

Pesquisa aplicada em software livre na aprendizagem de Matemática e Estatística

Thaísa Jacintho Müller

PUCRS
Av. Ipiranga, 6681
Faculdade de Matemática
+55 51 33203531
thaisa.muller@puccrs.br

Filipe Jaeger Zabala

PUCRS
Av. Ipiranga, 6681
Faculdade de Matemática
+55 51 33203531
filipe.zabala@puccrs.br

ABSTRACT

Results of the insertion of applied research on Higher Education are presented. Topics discussed in mathematics classes, such as functions and complex numbers, were used to obtain an unpublished solution to the problem of compacting and predicting sets of values. Encouraged by the results, students of different levels and areas of knowledge have become interested in the topics discussed, including the use of the open source language R implemented in the RStudio environment.

RESUMO

Resultados da inserção de pesquisa aplicada no Ensino Superior são apresentados. Tópicos debatidos em aulas de Matemática, como funções e números complexos, foram utilizados para a obtenção de uma solução inédita para o problema de compactar e prever séries de valores. Estimulados pelos resultados, estudantes de diferentes níveis e áreas do conhecimento passaram a se interessar pelos tópicos discutidos, incluindo o uso da linguagem de código aberto R implementada no ambiente RStudio.

Categories and Subject Descriptors

[Applied Computing]: Education – *Interactive learning environments.*

General Terms

Algorithms, Experimentation, Languages, Theory, Verification.

Keywords

Research in Education, RStudio, Learning with Free Software

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta uma proposta de inserção de resultados de pesquisa aplicada no Ensino Superior, baseada no uso da tecnologia.

Permission to make digital or hard copies of all or part of this work for personal or classroom use is granted without fee provided that copies are not made or distributed for profit or commercial advantage and that copies bear this notice and the full citation on the first page. To copy otherwise, or republish, to post on servers or to redistribute to lists, requires prior specific permission and/or a fee.

Conference '10, Month 1–2, 2010, City, State, Country.
Copyright 2010 ACM 1-58113-000-0/00/0010 ...\$15.00.

A instituição de Ensino Superior onde trabalham os autores conta com um parque científico e tecnológico, que desde sua criação, em 2001, tem como um de seus propósitos estimular a pesquisa e a inovação por meio de uma ação simultânea entre academia, instituições privadas e governo. O objetivo fundamental do parque tecnológico é inserir a universidade diretamente no processo de desenvolvimento tecno-econômico-social da região e do país. Especificamente, pretende-se:

- atrair empresas de pesquisa e desenvolvimento (P,D&I) para trabalhar em parceria com a Universidade;
- promover a criação e o desenvolvimento de novas empresas de base tecnológica;
- atrair projetos de pesquisa e desenvolvimento tecnológico em geral;
- estimular a inovação e a interação empresas-Universidade;
- gerar uma sinergia positiva entre o meio acadêmico e o empresarial;
- atuar de forma coordenada com as esferas governamentais, particularmente no âmbito do Projeto Porto Alegre Tecnópole.

Neste contexto, desde 2015 a Faculdade de Matemática possui uma parceria de pesquisa com uma empresa do referido parque tecnológico. Sabendo-se da importância de inserir a pesquisa aplicada nos cursos de graduação e pós-graduação, um grupo de professores aceitou o desafio.

Porém, muito mais do que a criação de um grupo de pesquisa para atender as necessidades da empresa, observou-se a criação de uma engrenagem que envolveu diferentes esferas educacionais. Primeiramente, no grupo de pesquisa estavam envolvidos dois alunos de graduação do curso de Bacharelado em Matemática Empresarial. Estes alunos tiveram a oportunidade de vivenciar todas as etapas do projeto, praticando as atividades que lhe serão colocadas em sua futura área de atuação.

Por outro lado, o envolvimento dos professores do grupo impactou diretamente no ensino em suas aulas de graduação e pós-graduação, pois os docentes utilizaram esses espaços para discutir com os alunos as ideias desenvolvidas no grupo de pesquisa. Isto se tornou pertinente uma vez que, no desenvolvimento do projeto, foram utilizados diversos conceitos de Matemática e Estatística que são trabalhados ao longo da graduação ou pós-graduação, listados na Seção 2.3.

Esta prática revela, ainda, o uso da pesquisa nas atividades de sala de aula, que constitui uma vertente importante na promoção da

aprendizagem efetiva. Todas as atividades foram realizadas com apoio do computador, que foi essencial para o cumprimento dos objetivos propostos.

Para a realização do projeto foi utilizado o RStudio, editor baseado na linguagem e ambiente de código aberto R. Desta forma, observa-se um caso em que a tecnologia serve direta e indiretamente como apoio ao aprendizado. De forma direta, os alunos bolsistas envolvidos se apropriaram dos softwares e linguagens de programação utilizados, e a partir do seu uso desenvolveram habilidades de aplicação a partir de uma demanda real. Associados a este exercício estão os conhecimentos adquiridos ao longo do curso, de modo que foi possível aliar teoria e prática. De forma indireta, os demais alunos atendidos pelos professores envolvidos no projeto tiveram contato com o que foi desenvolvido pelo grupo, criando um ambiente de discussão e utilizando-se, ainda que com menor profundidade, dos recursos computacionais envolvidos.

