ou estabelecer fatos e/ou princípios relativos ao objeto de saber. Utilizam-se textos que circulam socialmente e propõe-se a análise de dados contidos nesses textos. Na seção *Conexões*, há atividades ou textos que favorecem as conexões com outras áreas do conhecimento. Na seção *Cotidiano*, apresentam-se textos que envolvem situações diárias. Na seção *Ao longo do tempo*, encontra-se um pouco de História da Matemática ou fatos históricos sobre o objeto de saber que está sendo estudado. Nas *Atividades*, apresentam-se exercícios para fixação que aparecem ao final de cada unidade. Na seção *Para fazer*, há exercícios de fixação ao final de cada tópico, cujo objetivo é permitir ao aluno a verificação de que os conceitos estudados foram assimilados. Em *Relações matemáticas*, são relacionados os conceitos estudados com outros conceitos matemáticos. Em *Ética e cidadania*, estimula-se a formação ética e o pensamento crítico do sujeito, apresentando-se temas que relacionam os aspectos sociais com as diversas áreas da matemática. E por último, na seção o *Mundo do trabalho*, são elencadas profissões relacionadas ao conteúdo que está sendo estudado. Apresenta-se a profissão, suas principais características e seu campo de trabalho.

Ainda encontramos ícones Calculadora, Instrumentos e Desafio, além das seções citadas. Esses ícones indicam o uso de calculadora e de outros instrumentos, como régua, compasso e esquadro. O ícone desafio é para indicar que as atividades exigirão um grau maior de reflexão, buscando sempre estimular o raciocínio lógico e desenvolver estruturas cognitivas mais complexas.

Para o autor do livro, ensinar Matemática é ensinar o sujeito a pensar de forma contextualizada e, para isto, usa como ferramenta a resolução de problemas. Ele defende que a aprendizagem em Matemática deve ser realizada de maneira contextualizada, proporcionando aos alunos o desenvolvimento do pensamento crítico, de habilidade e de competências. Dessa forma o sujeito constrói e

desenvolve a capacidade de resolver problemas da realidade da qual faz parte, podendo modificá-la. O autor afirma ainda que educar é ensinar a pensar e não apenas a reproduzir conteúdos aprendidos nos livros e na escola.

Com relação aos conteúdos, a obra privilegia onze tópicos da terceira série do Ensino Médio: (1) Função modular; (2) Geometria Analítica, (3) Números complexos; (4) Noções de Matemática Financeira; (5) Funções Trigonométricas II; (6) Polinômios; (7) Equações Polinomiais; (8) Funções Trigonométricas III; (9) Noções de Estatística II; (10) Geometria Espacial IV; (11) Lógica.

A seguir, é apresentada a análise da obra segundo a presença das diferentes concepções de lógicas assumidas em nosso referencial teórico.

Embora a obra seja dividida em diversas seções, escolhemos para fazer a análise quanto à presença das diversas concepções de Lógica, as seções Para fazer e Atividades, em cada um dos 11 capítulos apresentados pela obra. Farago (2012) apresenta nos tópicos de 1 a 10 exercícios, testes e atividades propostas, as diversas concepções de Lógica presentes no nosso referencial teórico, mas as apresenta de forma implícita. Somente no tópico 11 ele trata da Lógica de forma explícita, trabalhando a concepção de Lógica de Aristóteles e de Russell.

Farago (2012, p.66) apresenta, em vários capítulos, a Lógica de Wittgenstein trabalhada implicitamente nos problema, conforme a situação problema apresentada no capítulo 5 abaixo:

(FGV-RJ) Uma empresa utiliza a fórmula $P = 200 + 40 \operatorname{sen} \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{2} \right)$ para estimar a quantidade vendida mensalmente P de um produto, em que $t = 1$ representa o mês de janeiro de 2010, $t = 2$ representa o mês de fevereiro de 2010, $t = 3$ o mês de março de 2010 e assim por diante. Em quais meses de 2010 estão estimadas as vendas mínimas e máxima respectivamente?

- a) Outubro e abril
- b) Setembro e março
- c) Agosto e fevereiro
- d) Julho e janeiro
- e) Junho e dezembro

Neste problema evidenciamos a presença da Lógica de Wittgenstein, porque há uma determinada situação em que se faz necessária a relação entre a linguagem e a realidade, para encontrar a sua significação. Temos como ponto de partida a situação dada acima, mas a significação atribuída diz respeito apenas a esta situação estudada. A lógica de Wittgenstein vai ocupar-se da nossa linguagem

e não de uma linguagem ideal, comenta Araújo (2012, p.13). O que vai fazer sentido dependerá do seu uso, da situação apresentada, das circunstâncias e do contexto. Assim, teremos aplicação do jogo de linguagem e do jogo de regras. Utilizamos as regras da trigonometria para a resolução de uma situação de matemática financeira, para determinarmos os máximos e mínimos das vendas. É importante ter o conhecimento das regras da trigonometria e de funções. Ao fazermos uso dessas regras, faremos os cálculos utilizando a gramática de uma linguagem. No nosso caso, uma linguagem matemática.

