

ESCOLA POLITÉCNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

TIAGO BENETTI

**ESTIMATIVA ROBUSTA DA FREQUÊNCIA CARDÍACA A PARTIR DE SINAIS DE
FOTOPLETISMOGRAFIA DE PULSO**

Porto Alegre

2018

PÓS-GRADUAÇÃO - *STRICTO SENSU*



Pontifícia Universidade Católica
do Rio Grande do Sul

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA POLITÉCNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

TIAGO BENETTI

**ESTIMATIVA ROBUSTA DA FREQUÊNCIA
CARDÍACA A PARTIR DE SINAIS DE
FOTOPLETISMOGRAFIA DE PULSO**

Porto Alegre – RS, Brasil

2018

TIAGO BENETTI

**ESTIMATIVA ROBUSTA DA FREQUÊNCIA CARDÍACA A
PARTIR DE SINAIS DE FOTOPLETISMOGRAFIA DE
PULSO**

Dissertação de Mestrado realizada no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE) da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Sinais, Sistemas e Tecnologia da Informação.

Linha de Pesquisa: Engenharia Biomédica.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Reimann Baptista

Porto Alegre – RS, Brasil

2018

Ficha Catalográfica

B465e Benetti, Tiago

Estimativa Robusta da Frequência Cardíaca a partir de Sinais de Fotopletismografia de Pulso / Tiago Benetti . – 2018.

179 f.

Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, PUCRS.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Reimann Baptista.

1. Fotopletismografia (PPG). 2. Frequência Cardíaca. 3. Artefatos de Movimento. 4. Filtros Adaptativos. 5. Filtro de Kalman. I. Baptista, Rafael Reimann. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da PUCRS
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Bibliotecária responsável: Salete Maria Sartori CRB-10/1363



ESTIMATIVA ROBUSTA DA FREQUÊNCIA CARDÍACA A PARTIR DE SINAIS DE FOTOPLETISMOGRAFIA DE PULSO

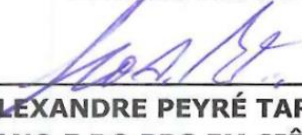
CANDIDATO: TIAGO BENETTI

Esta Dissertação de Mestrado foi julgada para obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.



DR. RAFAEL REIMANN BAPTISTA - ORIENTADOR

BANCA EXAMINADORA



DR. LEONARDO ALEXANDRE PEYRÉ TARTARUGA - PPG EM CIÊNCIAS DO MOVIMENTO HUMANO E DO PPG EM CIÊNCIAS PNEUMOLÓGICAS - UFRGS



DR. GUILHERME ARAUJO PIMENTEL - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA - PUCRS

PUCRS

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Rafael Reimann Baptista pelo conhecimento, apoio, paciência e dedicação empregados durante a realização deste trabalho. Agradeço aos meus familiares, especialmente meus pais por me apoiarem neste curso de pós-graduação. E finalmente, agradeço aos meus amigos e colegas de curso que contribuíram diretamente ou indiretamente na realização deste trabalho.

RESUMO

O monitoramento da frequência cardíaca utilizando sinais de Fotopleletismografia ou PPG (do inglês, *Photoplethysmography*) adquiridos do pulso de indivíduos tem se popularizado devido ao surgimento de inúmeros dispositivos *wearable* de baixo custo. No entanto, o monitoramento durante atividades físicas tem dificuldades em razão da influência de artefatos de movimento nos sinais de PPG. O objetivo deste trabalho é introduzir um novo algoritmo capaz de remover artefatos de movimento e estimar a frequência cardíaca de sinais de PPG de pulso. Os algoritmos do Mínimo Quadrado Médio Normalizado ou NLMS (do inglês, *Normalized Least Mean Square*) e de Mínimos Quadrados Recursivos ou RLS (do inglês, *Recursive Least Squares*) são propostos para uma estrutura de filtragem adaptativa que utiliza sinais de aceleração como referência para remover os artefatos de movimento. O algoritmo utiliza o Periodograma dos sinais filtrados para extrair suas frequências cardíacas, que serão utilizadas juntamente com um Índice de Qualidade do Sinal de PPG para alimentar a entrada de um Filtro de *Kalman*. Heurísticas específicas e o Índice de Qualidade colaboram para que filtro de *Kalman* forneça uma estimativa da frequência cardíaca com alta acurácia e robustez a incertezas de medição. O algoritmo foi validado a partir da frequência cardíaca obtida de sinais de Eletrocardiografia e o método proposto com o algoritmo RLS apresentou os melhores resultados com um erro médio absoluto de 1,54 batimentos por minuto (bpm) e desvio padrão de 0,62 bpm, registrados para 12 indivíduos realizando uma atividade de corrida em uma esteira com velocidades variadas. Os resultados tornam o desempenho do algoritmo comparável e até mesmo melhor que vários métodos desenvolvidos recentemente neste campo. Além disso, o algoritmo apresentou um custo computacional baixo e adequado ao intervalo de tempo em que a estimativa da frequência cardíaca é realizada. Dessa forma, espera-se que este algoritmo melhore a obtenção da frequência cardíaca em dispositivos *wearable* atualmente disponíveis.

Palavras-Chaves: Algoritmo RLS, Artefatos de Movimento, Filtros Adaptativos, Filtro de *Kalman*, Frequência Cardíaca, Fotopleletismografia (PPG), Índice de Qualidade do Sinal.

ABSTRACT

Heart rate monitoring using Photoplethysmography (PPG) signals acquired from the individuals pulse has become popular due to emergence of numerous low cost wearable devices. However, monitoring during physical activities has obstacles because of the influence of motion artifacts in PPG signals. The objective of this work is to introduce a new algorithm capable of removing motion artifacts and estimating heart rate from pulse PPG signals. Normalized Least Mean Square (NLMS) and Recursive Least Squares (RLS) algorithms are proposed for an adaptive filtering structure that uses acceleration signals as reference to remove motion artifacts. The algorithm uses the Periodogram of the filtered signals to extract their heart rates, which will be used together with a PPG Signal Quality Index to feed the input of a Kalman Filter. Specific heuristics and the Quality Index collaborate so that the Kalman filter provides a heart rate estimate with high accuracy and robustness to measurement uncertainties. The algorithm was validated from the heart rate obtained from Electrocardiography signals and the proposed method with the RLS algorithm presented the best results with an absolute mean error of 1.54 beats per minute (bpm) and standard deviation of 0.62 bpm, recorded for 12 individuals performing a running activity on a treadmill with varying speeds. The results make the performance of the algorithm comparable and even better than several recently developed methods in this field. In addition, the algorithm presented a low computational cost and suitable to the time interval in which the heart rate estimate is performed. Thus, it is expected that this algorithm will improve the obtaining of heart rate in currently available wearable devices.

Key-words: Adaptive Filters, Heart Rate, Kalman Filter, Motion Artifacts, Photoplethysmography (PPG), RLS Algorithm, Signal Quality Index.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Estrutura do coração e curso do fluxo sanguíneo através das câmaras e válvulas do coração.	28
Figura 2. Sistema de condução elétrica do coração com morfologia e temporização dos potenciais de ação relacionados ao ciclo cardíaco de ECG.	29
Figura 3. Definições de onda do ciclo cardíaco e importantes durações de onda e intervalos.	31
Figura 4. Variação na atenuação da luz pelo tecido	33
Figura 5. Caracterização do pulso de PPG (em azul) em comparação com o sinal de ECG (em preto).	35
Figura 6. Espectro de frequência total do sinal de PPG	39
Figura 7. Formatos de várias funções de janela	51
Figura 8. Resposta em frequência das Janelas de Hanning (esquerda) e Hamming (direita).....	51
Figura 9. Diagrama de um filtro adaptativo genérico.....	53
Figura 10. Cancelamento Adaptativo de Ruído.....	55
Figura 11: Diagrama de Bocos para obtenção do filtro <i>forward/backward</i>	59
Figura 12. Representação do diagrama de blocos do problema de filtragem estatística.	60
Figura 13. Topologia de um Filtro Wiener FIR transversal.	61
Figura 14. Superfície do erro médio quadrático para um filtro FIR.....	63
Figura 15. (a) Diagrama de blocos do filtro adaptativo transversal. (b) Estrutura detalhada do componente “Filtro Transversal”.....	65
Figura 16. Modelo de Filtro Transversal Linear.	70
Figura 17. Diagrama de Blocos do algoritmo RLS	76

Figura 18. Gráfico de fluxo de sinal de um sistema dinâmico linear e discreto representado no espaço de estados	79
Figura 19. Gráfico de fluxo de sinal do filtro de <i>Kalman</i> , retratando-o como um sistema de feedback de loop duplo.....	86
Figura 20. Modelo genérico para a estimativa da frequência cardíaca a partir de sinais de PPG.....	87
Figura 21. FFT de um sinal de PPG filtrado.....	91
Figura 22. (a) Amostra temporal do sinal de PPG (acima) e seu respectivo espectro de frequências (abaixo)	93
Figura 23. Um segmento de (a) um sinal de ECG e (b) o sinal de PPG correspondente no domínio do tempo. (c) Periodograma do sinal de PPG	97
Figura 24. Um segmento de (a) um sinal de ECG e (b) o sinal de PPG correspondente no domínio do tempo. (c) Periodograma do sinal de PPG.....	98
Figura 25. Um segmento de (a) um sinal de ECG e (b) o sinal de PPG correspondente no domínio do tempo. (c) Periodograma do sinal de PPG.	98
Figura 26. Diagrama de blocos geral do sistema proposto.....	100
Figura 27. Fluxograma do algoritmo principal.....	104
Figura 28: Fluxograma do bloco de <i>Estimativa da Frequência Cardíaca a partir de PPG</i>	107
Figura 29: Resposta de Magnitude e Fase do filtro passa-baixa para o sinal de PPG.....	110
Figura 30: Resposta de Magnitude e Fase do filtro passa-alta para o sinal de PPG. Eixo de frequências em escala logarítmica.	112
Figura 31: Diagrama de blocos do modelo de cancelamento de artefatos de movimento.....	113
Figura 32: a) Periodograma do sinal PPG (b), (c) e (d) representa o periodograma do sinal do acelerômetro no eixo X, Y e Z, respectivamente.....	115
Figura 33: Estrutura Geral do Bloco de <i>Filtros Adaptativos</i>	116
Figura 34: Diagrama esquemático dos Filtros Adaptativos em cascata.	117

Figura 35: Curvas de erro médio absoluto para o experimento 10 em função do tamanho do filtro NLMS.	120
Figura 36: Curva de erro médio absoluto para o experimento 01 em função do tamanho do filtro NLMS.	121
Figura 37: Curva de erro médio absoluto para o experimento 10 em função do fator de escala do algoritmo NLMS.	122
Figura 38: Curva de erro médio absoluto para o experimento 10 em função do tamanho do filtro RLS.	124
Figura 39: Curva de erro médio absoluto para o experimento 01 em função do tamanho do filtro RLS.	124
Figura 40: Curva de erro médio absoluto para o experimento 10 em função da base do fator de ponderação no algoritmo RLS.	125
Figura 41: (a) Segmento do sinal de PPG1/Experimento 01 de 14 – 22 s	127
Figura 42: Modelo de Processo, medição e estimação da frequência cardíaca.	133
Figura 43: Histograma com a frequência relativa de ocorrências do erro de estimativa da frequência cardíaca para o conjunto de dados de treinamento utilizando o algoritmo NLMS.	142
Figura 44: Histograma com a frequência relativa de ocorrências do erro de estimativa da frequência cardíaca para o conjunto de dados de treinamento utilizando o algoritmo RLS.	143
Figura 45: Correlação de Pearson entre a frequência cardíaca de referência e a frequência cardíaca estimada com o algoritmo NLMS para os sinais de PPG1 e PPG2 sobre todos os 12 conjuntos de dados.	147
Figura 46: Correlação de Pearson entre a frequência cardíaca de referência e a frequência cardíaca estimada com o algoritmo RLS para os sinais de PPG1 e PPG2 sobre todos os 12 conjuntos de dados.	149
Figura 47: (a) Representação temporal do sinal de ECG com filtragem passa-alta e (b) PSD relativa ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2.	150
Figura 48: (a) Representação temporal do sinal de PPG1 sem processamento e (b) PSD relativa ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2. (c) Representação temporal do sinal de PPG2 sem processamento e (d) PSD relativa ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2.	151

Figura 49: (a) Representação temporal do sinal de PPG1 pré-processado e (b) PSD relativa ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2. (c) Representação temporal do sinal de PPG2 pré-processado e (d) PSD relativa ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2.....	152
Figura 50: (a) Representação temporal do sinal ACCX pré-processado e (b) PSD relativa ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2. (c) Representação temporal do sinal de ACCY pré-processado e (d) PSD relativa ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2. (e) Representação temporal do sinal de ACCZ pré-processado e (f) PSD relativa ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2.....	153
Figura 51: (a) Representação temporal do sinal de PPG1 após filtragem adaptativa com algoritmo RLS e (b) PSD relativos ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2. (c) Representação temporal do sinal de PPG2 após filtragem adaptativa com algoritmo RLS e (d) PSD relativos ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2.....	154
Figura 52: Correlação de Pearson entre a frequência cardíaca de referência e a frequência cardíaca estimada sobre todos os 12 conjuntos de dados com o método que usa o algoritmo NLMS e o filtro de <i>Kalman</i>	156
Figura 53: Gráfico de <i>Bland-Atman</i> sobre os dados dos 12 sujeitos usando o algoritmo NLMS e filtro de <i>Kalman</i> como método de estimativa (μ é a média do erro de estimativa sobre as estimativas e σ é o desvio padrão).....	157
Figura 54: Evolução da frequência cardíaca estimada (vermelho), frequência cardíaca de referência (preto) e frequências cardíacas extraídas dos sinais de PPG1 (verde) e PPG2 (azul) no experimento do sujeito 7 utilizando o método com algoritmo NLMS e <i>Filtro de Kalman</i>	158
Figura 55: Correlação de Pearson entre a frequência cardíaca de referência e a frequência cardíaca estimada sobre todos os 12 conjuntos de dados com o método usando o algoritmo RLS e filtro de <i>Kalman</i>	161
Figura 56: Gráfico de <i>Bland-Atman</i> sobre os dados dos 12 sujeitos usando o algoritmo RLS e filtro de <i>Kalman</i> como método de estimativa (μ é a média do erro de estimativa sobre as estimativas e σ é o desvio padrão).....	161
Figura 57: Evolução da frequência cardíaca estimada (vermelho), frequência cardíaca de referência (preto) e frequências cardíacas extraídas dos sinais de PPG1 (verde) e PPG2(azul) no experimento do sujeito 10 utilizando o método com algoritmo RLS e <i>Filtro de Kalman</i>	162
Figura 58: Diagrama de caixa de <i>Tukey</i> para <i>hrppg1</i> obtido com o algoritmo RLS e <i>Filtro de Kalman</i>	164

Figura 59: Diagrama de caixa de <i>Tukey</i> para <i>hrppg2</i> obtido com o algoritmo RLS e <i>Filtro de Kalman</i>	164
Figura 60: Diagrama de caixa de <i>Tukey</i> para <i>hrest</i> obtido com o algoritmo RLS e <i>Filtro de Kalman</i> que resume a variabilidade das medições de frequência cardíaca para os 12 experimentos.	165
Figura 61: Evolução da frequência cardíaca estimada (vermelho), frequência cardíaca de referência (preto) e frequências cardíacas extraídas dos sinais de PPG1 (verde) e PPG2(azul) no experimento do sujeito 3 com algoritmo RLS e <i>Filtro de Kalman</i>	167

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Funções de Janelas.....	50
Tabela 2. Sumário do algoritmo NLMS	69
Tabela 3. Sumário do algoritmo RLS	77
Tabela 4. Sumário do Filtro de <i>Kalman</i>	85
Tabela 5: Equações do Filtro de <i>Kalman</i> para Estimativa da Frequência Cardíaca.....	136
Tabela 6: Resultados para os 12 sujeitos em relação ao Erro E1 e o seu Desvio Padrão STD a partir do sinal de PPG1 e PPG2 sem processamento (SP) e com processamento por filtragem passa-banda (FPB) e filtragem adaptativa (FAD) com algoritmo NLMS.	146
Tabela 7: Resultados dos 12 experimentos (Exp.) em relação ao Erro E1 e Desvio Padrão do Erro STD a partir do sinal de PPG1 e PPG2 sem processamento (SP) e com processamento por filtragem passa-banda (FPB) e filtragem adaptativa (FAD) com algoritmo RLS.....	148
Tabela 8: Resultados de diversas métricas de avaliação de desempenho do algoritmo NLMS.....	155
Tabela 9: Resultados de diversas métricas de avaliação de desempenho do algoritmo RLS.....	160
Tabela 10: Resultados para o Erro Médio Absoluto de Estimativa da Frequência Cardíaca (E1) em bpm com o algoritmo RLS e filtro de <i>Kalman</i> para diferentes SQI, incluindo a proposta do trabalho com SQI variável.....	166
Tabela 11: Resultados do tempo de processamento médio de cada janela em milissegundos para cada um dos experimentos com os algoritmos NLMS e RLS.....	168

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AV	Atrioventricular
CPU	do inglês <i>Central Processing Unit</i> , que significa Unidade Central de Processamento
DFT	do inglês <i>Discrete Fourier Transform</i> , que significa Transformada Discreta de Fourier
ECG	Eletrocardiografia
FAD	Filtragem Adaptativa
FFT	do inglês <i>Fast Fourier Transform</i> , que significa Transformada Rápida de Fourier
FIR	do inglês <i>Finite Impulse Response</i> , que significa Resposta Finita ao Impulso
FPB	Filtragem Passa-Banda
FTF	do inglês <i>Fast Transversal Filters</i> , que significa Filtros Transversais Rápidos
ICA	do inglês <i>Independent Component Analysis</i> , que significa Análise de Componentes Independentes
IIR	do inglês <i>Infinite Impulse Response</i> , que significa Resposta Infinita ao Impulso
KF	do inglês <i>Kalman Filter</i> , que significa Filtro de <i>Kalman</i>
LED	do inglês <i>Light Emitting Diode</i> , que significa Diodo Emissor de Luz
LMS	do inglês <i>Least Mean Square</i> , que significa Mínimo Quadrado Médio
LOA	do inglês <i>Limit of Agreement</i> , que significa Limite de Concordância
LSQ	do inglês <i>Least Squared Error</i> , que significa Erro Quadrático Mínimo