Considerando o contexto descrito nesta Introdução, na Seção 2 são apresentadas considerações sobre o uso da pesquisa e da tecnologia na Educação. Na Seção 3 são colocados os procedimentos metodológicos praticados, com uma breve descrição do projeto, das atividades desenvolvidas e do ambiente computacional utilizado. Os resultados obtidos com o projeto, em todas as esferas envolvidas, são apresentados na Seção 4. Finalmente, na Seção 5 apresentam-se as considerações finais e sugestões de continuidade do trabalho.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Considerando-se que este artigo visa divulgar um projeto de pesquisa realizado na Universidade e seus impactos em sala de aula ou fora dela, nesta seção apresentam-se conceitos relacionados ao ensino pela pesquisa, que é uma tendência bastante atual. Além disso, como o projeto foi desenvolvido com total suporte de recursos computacionais que impactaram direta e indiretamente na aprendizagem, realizam-se algumas considerações sobre o uso da tecnologia para o aprendizado, bem como dos conteúdos curriculares envolvidos no projeto. Por fim, são ressaltados os tópicos curriculares envolvidos no projeto de pesquisa.

2.1 A pesquisa na Educação

É consenso entre pesquisadores da área da Educação Matemática que o ensino dito “tradicional”, em que o professor centraliza o conhecimento e os alunos apenas o absorvem, não é o mais adequado quando se busca um ensino que promova uma aprendizagem significativa. Deste modo, surgem algumas tendências que colocam o aluno como centro do processo. Uma destas tendências busca promover a pesquisa na sala de aula, instigando o senso crítico do aluno e desenvolvendo seu raciocínio no sentido de resolver problemas.

[15] aborda, ao longo de sua obra, o que chama de “Educar pela Pesquisa”. Para o autor, o uso da pesquisa em sala de aula é fundamental, pois critica enfaticamente as aulas em que os alunos apenas copiam o conteúdo passado pelo professor, argumentando que isso não o faz sujeito de sua própria aprendizagem. Em contrapartida, ao trazer a pesquisa para a sala de aula, o professor se torna orientador do processo, fazendo com que o aluno critique, formule hipóteses e argumente, buscando significado naquilo que está sendo estudado.

Além disso, segundo [12] (2002, p. 10),

a pesquisa em sala de aula é uma das maneiras de envolver os sujeitos, alunos e professores, num processo de questionamento de verdades implícitas nas formações discursivas, propiciando, a partir daí, a construção de argumentos que levem a novas verdades.

No caso aqui relatado, observou-se que os alunos envolvidos não cultivavam este hábito, dado pertencerem a cursos bastante teóricos e com um mercado de trabalho ainda pouco definido. Ao participarem de pesquisas aplicadas, envolvendo situações reais que surgem a partir da necessidade das empresas parceiras, os alunos têm a oportunidade de experimentar na prática o que irão enfrentar após a graduação.

A parceria de empresas, seguindo a filosofia de atuação do parque tecnológico na Universidade, surge aqui como uma solução ao problema apontado por [16]:

(...) apesar da centralidade da pesquisa, as Instituições de Ensino Superior privadas esbarram em dificuldades quanto à falta de incentivo por parte do Governo. Não há no presente momento qualquer mecanismo de financiamento público de pesquisa nessas instituições e os únicos financiamentos públicos disponíveis ficam restritos a mestrados e doutorados, operação problemática em instituições privadas. Como fazer pesquisa de forma substancial sem fontes de financiamento? Como assegurar que os profissionais da Educação assumam a bandeira da pesquisa como algo fundamental de sua prática sem que as instituições tenham meios de sustentar financeiramente o custo dessa prática? Como realizar pesquisa sem que ela seja concebida como processo pertencente a pequenos grupos e não como parte da prática pedagógica?

Sendo assim, acredita-se que é possível promover a pesquisa em sala de aula, contribuindo para a formação completa do aluno, e também aproximar a academia de empresas que precisam do seu conhecimento e podem contribuir, aproximando a teoria da prática.

2.2 A Tecnologia como meio propulsor da aprendizagem

Muito se fala, atualmente, sobre o uso da tecnologia para apoio a aprendizagem de modo geral. Está largamente documentado que a utilização do computador como ferramenta para o apoio ao ensino visa disponibilizar uma maneira simples de se ter acesso a conceitos e práticas educacionais sobre qualquer domínio do conhecimento. Duas são as principais abordagens para esse tipo de ensino, conforme a Figura 1. Nela são apresentados dois polos que se distinguem pela maneira como os componentes interagem entre si, com o computador auxiliando os alunos por meio de software em um polo e, no outro, o aluno calibrando o computador através do uso de software.