Para Wittgenstein (2003), as regras da gramática ou simplesmente Gramática, são instrumentos para a realização de uma atividade. Assim, o que importa é o uso das palavras, dos signos ou da Gramática que darão significação à situação apresentada. Para resolvermos o exercício proposto, haverá o emprego de signos, ou do jogo de linguagem apresentado pelo filósofo.

Sendo assim, para justificarmos determinada situação é necessária a ação que se encontra nos jogos de linguagem, o saber resolver o teste proposto está ligado ao conceito de jogo de linguagem, e não somente ao mundo representado e sua representação mental. Deste modo, o jogo de linguagem da matemática é utilizado no sentido de apresentar certas implicações e exigir determinadas regras, próprias para a sua construção. A resolução do teste apresentado será exclusivamente para aquela situação. Já em outra situação, poderemos aplicar uma outra linguagem, com outras regras para conseguirmos resolvê-la. Tudo isto faz parte da caracterização da Lógica de Wittgenstein.

No problema: “Um copo de vidro tem a forma de um tronco de cone. As medidas internas desse copo apresentam 4cm e 6 cm de diâmetros e 12 cm de altura. Qual a capacidade máxima desse copo em ml?”, apresentado no capítulo 10, Farago (2012, p. 25), evidencia-se a Lógica cartesiana de forma implícita.

Neste problema temos a presença da Lógica cartesiana por haver uma projeção matemática contextualizada no tempo e espaço. Utilizamos a razão para resolvê-lo e devemos usar a fórmula do volume de tronco de cone determinada pela

expressão:
$$V = \frac{\pi \cdot h}{3} (R^2 + R \cdot r + r^2)$$

Sendo assim, basta substituímos os dados fornecidos pelo problema e depois fazer a conversão para ml e o problema estará resolvido.

Para Descartes, o conhecimento é construído de forma racional e auxiliado pela Matemática. As matemáticas, mesmo sendo ricas racionalmente, pouco ensinam sobre a vida e o mundo. Segundo o autor, ela tem aplicações em campos restritos, ou seja, somente nos campos das artes mecânicas. Evidenciou-se que as diversas concepções de Lógica estavam presentes de forma implícita e explícita na obra de Farago (2012), e ao fazer uma análise mais profunda da obra podemos observar que:

O capítulo 1 trata do objeto de saber matemático Função modular. Apresenta 30 situações-problema. Neste capítulo temos um total de 70% das atividades trabalhando implicitamente a Lógica Cartesiana e as demais atividades, 30%, vão trabalhar de forma implícita a Lógica de Wittgenstein.

O capítulo 2 trata do tema Geometria Analítica, sistematizada por René Descartes, e apresenta uma grande quantidade de situações-problema em que se identifica de forma implícita a presença da Lógica Cartesiana. Das 99 situações-problema propostas, 88,5% abordam a Lógica cartesiana e apenas 11,2% a Lógica de Wittgenstein.

No capítulo 3, temos 61 situações-problema propostas, sendo 29,5% abordando a Lógica Cartesiana e 70,5% da Lógica de Wittgenstein. Esta inversão ocorre devido ao fato de o capítulo 3 trabalhar com Números Complexos. Este objeto de saber matemático exige do sujeito, além do conhecimento dos Conjuntos Numéricos, em especial, dos Números Complexos, o conhecimento de Geometria Analítica e Trigonometria. Essa necessidade exigida do sujeito, de conhecer as diversas ferramentas dos números complexos, Geometria Analítica e Trigonometria, faz parte do jogo de regras e do jogo de linguagem proposto por Wittgenstein, no qual o sujeito deve identificar o contexto em que o problema matemático está sendo aplicado e qual a regra que usará para a resolução da situação-problema.

No capítulo 4, em 79,7% das 59 situações-problema apresentadas, pressupõe-se a utilização da Lógica de Wittgenstein e, em 20,4%, a Lógica Cartesiana. Neste capítulo, o objeto matemático trabalhado são noções de Matemática Financeira. Este objeto de saber aparece bem contextualizado, mostrando a aplicação dos jogos de linguagem propostos por Wittgenstein em contextos diários, exigindo do aluno a sua interpretação.

Já a partir do capítulo 05 até o capítulo 08, voltamos a ter o domínio das situações-problema que abordam mais a Lógica Cartesiana do que a de Wittgenstein. No

capítulo 5, temos 69 situações-problema propostas sobre Trigonometria, sendo que, em 55,1% pressupõe-se a utilização da Lógica Cartesiana e, em 44,9%, a Lógica de Wittgenstein. No capítulo 6, sobre Polinômios, temos 39 situações-problema, sendo que 53,8% abordam a Lógica Cartesiana e 46,2%, a Lógica de Wittgenstein.