MMSE	do inglês <i>Minimum Mean Square Error</i> , que significa Erro Médio Quadrático Mínimo
MSE	do inglês <i>Minimum Square Error</i> , que significa Erro Médio Quadrático
NLMS	do inglês <i>Normalized Least Mean Square</i> , que significa Mínimo Quadrado Médio Normalizado
PCA	do inglês <i>Principal Component Analysis</i> , que significa Análise de Componentes Principais
PPG	do inglês <i>Photoplethysmography</i> , que significa Fotoplethysmografia
PPI	do inglês <i>Peak-to-Peak Interval</i> , que significa Intervalo Pico-a-Pico
PSD	do inglês <i>Power Spectral Density</i> , que significa Densidade Espectral de Potência
PTT	do inglês <i>Pulse Transit Time</i> , que significa Tempo de Trânsito de Pulso
RAMASH	do inglês <i>Robust System for Adaptive Motion Artifact Suppression, Spectral Peak Detection and Heart Rate Tracking</i> , que significa Sistema Robusto para Supressão Adaptativa de Artefatos de Movimento, Detecção Espectral de Pico e Rastreamento da Frequência Cardíaca
RBF-ANN	do inglês <i>Radial Basis Function Artificial Neural Network</i> , que significa Rede Neural Artificial de Função de Base Radial
SA	Sinoatrial
SD	do inglês <i>Steepest Descent</i> , que significa Descida mais Íngreme
SDR	do inglês <i>Signal Distribution Ratio</i> , que significa Razão de Distribuição Espectral
SP	Sem Processamento
SQI	do inglês <i>Signal Quality Index</i> , que significa Índice de Qualidade de Sinal
SSA	do inglês <i>Spectral Singular Analysis</i> , que significa Análise Espectral Singular

- SSR do inglês *Sparse Signal Reconstruction*, que significa Reconstrução do Sinal Esperso
- SVD do inglês *Singular Value Decomposition*, que significa Decomposição em Valores Singulares
- WSS do inglês *Wide Sense Stationary*, que significa Estacionário no Sentido Amplo

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	21
1.1 OBJETIVOS	24
1.1.1 Objetivos Específicos	24
1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	25
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	26
2.1 SINAIS DE FOTOPLETISMOGRAFIA	26
2.1.1 A Natureza de Sinais Biomédicos	26
2.1.2 Fisiologia do Sistema Cardiovascular	27
2.1.3 Atividade Elétrica do Coração e a Eletrocardiografia	29
2.1.4 Frequência Cardíaca e Pulso Arterial	31
2.1.5 O Princípio da Fotopletismografia	32
2.1.6 Forma de onda do sinal de PPG	32
2.1.7 Caracterização da onda de pulso de PPG	34
2.1.8 Influência do Comprimento de Onda da Luz	35
2.1.9 Instrumentação da Fotopletismografia	37
2.1.10 Caracterização Espectral do Sinal de PPG	38
2.1.11 Ruídos e Artefatos	39
2.1.11.1 Flutuação da Linha de Base.....	40
2.1.11.2 Artefatos de Movimento.....	40
2.2 PROCESSOS ALEATÓRIOS E ESTIMAÇÃO ESPECTRAL	41
2.2.1 Processos Aleatórios	41
2.2.1.1 Sinais e Processos Aleatórios	41
2.2.1.2 Processos Estacionários.....	42
2.2.1.3 Processos Ergódicos	44
2.2.1.4 Densidade Espectral de Potência.....	45
2.2.1.5 Classes Especiais de Processos Aleatórios.....	46
2.2.2 Estimação Espectral	47
2.2.2.1 Periodograma.....	48
2.2.2.2 Método de Welch	49
2.2.3 Processo de Janelamento	50

2.3	TEORIA DA FILTRAGEM ADAPTATIVA	52
2.3.1	Introdução aos Filtros Adaptativos	52
2.3.2	Cancelador Adaptativo de Ruído	54
2.3.3	Filtros Digitais Clássicos e Realização de Sistemas	56
2.3.4	Filtros <i>Forward/Backward</i>	58
2.3.5	Algoritmos Baseados no Gradiente Estocástico.....	60
2.3.5.1	Filtro de Wiener.....	60
2.3.5.2	Método da Descida mais Íngreme	63
2.3.5.3	Algoritmo LMS	64
2.3.5.4	Algoritmo NLMS	68
2.3.6	Algoritmos Baseados nos Mínimos Quadrados	70
2.3.6.1	Método dos Mínimos Quadrados	70
2.3.6.2	Algoritmo RLS	72
2.3.7	Filtro de <i>Kalman</i>	78
2.3.7.1	Representação no Espaço de Estados	79
2.3.7.2	Equações do Filtro de Kalman	81
2.4	ESTIMATIVA DA FREQUÊNCIA CARDÍACA USANDO SINAIS DE PPG	87
2.4.1	Modelo Matemático o Sinal de PPG	88
2.4.2	Métodos de Remoção de Artefatos de Movimento e Ruídos	89
2.4.3	Métodos de Extração da Frequência Cardíaca.....	90
2.4.3.1	Abordagem no Domínio do tempo.....	90
2.4.3.2	Abordagem no Domínio da Frequência	91
2.4.4	Revisão do Estado da Arte.....	94
2.4.5	<i>Insights</i> do Problema	96
3	MATERIAIS E MÉTODOS.....	100
3.1	ESPECIFICAÇÃO DO SISTEMA	100
3.1.1	Materiais.....	101
3.1.2	Sinais de Entrada.....	101
3.1.3	Fluxograma do Algoritmo Principal.....	103
3.2	MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DO ALGORITMO.....	105
3.3	ESTIMATIVA DA FREQUÊNCIA CARDÍACA A PARTIR DE PPG	107
3.3.1	Filtros Passa-Banda.....	109
3.3.1.1	Filtro Passa-Baixa.....	109

3.3.1.2 Filtro Passa-Alta	110
3.3.2 Filtros Adaptativos	112
3.3.2.1 Modelo de Cancelamento de Artefatos de Movimento.....	113
3.3.2.2 Estrutura dos Filtros Adaptativos	116
3.3.2.3 Algoritmos Adaptativos	118
3.3.2.4 Ajuste de Parâmetros para o Algoritmo NLMS	119
3.3.2.5 Ajuste de Parâmetros para o Algoritmo RLS.....	122
3.3.3 Detecção Espectral de Pico	126
3.3.4 Fator de Qualidade.....	128
3.3.4.1 Curtose do Sinal de PPG	129
3.3.4.2 Assimetria do Sinal de PPG	130
3.3.4.3 Razão de Distribuição Espectral do Sinal de PPG	131
3.3.4.4 Índice de Qualidade do Sinal para Sinais de PPG.....	131
3.3.5 Filtro de Kalman	133
3.3.5.1 Formulação do Problema de Estimativa da Frequência Cardíaca.....	133
3.3.5.2 Modelo no Espaço de Estados e Equações do Filtro de Kalman	135
3.3.5.3 Algoritmo de Processamento do Filtro de Kalman e Heurísticas	137
3.3.5.4 Ajuste de Parâmetros do Filtro de Kalman	141
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	145
4.1 MÉTODOS DE REMOÇÃO DE ARTEFATOS DE MOVIMENTO.....	145
4.1.1 Remoção de Artefatos de Movimento com o Algoritmo NLMS.....	146
4.1.2 Remoção de Artefatos de Movimento com o Algoritmo RLS	148
4.1.3 Estudo de Caso.....	150
4.2 MÉTODOS DE ESTIMATIVA DA FREQUÊNCIA CARDÍACA	154
4.2.1 Estimativa com o Algoritmo NLMS e o Filtro de Kalman.....	155
4.2.2 Estimativa com o Algoritmo RLS e o Filtro de Kalman	159
4.2.3 Validação do Fator de Qualidade	165
4.3 CUSTO COMPUTACIONAL DO ALGORITMO	167
4.4 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS	170
5 CONCLUSÕES	173
6 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS.....	175
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	176

1 INTRODUÇÃO

Pesquisas realizadas nas últimas décadas têm mostrado que a população de países desenvolvidos está envelhecendo. Outra constatação é que a consciência e o cuidado com a saúde pessoal estão cada vez maiores entre jovens e adultos. No entanto, esse aumento na demanda em saúde tem ocasionado déficits e elevação nos custos de atendimento (CHAN et al., 2012). Essa realidade também se aplica ao Brasil, onde o envelhecimento da população tem ocorrido de forma acelerada nos últimos anos. Além disso, a saúde brasileira tem um gasto médio que já ultrapassa meio trilhão de reais por ano, número que coloca o país entre as maiores inflações na área médica no mundo (IBGE, 2018). Diante disso, surge uma necessidade urgente em conceber maneiras mais baratas e inteligentes de fornecer cuidados em saúde às pessoas.

Avanços recentes em tecnologias da informação, comunicação e instrumentação permitiram o desenvolvimento de novos sistemas para monitoramento de sinais vitais pelos quais vários parâmetros fisiológicos podem ser medidos, como eletrocardiograma (ECG), frequência cardíaca, pressão arterial, saturação de oxigênio no sangue e temperatura corporal. Com isso, uma grande variedade de produtos e protótipos comerciais têm sido produzida com o objetivo de fornecer um *feedback* em tempo real ao usuário ou a um centro médico e profissionais de saúde (PANTELOPOULOS & BOURBAKIS, 2010).

Dispositivos *wearable* para monitoramento da saúde têm atraído muita atenção de áreas de pesquisa e da indústria durante os últimos anos. *Wearables* são sistemas eletrônicos adaptados para serem usados como roupas ou acessórios ao corpo das pessoas, normalmente utilizados para monitorar dados relacionados à saúde ou condição física do usuário (CHAN et al., 2012). Dentre os produtos mais comuns no mercado, temos relógios de pulso (*smartwatches*), pulseiras inteligentes (*smartbands*), óculos de realidade virtual, jaquetas inteligentes, cintos inteligentes e toucas inteligentes.

Particularmente, *smartwatches* e *smartbands* são os *wearables* mais encontrados no mercado. Estes dispositivos realizam diversas funções incluindo o monitoramento em tempo real da frequência cardíaca em batimentos por minuto (bpm) do usuário. O monitoramento é realizado, geralmente, a partir de sinais de Fotopletismografia ou PPG (do inglês, *Photoplethysmography*) adquiridos opticamente por meio de oxímetros de pulso incorporados no dispositivo. O oxímetro de pulso, por sua vez, ilumina a pele do usuário através de um

Diodo Emissor de Luz ou LED (do inglês, *Light Emitting Diode*) e utiliza um fotodetector para medir as mudanças na intensidade de luz refletida (TAMURA et al., 2014).

As mudanças na intensidade de luz refletida pela pele estão associadas a pequenas variações na perfusão sanguínea do tecido e fornecem informações sobre o sistema cardiovascular, em particular, do pulso arterial. Como a quantidade de sangue presente nas artérias sob a pele varia conforme o ciclo cardíaco, a intensidade de luz também varia com o ritmo cardíaco e, portanto, pode ser usada para extrair informações da frequência cardíaca do indivíduo (ALLEN, 2007).

O uso de sensores de PPG confere inúmeras vantagens ergonômicas ao monitoramento da frequência cardíaca em relação ao uso de eletrodos de Eletrocardiografia (ECG) (PERIYASAMY, PRAMANIK & GHOSH, 2017). No entanto, em comparação aos sinais de ECG, os sinais de PPG são menos robustos a artefatos de movimento, que podem interferir seriamente no monitoramento da frequência cardíaca em atividades esportivas intensas ou até mesmo em caminhadas (KHAN et al., 2016; ZHANG et al, 2015).

Dependendo da modalidade da atividade física, os artefatos de movimento podem apresentar componentes de frequência capazes de ocultar completamente as informações de frequência cardíaca dos sinais de PPG, tornando bastante desafiadora a tarefa de monitoramento da frequência cardíaca (PERIYASAMY et al., 2017). Por isso, diversas técnicas de processamento de sinal foram propostas nos últimos anos com o objetivo de remover artefatos de movimento em sinais de PPG e realizar a estimativa da frequência cardíaca com maior acurácia.

A decomposição do sinal com a Transformada *Wavelet* (LEE & ZHANG, 2003) e a Análise de Componentes Independentes ou ICA (do inglês, *Independent Component Analysis*) (KIM & YOO, 2006) têm sido utilizadas para lidar com o efeito de artefatos de movimento no sinal de PPG. Além disso, os artefatos de movimento podem ser cancelados utilizando filtros adaptativos que seguem diferentes algoritmos de ajuste de coeficientes (YOUSEFI et al., 2014; WEI et al., 2008).

Apesar das técnicas de remoção de artefatos serem eficientes em boa parte dos casos, incertezas de medição como, por exemplo, sinais adquiridos com baixa relação sinal-ruído ou limitações das técnicas em certos ambientes com ruídos com elevada variabilidade estatística, podem dificultar o monitoramento da frequência cardíaca em dispositivos de pulso. Além disso, perturbações na aquisição de sinal como o afastamento do sensor em relação à pele e perturbações da iluminação ambiente podem prejudicar o sinal de PPG de tal forma que nenhuma informação pode acabar sendo captada pelo sensor (PERIYASAMY et al., 2017).

Para contornar estes problemas, métodos mistos foram desenvolvidos recentemente com o objetivo de fornecer robustez ao processo que realiza a estimativa da frequência cardíaca.

Zhang et al. (2015) desenvolveram um método denominado “TROIKA” com resultados muito expressivos que servem como uma das principais fontes de comparação para os métodos atuais. O método consiste na decomposição do sinal para a remoção de ruído utilizando Análise Espectral Singular ou SSA (do inglês, *Spectral Singular Analysis*), na reconstrução do sinal esparso para estimar um espectro de alta resolução e num algoritmo de rastreamento espectral de pico. Por outro lado, Zhu et al. (2015) desenvolveram o método “MICROST” que tem resultados comparáveis aos resultados do método “TROIKA”. O método consiste em uma técnica de aceleração de classificação, processamento de primeira janela via Transformada *Wavelet* e um algoritmo de rastreamento heurístico de pico.

Baca et al. (2015) propuseram um método denominado “CARMA” que utiliza a Decomposição em Valores Singulares ou SVD (do inglês, *Singular Value Decomposition*) para estimar o subespaço dos sinais de movimento e remover os artefatos de movimento no sinal de PPG. Além disso, os mesmos pesquisadores desenvolveram um algoritmo de rastreamento adaptativo para realizar o rastreamento da frequência cardíaca estimada. Por outro, o método desenvolvido por Schäck et al. (2015) remove os artefatos de movimento estimando de forma adaptativa as funções de transferência de cada um dos sinais de aceleração que produzem os artefatos nos sinais de PPG. Através da combinação da saída de filtros adaptativos em um único sinal aprimorado do domínio tempo/frequência, Schäck et al. (2015) conseguiram rastrear a frequência cardíaca com alta precisão.

Alternativamente, Islam et al. (2017), apresentaram um método que estima a frequência cardíaca utilizando uma técnica para remoção de artefatos de movimento através da filtragem adaptativa em múltiplos estágios em conjunto com a técnica de SSA para obter uma melhoria no rastreamento espectral de pico. Por fim, Galli, Narduzzi e Giorgi (2018) desenvolveram recentemente um método que utiliza a Transformada Discreta de Fourier para estimar a frequência cardíaca de sinais que tiveram seus artefatos de movimento removidos através da decomposição do sinal em subespaços pela Análise de Componentes Principais ou PCA (do inglês, *Principal Component Analysis*). Os pesquisadores utilizaram a frequência cardíaca para alimentar a entrada de um filtro de *Kalman* que foi capaz de realizar a correção e o rastreamento com precisão da evolução da frequência cardíaca ao longo do tempo.

Muitos praticantes de exercícios físicos necessitam de monitoramento em tempo real da frequência cardíaca. Por isso, neste trabalho, a principal aplicação do monitoramento da frequência cardíaca é na prescrição correta de exercícios a fim de otimizar adaptações

advindas do treinamento cardiorrespiratório. O mercado já tem apresentado diversas soluções em equipamentos, no entanto eles ainda carecem de robustez e, em alguns casos, acurácia em seu desempenho (SHCHERBINA et al., 2017). Além disso, muitas soluções acadêmicas ótimas apresentadas para o problema são demasiadamente custosas computacionalmente para serem implementadas em um *hardware* de um dispositivo *wearable*, limitado em processamento por conta de seu tamanho e custo (PERIYASAMY et al., 2017). Dessa forma, a solução para o problema também envolve o desenvolvimento de um método em que a estimativa da frequência cardíaca possa ser realizada em um intervalo de tempo hábil, isto é, o intervalo de tempo em que a frequência cardíaca do usuário é observada.

Diante disso, neste trabalho é proposta uma nova metodologia para estimar a frequência cardíaca a partir de sinais de PPG obtidos do pulso de indivíduos. Pretende-se obter uma estimativa da frequência cardíaca que seja robusta a incertezas e perturbações e que apresente uma alta acurácia.

1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver, implementar e validar um algoritmo de estimativa da frequência cardíaca a partir de sinais de PPG obtidos do pulso de indivíduos com um custo computacional adequado ao intervalo de tempo em que a estimativa da frequência cardíaca é realizada.

1.1.1 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos para realizar o objetivo geral deste trabalho são:

- Desenvolver, implementar e validar métodos para remoção de artefatos de movimento em sinais de PPG de pulso provenientes de uma base de dados pública;
- Desenvolver, implementar e validar métodos de alta acurácia e robustos a incertezas de medição e perturbações externas para a estimativa da frequência cardíaca de sinais de PPG de pulso obtidos de uma base de dados pública;
- Desenvolver métodos para a estimativa da frequência cardíaca de sinais de PPG de pulso com um custo computacional reduzido e adequado ao intervalo de tempo em que a estimativa da frequência cardíaca é realizada .