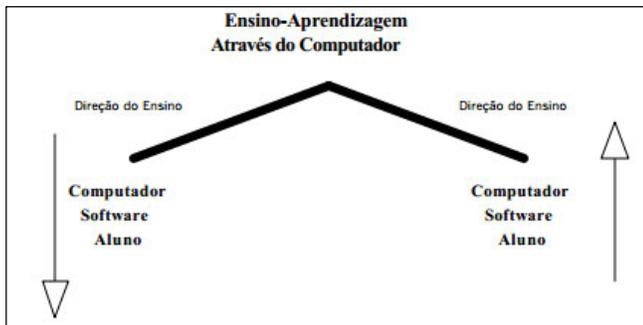


Figura 1: Esquema da Aprendizagem mediada por computador

Nesta pesquisa o foco está relacionado ao primeiro polo, onde são utilizados softwares como apoio ao processo de ensino, buscando uma aprendizagem significativa, propondo ao estudante uma conexão válida para a construção do conhecimento utilizando sua estrutura cognitiva recorrente. Neste contexto é importante definir uma estrutura cognitiva que merece reflexão no desenvolvimento do projeto.

[11] descreve que a aprendizagem efetiva ocorre quando o conjunto de informações repassadas ao aluno estiver alinhado com o seu estilo cognitivo, ou seja, o volume total de informações deve estar de acordo com sua capacidade de percepção, o que constitui a teoria da carga cognitiva. Seguindo os estudos sobre essa teoria, [12] defende a existência de três estilos de carga cognitiva: a *intrínseca*, voltada para a complexidade dos conteúdos; a *natural*, que aborda as atividades de ensino; e a *externa ao conteúdo*, que sobrecarrega e desperdiça recursos mentais.

A aprendizagem cognitiva é descrita por [1], que apresenta a integração do conteúdo aprendido com uma construção mental previamente estabelecida. Essa estrutura cognitiva está relacionada com toda informação armazenada pelo indivíduo e organizada em um modelo próprio de conhecimento. Toda informação adquirida em momentos posteriores será assimilada com experiências já construídas, em um processo conhecido como Aprendizagem Significativa. Para que este processo ocorra, [1] descreve a necessidade de que: o material a ser assimilado seja potencialmente significativo; ocorra um conteúdo relacional com a estrutura cognitiva do indivíduo; e exista o interesse e disposição do aluno na aprendizagem.

Por último, a base teórica proposta por [13] deve ser considerada, visto que este autor descreve que o processo de aprendizagem ocorre em quatro etapas, cada uma com suas características necessárias para a aquisição das competências relacionadas aos conteúdos apresentados. Estas etapas são as seguintes: *sentir, observar, pensar e fazer*.

Mais especificamente, no caso de aprendizagem de disciplinas das ciências exatas, como Matemática e Estatística, considera-se que a Tecnologia tem um papel fundamental, uma vez que o uso de softwares, por exemplo, auxilia consideravelmente na realização de cálculos e na confecção de modelos aplicados.

Segundo [10], as tendências no ensino de Matemática têm se modificado, e entre as metodologias mais discutidas estão a

modelagem matemática e o uso de computadores. Esta tendência pode ser observada até mesmo nos livros didáticos de Cálculo, Álgebra Linear, Equações Diferenciais ou Probabilidade e Estatística, que têm enfatizado o uso de modelos matemáticos, a contextualização dos exercícios de aplicação e as possibilidades de uso de softwares.

Corroborando esta ideia, [9] (1997, p. 92) salienta ainda que

[...] mesmo que o uso das tecnologias não seja a solução para os problemas de ensino e aprendizagem da Matemática, há indícios de que ela se converterá lentamente em um agente catalisador do processo de mudanças na educação matemática.

O uso da tecnologia em Matemática e Estatística permite ainda algo fundamental na formulação de hipóteses e conjecturas: a experimentação. O ato de experimentar facilita a visualização da situação em questão por parte do aluno, que pode testar diversas possibilidades com maior velocidade e precisão se comparado ao uso restrito de lápis e papel. Além disso, conforme destacam [2] (2007, p. 46):

Tal prática está também em harmonia com uma visão de construção de conhecimento que privilegia o processo e não o produto-resultado em sala de aula, e com uma postura epistemológica que entende o conhecimento como tendo sempre um componente que depende do sujeito.

Por outro lado, existem também algumas propostas que fazem uso do próprio R – linguagem considerada nesta pesquisa – para suporte ao ensino. O projeto MOSAIC¹ [8] agrega uma comunidade de educadores que trabalham para desenvolver novas maneiras de introduzir Matemática, Estatística, Computação e Modelagem para estudantes em faculdades e universidades. Os pesquisadores desenvolveram o pacote *mosaic* [20], criado para facilitar o ensino destes assuntos utilizando o R, acessível via CRAN² e github.com. Por outro lado, o projeto statsTeachR³ é um repositório online de planos de aula modulares para o ensino de Estatística utilizando R em nível de graduação e pós-graduação. Cada módulo se concentra em ensinar um conceito estatístico específico. Os módulos variam de aulas introdutórias de Estatística Básica, Computacional, até tópicos mais avançados em Bioestatística e Simulação, lançado oficialmente em 2014 no *New England Statistics Symposium*⁴. Além dos módulos, existem exercícios com soluções e cursos. É notória, portanto, a aplicabilidade do R e RStudio como ferramentas na Educação.