No capítulo 7, sobre Equações Polinomiais, temos 49 situações-problema, sendo 75,5% abordando a Lógica Cartesiana e 24,5% a Lógica de Wittgenstein. No capítulo 8, o autor retoma a Trigonometria, tratando das Funções Trigonométricas, em especial a adição e a subtração de arcos, duplicação de arcos e as equações trigonométricas. Temos neste capítulo 45 situações-problema propostas, 86,7% delas abordam implicitamente a Lógica Cartesiana e 13,3% a Lógica de Wittgenstein.

Nos capítulos 9 e 10, voltamos a ter o domínio da aplicação da Lógica de Wittgenstein. No capítulo 09 são trabalhadas Noções de Estatística II. Em alguns exercícios de Estatística, pede-se a análise de uma população ou de uma amostra, fazer uma coleta intencional de variáveis e, logo após, analisar os dados coletados, por meio de tabelas, gráficos e fórmulas. Nesses exercícios, há então uma interpretação intencional dos dados, em que existirão dados que dizem respeito apenas àquele contexto, não podendo ser aplicados em nenhum outro contexto. Isso é uma característica da Lógica de Wittgenstein. Temos um total de 20 situações-problema propostas, 95% abordando a Lógica de Wittgenstein e 5% a Lógica Cartesiana. No capítulo 10, temos como objetos de saber a Geometria Espacial, o que também favorece a contextualização do objeto estudado, sugerindo o uso da Lógica de Wittgenstein. São 18 situações-problema que foram propostas, 61,1% pressupõem a utilização da Lógica de Wittgenstein e 38,9%, da Lógica Cartesiana. Abaixo temos uma tabela que mostra os dados de forma mais objetiva.

TABELA 1 – Os problemas propostos e suas respectivas lógicas

Capítulo	Objeto de Saber	Tipo de Lógica (Nº de Exercícios)			
		L.Cartesiana		L. Wittgenstein	
1	Função Modular	21	70%	09	30%
2	Geometria Analítica	88	88,8%	11	11,2%
3	Números Complexos	18	29,5%	43	70,5%
4	Matemática Financeira	12	20,3%	47	79,7%
5	Trigonometria	38	55,1%	31	44,9%
6	Polinômios	21	53,8%	18	46,2%
7	Equações Polinomiais	37	75,5%	12	24,5%
8	Funções Trigonométricas	39	86,7%	06	13,3%
9	Noções de Estatística	01	05%	19	95%
10	Geometria Espacial	07	38,9%	11	61,1%

Fonte: O autor (2014)

Nos dez primeiros capítulos há um total de 386 situações-problema propostos na seção Para fazer e 103 situações-problema propostos na seção Atividades apresentadas no final de cada capítulo, totalizando 489 situações-problema propostas, em 282 das quais evidencia-se a Lógica Cartesiana de forma implícita, ou seja 57,7%, e em 207, a Lógica de Wittgenstein, ou seja 42,3% das situações-problema. Desse modo há um predomínio do uso da Lógica cartesiana sobre a Lógica de Wittgenstein.

Observa-se que não aparecem, entre os 10 primeiros tópicos analisados, as concepções lógicas de Aristóteles, Russell e Bacon. Acredito que poderiam ser apresentadas algumas situações-problema que envolvessem pequenas

demonstrações, tais como a fórmula da distância entre dois pontos ou da equação reduzida de uma circunferência, utilizando o Teorema de Pitágoras no estudo da Geometria Analítica, por exemplo, e estaríamos utilizando a lógica de Aristóteles.

O autor poderia propor uma atividade de visitação a um Shopping Center para que os alunos pesquisassem preços de produtos com promoções, anotando as taxas de descontos ou acréscimo e determinando o lucro ou prejuízo sobre o preço de venda, durante o estudo de Matemática Financeira e estaríamos utilizando a lógica de Bacon. Poderíamos também propor situações que trabalhassem com a veracidade de afirmações do tipo: Se x é um número inteiro negativo então o módulo de x é um número natural positivo, no estudo da Função Modular. Neste caso estaríamos trabalhando com a Lógica de Russell.

Acredito que ao trabalharmos, em cada tópico, com as diversas concepções de Lógica, estamos promovendo o desenvolvimento do raciocínio lógico do sujeito e facilitando a construção do seu conhecimento matemático, pois estaremos desafiando o sujeito a aplicar seu conhecimento construído em diversas situações-problema sobre um mesmo tópico e a utilizar diferentes maneiras de pensar.

A análise do capítulo 11 é apresentada a seguir, separada das demais, porque, conforme havíamos explicado anteriormente, este é o único capítulo que trabalha de forma explícita a Lógica. Neste capítulo temos a Lógica de Aristóteles e a Lógica de Russell sendo apresentadas.