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O Capítulo 2 apresenta os fundamentos teóricos dos principais conceitos abordados neste trabalho. Inicialmente, tratamos da fisiologia do sistema cardiovascular e da origem da medida da frequência cardíaca e sua relação com o pulso arterial. A seguir, caracterizamos o sinal de Fotopletismografia desde sua origem, aquisição, ruídos e artefatos envolvidos e características no domínio tempo e no domínio da frequência. Na sequência, tratamos da teoria de processamento digital de sinais que é base para este trabalho: processos aleatórios, estimação espectral, filtros adaptativos baseados no método do gradiente estocástico, filtros adaptativos baseados nos mínimos quadrados e filtro de *Kalman*. Por fim, finalizamos a fundamentação teórica com uma revisão dos principais métodos de remoção de artefatos de movimento e estimativa da frequência cardíaca, contextualizando com o Estado da Arte da pesquisa em estimativa da frequência cardíaca a partir de sinais de PPG de pulso.

O Capítulo 3 apresenta os materiais usados para desenvolver este trabalho e os novos métodos desenvolvidos para estimar a frequência cardíaca a partir de sinais de PPG. Descrevemos detalhadamente o funcionamento de cada um dos estágios do algoritmo proposto e as hipóteses e implicações de cada técnica utilizada.

O Capítulo 4 apresenta os resultados obtidos para os métodos de remoção de artefatos de movimento e estimativa da frequência cardíaca propostos no trabalho, comparando e discutindo os resultados obtidos com os resultados dos métodos existentes.

O Capítulo 5 traz as conclusões e considerações finais do trabalho desenvolvido, discutindo as principais contribuições do trabalho em relação aos métodos existentes.

O Capítulo 6 propõe sugestões para trabalhos futuros que venham a dar sequência ao trabalho realizado neste estudo.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo é dedicado à revisão dos principais conceitos teóricos utilizados neste trabalho. Parte-se do estudo de sinais de Fotopletismografia, processos aleatórios, estimação espectral e teoria da filtragem adaptativa. E por fim, revisaremos a evolução do estado da arte no processo de estimar a frequência cardíaca a partir de sinais de PPG.

2.1 SINAIS DE FOTOPLETISMOGRAFIA

2.1.1 A Natureza de Sinais Biomédicos

Organismos vivos são compostos de muitos sistemas interconectados entre si. Cada sistema é composto de vários subsistemas que realizam muitos processos fisiológicos. Por exemplo, o sistema cardiovascular humano desempenha a tarefa de bombeamento rítmico do sangue a todo o corpo para facilitar a entrega de nutrientes, bem como bombear sangue através do sistema pulmonar para oxigenação do próprio sangue (RANGAYYAN, 2015).

Os processos fisiológicos são fenômenos complexos e a maioria deles é acompanhada ou se manifesta como sinais biomédicos, que são quaisquer sinais medidos a partir de organismos vivos. Tais sinais podem ser de vários tipos, incluindo sinais bioquímicos na forma de hormônios e neurotransmissores, sinais elétricos na forma de potencial elétrico ou corrente elétrica e sinais físicos na forma de pressão ou temperatura (RANGAYYAN, 2015). Além disso, sinais biomédicos refletem a natureza e propriedades de seus sistemas biológicos subjacentes associados, e, portanto, sua decodificação é muito útil para explicar e identificar várias condições patológicas (SÖRNMO & LAGUNA, 2005).

Sinais biomédicos transmitem informações que podem estar ocultas na estrutura do sinal e não ser imediatamente percebidas, precisando ser extraídas de alguma forma antes que interpretações significativas sejam realizadas. No entanto, a complexidade de um sinal biomédico é muitas vezes considerável para se extrair informações diretamente e, portanto, o processamento de sinais biomédicos tornou-se uma ferramenta indispensável para a extração de dados clinicamente significativos (SÖRNMO & LAGUNA, 2005).

Segundo Proakis e Manolakis (2013), um sinal é definido como qualquer quantidade física observável que varia com o tempo, espaço ou outras variáveis independentes. Uma única medida x de um sinal biomédico pode ser representada como um escalar e representa o estado do sistema que originou este sinal em um instante particular ou único de tempo t . Se registrarmos este sinal continuamente de alguma forma, obtemos um sinal em função do tempo. Tal sinal pode ser expresso em tempo contínuo ou forma analógica como $x(t)$. Quando este sinal é medido em pontos discretos de tempo, ele pode ser expresso na forma de tempo discreto como $x(nT_s)$ ou, simplesmente, $x(n)$, onde n é o índice ou número da amostra de medição de uma sequência de valores e T_s representa o intervalo uniforme entre os instantes de tempo de medição. O processo de conversão de um sinal contínuo para discreto chama-se *amostragem* e o intervalo no qual as amostras são tomadas é denominado de período de amostragem T_s , que está relacionado com a *frequência de amostragem* pela relação $F_s = 1/T_s$ (RANGAYYAN, 2015).

Esta sessão tem o objetivo de desenvolver a teoria por trás dos sinais de Fotopletismografia, que são o escopo deste trabalho. No entanto, a base do entendimento deste sinal de encontra na fisiologia do sistema cardiovascular e de certa forma no sinal biomédico mais observado neste sistema, o sinal de eletrocardiografia. Por isso, faremos a seguir uma breve revisão de conceitos em relação a estes assuntos para posteriormente detalharmos a teoria do sinal de Fotopletismografia.

2.1.2 Fisiologia do Sistema Cardiovascular

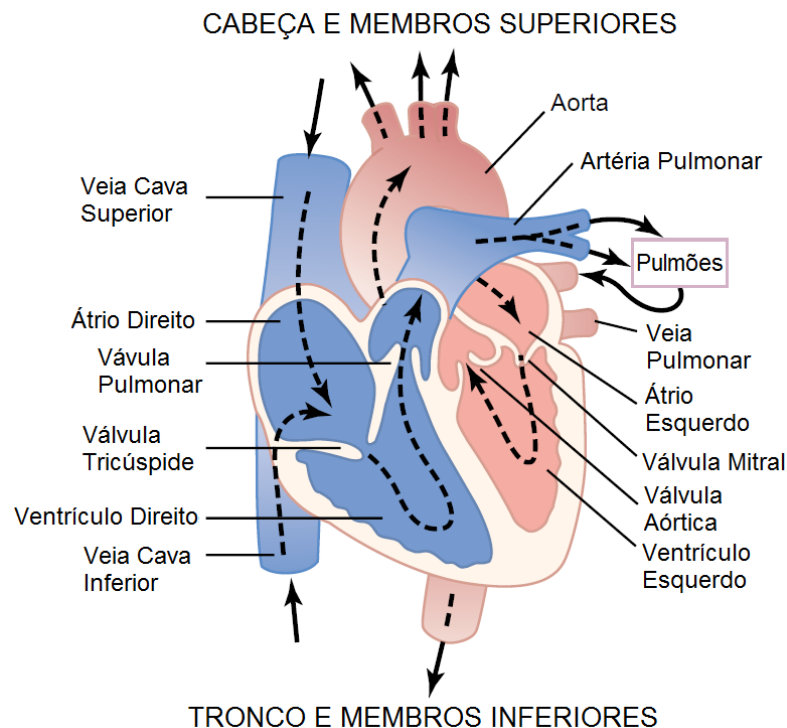
Segundo Hall (2015), o coração é um músculo cuja função principal é bombear o sangue rico em oxigênio por todo o corpo. Sua anatomia é dividida em um lado esquerdo e um lado direito, onde cada lado consiste de duas câmaras, o átrio onde o sangue entra e o ventrículo onde o sangue é forçado a sair para a circulação, conforme a Figura 1. A direção do fluxo sanguíneo é controlada por quatro válvulas diferentes, localizadas entre os átrios e os ventrículos (válvulas tricúspide e mitral e) e entre os ventrículos e as artérias (válvulas pulmonares e aórticas).

A parede do coração é chamada de miocárdio e é composta principalmente de células musculares que produzem força mecânica durante a contração do mesmo. O miocárdio também contém células musculares especializadas que são conectadas em uma rede chamada de sistema de condução. Um ciclo cardíaco é criado quando tal impulso se propaga através do

sistema de condução. O impulso elétrico é o evento que desencadeia a força mecânica e, portanto, o evento elétrico precede a contração do coração (SÖRNMO & LAGUNA, 2005).

A sequência de eventos mecânicos que define um ciclo cardíaco pode ser assumida como começando no átrio direito, onde o sangue é coletado de todas as veias do corpo, exceto as dos pulmões. Quando o átrio direito é acionado para contrair, ele força o sangue para o ventrículo direito. Quando o ventrículo direito está cheio, ele contrai e força o sangue para os pulmões, onde o excesso de gás carbônico é substituído por oxigênio. As veias pulmonares devolvem o sangue oxigenado ao átrio esquerdo, que por sua vez se esvazia no ventrículo esquerdo. Na sua capacidade de bomba de alta pressão, o ventrículo esquerdo força o sangue para todos os órgãos e tecidos do corpo (exceto os pulmões) através das artérias que evoluem para os capilares e, finalmente, para o sistema de retorno venoso do coração (HALL, 2015).

Figura 1. Estrutura do coração e curso do fluxo sanguíneo através das câmaras e válvulas do coração.



Fonte: Adaptado de Hall (2015).

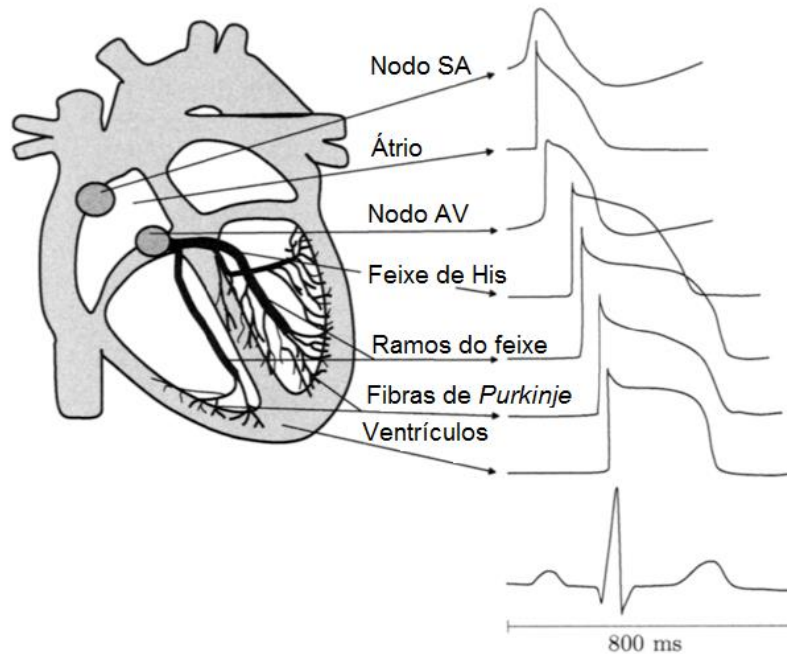
Cada ciclo cardíaco é composto por duas fases: ativação e recuperação. Elas são referidas em termos elétricos como despolarização e repolarização e em termos mecânicos como sístole (contração) e diástole (relaxamento). A despolarização se manifesta por uma rápida mudança no potencial de membrana da célula e constitui a fase inicial do potencial de

ação cardíaco. A rápida mudança na voltagem faz com que as células vizinhas despolarizem, resultando em um impulso elétrico que se espalha de célula para célula por todo o miocárdio. A despolarização é imediatamente seguida pela repolarização, durante a qual o potencial de membrana das células gradualmente retorna ao seu estado de repouso (SÖRNMO & LAGUNA, 2005).

2.1.3 Atividade Elétrica do Coração e a Eletrocardiografia

A inicialização de um ciclo cardíaco ocorre em uma massa de células marca-passo com a capacidade de disparar espontaneamente um impulso elétrico. Essas células são denominadas de nodo sinoatrial (SA) e estão situadas na parte superior do átrio direito, conforme Figura 2 (SÖRNMO & LAGUNA, 2005).

Figura 2. Sistema de condução elétrica do coração com morfologia e temporização dos potenciais de ação relacionados ao ciclo cardíaco de ECG.



Fonte: Adaptado de Sörnmo e Laguna (2005).

O impulso elétrico se propaga através do sistema de condução de modo que a contração e o relaxamento atrial e ventricular possam ocorrer no momento correto. Após a ativação elétrica dos átrios, o impulso é coletado e atrasado no nodo atrioventricular (AV) antes de entrar nos ventrículos, permitindo que a contração atrial aumente ainda mais o volume sanguíneo nos ventrículos. O impulso entra na parede entre os dois ventrículos do

feixe de His. A via é então dividida em feixes de rápida condução com ramificações para os dois ventrículos e depois para uma extensa rede de fibras de condução especializadas denominadas fibras de *Purkinje* (SÖRNMO & LAGUNA, 2005).

O nodo SA é o marca-passo natural do coração, que determina a taxa de batimentos cardíacos. Como as células do nodo SA têm a taxa de marca-passo mais rápida, todas as outras células seguem em sincronia. A taxa do nodo SA é, no entanto, não apenas determinada por sua taxa de descarga inerente, mas também por informações externas que são mediadas pelo sistema nervoso autônomo, de modo que um aumento na atividade nervosa parassimpática diminui a frequência cardíaca, enquanto um aumento da atividade nervosa simpática aumenta a frequência cardíaca (HALL, 2015). Um ritmo iniciado pelo nó SA raramente excede uma taxa de 220 batimentos/minuto, e isso só se aplica a indivíduos jovens; a frequência cardíaca máxima diminui com a idade (ROBERGS & LANDWEHR, 2002).

O sinal de Eletrocardiografia ECG descreve as diferentes fases elétricas de um ciclo cardíaco e representa uma soma no tempo e no espaço dos potenciais de ação gerados por milhões de células cardíacas. Assim, ao invés de refletir diretamente as mudanças no potencial de membrana através das células, o ECG fornece uma medida das correntes elétricas geradas no fluido extracelular por essas mudanças potenciais. As formas de onda produzidas durante a despolarização e repolarização desviam-se de um nível basal que corresponde ao estado de repouso das células (SÖRNMO & LAGUNA, 2005). Essas características são ilustradas na Figura 2, onde os potenciais de ação associados a diferentes regiões do coração são representados. A relação de tempo entre os diferentes potenciais de ação e o ECG medido na superfície do corpo também é ilustrada nesta figura.

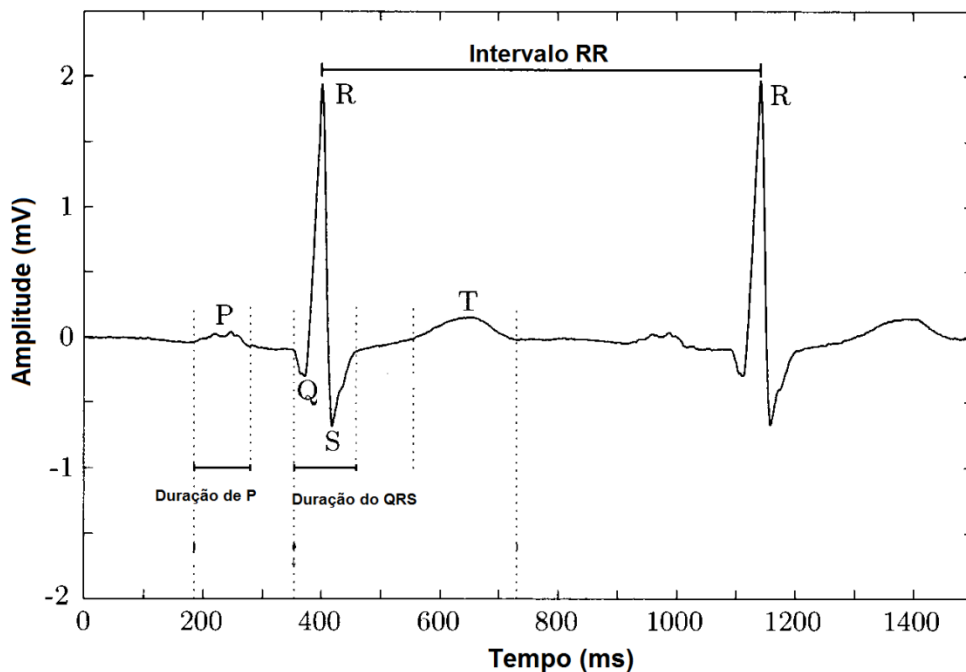
A atividade elétrica do coração é medida na superfície do corpo, conectando um conjunto de eletrodos à pele. O registro do ECG é realizado com uma configuração de derivações, que correspondem à diferença de voltagem entre pares de eletrodos. Estas derivações podem refletir a variação de tensão de um único eletrodo medido em relação a um eletrodo de referência (unipolar) ou refletir a variação de tensão entre dois eletrodos posicionados em diferentes partes do corpo (bipolar). Os eletrodos normalmente são de superfície, que são não invasivos e utilizam um gel condutor para reduzir a impedância dos eletrodos na pele. Porém, os eletrodos também podem ser implantados e não estar em contato com a pele, detectando a atividade eletromagnética por meio de acoplamento capacitivo (CLIFFORD, AZUAJE & MCSHARRY, 2006).

O sinal de ECG pode ser decomposto em um conjunto de ondas típicas, conforme a Figura 3. A despolarização dos átrios é refletida por uma onda P e a despolarização dos

ventrículos direito e esquerdo é refletida pelo complexo QRS, enquanto a onda T reflete a repolarização dos ventrículos (CLIFFORD, AZUAJE & MCSHARRY, 2006).