2.3 Os conteúdos envolvidos

Além das vantagens já descritas da utilização da tecnologia para resolver problemas aplicados, é importante considerar também a conexão existente entre a implementação e a teoria, baseadas nos conhecimentos desenvolvidos pelos professores e alunos participantes. Em todas as etapas do desenvolvimento do projeto foram utilizados conhecimentos adquiridos ao longo da vida acadêmica dos participantes do projeto, especialmente dos cursos de graduação em Matemática Empresarial e de especialização em

¹ <http://mosaic-web.org/>

² *Comprehensive R Archive Network*.

³ <http://statsteachr.org/>

⁴ <https://www.hsph.harvard.edu/ness2014/>

Métodos Quantitativos. Podem-se listar os tópicos em grandes grupos:

- Separatrizes;
- Funções;
- Números complexos;
- Transformadas de Fourier;
- Séries Temporais;
- Regressão
- Lógica de Programação.

Todos os pontos listados possuem grande aplicabilidade e exigem do aluno um profundo conhecimento teórico. A partir destes fatos pode-se motivar o estudante a se debruçar sobre assuntos de complexidade mais elevada, estimulando-o a utilizar sua capacidade de abstração.

A noção de separatrizes está presente no cotidiano, quando se necessita compreender a localização de certa quantidade de interesse em uma lista ordenada. Quando observadas ao longo do tempo, cabe considerar o uso dos métodos de Séries Temporais para avaliar tais quantidades, fundamentais nas análises de mercado e na evolução de populações. Associado às soluções propostas nos modelos de séries de tempo está o conceito de Regressão, discutido na fundamentação dos Modelos Lineares (ML) e Lineares Generalizados (MLG). Cabe destacar aqui que este conteúdo foi largamente utilizado ao longo de todo o projeto e exigiu um estudo aprofundado, inclusive, de séries temporais não homogêneas, que não costumam ser abordadas em cursos de graduação.

O conhecimento de funções também foi essencial, principalmente pelo conceito em si, diretamente associado à Lógica de Programação; da mesma forma, as funções trigonométricas fornecem as bases do método desenvolvido. De fato, os fundamentos utilizados para a aplicação de funções estão presentes nos alicerces da Ciência moderna, propiciando ao aluno a oportunidade de discutir tópicos de grande valia para sua formação.

A partir do estabelecimento do conceito de funções e dos números complexos, seguem-se as transformadas de Fourier, constantemente citadas como um recurso bastante versátil na solução de problemas teóricos e aplicados, a exemplo da música digital largamente consumida nos dias de hoje. Os métodos desenvolvidos por Fourier foram de suma importância no desenvolvimento da solução, constituindo-se como princípio teórico da modelagem desenvolvida.

Unida a estes extensos tópicos está a Lógica de Programação, que permite a solução de problemas de larga escala, com velocidade e precisão jamais registradas na História. O conhecimento de seus princípios e de alguma linguagem de programação faz-se necessário ao pesquisador atual, e isto pôde ser trabalhado pelo grupo no desenvolvimento de todas as atividades, que eram planejadas teoricamente e em seguida implementadas no RStudio.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nesta seção será descrito o projeto desenvolvido, bem como as atividades ao longo do período de vigência das atividades e o ambiente de programação utilizado.

3.1 O projeto

A compactação de dados sem perda significativa de informação e a previsão de valores futuros são desafios constantes de pesquisa. A partir de um problema aplicado de uma empresa parceira do parque tecnológico localizado dentro da Universidade, foi criado um grupo de estudos intitulado GEARS – Grupo de Estudos Avançados Renz-Silveira –, em homenagem aos professores Luiz Carlos Renz e Francisco Silveira, grandes incentivadores da pesquisa dentro da Faculdade de Matemática, e antigos ocupantes da sala disponibilizada ao grupo. Conforme mencionado, o grupo é composto de alunos de graduação, escolhidos preferencialmente por cursarem o Bacharelado em Matemática Empresarial, e por professores de Matemática e Estatística.

Motivados pelo problema trazido pela empresa com relação à otimização, armazenamento e apresentação dos dados, o grupo desenvolveu um método de redução de dimensionalidade para séries de alta frequência, com números de observações na ordem de centenas de milhares de pontos, podendo chegar a milhões. O método proposto armazena 2% dos pontos extremos – 1% inferior e 1% superior – e utiliza Transformadas de Fourier para representar o comportamento dos 98% restantes. Aplicando-se as transformadas são obtidos 201 coeficientes, utilizados para recriar o comportamento dos pontos originais. Ao reduzir o número de pontos de centenas de milhares para 201, obtém-se uma compactação de mais de 99.9% sem perda significativa de informação. Ressalta-se, entretanto, que a quantidade de coeficientes pode ser ajustável, dependendo das necessidades em cada situação. Basta, para isso, alterar o grau da função desenvolvida.

Após garantir alto desempenho de compactação foi implementado um método automático de previsão de valores das séries. Os valores previstos são então comparados com os realizados, como forma de determinar a diferença entre pontos ‘normais’ – dentro da previsão – e pontos anômalos, destoantes dos previstos.

Com a ferramenta desenvolvida, o operador pode manipular facilmente os dados compactados e projetados, reduzindo custos de armazenamento e aumentando o poder de previsão, tornando as decisões mais eficientes e objetivas. Toda a solução foi implementada em software livre, utilizando as linguagens R e Python. Com isso qualquer pessoa associada ao projeto pode ler, modificar e distribuir o código, sem qualquer custo financeiro ou obrigação legal.