O autor inicia do capítulo onze com a definição de Lógica como sendo “a ciência que rege as leis do pensamento e do raciocínio” e afirma ainda que na Lógica matemática se estudam as validades dos argumentos apresentados em uma linguagem própria, denominada por ele de linguagem proposicional. Alguns argumentos, ou seja, conjuntos formados por proposições, que denominamos de premissas, as quais resultam em uma outra proposição, denominada de conclusão, seriam verdadeiros ou falsos, não por seu conteúdo, mas por sua forma ou estrutura. O autor define ainda como sendo proposição qualquer frase declarativa ou afirmativa que admite como valor lógico verdadeiro ou falso. Seriam exemplos de proposições: A terra é redonda, todo mundo é humano, a professora Rosana possui olhos azuis, Alessandro é alto, etc.

Identificamos as definições apresentadas na Lógica Aristotélica. Para Aristóteles, as proposições ou sentenças seriam conjuntos de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo e assumem como valor lógico

verdadeiro e falso. Já os argumentos seriam conjuntos de proposições que denominamos de premissas e todo argumento para Aristóteles, seria qualquer raciocínio destinado a provar ou refutar uma ou mais proposições. Esta forma de raciocinarmos a partir de premissas e inferir conclusões, Aristóteles denominava de silogismo. Farago (2012, p. 56) apresenta a seguir um dos exemplos de silogismo em atividades propostas no final do capítulo 11:

(UNIFOR) Certo dia, o Centro Acadêmico de uma Faculdade de Medicina publicou a seguinte notícia:

“Todos os alunos serão reprovados em Anatomia!”

A repercussão dessa manchete fez com que a direção da faculdade interpelasse os responsáveis e deles, exigisse, como forma de retratação, a publicação de uma negação de afirmativa feita. Diante desse fato, a nota de retratação pode ter sido:

- a) “Nenhum aluno será reprovado em Anatomia.”
- b) “Algum aluno será aprovado em Anatomia.”
- c) “Algum aluno será reprovado em Anatomia.”
- d) “Se alguém for reprovado em Anatomia, então não será um aluno.”
- e) “Todos os alunos reprovados em Anatomia não são alunos”

Temos no problema acima uma afirmação universal: “Todos os alunos serão reprovados em Anatomia!”, que para Aristóteles corresponde a: Todos os As são Bs. Para uma negação Universal, basta existir uma negação particular, do tipo Alguns As são Bs, ou Algum A é B, ou Pelo menos um A é B, segundo Aristóteles. Sendo assim, a negação da afirmação universal poderia ser dada das seguintes maneira: Alguns Alunos serão aprovados em Anatomia, Algum aluno será aprovado em Anatomia ou Pelo menos um aluno será aprovado em Anatomia.

Na Lógica Aristotélica, os silogismos trabalham com proposições simples. São estruturas formadas por pelo menos uma proposição simples e por último a conclusão. São exemplos de proposições simples: o teorema de Pitágoras vale somente para triângulos retângulos, x^2 é igual a 9, etc.

A partir da página 33, o autor apresenta o que denominamos de proposições compostas. Uma proposição composta é a união de duas ou mais proposições simples por meio de conectivos. Seria um exemplo de proposição composta: um triângulo retângulo possui um ângulo reto e o teorema de Pitágoras é válido somente para triângulos retângulos. Pergunta-se: Se o triângulo não possuísse um ângulo reto, poderíamos aplicar o teorema de Pitágoras? Certamente que a resposta seria

não. É necessário que o triângulo tenha um ângulo reto para a utilização do teorema de Pitágoras. Notemos que a conjunção “e” faz a união das duas proposições simples e o seu valor lógico validade está condicionado ao operador lógico ou conectivo “e”. A única possibilidade desta sentença molecular ser verdadeira é quando as duas proposições são verdadeiras, caso contrário toda sentença molecular será falsa.

Quando as sentenças são unidas por conectivos, temos a Lógica de Russel, que está sendo abordada de forma explícita neste capítulo. A partir de sentenças atômicas, temos uma Lógica que permitirá a construção de sentenças moleculares, usando operadores lógicos ou conectivos, como: conjunção (p e q), disjunção (p ou q), condicional (se p então q), bicondicional (p se, e somente se, q) e a negação (não p), onde p e q são denominadas de sentenças atômicas ou proposições simples. O valor lógico de toda a sentença molecular é dada pelo operador lógico que será utilizado.

Farago (2012, p. 46) apresenta uma situação problema que envolve a Lógica de Russel:

(ESAF) Se Beto briga com Glória, então Glória vai ao cinema. Se Glória vai ao cinema, então Carla fica em casa. Se Carla fica em casa, então Raul briga com Carla. Ora, Raul não briga com Carla. Logo:

- a) Carla não fica em casa e Beto não briga com Glória;
- b) Carla fica em casa e Glória vai ao cinema;
- c) Carla não fica em casa e Glória vai ao cinema;
- d) Glória vai a o cinema e Beto Briga com Glória;
- e) Glória não vai ao cinema e Beto briga com Glória.