O complexo QRS dura cerca de 70-110 ms num coração normal e possui uma morfologia altamente variável que depende da origem do batimento cardíaco, sendo que sua primeira deflexão negativa é denominada onda Q, e o primeiro positivo é a onda R, enquanto a deflexão negativa subsequente à onda R é denotada como onda S. Além disso, o intervalo medido entre duas ondas R sucessivas (intervalo RR) representa a duração de um ciclo cardíaco ventricular e serve como um indicador da frequência ventricular e, portanto, da frequência cardíaca do organismo (SÖRNMO & LAGUNA, 2005).

Figura 3. Definições de onda do ciclo cardíaco e importantes durações de onda e intervalos.



Fonte: Adaptado de Sörnmo e Laguna (2005).

2.1.4 Frequência Cardíaca e Pulso Arterial

A frequência cardíaca é medida pela contagem do número de batimentos cardíacos por minuto (bpm). Durante cada batida do coração, o sangue é impulsionado por todo o corpo, aumentando a pressão sanguínea e, portanto, a pulsação nas artérias principais. A frequência de pulso ou pulso arterial é a medida do aumento na pressão arterial palpável em todo o corpo que ocorre em cada batimento cardíaco. A pulsação é basicamente a sensação física de um batimento cardíaco sentido pelo sistema vascular arterial (HALL, 2015).

Os batimentos cardíacos e pulsações são fatores-chave para garantir que a pressão arterial seja alta o suficiente para sustentar a perfusão de sangue em todos os órgãos do corpo humano. Em condições normais, tanto a frequência cardíaca quanto a frequência de pulso tendem a serem as mesmas, mas em condições que afetam apenas o coração ou apenas os vasos sanguíneos, esses valores podem diferir. De maneira geral, cada contração produz um pulso para a maioria das pessoas e então o pulso é uma maneira eficaz de medir a frequência cardíaca (HALL, 2015).

2.1.5 O Princípio da Fotopletismografia

As informações sobre a circulação sanguínea da pele podem ser obtidas por diversos métodos como, por exemplo, observações de cor e temperatura da pele, por medidas de condutividade da pele e por meio da pletismografia. Este último é um processo que permite a determinação e registro das alterações do volume sanguíneo em um corpo vivo (HERTZMAN, 1938).

Um grande avanço ao estudo da circulação sanguínea da pele foi obtido a partir da introdução da pletismografia fotoelétrica ou Fotopletismografia, método desenvolvido quase simultaneamente em 1938 por Hertzman nos Estados Unidos e Matthes e Hauss na Alemanha (KAMAL et al., 1989). No entanto, Hertzman (1938) foi o primeiro a usar o termo “Fotopletismógrafo” e em 1938 publicou seu artigo sobre a Fotopletismografia demonstrando as alterações do volume sanguíneo em um membro do corpo humano submetido ao frio e ao exercício físico.

Segundo Allen (2007), o termo Fotopletismografia ou PPG (do inglês, *Photoplethysmography*) é usado em medicina para descrever uma técnica óptica não invasiva capaz de realizar o registro transcutâneo de alterações do volume sanguíneo nos vasos sanguíneos. O princípio básico da PPG é a observação empírica de que a luz transmitida (ou refletida) através do tecido vivo obtém uma modulação no tempo da frequência dos batimentos cardíacos.

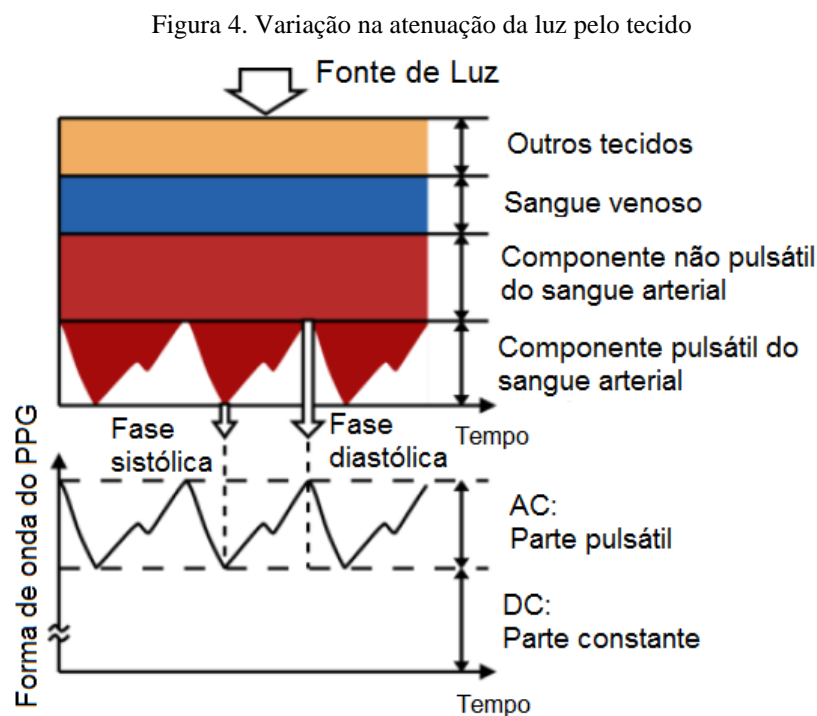
2.1.6 Forma de onda do sinal de PPG

A forma básica da tecnologia de medição do sinal de PPG requer apenas alguns componentes opto eletrônicos: uma fonte de luz para iluminar o tecido (por exemplo, a pele) e

um fotodetector para medir as pequenas variações na intensidade da luz associadas a mudanças na perfusão no volume de captação. A Fotopletismografia é mais frequentemente empregada de forma não invasiva e opera usualmente em um comprimento de onda na faixa do verde, vermelho ou infravermelho-próximo. A característica da forma de onda mais reconhecida é o pulso periférico que é sincronizado com cada batimento cardíaco (ALLEN, 2007).

A luz viajando através do tecido biológico pode ser absorvida por diferentes substâncias, incluindo pigmentos na pele, ossos e sangue arterial e venoso. A maioria das alterações no fluxo sanguíneo ocorre principalmente nas artérias e arteríolas. Por exemplo, as artérias contêm mais volume de sangue durante a fase sistólica do que durante a fase diastólica. Os sensores de PPG podem opticamente detectar alterações no volume do fluxo sanguíneo (isto é, alterações na intensidade da luz detectada) no leito microvascular do tecido através da reflexão ou transmissão através do tecido (TAMURA et al., 2014).

A Figura 4 ilustra um exemplo de uma forma de onda de PPG, consistindo de componentes de corrente contínua (DC) e corrente alternada (AC).



Fonte: Adaptado de Tamura et al. (2014)

Na Figura 4, a componente DC corresponde ao sinal óptico transmitido ou refletido detectado do tecido e depende da estrutura do tecido e do volume sanguíneo médio do sangue

arterial e venoso. Esta componente DC varia lentamente devido à respiração, atividade do sistema nervoso e termorregulação. Estas características também são dependentes do local do corpo onde a aquisição do sinal é realizada (ALLEN, 2007) A componente pulsátil AC representa as alterações síncronas no volume sanguíneo que ocorrem entre as fases sistólica e diastólica do ciclo cardíaco, ou seja, a cada batimento cardíaco. A frequência fundamental do componente AC depende da frequência cardíaca e é sobreposta ao componente DC (TAMURA et al., 2014).

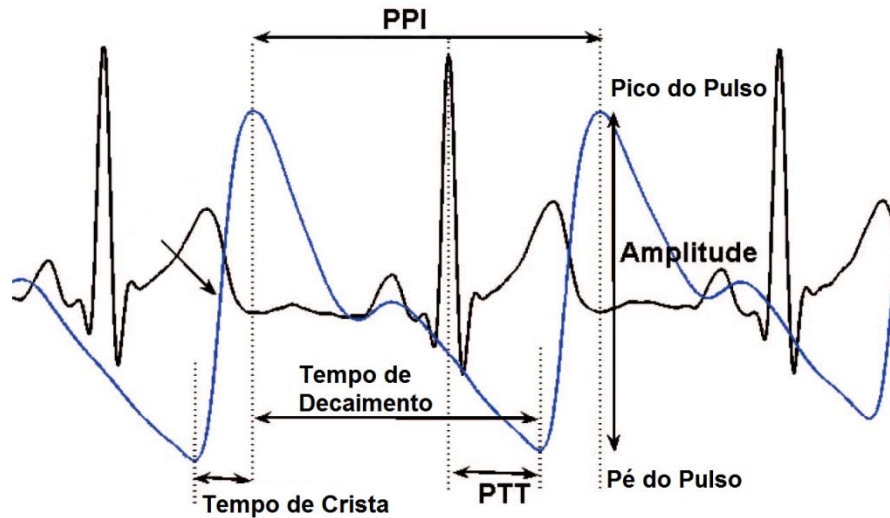
O sinal de PPG possui diversas aplicações clínicas no monitoramento de funções fisiológicas do organismo. Dentre as quais podemos citar o cálculo da saturação de oxigênio no sangue, a estimativa da pressão sanguínea, a estimativa do ritmo respiratório e a estimativa da frequência cardíaca. A frequência cardíaca é um parâmetro fisiológico importante para medir uma ampla gama de configurações clínicas, incluindo monitoramento hospitalar e ambulatorial de pacientes. O componente AC do pulso PPG é síncrono com o coração batendo e, portanto, pode ser uma fonte de informação importante da frequência cardíaca. O principal problema é que a confiança no parâmetro pode ser reduzida quando há artefatos de movimento significativos ou arritmia cardíaca (ALLEN, 2007).

2.1.7 Caracterização da onda de pulso de PPG

Duas características importantes da forma de onda de pulso AC de PPG foram descritas por Hertzman (1938). A aparência do pulso foi definida como duas fases: a fase da borda ascendente do pulso, relacionada com a sístole e a fase da borda descendente do pulso, relacionada com reflexos diastólicos e ondulatórios de periferia.

Na Figura 5 temos onda de pulso de PPG (em azul) sobreposto ao sinal de ECG medido simultaneamente no domínio do tempo. Desta figura, podemos identificar os principais parâmetros temporais do sinal de PPG: o PPI (do inglês, *Peak-to-Peak Interval*), que é a diferença de tempo entre sucessivos picos de instâncias sistólicas, a Amplitude que é a altura do pé do pico sistólico ao ponto de pico, o Tempo de Crista que é o tempo tomado para atingir um pico do pé do mesmo pulso, o tempo de decaimento que é o tempo do declínio do tempo ao pé do próximo pulso e o PTT (do inglês, *Pulse Transit Time*) que é o tempo de atraso entre o pico da onda R do ECG e o conjunto do pulso correspondente do PPG (SELVARAJ, 2009).

Figura 5. Caracterização do pulso de PPG (em azul) em comparação com o sinal de ECG (em preto).



Fonte: Adaptado de Selvaraj (2009).

2.1.8 Influência do Comprimento de Onda da Luz

A interação da luz com o tecido biológico é bastante complexa e inclui diversos processos ópticos. Diversos pesquisadores investigaram os processos ópticos em relação às medidas do PPG e destacaram os principais fatores que podem afetar a quantidade de luz recebida pelo fotodetector: o volume de sangue, o movimento das paredes dos vasos sanguíneos e a orientação dos glóbulos vermelhos. O sangue absorve mais luz do que o tecido circundante. Portanto, uma redução na quantidade de sangue é detectada como um aumento na intensidade da luz detectada pelo fotodetector (ALLEN, 2007).

A composição molecular dos tecidos biológicos tem influência na absorção da luz e a atenuação da radiação óptica incidente em um tecido pode ser descrita por uma lei física conhecida como lei de *Beer-Lambert* (WIEBEN, 1997). Se uma luz monocromática incidente de intensidade I_0 entrar em um meio (tecido), uma parte da luz é transmitida através do meio enquanto outra parte é absorvida. A intensidade I de luz viajando através do meio decai exponencialmente com a distância através da equação

$$I = I_0 e^{-\varepsilon(\lambda)cd}, \quad (1)$$

onde $\varepsilon(\lambda)$ é o coeficiente de extinção ou absorvidade da substância absorvente em um comprimento de onda específico λ , c é a concentração da substância absorvente que é

constante no meio e d é o comprimento do caminho óptico através do meio. A lei de *Beer-Lambert* se baseia na propriedade que a soma da luz transmitida e absorvida é igual à luz incidente (WIEBEN, 1997). No entanto, a equação (1) não leva em conta processos físicos que incluem reflexão da luz na superfície do meio ou dispersão de luz no meio, o que na prática aumenta muito a absorção de luz pelo tecido.

A hemoglobina, uma proteína presente nos glóbulos vermelhos que possibilita o transporte de oxigênio pelo sistema circulatório, é o principal absorvedor de luz no sangue humano em comprimentos de onda usados na oximetria de pulso. Quando saturada de oxigênio, a hemoglobina é chamada de oxiemoglobina (HbO_2) e à medida que o sangue passa pelos capilares e parte do oxigênio é liberado aos tecidos, a hemoglobina é reduzida formando-se uma quantidade de desoxiemoglobina (Hb) (HALL, 2015). As características absorventes da hemoglobina mudam com a sua ligação química e o comprimento de onda da luz incidente. Por isso, a absorvância da luz na região do vermelho no espectro é muito maior para a Hb do que para a HbO_2 . No entanto, os coeficientes de extinção de ambas as espécies de hemoglobina são iguais num ponto isosbético em 805 nm (WIEBEN, 1997). Logo, medições realizadas em um comprimento de onda no infravermelho-próximo não devem afetar muito o sinal por mudanças na saturação de oxigênio no sangue (ALLEN, 2007).

O principal constituinte do tecido é a água que absorve a luz na faixa de ultravioleta e infravermelho mais longo. Há, no entanto, uma janela no espectro de absorção da água que permite que a luz visível (vermelho) e infravermelho-próximo passe com mais facilidade, facilitando assim a medição do fluxo sanguíneo nestes comprimentos de onda (ALLEN, 2007). Os comprimentos de onda de infravermelho ou infravermelho-próximo são melhores para a medição do fluxo sanguíneo de tecidos profundos, por exemplo, fluxo sanguíneo nos músculos. Assim, a luz infravermelha tem sido usada em dispositivos de PPG ambulatoriais por um bom tempo (TAMURA et al., 2014).

A luz verde é adequada para a medição do fluxo sanguíneo superficial na pele. A luz com comprimentos de onda entre 500 e 600 nm (a região verde-amarela do espectro visível) exhibe a maior profundidade de modulação com absorção de sangue pulsátil. Isso explica porque os dispositivos PPG de comprimento de onda verde estão se tornando cada vez mais populares devido às grandes variações de intensidade na modulação observadas durante o ciclo cardíaco para esses comprimentos de onda. Um LED verde tem uma absorção muito maior tanto para a HbO_2 quanto para a Hb em comparação com a luz na faixa do infravermelho. Portanto, a alteração na luz verde refletida é maior do que na luz refletida no

comprimento infravermelho quando o sangue pulsa através da pele, resultando em uma melhor relação sinal-ruído para a fonte de luz verde (TAMURA et al., 2014).

Maeda, Sekine e Tamura (2011) compararam o sinal do PPG de luz verde com o do PPG infravermelho em diferentes locais anatômicos. Em experimentos, 11 indivíduos foram solicitados a assumir uma posição de descanso ou a gerar artefato de movimento espontâneo saltando e balançando o braço. Como resultado, as taxas de pulso obtidas do PPG de luz verde mostraram uma correlação significativamente maior com o intervalo RR do sinal de ECG, quando comparados aos obtidos com o infravermelho.

2.1.9 Instrumentação da Fotopletismografia

Os sensores de PPG modernos frequentemente utilizam tecnologia de semicondutores de baixo custo com LEDs e dispositivos fotodetectores correspondentes trabalhando nos comprimentos de onda verde, vermelho e/ou infravermelho-próximo. Os LEDs convertem a energia elétrica em energia luminosa e têm uma largura de banda única estreita (normalmente 50 nm). A intensidade luminosa média do LED deve ser constante e, de preferência, ser suficientemente baixa para minimizar o aquecimento excessivo do tecido local e também reduzir o risco de radiação não ionizante. Usualmente, usa-se um driver de corrente constante para manter a intensidade média de iluminação do LED constante (ALLEN, 2007).

Um fotodetector converte a energia da luz em corrente elétrica e deve ser escolhido de modo que suas características espectrais coincidam com as características da fonte de luz. O fotodetector conecta-se a circuitos eletrônicos de baixo ruído que incluem um amplificador de transimpedância e um circuito de filtragem. No circuito de filtragem, um filtro passa-alta reduz o tamanho do componente DC dominante e permite que o componente AC seja impulsionado para um nível mais elevado de tensão. Já o circuito de filtragem passa-baixa é necessário para remover o ruído de altas frequências, como a captação elétrica da interferência de frequência da rede elétrica (50 Hz ou 60 Hz) (ALLEN, 2007).

Existem duas configurações operacionais principais para sensores de PPG: operação em modo transmissão onde a amostra de tecido é colocada entre a fonte e detector, e operação de modo de reflexão onde o LED e o detector são colocados lado a lado (ALLEN, 2007). O modo de transmissão é capaz de obter um sinal de qualidade, mas o local de medição deve ser onde a luz transmitida possa ser prontamente detectada como a ponta do dedo e o lóbulo da orelha. Porém, estes locais têm perfusão sanguínea limitada e são mais suscetíveis a extremos ambientais, como baixa temperatura ambiente. Por outro lado, o modo de reflexão

elimina os problemas associados aos locais de medição e posicionamento do sensor no modo de transmissão. No entanto, o PPG pode ser afetado por distúrbios de pressão como a força de contato entre o sensor de PPG e o local de medição, podendo deformar a geometria arterial por compressão e alterar a amplitude do sinal de PPG obtido. Além disso, movimentos de atividades físicas, podem levar a artefatos de movimento que corrompem o sinal PPG e limitam a acurácia da medição dos parâmetros. (TAMURA et al., 2014).