3.2 Desenvolvimento das Atividades

Até o momento do início do trabalho pelo grupo, a empresa parceira contava com uma solução intitulada PIP – *Perceptually Important Points* –, que resolvia o problema de forma parcial. Inicialmente foram realizadas simulações a partir desta metodologia, como forma de fazer uso da linguagem R e promover a sinergia dentro do grupo. Sendo assim, pode-se considerar que no princípio o projeto teve forte viés teórico, uma vez que estava sendo investigada uma solução inédita para o problema proposto. Durante este período foi realizada uma imersão na linguagem de programação utilizada, em paralelo com a pesquisa bibliográfica. Diversos exercícios foram realizados para garantir a consistência dos procedimentos avaliados, resultando em funções e métodos aplicados posteriormente. Mais especificamente, foi realizado um estudo

profundo sobre Transformadas de Fourier e séries temporais, revisando-se os conceitos básicos necessários para o bom andamento da pesquisa.

Os avanços obtidos eram discutidos em reuniões semanais, permitindo a interação de todos os componentes do grupo. Além da implementação em linguagem computacional, os encontros geravam atas que descreviam os tópicos discutidos. Destas notas foi gerada a documentação final do projeto, na qual são formalizados os resultados alcançados. Esta organização permitiu que os tópicos fossem dispostos de forma mais didática para aplicação em sala de aula e no treinamento dos colaboradores da empresa parceira.

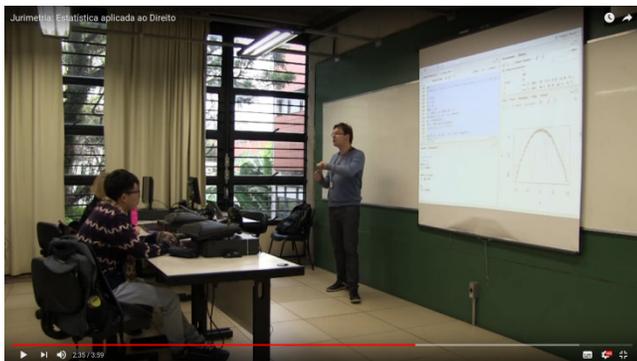


Figura 2: reunião do GEARS

O projeto contou com a participação de cinco professores e três alunos bolsistas, matriculados no curso de bacharelado em Matemática Empresarial. Com um grupo de composição tão heterogênea, era necessária muita organização para garantir alto desempenho com a participação ativa de todos. As atas de reunião logo tornaram-se ferramentas importantes para a manutenção da ordem e continuidade das atividades. O formalismo foi bem aceito pelos participantes, incluindo os menos experientes, que logo perceberam as vantagens do uso de linguagem concisa e precisa.

Além dos envolvidos diretos do projeto, outros grupos usufruíram dos resultados obtidos pelo grupo. Paralelamente estava iniciando na Universidade uma linha de pesquisa focada em *jurimetria*, métodos quantitativos – em especial a Estatística – no Direito. Faculdades de Matemática e Direito passaram a abordar o tema de forma interdisciplinar, baseados no entendimento de que havia grande confluência de ideias e conceitos entre as duas áreas, a exemplo do instituto da verossimilhança, considerado de forma homônima por ambas.

Porém, apesar das semelhanças filosóficas entre estes dois campos de estudo, há muito a ser explorado por todos os envolvidos. Os estatísticos precisam compreender a lógica jurídica, enquanto para os operadores do Direito existe a necessidade de compreender os conceitos da Estatística com forte embasamento matemático. Desta forma, fazia-se necessário o uso de ferramentas pedagógicas que associassem teoria e prática. A Figura 2 mostra um encontro do grupo de estudos GEARS, capturada de um vídeo institucional que apresenta o tema da jurimetria [18]. Por associar os resultados de pesquisa ao ensino, os materiais gerados no projeto aqui relatado foram considerados na composição dos cursos e debates

jurimétricos dentro da Universidade. A mensuração do desempenho dos alunos nos cursos de jurimetria foi feita com o uso das ferramentas construídas com base nos códigos desenvolvidos no GEARS. A aplicação foi discutida pelos autores em [17], onde são colocadas, também, possibilidades mais diretamente voltadas à Educação usando o RStudio.

3.3 O Ambiente Utilizado

Para o desenvolvimento das atividades do projeto, utilizou-se o editor RStudio [5], que opera baseado na linguagem R [4]. R e RStudio estão disponíveis sob licença GNU GPL [3], permitindo que os códigos gerados possam ser lidos e implementados nos principais sistemas operacionais. A obtenção e instalação destas ferramentas não depende de senhas de administrador ou autorizações do setor de compras, sendo efetuadas dentro da própria seção do usuário. A combinação destes dois instrumentos gráficos e de análise estatística fornecem ao operador um sistema enxuto e extensível, que contempla desde a leitura e tratamento dos dados até ferramentas de publicação interativas. A associação entre pacotes permite a criação de documentos com diagramação de alto padrão [6,7], também responsivos à ação do usuário.