No caso “se p então q ”, temos o valor lógico falso quando temos p verdadeira e q falsa, mas sabemos que q é falsa, logo para termos a sentença molecular verdadeira, p também terá que ser falsa. Logo o correto é **Carla não fica em casa**. Pelo mesmo raciocínio, se Carla não fica em casa, então **Glória não vai ao cinema**. E se Glória não vai ao cinema, então **Beto não briga com Glória**.

Segundo Farago (2012, p. 39), “a tabela verdade é um recurso que auxilia na determinação dos valores lógicos das proposições simples e, principalmente, nos valores lógicos das proposições compostas”. Portanto é um recurso muito usado na Lógica de Russel e o autor trabalha este tema após apresentar os conectivos. Seguindo o trabalho com a Lógica de Russel, o autor apresenta a equivalência

lógica¹⁴ e por último retoma a Lógica aristotélica, na página 48, trabalhando os argumentos e a validade de um argumento. Observemos o problema apresentado por Farago (2012, p. 53), que se segue:

Sabe-se que existe pelo menos um A que é B. Sabe-se, também, que todo B é C. Segue-se, portanto, necessariamente que:

- a) todo C é B;
- b) todo C é A;
- c) algum A é C
- d) nada que não seja C é A;
- e) algum A não é C.

Para pelo menos um A é B, Sabemos que: um A é B, um ou mais As são B ou que Alguns As não são Bs. Mas como todo B é C, sabemos que: todo B é C e que algum B é C. Portanto como algum A é B, **algum A é C**, porque todo B é C.

Assim, no final Capítulo 11, evidenciamos o uso das Lógicas de Aristóteles e da Lógica de Russell. São apresentadas 36 situações-problema. Foi observado que 38,9 % delas abordam a Lógica Aristotélica e 61,1% a Lógica de Russell, predominando a Lógica de Russell. A seguir apresentamos uma tabela que apresenta os dados quantitativos coletados sobre esta unidade.

TABELA 2 – As lógicas do Capítulo 11

Capítulo	Seção (Nº de Exercícios)		Tipo de Lógica (Nº de Exercícios)			
	Para Fazer	Atividades	L. de Aristóteles		L. de Russell	
11	25	11	14	38,9%	22	61,1%

Fonte: O autor (2014)

Podemos concluir que, mesmo que o tópico onze tenha sido dedicado inteiramente ao estudo de Lógica, não há uniformidade no número de exercícios que trabalham as duas Lógicas apresentadas. Há a predominância de exercícios que utilizam a Lógica de Russell sobre os exercícios que utilizam a Lógica de Aristóteles. Podemos concluir ainda que para Farago (2012), o estudo de Lógica no ensino médio resume-se apenas a estas duas concepções lógicas, de Aristóteles e Russell,

¹⁴ Duas proposições são equivalentes quando possuem o mesmo valor lógico.

não fazendo nenhuma referência explícita às demais concepções lógicas de Bacon, Descartes e Wittgenstein, mesmo que as tenha apresentado de forma implícita nos exercícios e atividades propostas nos tópicos anteriores.

É importante que os materiais didáticos, em especial o de Farago (2012), abordem de forma explícita o conteúdo de Lógica e que se apresentem suas diferentes concepções, pois isso proporciona não somente ao aluno, mas também ao professores maneiras diversas de pensar e de resolver situações-problema.

Podemos perceber que uma determinada concepção lógica favorece a compreensão de certo conteúdo matemático. Situações que envolvem atividades relacionadas a observações de determinados fenômenos em laboratório, por exemplo, são mais facilmente compreendidas se utilizarmos a Lógica de Bacon. Situações em que temos que realizar demonstrações de fórmulas e teoremas, faz-se uso da Lógica Aristotélica. Por exemplo: Prove que a soma de um número par com um ímpar é ímpar. Trabalhamos nesta demonstração com duas premissas e uma conclusão. Premissa 1: a é um número par, Premissa 2: b é um número ímpar e a Conclusão: $a+b$ é um número ímpar.

Um dos processos para que possamos construir o nosso conhecimento, é a apresentação dos conteúdos matemáticos ou de outras ciências, de forma contextualizada, aplicados à realidade do sujeito. Para a interpretação de situações-problema contextualizadas é muito importante a Lógica de Wittgenstein, pois apresenta uma linguagem aplicada em um determinado contexto. Não podemos esquecer da Lógica Cartesiana, onde temos como característica forte a objetividade e a fragmentação dos saberes, muito presente na academia, onde buscamos sempre resolver as situações-problema de forma clara, objetiva, fazendo uso da Matemática. A Lógica de Russell une as proposições com os conectivos, auxiliando na determinação da veracidade de sentenças compostas do tipo: $2+2=4$ ou $2 \times 3=8$, entre outras.

Não existe uma única maneira de resolver qualquer exercício de Matemática, assim como não existe uma verdade única e nem existirá uma única forma de se pensar. Entendo que as demais concepções de Lógica, de Aristóteles, Russell, Bacon, Descartes e Wittgenstein, deveriam ser contempladas, porque auxiliam na construção de conhecimentos, desenvolvendo capacidades e competências que vão ajudar a dar significado ao conhecimento que está sendo construído.