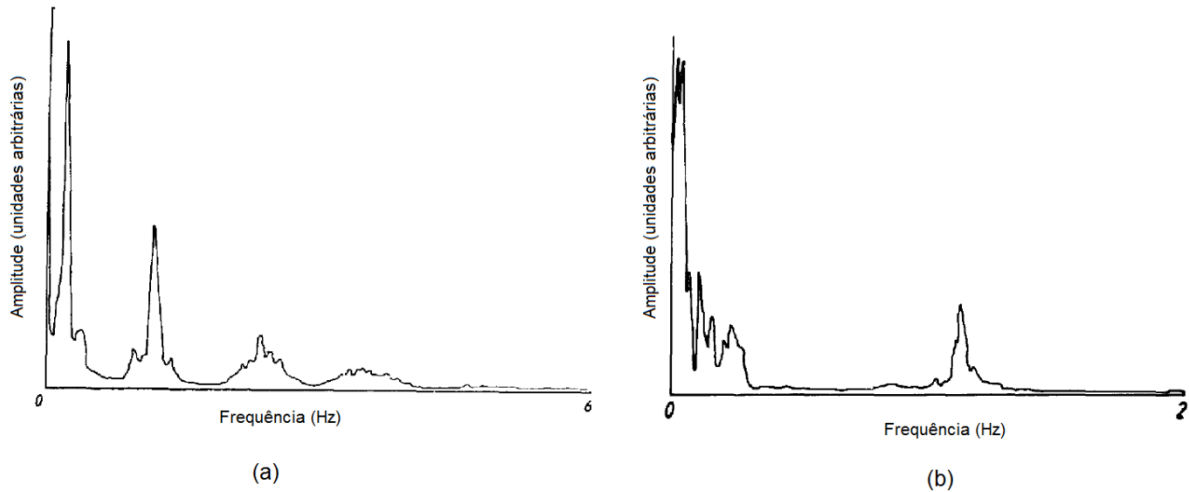
A oximetria de pulso e sensores de PPG do tipo relógio de pulso têm sido desenvolvidos e comercializados por várias empresas nos últimos anos. Esses dispositivos, embora muito mais fáceis de usar, geralmente não eram usados em ambientes clínicos no passado, devido a alguns problemas técnicos. No entanto, novos arranjos de sensores com maior acurácia de medição têm sido desenvolvidos, propondo a medição do sinal PPG da artéria radial e da artéria ulnar do punho, enquanto os métodos anteriores obtinham sinais dos capilares da pele (ALLEN, 2007).

O sensor de PPG deve ser mantido seguramente preso ao local para minimizar os artefatos de movimento na conexão tecido-sonda. Vários estudos mostraram que a pressão moderada no sensor pode melhorar o sinal do PPG. Além disso, existem outras fontes de artefato que precisam ser consideradas na tecnologia de medição. Por exemplo, artefatos podem surgir da interferência da luz ambiente, mas este problema pode ser resolvido de diversas maneiras como, por exemplo, anexando o sensor a pele com um manguito de velcro escuro ou através de filtragem eletrônica (TAMURA et al., 2014).

2.1.10 Caracterização Espectral do Sinal de PPG

A Figura 6(a) ilustra o espectro de frequências do componente AC do sinal de Fotopletismografia para um indivíduo em repouso no domínio da frequência de 0,01 Hz a 6 Hz. Existem componentes de baixa frequência, abaixo de 0,5 Hz, e o componente de frequência cardíaca entre 0,5 e 2 Hz, dependendo da frequência cardíaca do indivíduo em repouso, que tem uma frequência cardíaca entre 0,9 e 1,17 Hz nesta condição, de modo que os harmônicos estarão acima de 2 Hz e pode ser vistos como tendo as mesmas bandas laterais que a frequência fundamental (KAMAL, 1989).

Figura 6. Espectro de frequência total do sinal de PPG



Fonte: Adaptado de Kamal (1989).

A Figura 6(b) ilustra os componentes AC de frequência do sinal fotopleletismográfico entre 0,01 e 2 Hz, e é derivado do mesmo sinal da Figura 6(a), mas devido a gama de frequências reduzida, a Figura 6(b) apresenta uma melhor resolução. O conteúdo de informação acima de 2 Hz é devido aos harmônicos e tem valor clínico pouco relevante. Portanto, a informação importante no sinal pode ser extraída observando o sinal até 2 Hz para um indivíduo em repouso. Na Figura 6(a), a frequência cardíaca é de 1,14 Hz (68 bpm).

O sinal de PPG pode ser dividido em três partes. A primeira é um componente DC que está relacionado com a vascularização relativa do tecido e reflete a quantidade acumulada de sangue ou de fluxo sanguíneo sob o detector. A segunda é um componente de frequência na faixa de 0,01 a 0,5 Hz que reflete a atividade do sistema nervoso simpático. A terceira são as frequências de respiração, controle da pressão arterial e regulação da temperatura corporal, que representam as principais atividades dos osciladores de controle simpático. No intervalo de frequência de 0,5-2 Hz, o pico principal está relacionado com a frequência cardíaca média quando o sinal se encontra livre de artefatos (KAMAL, 1989).

2.1.11 Ruídos e Artefatos

A qualidade do sinal do PPG depende da localização e das propriedades da pele do paciente na medição. Entre estas propriedades, inclui-se a estrutura individual da pele, a saturação de oxigênio no sangue, o fluxo sanguíneo, a temperatura da pele e o ambiente de medição. Esses fatores geram vários tipos de artefatos e ruídos aditivos que podem estar

contidos nos sinais PPG e afetar a extração de características do sinal e, conseqüentemente o diagnóstico global (ELGENDI, 2012). Por isso, descreveremos a seguir os principais ruídos e artefatos que podem corromper o sinal de PPG, diminuindo sua qualidade.

2.1.11.1 *Flutuação da Linha de Base*

A flutuação na linha de base é um artefato de baixa frequência no PPG que surge da respiração, eletrodos carregados eletricamente ou movimento do sujeito. Variações na temperatura e *bias* nos amplificadores de instrumentação podem também, às vezes, causar flutuação na linha de base. A forma da perturbação da linha de base causada por artefatos de movimento pode ser assumida como sendo um sinal bifásico que se assemelha a um ciclo de uma onda senoidal (ELGENDI, 2012).

2.1.11.2 *Artefatos de Movimento*

Artefatos de movimento são artefatos que são causados devido a vibrações ou movimentos do sujeito. Além disso, podem ser causados por mau contato do sensor fotodetector com a pele. As causas destes artefatos induzem a deslocamentos na sonda do sensor, resultando em medidas distorcidas do sinal de PPG captado (ELGENDI, 2012).

Apesar do sinal de PPG conter a informação da frequência cardíaca, a estimativa confiável não é direta devido ao fato de que os sinais são vulneráveis a artefatos de movimento, que interferem fortemente na frequência cardíaca. Um aumento no movimento de um indivíduo durante a atividade de corrida provoca uma contaminação do sinal com artefatos que vem a tornar a leitura do dispositivo imprecisa. Em comparação, os sinais de ECG são mais robustos a artefatos de movimento e não sofrem distorção significativa (PERIYASAMY, PRAMANIK & GHOSH, 2017).

Geralmente, é difícil remover artefatos de movimento, já que a banda de frequência se sobrepõe à do sinal PPG. Normalmente, a banda de frequência causada por artefatos de movimento é acima de 0,1 Hz. O sinal PPG está na faixa de 0,5 a 4 Hz e, portanto, a sobreposição torna impraticável o uso de técnicas clássicas de processamento de sinal, a fim de separá-lo. Por isso, a remoção de artefatos de movimento tem sido o tema de diversas pesquisas (PERIYASAMY, PRAMANIK & GHOSH, 2017).

2.2 PROCESSOS ALEATÓRIOS E ESTIMAÇÃO ESPECTRAL

O sinal de PPG possui componentes com características de sinais aleatórios. Portanto, é necessário estabelecermos os principais conceitos matemáticos dessa classe de sinais. Além disso, apresentaremos a descrição dos métodos de estimação do espectro de potência, fundamentais para este trabalho.

2.2.1 Processos Aleatórios

2.2.1.1 Sinais e Processos Aleatórios

Segundo Proakis e Manolakis (2013), um sinal é chamado de determinístico e é exatamente previsível para um intervalo de tempo de interesse, podendo ser descrito por uma função matemática, uma tabela de dados ou uma regra bem definida. No entanto, há casos em que tal descrição é desconhecida ou muito complexa para ser usada na prática, como é o caso do sinal de PPG, sinal que transporta informação do sistema cardiovascular ao longo do tempo. Estes sinais são chamados de aleatórios, pois sempre existe um elemento de incerteza associado a eles e, portanto, não é possível determinar com antecedência o seu valor exato em um dado instante de tempo.

Não podemos especificar precisamente o valor de um sinal aleatório antecipadamente, mas podemos descrevê-lo em termos de suas propriedades estatísticas como a potência média do sinal ou a probabilidade do sinal exceder certo valor de amplitude. O modelo probabilístico usado para caracterizar um sinal aleatório é chamado de processo aleatório (ou processo estocástico). Um processo aleatório pode ser visto como um mapeamento de resultados de um experimento aleatório a um conjunto de formas de onda ou funções no tempo. Este conjunto de funções é denominado de *ensemble* e cada uma destas funções é denominada *realização* do processo (SHANMUGAN & BREIPOHL, 1988). Um processo aleatório discreto é aquele observado num intervalo de tempo definido apenas em certos instantes específicos. Uma realização particular de um processo aleatório discreto é denominada série temporal (PROAKIS & MANOLAKIS, 2013).

2.2.1.2 Processos Estacionários

Um processo aleatório é chamado de *estacionário* se os parâmetros estatísticos do processo não variam com o tempo, ou seja, as probabilidades das amostras não dependem do instante de tempo em que as amostras começaram a ser adquiridas. Especificamente, um processo aleatório é denominado *estacionário no sentido amplo* ou WSS (do inglês, *Wide Sense Stationary*) se sua média estatística é constante e independente do tempo e se a sua função de autocorrelação depende apenas do atraso entre as amostras consideradas. Caso contrário, se as propriedades estatísticas do processo sofrerem variações ao longo das amostras observadas, então temos um processo chamado de não estacionário (SHANMUGAN & BREIPOHL, 1988; HAYKIN, 2008b).

Considere o processo aleatório de tempo discreto $x(n)$, representado pela série temporal $x(n), x(n - 1), \dots, x(n - M)$ observado no instante n e com M sendo suas observações passadas. Definimos a função de valor médio do processo no instante n como

$$\mu_x(n) = E[x(n)], \quad (2)$$

onde E denota o operador valor esperado ou esperança estatística. Para um processo WSS, a média independe de n , ou seja, $\mu_x(n) = \mu_x$ para todo n .

Enquanto processos aleatórios são, por definição, imprevisíveis, nós observamos que as amostras do processo em instantes diferentes podem ser correlacionadas (HAYKIN, 2008b). Com isso, nós definimos a função de autocorrelação do processo em função do instante n e da diferença temporal k

$$R_{xx}(n, n - k) = E[x(n)x(n - k)] \quad (3)$$

e se o processo é WSS, então $R_{xx}(n, n - k) = R_{xx}(k)$. Ou seja, a autocorrelação depende apenas da diferença de tempo num processo WSS. Quando a diferença de tempo k é igual à zero, $R_{xx}(0)$ se iguala ao valor médio quadrático de $x(n)$ e $R_{xx}(k)$ tem seu valor máximo. Logo,

$$R_{xx}(0) = E[|x(n)|^2] \quad (4)$$

Além disso, podemos definir a função de correlação cruzada entre dois processos WSS $x(n)$ e $y(n)$, R_{xy} , dada pela expressão

$$R_{xy}(k) = E[x(n)y(n-k)] \quad (5)$$

O grau de interdependência numérica entre duas variáveis é denominado de covariância (HAYKIN, 2008b). Assim, a interdependência entre amostras do processo em instantes diferentes podem ser mensurada pela função de autocovariância do processo, definida por

$$C_{xx}(n, n-k) = E[(x(n) - \mu_x(n))(x(n-k) - \mu_x(n-k))] \quad (6)$$

Em um processo estocástico WSS com valores reais, esta função pode ser reduzida a

$$C_{xx}(k) = R_{xx}(k) - \mu_x^2 \quad (7)$$

Nota-se que a autocovariância mede, neste caso, a dispersão da autocorrelação de $x(n)$. Se $k = 0$, então $C_{xx}(0)$ se iguala a variância σ_x^2 de $x(n)$, de modo que

$$C_{xx}(0) = R_{xx}(0) - \mu_x^2 = \sigma_x^2 \quad (8)$$

A variância é o valor esperado do desvio quadrático da média de $x(n)$. É um caso especial da covariância. Para um sistema WSS, temos

$$\sigma_x^2 = E[(x(n) - \mu_x)^2] \quad (9)$$

Além disso, podemos definir a covariância cruzada entre dois processos WSS com valores reais $x(n)$ e $y(n)$ como

$$C_{xy}(k) = R_{xy}(k) - \mu_x \mu_y \quad (10)$$

A partir da covariância, podemos obter o coeficiente de autocorrelação de *Pearson* $\rho_{xx}(k)$ de um processo WSS $x(n)$ e o coeficiente de correlação cruzada de *Pearson* $\rho_{xy}(k)$ entre dois processos WSS $x(n)$ e $y(n)$ dados, respectivamente, por

$$\rho_{xx}(k) = \frac{C_{xx}(k)}{\sigma_x^2} \quad (11)$$

e

$$\rho_{xy}(k) = \frac{C_{xy}(k)}{\sigma_x \sigma_y} \quad (12)$$

O coeficiente de correlação é +1 no caso de uma relação linear direta perfeita (correlação), -1 no caso de uma relação linear decrescente perfeita (anti-correlação) e algum valor no intervalo aberto $(-1, 1)$ nos demais casos, indicando o grau de dependência linear entre as variáveis. À medida que se aproxima de zero, menor a correlação entre as variáveis e quanto mais próximo o coeficiente for de -1 ou 1, maior será a correlação entre as variáveis.

2.2.1.3 Processos Ergódicos

Embora seja possível caracterizar um processo aleatório em termos de suas médias estatísticas, na prática, usualmente temos uma única realização do processo. Por definição, um processo aleatório $x(n)$ é *ergódico* se, com probabilidade de 100%, todas as médias estatísticas podem ser determinadas de uma única função de amostragem do processo. Em efeito, o processo aleatório é ergódico se as médias temporais obtidas de uma única realização são iguais às médias estatísticas do conjunto. Sob esta condição, podemos tentar estimar as médias do conjunto usando as médias temporais de uma única realização (HAYKIN, 2008a).

Se obtivermos um número N suficientemente grande de amostras do processo aleatório em questão, a média num instante N pode ser estimada como

$$\mu_x(n) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} x_j(n) \quad (13)$$

Da mesma forma, a função de autocorrelação pode ser estimada via média amostral se obtermos um número grande o suficiente de amostras N do processo. Assim, definimos a função de autocorrelação como

$$R_{xx}(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)x(n-k) \quad (14)$$

2.2.1.4 Densidade Espectral de Potência

Ao observarmos a função de autocorrelação de um processo aleatório, notamos que se o processo varia rapidamente com o tempo, a função de autocorrelação decai rapidamente à medida que a diferença temporal é tomada. Com isso, pode-se inferir que a autocorrelação possui informações sobre o conteúdo de frequências do sinal. De fato, a relação entre o domínio da frequência e a função de autocorrelação é dada pelo *teorema de Wiener-Khinchin* (SHANMUGAN & BREIPOHL, 1988) que diz que se $x(n)$ é um processo discreto WSS com função de autocorrelação $R_{xx}(k)$ que existe e é finita a cada atraso k , então existe uma função $S_{xx}(f)$ chamada de função de Densidade Espectral de Potência ou PSD (do inglês, *Power Spectral Density*) no domínio da frequência tal que

$$S_{xx}(f) = \mathcal{F}(R_{xx}(k)) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} R_{xx}(k)e^{-j2\pi fk}, \quad (15)$$

ou seja, a transformada de Fourier da função autocorrelação de um processo aleatório discreto corresponde à função de densidade espectral de potência. Deve-se perceber que para a transformada existir, o processo deve ser truncado para zero fora do intervalo de interesse considerado. Isso significa que a série temporal deve ser limitada, por exemplo, por uma janela retangular de tamanho N (HAYKIN, 2008b).

Seja $x_N(n)$ o processo aleatório truncado por uma janela e $X_N(f) = \mathcal{F}[x_N(n)]$ sua transformada de Fourier, então para um conjunto de realizações de $x_N(n)$, haverá um conjunto de realizações de $X_N(f)$. Logo, pode ser mostrado que

$$S_{xx}(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} E[|X_N(f)|^2], \quad (16)$$

onde a quantidade $\frac{1}{N} |X_N(f)|^2$ é denominada de periodograma da série temporal truncada.

Pode-se mostrar pelas relações apresentadas que a função de autocorrelação e a densidade espectral de potência de um processo estocástico formam um par de transformadas de Fourier, ou seja, pode-se determinar a função de autocorrelação a partir da densidade espectral de potência (PROAKIS & MANOLAKIS, 2013). Matematicamente, temos

$$R_{xx}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(f)e^{j2\pi fk} df \quad (17)$$

2.2.1.5 Classes Especiais de Processos Aleatórios

Existem várias classes especiais de processos aleatórios que desempenham um papel importante na teoria e aplicação de processos aleatórios: processos auto-regressivos e de média móvel, processos de *Markov*, processo de *Poisson* e processos Gaussianos (SHANMUGAN & BREIPOHL, 1988). Um processo auto-regressivo de ordem p ou $AR(p)$ é definido pela equação de diferenças

$$x(n) = \sum_{i=1}^p \phi_i x(n-i) + v(n), \quad (18)$$

onde $x(n)$ é uma sequência aleatória de números reais, $\phi_i, i = 1, \dots, p$ são parâmetros e $v(n)$ é uma sequência de variáveis aleatórias Gaussianas de média zero e variância σ_v^2 , ou seja,

$$E[v(n)] = 0 \quad (19)$$

e

$$E[v(n)v(k)] = \begin{cases} \sigma_v^2, & n = k \\ 0, & n \neq k \end{cases} \quad (20)$$

A sequência $v(n)$ é chamada de ruído branco Gaussiano e pode ser representada por $v(n) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_v^2)$, onde \mathcal{N} representa a distribuição normal. Portanto, o modelo auto-regressivo é um modelo que explica o valor presente em função da combinação linear dos valores passados com uma função de entrada que é um ruído Gaussiano.