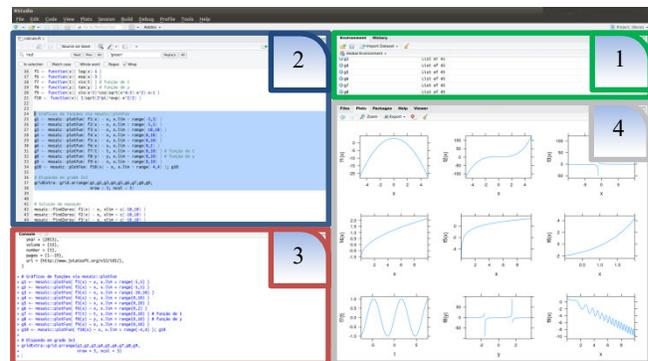


Figura 3: tela do RStudio

Além disso, como se pode ver na Figura 3, a tela do RStudio é dividida em quadrantes, dispostos conforme a noção de quadrante no plano cartesiano. No quadrante 1 está a lista dos objetos gerados na seção junto com o histórico. No quadrante 2 está a janela de código, proporcionando destaque em cores para diferenciar os elementos do código, como números, strings e funções. No 3 está o console do ambiente R, que funciona como o núcleo operacional do ambiente. Finalmente, o quadrante 4 possui uma janela de navegação de arquivos, uma para apresentação dos gráficos gerados (no detalhe), a lista com informações dos pacotes instalados, a janela de ajuda e um visualizador de documentos html.

Todos os recursos podem ser aprimorados utilizando funções adicionais, disponíveis através de bibliotecas ou pacotes. Desta forma o ambiente se mantém enxuto, mas com grande capacidade de expansão. Até o fechamento deste artigo, o ambiente R conta com onze mil quinhentos e sessenta e seis pacotes⁵ disponíveis para

⁵ <https://cran.r-project.org/web/packages/>

imediate instalação e operação através da função `install.packages`.

4. RESULTADOS

Pode-se dizer que os resultados obtidos no desenvolvimento do projeto tiveram extrema importância em duas frentes:

- 1) na empresa, que solicitou a resolução de um problema aplicado, sendo plenamente atendida;
- 2) na sala de aula, onde os resultados foram discutidos e, eventualmente, aprimorados.

Com relação ao item 2, a aplicação dos resultados foi feita nos cursos das faculdades de Computação, Engenharia e Matemática, este último facilitado pelo viés empresarial atribuído ao curso de bacharelado. Conceitos existentes no domínio das ideias puderam ser discutidos e compreendidos de maneira concreta, a exemplo dos conceitos de números complexos envolvidos no método de compactação proposto.

Com relação ao item 1, diversos resultados foram gerados e compartilhados com a empresa. Após muitos testes e estudos, considera-se que foi possível chegar a uma solução ótima, que resolveu o problema proposto de maneira muito mais eficiente do que vinha sendo feito até o momento. Na Figura 4, por exemplo, está apresentado um exercício solicitado pela empresa, comparando-se o método PIP (que era conhecido e utilizado por eles) com aquele desenvolvido pelo grupo, utilizando transformadas de Fourier.



Figura 4: comparação dos métodos PIP e Fourier

Comparando-se com a série original, é nítido que, para o mesmo número de pontos envolvidos, o método de Fourier representa de forma mais acurada os dados de entrada, enquanto o PIP suaviza demasiadamente os trechos intermediários.

Por outro lado, existem também os resultados conjuntos, ou seja, que envolvem tanto melhorias para o sistema desenvolvido na empresa como a qualificação dos envolvidos (professores e alunos).

Com esta experiência foi possível comprovar, na prática, que a proximidade com a pesquisa aplicada realmente motiva o aluno, que naturalmente percebe as possibilidades de conexão entre teoria e prática. Instigados por um nível elevado de abstração, todos os envolvidos diretos são impelidos a concretizar as ideias discutidas de forma a esclarecer as implementações aos técnicos e

componentes do corpo diretivo da empresa parceira. Criar versões intuitivas que facilitem a comunicação entre a academia e o demandante são desafios constantes da pesquisa aplicada. Exercitar esta atividade durante a formação do aluno é parte de uma abordagem desejada pelas coordenações dos cursos, bem como pela administração superior. Acredita-se que esta articulação foi concretizada nesta experiência, que abriu portas já para um segundo projeto com a mesma empresa, assim como com outras empresas do mesmo parque tecnológico, que vêm procurando o grupo.

Com relação aos resultados específicos da solução criada pelo grupo de estudos, cabem também outras considerações. Na Figura 5, por exemplo, está apresentado um gráfico utilizado durante o projeto. As linhas horizontais (azuis) indicam os percentis 1% e 99%, isto é, valores que limitam 1% dos menores e 1% dos maiores pontos. A partir deste gráfico foi discutido o conceito de separatriz, que no caso limita 98% dos pontos centrais. Estes pontos foram então processados através de funções desenvolvidas no projeto, suavizados pela função representada pela linha intermediária (vermelha). Este comportamento descreve o que ocorreu com uma massa de aproximadamente 1 milhão de pontos, resumidos por coeficientes de uma série de Fourier.