É necessário que o sujeito desenvolva a capacidade de pensar de formas diferentes diante de uma mesma situação e de situações diferentes. Isso desenvolve o raciocínio lógico e favorece o entendimento e a aprendizagem de diversos conteúdos em todas as áreas do conhecimento. Ajuda na compreensão, descrição e na interferência da realidade em que estamos imersos. Ou seja, as diversas concepções de Lógica ajudam no desenvolvimento cognitivo do sujeito, na sua criatividade, na sua argumentação, possibilitando ao sujeito uma postura mais crítica e o seu desenvolvimento intelectual.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nunca objectivei, durante a realização desta pesquisa, esgotar o tema Lógica, que não está pronto, fechado, realizado e nem concluído. Os resultados que apresento referem-se a um determinado grupo de professores, inseridos em um dado contexto e realidade. Os resultados aqui apresentados são o reflexo deste momento ímpar. Certamente, se desenvolvesse esta mesma pesquisa com um outro grupo de professores, iria obter resultados diferentes.

Tentei identificar e discutir o fenômeno observado segundo minhas experiências e o meu referencial teórico. Deixo em aberto, portanto, a continuação de estudos sobre Lógica, sobre suas possibilidades quando trabalhada em aula, não só no âmbito da Matemática, mas também nas demais ciências, sejam exatas, econômicas ou sociais.

No que se refere às diferentes concepções de Lógica desses professores, ficou claro que existe uma certa dificuldade em definir o que ela é. As definições podem ser reunidas em três grupos: (1) toda e qualquer forma de pensar; (2) tudo que pode ser explicado por meio da razão; e (3) conjuntos de argumentos que utilizamos para validar ou invalidar um conhecimento. Ou seja, para os sujeitos da pesquisa, Lógica é a construção de uma argumentação sólida, com pensamentos coerentes, bem estruturados, de modo que se possa inferir sobre premissas, conceitos, situações-problema e a realidade, podendo modificá-las de modo consciente, baseado na razão, determinando a sua validade e falsidade.

No que se refere ao raciocínio lógico, as definições dos professores podem ser sintetizadas em dois grupos: (1) todo o processo de construção de argumentos que permitirá chegar a uma conclusão falsa ou verdadeira; e (2) todos os processos de análise das afirmações, sentenças que permitirão determinar a validade das respostas e de um conhecimento.

Percebi nas falas dos sujeitos entrevistados o entendimento de que a Lógica está presente em todas as áreas do conhecimento, não pertencendo exclusivamente à Matemática e que a Lógica é muito importante para o desenvolvimento cognitivo do sujeito, de sua criatividade e para resolução de problemas no ensino de Ciências e Matemática. Os professores afirmam também que, para se desenvolver o raciocínio, questionar a realidade formulando problemas e resolvendo-os, utiliza-se o pensamento lógico e matemático. Reconhecem a importância da Lógica para o

desenvolvimento intelectual do indivíduo, da sua capacidade de formular argumentações, para a resolução de problemas, sejam eles matemáticos ou não. A lógica, ainda segundo os entrevistados, ajuda a desenvolver habilidades e competências que vão auxiliar na construção de significados sobre os conteúdos estudados, facilitando a aprendizagem de diversos objetos matemáticos.

Quanto à presença da Lógica nas práticas docentes desse grupo de professores de Ensino Médio, fica evidenciado que todos eles, de alguma forma, abordam a Lógica em suas práticas docentes e quase todas as concepções de Lógica estão inseridas nas suas práticas docentes, mas de forma implícita. Fazem o uso de forma inconsciente da Lógica de Descartes, de Wittgenstein, de Russell e de Aristóteles. Afirmam que há pouco tempo para se ensinar a Lógica de forma explícita, como sendo um tópico ou conteúdo da matéria.

No que se refere à abordagem da Lógica em suas práticas pedagógicas os entrevistados utilizam-na em suas aulas ao trabalharem demonstrações, seja nas disciplinas de Matemática ou Física, ao trabalharem os conectivos: conjunção, disjunção, condicional e bicondicional, análise combinatória e probabilidade, na resolução de problemas, teoria de conjuntos, validação de argumentos, verdadeiro e falso, seja em toda e qualquer situação em que professores e alunos necessitem argumentar, resolver uma situação-problema e interferir no mundo e em sua realidade.

Reforçam que, ao ensinar aos alunos o conteúdo de Lógica, estão auxiliando-os na resolução de situações-problema, na argumentação, no desenvolvimento de um senso crítico coerente, possibilitando-lhes interferir na realidade e no mundo, auxiliando na construção do conhecimento matemático e de outras áreas da ciência.