Se $p = 1$, temos um processo auto-regressivo de primeira ordem ou $AR(1)$, dado por

$$x(n) = \phi_1 x(n-1) + v(n) \quad (21)$$

Pode-se perceber, que num processo auto-regressivo de primeira ordem, o valor de $x(n)$ num instante k qualquer corresponde a um termo constante somado de um somatório de variáveis aleatórias gaussianas. Sabe-se que da Teoria de Processos Estocásticos que a combinação de infinitas variáveis gaussianas é um processo estacionário. Com isso, pode-se dizer que um processo $AR(1)$ é estacionário se $|\phi_1| < 1$. Se $\phi_1 = 1$, temos

$$x(n) = x(n-1) + v(n) \quad (22)$$

O processo da equação (22) é não estacionário e também corresponde a um caso especial de processo denominado de *random walk*. Um processo *random walk* é aquele no qual o estado atual é dado pelo estado imediatamente anterior adicionado de um deslocamento aleatório que pode ser para cima ou para baixo conforme o sinal do ruído. Além disso, um processo *random walk adicionado de ruído* pode ser descrito pela dupla de equações

$$x(n) = x(n - 1) + \omega(n - 1), \quad \omega(n) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\omega^2) \quad (23)$$

$$y(n) = x(n) + v(n), \quad v(n) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_v^2) \quad (24)$$

Aqui, $x(n)$ e $y(n)$ são sequências aleatórias compostas dos ruídos gaussianos, $\omega(n)$ e $v(n)$, de média zero e variância, respectivamente, σ_ω^2 e σ_v^2 .

2.2.2 Estimação Espectral

Consideraremos agora o problema de estimar a densidade espectral de potência de um sinal a partir da observação de um sinal sobre um intervalo de tempo finito. Quando lidamos com sinais estacionários, quanto maior a gravação de dados com informação útil do sinal de interesse, melhores estimativas podem ser realizadas dos dados. De outra forma, se as estatísticas do sinal não são estacionárias, o comprimento da gravação necessário é determinado por o quão rapidamente as variações temporais ocorrem nas estatísticas do sinal. Logo, nosso objetivo é selecionar a gravação de dados mais curta possível e que ainda nos permita resolver as características espectrais de diferentes componentes de sinal nos dados gravados (PROAKIS & MANOLAKIS, 2013).

Neste trabalho nos concentraremos em descrever alguns dos métodos de estimação espectral baseados na Transformada de Fourier, denominados de métodos não paramétricos. Entre as vantagens apresentadas por estes métodos, podemos citar a eficiência computacional e simplicidade e o fato da PSD obtida ser diretamente proporcional a potência das componentes espectrais do processo aleatório. Entre as desvantagens, temos a limitação da resolução em frequência por conta do comprimento do sinal disponível e a introdução de distorção no espectro devido à aparição de lobos laterais associados com o janelamento do sinal que contribuem em mascarar harmônicos de baixa amplitude localizados em posições adjacentes a harmônicos de elevadas amplitudes (PROAKIS & MANOLAKIS, 2013).

2.2.2.1 Periodograma

Sinais determinísticos possuem energia finita e são caracterizados no domínio espectral por seu espectro de densidade de energia. Por outro lado, sinais aleatórios estacionários não possuem energia finita e, portanto, não possuem transformadas de Fourier de forma direta. Tais sinais tem uma potência média finita e assim são caracterizados por sua densidade espectral de potência (PROAKIS & MANOLAKIS, 2013).

Nós devemos considerar realizar a estimativa da densidade espectral de potência de amostras de uma única realização do processo aleatório. Em particular, consideramos um sinal de entrada contínuo amostrado no qual se obtém uma sequência de duração finita $x(n)$ truncada num tamanho N com $0 \leq n \leq N - 1$. Em termos gerais, uma maneira de estimar a PSD do processo é através da equação

$$P_{xx}(f) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j2\pi fn} \right|^2 = \frac{1}{N} |X(f)|^2, \quad (25)$$

onde $X(f)$ é a transformada de Fourier da sequência de amostra $x(n)$ e N é o número de amostras. A equação (25) é uma forma bem conhecida de estimativa da densidade espectral de potência conhecida como Periodograma.

O periodograma $P_{xx}(f)$ pode ser computado pelo uso da Transformada Discreta de Fourier ou DFT (do inglês, *Discrete Fourier Transform*) que por sua vez é eficientemente computada por um algoritmo de Transformada Rápida de Fourier ou FFT (do inglês, *Fast Fourier Transform*). Se tivermos N pontos de dados, calculamos como mínimo uma DFT de N pontos. Na prática, no entanto, tal amostragem esparsa do espectro não fornece uma boa figura da estimativa contínua do espectro $P_{xx}(f)$. Porém, isto é facilmente resolvido calculando $P_{xx}(f)$ em frequências adicionais, aumentando o comprimento da sequência por meio de preenchimento de zeros (do inglês, *zero padding*) e então calculando $P_{xx}(f)$ em um conjunto mais denso de frequências. Portanto, se aumentarmos o comprimento da sequência de dados de N para L pontos por meio de preenchimento com zeros e calcularmos a DFT de L pontos, teremos

$$P_{xx}\left(\frac{k}{L}\right) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi nk}{L}} \right|^2 = \frac{1}{N} |X(f)|^2, \quad (26)$$

onde $k = 0, 1, \dots, L - 1$ nas frequências $f_k = k/L$. Devemos enfatizar que o preenchimento por zeros e o cálculo da DFT em $L > N$ pontos não melhora a resolução em frequência na estimativa do espectro. Ele simplesmente nos fornece um método para interpolar os valores do espectro medido em mais frequências. A resolução em frequência na estimativa espectral é determinada pelo comprimento N dos dados gravados.

2.2.2.2 Método de Welch

O método de *Welch* para reduzir a variância no periodograma envolve três passos (PROAKIS & MANOLAKIS, 2013). Primeiro, a sequência de N pontos é subdividida em L segmentos com sobreposição, onde cada segmento tem um comprimento M . Isso resulta em L segmentos de dados. Então, os segmentos de dados podem ser representados como

$$x_i(n) = x(n + iD), \quad (27)$$

onde $i = 0, 1, \dots, L - 1$ e $n = 0, 1, \dots, M - 1$. Aqui, iD é o ponto de início para a i -ésima sequência. Observe que se $D = M/2$, há 50% de sobreposição entre os segmentos sucessivos de dados. Segundo, realizamos o janelamento dos segmentos de dados e após isso calculamos o periodograma para cada segmento através de

$$\tilde{P}_{xx}^i(f) = \frac{1}{MU} \left| \sum_{n=0}^{M-1} x_i(n) \omega(n) e^{-j2\pi fn} \right|^2 \quad (28)$$

com $i = 0, 1, \dots, L - 1$. Aqui, U é o fator de normalização para a potência na função de janela e é calculado como

$$U = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} \omega^2(n) \quad (29)$$

Finalmente, o espectro de potências estimado de *Welch* é a média destes L periodogramas modificados

$$P_{xx}^W(f) = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} \tilde{P}_{xx}^i(f) \quad (30)$$

A literatura mostra que a estimativa de *Welch* possui um fator de qualidade superior a estimativa de espectro por Periodograma. No método de *Welch*, fator de qualidade aumenta com o aumento do comprimento dos dados, característica essa que não é compartilhada pela estimativa pelo periodograma, que possui um fator de qualidade constante e inferior. No entanto, o efeito de reduzir o comprimento dos dados de N pontos para $M = N/L$ resulta em uma janela cuja largura espectral é aumentada por um fator de L . Consequentemente, a resolução em frequência e a variância são reduzidas por um fator L .

2.2.3 Processo de Janelamento

Visando reduzir o vazamento espectral, a função de janela deve ser escolhida de modo que sua transformada de Fourier tenha a maior parte de sua energia no lobo principal mais estreito e uma menor parte de sua energia nos lobos laterais (PROAKIS & MANOLAKIS, 2013). Várias funções de janela foram propostas ao longo dos anos. Então, iremos resumir as propriedades de algumas janelas na Tabela 1 onde são apresentadas as equações das sequências no tempo que representam essas janelas, com $M < N$, onde M é o tamanho da janela e N é o tamanho da sequência a ser truncada.

Tabela 1. Funções de Janelas.

Nome da Janela	Sequência no domínio do tempo, $\omega(n)$, $0 \leq n \leq M - 1$	Pico do Lobo Lateral (dB)	Largura aproximada do lobo principal
Retangular	$\omega(n) = 1$	-13	$4\pi/M$
<i>Hanning</i>	$\omega(n) = \frac{1}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi n}{M-1}\right) \right)$	-31	$8\pi/M$
<i>Hamming</i>	$\omega(n) = 0,54 - 0,46 \cos\left(\frac{2\pi n}{M-1}\right)$	-41	$8\pi/M$
<i>Blackman</i>	$0,42 - 0,5 \cos\left(\frac{2\pi n}{M-1}\right) + 0,08 \cos\left(\frac{4\pi n}{M-1}\right)$	-57	$12\pi/M$

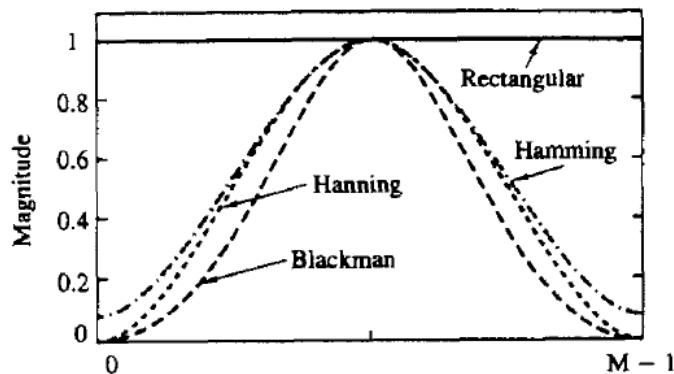
Fonte: Adaptado de Proakis e Manolakis (2013)

As características da janela retangular têm um papel significativo na determinação da estimativa da densidade espectral de potência. Especificamente, a janela tem a capacidade de suavizar a sequência no qual ela é aplicada no domínio espectral. À medida que M aumenta, o espectro da janela se torna mais estreito e o efeito de suavização é reduzido. Por

outro lado, os lobos laterais da janela resultam em efeitos *ringing* indesejados e em lobos laterais largos na resposta em frequência do sinal truncado por uma janela retangular. Estes sinais indesejados podem ser aliviados utilizando janelas que não contém descontinuidades abruptas no domínio do tempo e tem correspondentes lobos laterais com baixa amplitude na resposta em frequência (PROAKIS & MANOLAKIS, 2013).

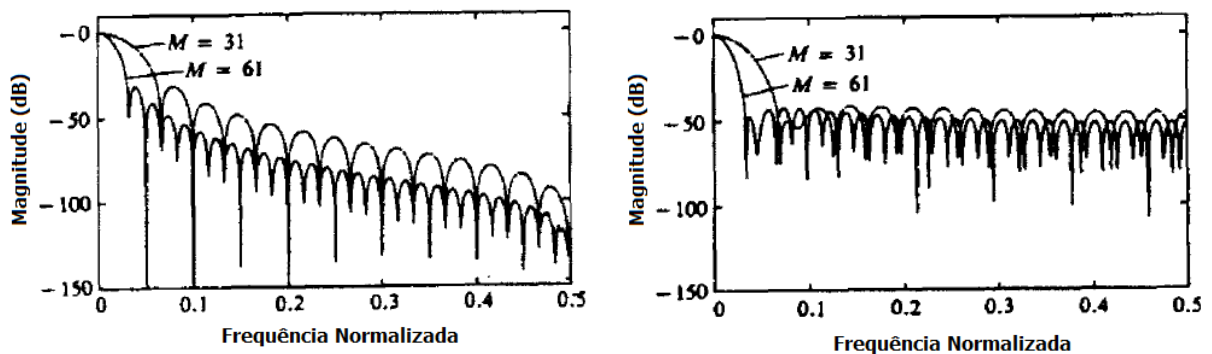
A Figura 7 ilustra as características no domínio do tempo das janelas retangular, *Hamming*, *Hanning* e *Blackman*. A resposta em frequência das janelas de *Hanning* e *Hamming* é ilustrada na Figura 8. Observa-se que todas estas janelas possuem lobos laterais menores se comparados com a janela retangular. No entanto, para o mesmo valor de M , a largura do lobo principal é também maior para estas janelas. Assim, estas funções de janela oferecem melhor suavização através da operação de convolução no domínio da frequência, e como resultado, a região de transição é mais larga (PROAKIS & MANOLAKIS, 2013).

Figura 7. Formatos de várias funções de janela



Fonte: Proakis e Mannolakis (2013)

Figura 8. Resposta em frequência das Janelas de Hanning (esquerda) e Hamming (direita)



Fonte: Proakis e Mannolakis (2013)

2.3 TEORIA DA FILTRAGEM ADAPTATIVA

2.3.1 Introdução aos Filtros Adaptativos

O termo filtro é geralmente utilizado para descrever um sistema representando como um software de computador ou um dispositivo na forma de hardware físico que é aplicado a um conjunto de dados ruidosos com o objetivo de extrair informação sobre uma quantidade prescrita de interesse. Em qualquer evento, nós podemos usar um filtro para realizar três operações básicas de processamento da informação: filtragem, suavização e predição. Assim, dizemos que um filtro é linear se a quantidade de interesse filtrada, suavizada ou predita na saída do dispositivo é uma função linear de observações aplicada à entrada do filtro (HAYKIN, 2008a).

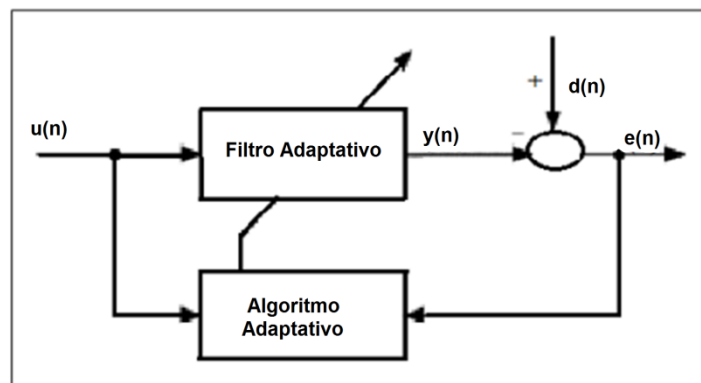
Na abordagem estatística da solução do problema de filtragem linear, nós assumimos que certos parâmetros estatísticos (funções de média e correlação) do sinal útil e do ruído aditivo estão disponíveis. O requisito para projetar um filtro linear com dados ruidosos na entrada é minimizar os efeitos do ruído na saída do filtro de acordo com alguns critérios estatísticos. Uma abordagem útil para este problema de otimização do filtro é minimizar o valor médio quadrático do sinal de erro, representado pela diferença entre a saída do filtro e o sinal desejado. Para entradas estacionárias, a solução resultante, neste caso, é comumente conhecida como Filtro de *Wiener* (VASEGHI, 2008).

O projeto de um filtro de *Wiener* requer informação *a priori* sobre as estatísticas dos dados a serem processados. O filtro é ótimo somente quando as estatísticas dos dados de entrada correspondem à informação *a priori* no qual o projeto do filtro é baseado. No entanto, as propriedades estatísticas do sinal podem mudar em sinais não estacionários, por isso precisamos atualizar os coeficientes do filtro para que a solução esteja sempre próxima do ponto ótimo. Além disso, o filtro de *Wiener* requer o armazenamento de uma grande faixa de tempo do sinal para realizar o cálculo de pesos ideais o que afeta seu desempenho em aplicações de processamento de sinais em tempo real. Por isso, um método mais eficiente para ser usado é um filtro adaptativo, um sistema onde os parâmetros mudam constantemente por meio de um algoritmo recursivo, tornando possível se adaptar às variações nas propriedades estatísticas dos sinais e cumprir sua função satisfatoriamente em um ambiente onde não há o conhecimento completo das características do sinal (HAYKIN, 2008a).

Os filtros adaptativos podem ser descritos como lineares ou não lineares. Fundamentalmente, os dois tipos principais de filtros adaptativos não lineares são os filtros *Volterra* adaptativos e as Redes Neurais Artificiais. O primeiro é baseado no uso das séries de *Volterra*, enquanto o segundo consiste na imitação do funcionamento do cérebro humano no qual as não linearidades são tratadas através do processamento paralelo de unidades de processamento formadas pela combinação linear de funções não lineares (HAYKIN, 1996). Este trabalho se limitará a aplicação de filtros adaptativos lineares

De forma geral, um filtro adaptativo é um sistema representado por uma função de transferência controlada por parâmetros variáveis (pesos) que mudam no tempo. Os pesos variáveis são ajustados repetidamente, em intervalos regulares, de acordo com um algoritmo adaptativo. O algoritmo adaptativo geralmente usa os sinais mostrados na Figura 9, que é o sinal de entrada do filtro $u(n)$, o sinal de saída do filtro $y(n)$, o sinal desejado $d(n)$ e o sinal de erro $e(n)$, que é a diferença entre $d(n)$ e $y(n)$ (VASEGHI, 2008).

Figura 9. Diagrama de um filtro adaptativo genérico



Fonte: O Autor (2018).