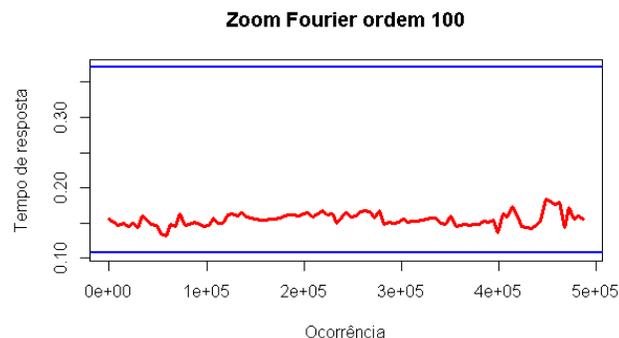


Figura 5: representação compacta de aproximadamente 1 milhão de pontos

Esta abordagem mostrou-se bastante eficiente também para apresentar o conceito de função. A compactação conseguida pelo método também foi explorada como forma de exemplificar o poder da concisão das linguagens matemática e computacional. Tais exemplos fomentam a abertura de percepção dos alunos para compreender que mesmo os conceitos mais abstratos podem ter grande valia na aplicação, bastando conhecimento e criatividade.

Considerando que o ser humano busca constantemente aprimorar seus métodos de previsão de forma a colocá-lo em uma posição mais vantajosa na tomada de decisão, modelos preditivos podem ser bem utilizados no ensino.

Neste caso específico foi solicitado pela empresa, além da compactação dos pontos, uma previsão de comportamentos ainda não observados, de modo a prevenir surpresas para seus clientes que necessitassem de atitudes emergenciais.

Sendo assim, passou-se a estudar também qual seria a melhor forma de confeccionar estes modelos, e chegou-se a algumas conclusões que levaram a modelos como o que mostra a figura a seguir.

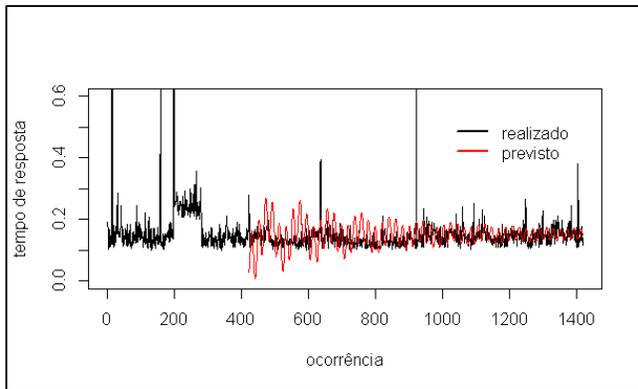


Figura 6: 1000 pontos previstos versus realizados

Na Figura 6 está um exemplo de modelo preditivo, utilizado no desenvolvimento da solução baseada em [19]. Dos pontos pretos indicando a série de valores realizados, foram utilizados os primeiros 420 para treino do modelo. Assim, os próximos mil valores foram previstos e indicados pela linha vermelha. A partir da visualização e de métricas de desempenho como o erro quadrático médio, pode-se atestar, na prática, a qualidade preditiva dos modelos considerados. Desta maneira cria-se um dispositivo para ordenar os modelos quanto ao seu desempenho. Percebendo uma forma objetiva e intuitiva de pensar o problema de seleção de modelos, o estudante é incentivado a buscar estas soluções através da literatura, estimulando seu desenvolvimento intelectual. Por considerar o uso de código aberto, a implementação conta com o respaldo da comunidade de software livre que mantem os fóruns de discussão permeados de soluções rápidas para problemas cotidianos.

Como resultado não planejado, alunos de outras unidades passaram a incorporar o grupo de forma voluntária, interessados em fazer uso dos materiais gerados. Esta associação multidisciplinar estimula a abordagem do problema por outras perspectivas, enriquecendo o debate. Mesmo ante um sólido embasamento matemático proporcionado ao longo do curso, alunos da Computação perceberam os benefícios em desenvolver o formalismo algébrico de maneira mais profunda. Por estarem intrinsecamente associados ao código escrito em linguagem livre, os elementos abstratos foram gradualmente associados a seus correspondentes operacionais.

Com relação ao uso da ferramenta, observou-se que os alunos envolvidos, direta ou indiretamente, aprenderam bastante com esta prática. Foi possível, a estes alunos, utilizarem o computador como apoio a suas atividades, bem como perceberem a importância do poder computacional para fazerem testes e exercícios de implementação de modelos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação da pesquisa no ensino foi realizada com sucesso no projeto proposto. Desdobramentos positivos foram observados, tais como a criação de documentação associada aos códigos, tópicos concretos para discussão em sala de aula, encontros permeados por discussões de alto nível e o envolvimento de pessoas com diferentes habilidades e perspectivas.

Desta forma, pretende-se não apenas seguir com o segundo projeto proposto pela empresa, mas também ampliar o trabalho, focando ainda mais no potencial educacional das ferramentas utilizadas.