Quanto à presença da Lógica nos materiais de apoio pedagógico utilizado pelos pesquisados, observa-se que as concepções lógicas encontradas são as concepção cartesiana, sendo a mais presente, a concepção de Wittgenstein, a concepção Aristotélica e a concepção de Russell. Embora essas concepções lógicas estejam presentes em seus materiais, nenhum dos professores as identificou de forma explícita. Isto é, afirmam a presença da lógica em seus materiais, mas não identificam qual das concepções está presente em seus livros, cadernos ou apostilas.

Entretanto, seria importante que os respondentes e seus materiais de apoio pedagógico abordassem de forma explícita o conteúdo de Lógica, e que apresentassem suas diferentes concepções.. O estudo das diferentes concepções de Lógica poderia proporcionar não somente ao aluno, mas também aos professores, a construção de maneiras diversas de pensar e de resolver situações-problema.

O estudo de Lógica favorece a compreensão dos conteúdos matemáticos e o entendimento de que não existe uma única maneira de resolver um problema de Matemática, assim como não existe uma verdade única e nem existirá uma única forma de pensar. Entendo que a Lógica e as concepções lógicas de Aristóteles, Russell, Bacon, Descartes e Wittgenstein, deveriam ser ensinadas aos alunos, porque auxiliam na construção de conhecimentos, desenvolvendo capacidades e competências que vão ajudar a dar significado e sentido ao conhecimento que está sendo construído. Além disso, o estudo da Lógica poderia contribuir para problematizar com os alunos a seguinte afirmativa: não há um único critério de verdade, nem mesmo na Matemática.

E por último, além do que foi evidenciado nesta pesquisa, como a Lógica é importante para a aprendizagem em todas as áreas do conhecimento, deveria estar mais presente no currículo dos diferentes níveis de ensino. Gostaria de sugerir que atividades envolvendo Lógica matemática sejam propostas aos alunos, tanto na Graduação como na Educação Básica. Faz-se necessário que os alunos desenvolvam a capacidade de pensar de formas diferentes diante de uma mesma situação e de situações distintas, o que desenvolve o raciocínio lógico e favorece o entendimento e a aprendizagem de diversos conteúdos em todas as áreas do conhecimento.

REFERÊNCIAS

- ABAR, C. **Noções de Lógica**. São Paulo: PUCSP, 2006.
- ALVES, Rubem: **Conversas com quem gosta de ensinar**. 7. ed. Campinas: Papirus, 2004.
- ALVARENGA, R. C. M. **O Raciocínio Lógico e a Criatividade na Resolução de Problemas no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado em Educação). UNESP, 2008.
- ANDRADE, José Aluysio Reis. **Os pensadores: Francis Bacon**. São Paulo: Nova Cultural, 1999.
- ARAÚJO, Ulisses F. **Temas Transversais e a estratégia de projetos**. São Paulo: Moderna, 2003.
- BACON, Francis. **Verdadeiras indicações acerca da interpretação da Natureza**. São Paulo: Nova Cultural, 1999.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2009.
- BIANCHI, C. **A lógica no desenvolvimento da capacidade argumentativa**. 206 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2007.
- BOGDAN, R; BIKLEN S. **Investigação Qualitativa em educação**. Porto: 2003.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica** - Brasília: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, 2013.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Guia do Livro Didático 2012: PNDL/2012: Apresentação**. - Brasília: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, 2011.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Guia do Livro Didático 2012: PNDL/2012: Matemática/** Brasília: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, 2011.
- CABRAL, Tânia. A Interdisciplinaridade e a Construção do Objeto Matemático-Profissional em um curso de engenharia. In: X Encontro Gaúcho de Educação Matemática, 2009, Ijuí. **Anais...** Ijuí: Unijuí, 2009.
- CESAR, Ana Maria Roux. **Método do estudo de caso ou Método do caso?**. São Paulo: Makenzi, 2013.
- CHELMERS, A. F. **O que é ciência afinal?**. São Paulo: Editora Brasiliense, 1993.