O algoritmo adaptativo é o procedimento usado para ajustar os coeficientes do filtro adaptativo, a fim de minimizar um critério prescrito. O algoritmo é determinado definindo o método de busca (ou algoritmo de minimização), a função objetivo e a natureza do sinal de erro. Portanto, não há uma única solução para o problema de filtragem adaptativa linear. Basicamente, nós podemos identificar três métodos distintos para derivar os algoritmos recursivos na operação de filtros adaptativos lineares (HAYKIN, 1996):

- 1) Abordagem baseada na teoria do Filtro de *Wiener*, onde o algoritmo recursivo atualiza os coeficientes do filtro de modo a se aproximar da solução ótima de *Wiener* através

da minimização da função de custo do erro médio quadrático. Os algoritmos possuem ótimo desempenho com sinais estacionários e habilidade de rastreamento em ambientes não estacionários se os dados de entrada sofrerem variações mais lentamente que a taxa de aprendizado do algoritmo;

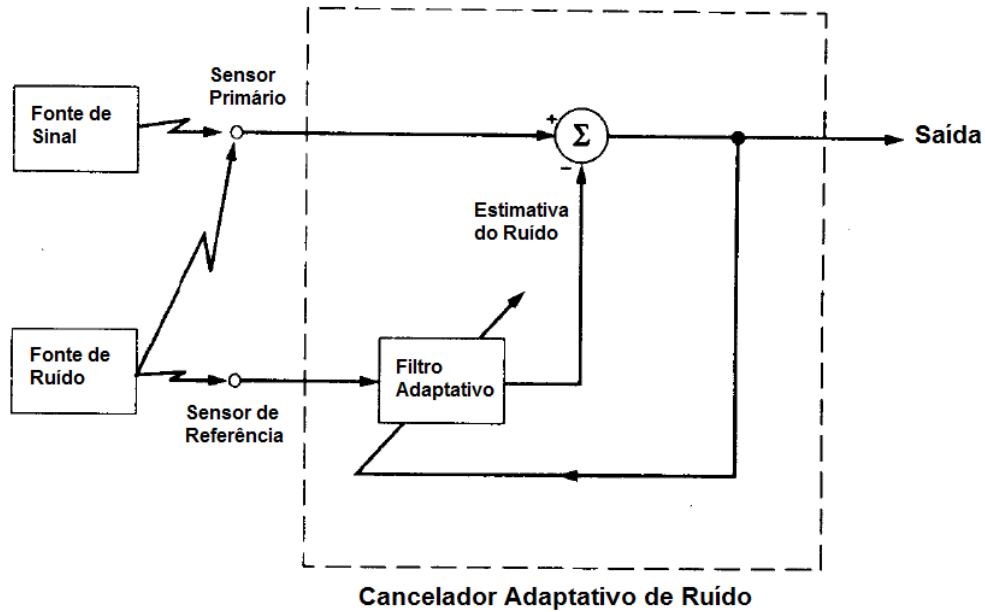
- 2) Abordagem baseada na teoria do Filtro de *Kalman*, onde o algoritmo recursivo realiza a estimativa dos estados do sistema baseado em equações no espaço de estados que descrevem a dinâmica e os erros de medição do sistema. Estes algoritmos são mais adequados a ambientes não estacionários e possuem uma taxa de convergência mais rápida que a atingida pelos algoritmos baseados na teoria do Filtro de *Wiener*;
- 3) Método dos Mínimos Quadrados, que utiliza médias temporais ao invés de conceitos estatísticos. Neste método, um índice de desempenho que consiste na soma dos erros médios quadráticos ponderados é minimizado.

2.3.2 Cancelador Adaptativo de Ruído

Filtros adaptativos têm sido aplicados em diversos campos como comunicações, radar, sonar, sismologia e engenharia biomédica. Isso é possível devido à habilidade destes filtros de operar em ambientes desconhecidos e rastrear as variações temporais das estatísticas de entrada. No entanto, a diferença essencial entre os vários tipos de aplicações surge da maneira na qual a resposta desejada é extraída. Neste contexto, podemos distinguir quatro classes básicas de aplicações de filtros adaptativos: identificação, modelagem inversa, predição e cancelamento de interferências. No cancelamento de interferências, o filtro adaptativo é usado para cancelar uma interferência desconhecida contida em um sinal primário com o cancelamento sendo otimizado em algum sentido. A principal aplicação nesta classe é o cancelamento adaptativo de ruído (HAYKIN, 2008a).

O cancelamento adaptativo de ruído realiza o cancelamento de ruído pela subtração do ruído do sinal recebido, uma operação controlada de maneira adaptativa com o propósito de melhoria a relação sinal-ruído. Basicamente, um cancelador adaptativo de ruído tem uma dupla entrada com um sistema de controle adaptativo em malha-fechada conforme ilustrado na Figura 10 (HAYKIN, 1996). As duas entradas do sistema são derivadas de um par de sensores: um sensor primário e um sensor de referência. Especificamente, nós temos o seguinte:

Figura 10. Cancelamento Adaptativo de Ruído.



Fonte: Adaptado de Haykin (1996).

1. O sensor primário recebe um sinal transportando informação $s(n)$, corrompido por um ruído aditivo $v_0(n)$, segundo a expressão

$$d(n) = s(n) + v_0(n) \quad (31)$$

O sinal $s(n)$ e o ruído $v_0(n)$ são não correlacionados uns com os outros, isto é,

$$E[s(n)v_0(n-k)] = 0 \quad \text{para todo } k \quad (32)$$

e $s(n)$ e $v_0(n)$ são assumidos como sendo de valor real.

2. O sensor de referência recebe um ruído $v_1(n)$ que não é correlacionado com o sinal $s(n)$, mas correlacionado com o ruído $v_0(n)$ na saída do sensor primário de uma maneira desconhecida, isto é,

$$E[s(n)v_1(n-k)] = 0, \quad \text{para todo } k \quad (33)$$

e

$$E[v_0(n)v_1(n-k)] = p(k), \quad (34)$$

onde, como antes, os sinais são de valor real e $p(k)$ é uma correlação cruzada desconhecida para o atraso k .

O sinal de referência $v_1(n)$ é processado por um filtro adaptativo para produzir o sinal de saída

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} w_k(n)v_1(n-k), \quad (35)$$

onde $w(n)$ são os pesos ajustáveis do filtro adaptativo. A saída do filtro $y(n)$ é subtraída do sinal primário $d(n)$, que serve como a resposta desejada para o filtro adaptativo. O sinal de erro é definido por

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (36)$$

Portanto, substituindo a equação (31) em (36), temos

$$e(n) = s(n) + v_0(n) - y(n) \quad (37)$$

O sinal de erro é por sua vez usado para ajustar os pesos do filtro e o laço de controle em torno das operações de filtragem e subtração é assim fechado. Note que o sinal transportador da informação $s(n)$ é de fato parte do sinal de erro $e(n)$, como indica a equação (37). Além disso, o sinal de erro constitui a saída integral do sistema. Da equação (37), nós vemos que o componente de ruído na saída do sistema é $v_0(n) - y(n)$. Então, o filtro adaptativo tenta minimizar o valor médio quadrático do sinal de erro $e(n)$. O sinal $s(n)$ não é essencialmente afetado pelo cancelador adaptativo de ruído. Portanto, minimizar o valor médio quadrático do sinal de erro $e(n)$ é equivalente a minimizar o valor médio quadrático do ruído de saída $v_0(n) - y(n)$. Com o sinal $s(n)$ permanecendo essencialmente constante, segue que a maximização do valor médio quadrático do sinal de erro é de fato o mesmo que a maximização da relação sinal ruído de saída do sistema (HAYKIN, 1996).

2.3.3 Filtros Digitais Clássicos e Realização de Sistemas

Um filtro clássico ou adaptativo pode ser implementado em várias estruturas ou realizações diferentes. A escolha da estrutura pode influenciar a complexidade computacional (quantidade de operações aritméticas por iteração) do processo e também o número necessário de iterações para atingir um nível de desempenho desejado. Basicamente, existem duas

classes principais de realizações de filtros digitais adaptáveis, distinguidas pela forma da resposta ao impulso, nomeadamente o filtro de resposta ao impulso de duração finita ou FIR (do inglês, *Finite Impulse Response*) e os filtros de resposta ao impulso de duração infinita ou IIR (do inglês, *Infinite Impulse Response*). Os filtros FIR são geralmente implementados com estruturas não recursivas, enquanto os filtros IIR utilizam realizações recursivas (PROAKIS & MANOLAKIS, 2013).

Neste trabalho, vamos considerar uma importante classe de filtros vistos como sistemas invariantes e discretos no tempo, caracterizada pela equação de diferenças linear de coeficientes constantes

$$y(n) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^N a_k y(n-k), \quad (38)$$

onde $y(n)$ é a saída do sistema, $x(n)$ é a sua entrada, a_k e b_k representam os parâmetros ou coeficientes e N e M representam a quantidade de parâmetros. Aplicando a transformada Z nesta equação de diferenças, obtemos

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=0}^N a_k z^{-k}}, \quad (39)$$

onde $H(z)$ é a função de transferência do sistema, sendo esta uma razão de polinômios em z^{-1} . As raízes do numerador dessa razão são chamados de zeros do sistema e as raízes do denominador são denominados polos do sistema. Alternativamente, essa função pode ser expressa pela convolução (operador $*$) entre as entradas $x(n)$ e a resposta ao impulso do sistema $h(n)$ de modo que

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k)x(n-k) = h(n) * x(n) \quad (40)$$

Em uma representação causal, o limite inferior do somatório deve ser igual à zero. Dessa forma, o filtro possui uma resposta ao impulso de duração infinita (IIR). Se, além desta condição, um limite superior for definido, o filtro terá uma resposta ao impulso de duração finita (FIR).

Existem várias maneiras de implementar a equação de diferenças de um filtro discreto, linear e invariante no tempo. Em geral nós podemos ver a equação (38) como um procedimento computacional para determinar sequência de saída do sistema $y(n)$ para uma sequência de entrada $x(n)$. No entanto, os cálculos da equação podem ser arranjados em um algoritmo para implementar o sistema. Para cada conjunto de equações, nós podemos construir uma estrutura de diagrama de blocos denominada *realização do sistema* (PROAKIS & MANOLAKIS, 2013).

A estrutura mais simples para a implementação de um sistema FIR é chamada de estrutura de forma direta, normalmente chamada de filtro transversal que é estrutura do filtro FIR adaptativa mais amplamente utilizada. Para essa realização, o sinal de saída é uma combinação linear dos coeficientes do filtro, que produz uma função quadrática do erro quadrático médio com uma solução ótima única (HAYKIN, 2008a).

Os filtros IIR também podem ser realizados em estruturas de forma direta. No entanto, função racional dada por (39) deve ser vista como dois sistemas em cascata para que isto seja possível, resultando nas realizações de forma direta I e forma direta II, sendo que esta última minimiza o número de posições de memória. Do ponto de vista prático, as estruturas de forma direta são sensíveis a parâmetros de quantização e, em geral, não são recomendadas. Uma técnica útil consiste em derivar novas estruturas para sistemas a partir da transposição ou teorema do fluxo gráfico reverso. Aplicando a transposição à estrutura de forma direta II, por exemplo, resulta na forma direta transposta II, que é uma das formas mais utilizadas para realização de filtros IIR na prática (PROAKIS & MANOLAKIS, 2013).

Maiores detalhes sobre estruturas de realização de filtros digitais podem ser encontrados em Proakis e Manolakis (2013) e, especificamente, em relação a filtros adaptativos em Haykin (2008a).

2.3.4 Filtros *Forward/Backward*

Um obstáculo que surge na filtragem clássica é o problema de filtragem de banda estreita, onde apenas uma fração do espectro de sinal deve ser atenuada ou amplificada. Embora um filtro FIR de fase linear possa ser projetado de várias maneiras para resolver este problema, o resultado é invariavelmente um filtro de ordem muito elevada, o que acaba introduzindo um elevado atraso de fase no sinal processado.

Existem várias técnicas com as quais a complexidade do problema acima pode ser drasticamente reduzida, preservando a propriedade de fase linear. Sabe-se que um filtro IIR atende às especificações de magnitude mais facilmente com uma ordem de filtro muito menor que um filtro FIR devido à liberdade de posicionamento de seus polos. No entanto, essa propriedade é acompanhada por uma resposta de fase não linear. Por outro lado, o uso de filtragem *forward/backward* resolve essa desvantagem, pois o resultado geral é uma filtragem com uma função de transferência de fase zero (SÖRNMO & LAGUNA, 2005).

A implementação do esquema de filtragem *forward/backward* envolve três etapas: processamento do sinal de entrada $x(n)$ com um filtro IIR $h(n)$, inversão de tempo da saída do filtro e processamento repetido com $h(n)$, seguido por reversão de tempo do sinal duplamente filtrado para produzir o sinal de saída $s(n)$, ou, equivalentemente:

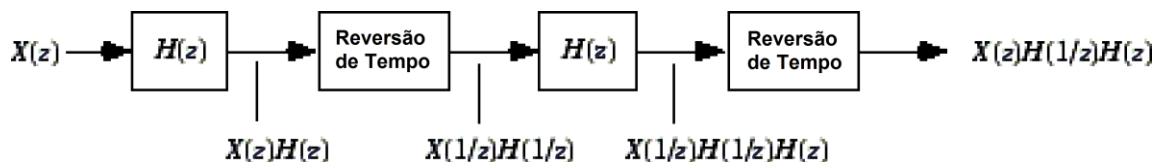
$$z_1(n) = h(n) * x(n) \quad (41)$$

$$x_2(n) = h(n) * x_1(-n) \quad (42)$$

$$s(n) = x_2(-n) \quad (43)$$

O digrama de blocos da Figura 11 ilustra a relação entrada-saída do filtro *forward/backward*, considerando $X(z)$ a transformada Z do sinal de entrada de cada estágio do filtro passa banda e $H(z)$ a função de transferência originalmente obtida. Assim, a função de transferência final do filtro pode ser obtida por meio das três operações descritas anteriormente.

Figura 11: Diagrama de Blocos para obtenção do filtro *forward/backward*.



Fonte: Adaptado de Mathworks (2018).

O efeito geral desse filtro é estabelecido pela determinação da relação de entrada-saída no domínio da frequência. Usando a transformada de Fourier de tempo discreto de um sinal de valor real $x(n)$ e suas propriedades nestas equações, Sörnmo e Laguna (2005) mostram que a saída $s(n)$ do filtro *forward/backward* pode ser expressa no domínio da frequência como

$$S(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})|^2 X(e^{j\omega}) \quad (44)$$

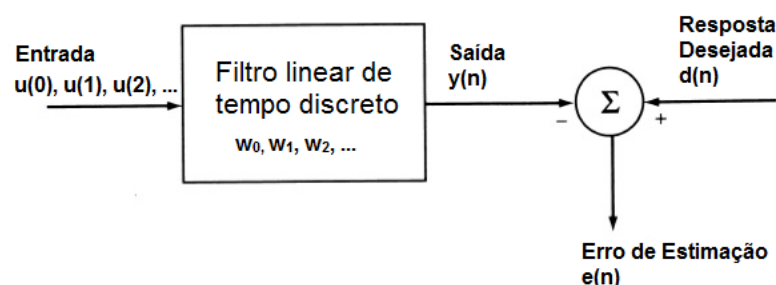
Assim, $x(n)$ é processado com um filtro cuja função de magnitude é $|H(e^{j\omega})|^2$ e a função de fase é zero, embora o próprio $h(n)$ tenha uma resposta de fase não linear. A filtragem IIR *forward/backward* é um esquema principalmente para o processamento off-line, uma vez que o requisito de causalidade tem que ser atenuado quando um sinal de tempo inverso é processado (SÖRNMO & LAGUNA, 2005).

2.3.5 Algoritmos Baseados no Gradiente Estocástico

2.3.5.1 Filtro de Wiener

A base da teoria dos filtros adaptativos lineares provém da teoria dos filtros de Erro Quadrático Mínimo ou LSQ (do inglês, *Least Squared Error*) que foi inicialmente formulada independentemente por Andrei Kolmogorov (1941) e Norbert Wiener (1949) (VASEGHI, 2008). Considere o modelo empregado na Figura 12 para representar o problema da filtragem linear. Temos um sinal de entrada $u(n)$ e um sinal desejado $d(n)$, onde ambos são funções amostra de processos aleatórios estacionários. A partir da entrada $u(n)$ no filtro W , produz-se a saída $y(n)$, que representa para nós uma estimativa de $d(n)$. O erro estimado $e(n)$ é definido como sendo a diferença entre o sinal desejado $d(n)$ e o sinal de saída do filtro $y(n)$. Se os sinais são estacionários no sentido amplo e as informações estatísticas de $d(n)$ e $u(n)$ coincidem com as informações estatísticas assumidas previamente na otimização, então a solução ótima obtida é conhecida como Filtro de *Wiener* (HAYKIN, 1996).

Figura 12. Representação do diagrama de blocos do problema de filtragem estatística.



Fonte: Adaptado de Haykin (1996).