Seguindo nesta direção, os próximos passos envolvem a criação de Objetos de Aprendizagem gerados dentro do ambiente RStudio e em outras ferramentas que forem julgadas relevantes. Esta ideia já vinha sendo desenvolvida, conforme apontado em [17], mas ganhou força a partir da utilização mais aprofundada da ferramenta no projeto aqui relatado. Estimulados pela visão holística propiciada pelo projeto, atualmente os alunos e bolsistas desenvolvem materiais para aplicação dentro do Laboratório de Aprendizagem da Universidade. Além disso, muitos dos resultados obtidos com o projeto aqui relatado podem servir como exemplos de aplicação de conteúdos nos Objetos a serem criados, bem como os códigos criados podem ser adaptados para esta nova situação.

Impulsionadas pelos resultados deste projeto, outras frentes estão sendo consideradas dentro da faculdade como forma de se valer da estrutura criada. É importante frisar, entretanto, que se deve buscar o equilíbrio entre as práticas educacionais modernas e as ditas tradicionais, de maneira a garantir uma abordagem que permita ao estudante absorver o conhecimento necessário com os recursos que estiverem à sua disposição. Desta maneira não se cria um vínculo com a forma de apresentação do conteúdo, mas desenvolve-se a capacidade daquele que estuda em busca de instrução e conhecimento.

Por fim, destaca-se que, a partir de conversas informais com todos os envolvidos, foi possível perceber que realmente a aproximação de resultados de pesquisa com a sala de aula é um fator motivacional - tanto para os alunos que se interessam mais pelos temas abordados em aula, como para o professor, que se sente mais útil mostrando ao aluno suas possibilidades de trabalho.

Sendo assim, espera-se que novos projetos possam ser desenvolvidos e que novas parcerias tragam mais aprendizados a professores e alunos dos cursos envolvidos.

6. REFERÊNCIAS

- [1] AUSUBEL, D.P. (1968) *Educational Psychology: A Cognitive View*. New York, Holt, Rinehart and Winston.
- [2] BORBA, M. C., PENTEADO, M. G. (2007) *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica. (Coleção Tendências em Educação Matemática).
- [3] FREE SOFTWARE FOUNDATION. (2007) GNU General Public License, version 3. <https://www.gnu.org/licenses/gpl.html>
- [4] R CORE TEAM. (2016) R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>.
- [5] RSTUDIO TEAM. (2016) RStudio: Integrated Development Environment for R. RStudio Inc., Boston, MA. <http://www.rstudio.com>.
- [6] TUFTE, E. (2007) *Visual Display of Quantitative Information*. Graphics Press LLC, Cheshire.
- [7] WICKHAM, H. (2015) *ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis*, Springer.
- [8] KAPLAN, D. (2013) *Start R in Calculus*. Project Mosaic, beta version.

- [9] GÓMEZ, P. (1997) Tecnología y Educación Matemática. Rev. Informática Educativa. UNIANDES – LIDIE. Vol.10, nº 1.
- [10] CURY, H. N. (2002) Cobenge e Ensino de Disciplinas Matemáticas nas Engenharias: um retrospecto dos últimos dez anos. In: XXX CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 2002, Piracicaba. Anais... Piracicaba: UNIMEP. CD-ROM.
- [11] SWELLER, J. (2003) *Cognitive Load Theory: A Special Issue of educational Psychologist*. LEA, Inc.
- [12] MAYER, R. (2001) *Multimedia Learning*. Cambridge: Cambridge University Press.
- [13] KOLB, D., RUBLIN, I., MCINTYRE, J. (1986) *Psicologia Organizacional – uma abordagem vivencial*. São Paulo: Ed. Atlas.
- [14] MORAES, R., GALIAZZI, M.C., RAMOS, M. G. (2002) Educar pela pesquisa: exercício de aprender a aprender. In: R. MORAES e V. LIMA (orgs.), *Pesquisa em sala de aula: tendências para a educação em novos tempos*, Porto Alegre, EDIPUCRS, p. 127-142.
- [15] DEMO, P. (1996) *Educar pela pesquisa*. Campinas: Autores Associados.
- [16] PRADO, M. R. (2013) Pesquisa como estratégia de ensino: uma proposta inovadora em faculdades privadas. *Revista Ensino Superior* nº 11 (outubro-dezembro). Disponível em <https://www.revistaensinosuperior.gr.unicamp.br/artigos/pesquisa-como-estrategia-de-ensino-uma-proposta-inovadora-em-faculdades-privadas>
- [17] ZABALA, F.J.; MULLER, T. J. (2016) Educational System in Free Software. In: *Nuevas Ideas en Informática Educativa – Anais do TISE 2016*. Santiago (Chile). Disponível em <http://www.tise.cl/2017/img/Actas%20TISE%202016.pdf>
- [18] ZABALA, F.J. (2016) Jurimetria: Estatística aplicada ao Direito. *Conhecimento em Rede*, PUCRS. Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=4HXPES4GnO8>
- [19] WANG, Z. (2013) cts: An R Package for Continuous Time Autoregressive Models via Kalman Filter. *Journal of Statistical Software*, 53(5), 1-19. URL <http://www.jstatsoft.org/v53/i05/>.
- [20] PRUIM, R, KAPLAN, D. T. and HORTON, N. J. (2017) The mosaic Package: Helping Students to 'Think with Data' Using R. *The R Journal*, 9(1):77-102.