- COLARES, Virginia. Direito Fundamental à imagem e os jogos de linguagem: análise crítica do discurso jurídico. **Cadernos da Escola de Direito e Relações Internacionais**, Curitiba, v. 1, p. 327-350. 2011.
- COPI, Irvin Magner. **Introdução à Lógica**. 2. ed. São Paulo: Mestre Jou, 1968.
- DESCARTES, René. **Discurso do Método**. São Paulo: Nova Cultural, 1987.
- CUNHA, Margarida da Mota. **Escuta Sensível e Etnomatemática: caminhos para a compreensão Matemática no Ensino Fundamental**. 40f. Monografia – Universidade Estadual da Bahia, Salvador, 2003.
- DIENES, Z. P; GOLDING, E. W. **Lógica e Jogos Lógicos**. São Paulo: Editora Herder, 1969.
- FARAGO, Jorge Luiz. **Matemática: Ensino médio, 3ª série**. Curitiba: Positivo, 2013.
- FERREIRA, Mariana Kawall Leal. **Ideias Matemáticas de Povos Culturalmente Distintos**. São Paulo: Global, 2002.
- FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o estudo da matemática no Brasil. **Zetetiké**. Campinas, v. 3, n. 4, p. 01-38, 1995.
- FREITAS, Marcel de Almeida. A Lógica Cartesiana, Tecnicista e Empirista enquanto sustentáculo do Ethos Industrial do ocidente Moderno. **Revista de Filosofia**, São Paulo, Set. 2006.
- GHIRALDELLI, Paulo. **História da Filosofia**. São Paulo: Contexto, 2009.
- LALANDE, André: **Vocabulário Técnico e Crítico da Filosofia**. São Paulo: Discurso Editorial, 2006.
- LEAR, Jonathan. **Aristóteles: o desejo de entender**. São Paulo: Discurso Editorial, 2006.
- LUDKE, M; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.
- MACHADO, Alexandre Noronha. **Lógica e Forma de vida: Wittgenstein e a natureza da necessidade lógica e da filosofia**. Porto Alegre: UFRGS, 2004.
- MACHADO, Nilson José. **Matemática e Realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática**. São Paulo: Cortez, 1997.
- MARTINS, Márcia da Silva. **Lógica: uma abordagem introdutória**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2012.
- MORAES, Roque. **Da noite ao dia: tomada de consciência de pressupostos assumidos dentro das pesquisas sociais**. Porto Alegre: PUCRS, 2006.
- MORAES, Roque. ; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise Textual Discursiva**. 2. ed.

Ijuí: Ed. Unijuí, 2011.

MOREIRA, J. H. L. Wittgenstein: A superação do Atomismo Lógico. **Revista de Filosofia**, Ceará, v. 3, ano 2, 2010.

MORETTO, A.; OLIVEIRA, E. **A importância da Lógica na aprendizagem**. Blumenau: UNIASSELVI, 2009.

MORTARI, C. **Introdução à lógica**. São Paulo: UNESP, 2001.

PAIS, L. C. **Ensinar e aprender matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PECORARO, Rossano: **Os filósofos: clássicos da filosofia**. Rio de Janeiro: Vozes, 2008.

PIAGET, Jean. **A Epistemologia Genética**. Rio de Janeiro: Vozes, 1971.

RAUBER, J.; ROSSETO, M. **Que tal um pouco de Lógica?**. Porto Alegre: Clio Livros, 2003.

ROCHA, A. J. O.; OLIVEIRA, P. A. **Raciocínio Lógico, conceitos e estabelecimento de parâmetros para a aprendizagem matemática**. Distrito Federal: FACITEC, 2012

ROSA, Marco Henrique. **Frege, Wittgenstein e a normatividade da Lógica**. Revista índice, Vol. 2, 2010.

RODRIGUES, Abílio. **Lógica**. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2011.

SCOLARI, A.; BERNARDI, G.; CORDENONSI, A. **O desenvolvimento do raciocínio Lógico através dos objetos de aprendizagem**. Santa Maria-RS: UNIFRA;UFSM, 2007.

SILVA, Nilton Miguel da. **Lógica matemática no ensino fundamental como instrumento facilitador da aprendizagem no Ensino da Matemática**. 136f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências na Educação Básica) – UNIGRANRIO, Duque de Caxias, 2012.

SIMONS, Ursula Mariane. **Blocos Lógicos: 150 exercícios para flexibilizar o raciocínio**. Rio de Janeiro: Vozes, 2009.

SIMPSON, David. Francis Bacon (1561-1626). **Encyclopedia of Philosophy**: DePaul University. Disponível em: <<http://iep.utm.edu/bacon>>. Acesso em: 30 out. 2011.

TOZONI-REIS, Marília Freitas de Campos. **Metodologia de pesquisa**. Curitiba: IESDE Brasil, 2006.

WITTGENSTEIN, Ludwig: **Gramática Filosófica**. São Paulo: Edições Loyola, 2003.

YIN, Robert K. **Estudo de caso: Planejamento e Método**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

APÊNDICE A – Roteiro de Entrevista Semi Estruturada

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
Faculdade de Física
Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática

Roteiro de Entrevista

Autor: Alessandro Pinto Ribeiro

Entrevistado: _____ **Data:** _____

Perguntas:

1. O que você entende por Lógica?
2. O que você entende por raciocínio lógico?
3. Durante a sua graduação, você teve alguma disciplina que trabalhou Lógica?
Você poderia citar quais conteúdos de Lógica foram abordados?
4. Você lembra de livros e autores trabalhados na disciplina? Poderia citá-los?
5. Você considera importante ensinar Lógica matemática aos seus alunos? Por quê?
6. A Lógica está presente em suas aulas? De que forma?
7. Poderia relatar uma aula na qual você trabalhou o conteúdo de Lógica com seus alunos?
8. Você utiliza livros didáticos? Por quê? Qual(is) livros? Como utiliza?
9. Este(s) livro(s) utilizados na sua prática docente contempla(m) o ensino da Lógica? Poderia citar exemplos?