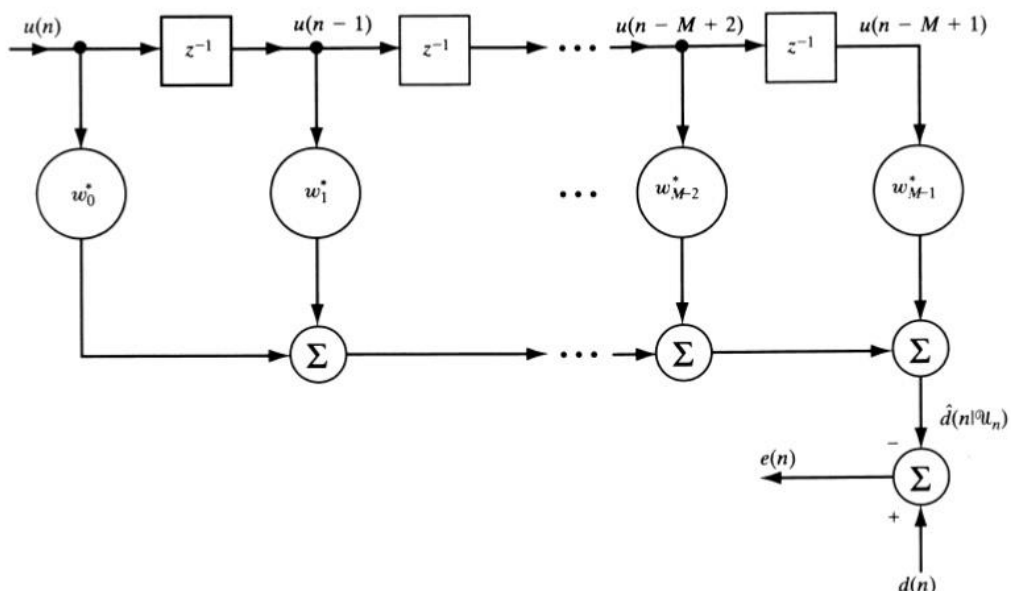
O filtro de Wiener é um filtro ótimo utilizado para fornecer a estimativa de um processo aleatório desejado através de uma filtragem linear e invariante no tempo de um sistema com ruído observável. O filtro de Wiener baseia-se numa abordagem estatística denominada de Erro Médio Quadrático Mínimo ou MMSE (do inglês, Minimum Mean Square Error) onde os coeficientes do filtro são calculados de modo a minimizar a distância média entre o quadrado da saída do filtro e um sinal desejado (VASEGHI, 2008).

O filtro de *Wiener* pode ser projetado para uma resposta finita ao impulso. Considere um sinal $u(n)$ corrompido por ruído como uma entrada para um filtro FIR de tamanho M e vetor de pesos (coeficientes) $\mathbf{w} = [w_0 \ w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{M-1}]^T$, como mostra a Figura 13. A operação de filtragem gera a saída $y(n)$ definida pela soma de convolução

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} w_k u(n-k) = \mathbf{w}^T \mathbf{u}(n), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (45)$$

onde a segunda expressão é a representação da saída pelo produto interno com o vetor de entrada $\mathbf{u}(n) = [u(n), u(n-1), \dots, u(n-M+1)]^T$.

Figura 13. Topologia de um Filtro Wiener FIR transversal.



Fonte: Haykin (1996).

Como a saída $y(n)$ do filtro é observável, ela pode ser considerada como uma estimativa $\hat{d}(n)$ de um sinal desejado $d(n)$ que representa o sinal ideal não corrompido por

ruído. Com isso, podemos definir o erro de estimativa $e(n)$ como a diferença entre o sinal desejado $d(n)$ e o sinal de saída do filtro $\hat{d}(n|\mathcal{U}_n)$ na Figura 13 de forma que

$$e(n) = d(n) - \hat{d}(n|\mathcal{U}_n) \quad (46)$$

A introdução de um critério particular para quantificar o quão bem $d(n)$ é estimado por $\hat{d}(n|\mathcal{U}_n)$ influenciará em como os coeficientes w_k serão calculados. Propomos usar o erro médio quadrático ou MSE (do inglês, *Minimum Square Error*), definido pela função de custo

$$J_{MSE}(\mathbf{w}) = E[|e(n)|^2] = E[|d(n) - \hat{d}(n|\mathcal{U}_n)|^2] \quad (47)$$

A função de custo fornece uma medida quantitativa para avaliar a qualidade do desempenho do processo de otimização, ou seja, o quanto o processo de ajuste está sendo capaz de reduzir o erro $e(n)$. Então, o problema de otimização pode ser visto como encontrar o vetor $\mathbf{w}(n)$ que minimiza a função de custo $J_{MSE}(\mathbf{w})$. Substituindo em (47), pode ser demonstrado (VASEHI, 2008) que a função se reduz a equação (48)

$$J_{MSE}(\mathbf{w}) = \sigma_d^2 - 2\mathbf{w}(n)^T \mathbf{p} + \mathbf{w}(n)^T \mathbf{R} \mathbf{w}(n), \quad (48)$$

onde $\mathbf{R}(n) = E[\mathbf{u}(n)\mathbf{u}^T(n)]$, $\mathbf{p}(n) = E[\mathbf{u}(n)d(n)]$ e $\sigma_d^2 = E[|d(n)|^2]$ são, respectivamente, a matriz de autocorrelação do sinal de entrada, o vetor de correlação cruzada entre o sinal de entrada e o sinal desejado e a variância do sinal desejado.

A equação (48) demonstra que a função de custo possui uma dependência em relação aos coeficientes do filtro como uma superfície M dimensional quadrática (hiperparabolóide) em relação à \mathbf{w} com concavidade voltada para cima conforme ilustra a Figura 14. A superfície é caracterizada por possuir um único mínimo global. Portanto, a solução ótima pode ser obtida no ponto em que a função custo possui gradiente igual à zero, isto é,

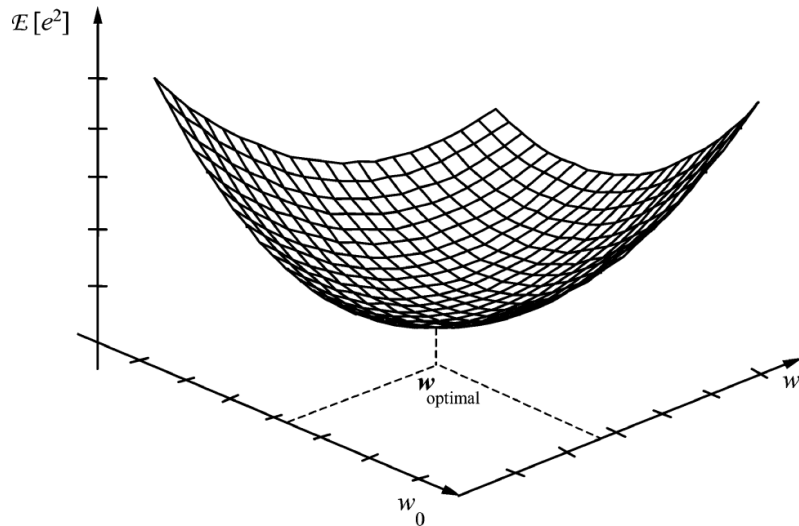
$$\nabla J_{MSE}(\mathbf{w}) = \frac{\partial J_{MSE}}{\partial \mathbf{w}} = \mathbf{0}_{M \times 1} \quad (49)$$

Se focarmos na solução da equação , pode ser mostrado em Vaseghi (2008) que se chega a seguinte igualdade para o vetor com coeficientes ótimos \mathbf{w}_{opt}

$$\mathbf{R} \mathbf{w}_{opt} = \mathbf{p}, \quad (50)$$

onde \mathbf{w}_{opt} denota o vetor de pesos ótimos $M \times 1$ do filtro transversal, tal que $\mathbf{w}_{opt} = [w_{opt}^0, w_{opt}^1, \dots, w_{opt}^{M-1}]^T$.

Figura 14. Superfície do erro médio quadrático para um filtro FIR.



Fonte: Vaseghi (2008).

A equação expressa em (50) é a forma compacta matricial do conjunto de M equações de *Wiener-Hopf*. Para um processo WSS, a matriz \mathbf{R} é simétrica, semi-positiva, definitiva e *Toeplitz* e, portanto, não singular. Logo, a solução de (50) pode ser dada por

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{p} \quad (51)$$

Portanto, o cálculo do vetor de pesos ótimos \mathbf{w}_{opt} requer conhecimento da inversa da matriz de autocorrelação do vetor de entrada e do vetor de correlação cruzada entre o vetor de entradas e a resposta desejada.

2.3.5.2 Método da Descida mais Íngreme

O requisito que um filtro adaptativo transversal tem que satisfazer é encontrar a solução para o vetor de pesos que satisfaz as equações de *Wiener-Hopf*. Uma maneira de se obter este resultado é resolvendo este sistema de equações por um meio analítico. No entanto, este procedimento encontra sérias dificuldades computacionais quando o filtro contém um grande número de pesos e quando a taxa de dados de entrada é alta (HAYKIN, 1996).

Um procedimento alternativo é utilizar o Algoritmo da Descida mais Íngreme ou Algoritmo SD (do inglês, *Steepest Descent*), que é um dos métodos iterativos mais antigos para a otimização de funções. Com o intuito de minimizar a função de custo, no algoritmo SD, sucessivos ajustes são aplicados ao vetor de pesos $\mathbf{w} = [w_0 \ w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{M-1}]^T$ e estes ajustes estão na direção da descida mais íngreme da superfície quadrática com imagem $J_{MSE}(\mathbf{w})$ em função do domínio M-dimensional do vetor de pesos \mathbf{w} . Ou seja, estes ajustes estão na direção oposta ao vetor gradiente $\nabla J_{MSE}(\mathbf{w})$ da superfície formada pela função de custo $J_{MSE}(\mathbf{w})$ de modo que sucessivamente $\mathbf{w}(n)$ se aproxime de $\mathbf{w}_{opt}(n)$, que representa o mínimo da função.

O vetor gradiente da função de custo (48) é dado por

$$\nabla J_{MSE}(\mathbf{w}) = -2\mathbf{p} + 2\mathbf{R}\mathbf{w} \quad (52)$$

Nota-se que a aplicação do algoritmo SD assume que a matriz de correlação \mathbf{R} e o vetor de correlação cruzada \mathbf{p} são conhecidos. Logo, de acordo com o algoritmo SD, o valor atualizado do vetor de pesos no instante $n + 1$ é calculado pela simples equação recursiva

$$\mathbf{w}(n + 1) = \mathbf{w}(n) + \frac{1}{2}\mu[-\nabla J_{MSE}(\mathbf{w})] \quad (53)$$

ou

$$\mathbf{w}(n + 1) = \mathbf{w}(n) + \mu[\mathbf{p} - \mathbf{R}\mathbf{w}(n)], \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (54)$$

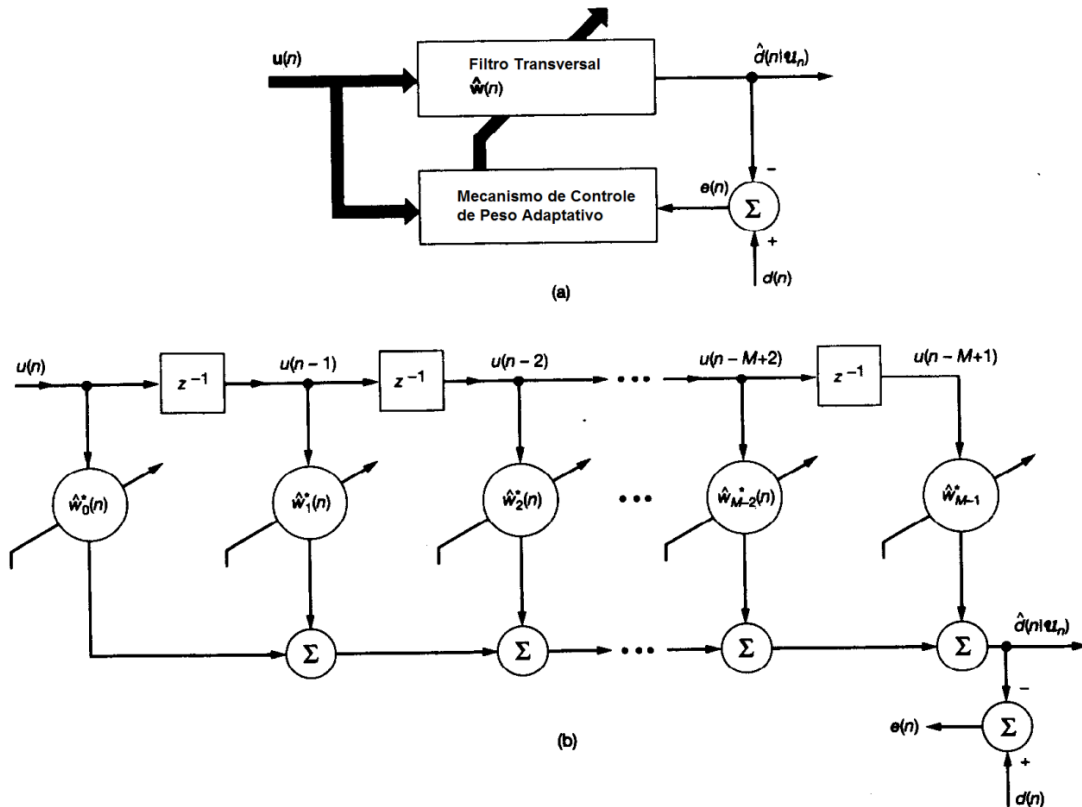
onde μ é uma constante positiva real denominada passo de adaptação (parâmetro de tamanho de passo) que controla o tamanho da correção incremental aplicada ao vetor de pesos enquanto prosseguimos de um ciclo iterativo para outro.

2.3.5.3 Algoritmo LMS

O algoritmo do mínimo quadrado médio ou LMS (do inglês, *Least Mean Square*), introduzido por Widrow e Hoff em 1959, é um método pertencente à família dos algoritmos estocásticos baseados no gradiente. Em comparação com outros algoritmos, o algoritmo LMS é relativamente simples: não requer cálculo de função de correlação nem requer inversões de

matriz (VASEGHI, 2008). Na Figura 15 (a) podemos identificar os dois componentes básicos que constituem o algoritmo LMS: um filtro transversal que realiza o processo de filtragem e um mecanismo que realiza o processo de ajustamento automático do conjunto de pesos.

Figura 15. (a) Diagrama de blocos do filtro adaptativo transversal. (b) Estrutura detalhada do componente “Filtro Transversal”.



Fonte: Adaptado de Haykin (1996).

Na Figura 15 (b) temos detalhes do componente filtro transversal e seus elementos. O vetor de entradas $\mathbf{u}(n) = [u_0(n) u_1(n-1) u_2(n-2) \dots u_{M-1}(n-M+1)]^T$ de tamanho $M \times 1$, onde $M-1$ é o número de elementos de atraso. Correspondentemente, o vetor de pesos $\hat{\mathbf{w}}(n) = [\hat{w}_0(n) \hat{w}_1(n) \hat{w}_2(n) \dots \hat{w}_{M-1}(n)]^T$ de tamanho $M \times 1$. Note que $\hat{\mathbf{w}}(n)$ corresponde a uma estimativa cujos valores esperados se aproximam da solução de Wiener $\mathbf{w}_{opt}(n)$ assim que o número de iterações n se aproxima do infinito (HAYKIN, 1996).

Durante o processo de filtragem, a resposta desejada $d(n)$ é fornecida para processamento ao lado do vetor de entradas $\mathbf{u}(n)$. Dada esta entrada, o filtro transversal produz uma saída $\hat{d}(n|u_n)$, usada para estimar a resposta desejada $d(n)$ e simplificada aqui

como equivalente à $y(n)$, ou seja, $\hat{d}(n|\mathcal{U}_n) = y(n)$. Portanto, podemos obter o erro de estimativa $e(n)$ dado pela diferença entre a resposta desejada e a saída do filtro. O erro de estimativa $e(n)$ e o vetor de entradas $\mathbf{u}(n)$ são aplicados ao mecanismo de controle e o laço de realimentação em torno do conjunto de pesos é assim fechado (HAYKIN, 2008a).

O algoritmo LMS pode ser obtido minimizando a função de custo com base nos valores instantâneos da mesma. A escolha mais simples da estimativa para \mathbf{R} e \mathbf{p} é usar os valores da amostra instantânea do vetor de entradas e da resposta desejada, respectivamente

$$\hat{\mathbf{R}}(n) = \mathbf{u}(n)\mathbf{u}^T(n) \quad (55)$$

e

$$\hat{\mathbf{p}}(n) = \mathbf{u}(n)d(n) \quad (56)$$

Substituindo as estimativas de \mathbf{R} e \mathbf{p} na equação (54), obtemos a equação de atualização de pesos para o algoritmo LMS dada por

$$\hat{\mathbf{w}}(n+1) = \hat{\mathbf{w}}(n) + \mu\mathbf{u}(n)[d(n) - \mathbf{u}^T(n)\hat{\mathbf{w}}(n)] \quad (57)$$

Dessa forma, o conjunto de três relações básicas para o algoritmo LMS é:

1. Saída do filtro:

$$y(n) = \mathbf{u}^T(n)\hat{\mathbf{w}}(n) = \hat{\mathbf{w}}^T(n)\mathbf{u}(n) \quad (58)$$

2. Erro de estimativa:

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (59)$$

3. Adaptação do vetor de pesos:

$$\hat{\mathbf{w}}(n+1) = \hat{\mathbf{w}}(n) + \mu\mathbf{u}(n)e(n) \quad (60)$$

A constante μ é o passo de adaptação. O termo $\mu\mathbf{u}(n)e(n)$ representa a correção que é aplicada na estimativa atual do vetor de pesos. O procedimento iterativo inicia com

$\hat{\mathbf{w}}(0)$, que por escolha conveniente pode ser inicializado com um vetor nulo, ou seja, $\hat{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{0}$ (HAYKIN, 1996).

Sabemos que em um ambiente estacionário, o algoritmo SD calcula o vetor de pesos $\mathbf{w}(n)$ que se move para baixo na curva da função de custo ao longo de uma determinada trajetória, que termina na solução de Wiener $\mathbf{w}_{opt}(n)$. O algoritmo LMS, por outro lado, se comporta diferente por conta da presença de um “ruído de gradiente” que ocorre devido à ausência do operador valor esperado no cálculo do gradiente. Ao invés de terminar na solução de Wiener, o vetor de pesos estimados $\hat{\mathbf{w}}(n)$ executa um movimento aleatório ao redor do ponto mínimo da superfície (VASEGHI, 2008).

A análise da estabilidade (convergência) do algoritmo LMS é uma difícil tarefa matemática. Pode-se verificar que a estabilidade da trajetória de $\hat{\mathbf{w}}(n)$ é influenciada pelas características estatísticas do conjunto de vetores de entrada $\mathbf{u}(n)$ e pelo valor do passo de adaptação μ . Ou seja, deve-se escolher μ tal que a trajetória de $\hat{\mathbf{w}}(n)$ seja estável o suficiente para permitir a convergência ao redor de $\mathbf{w}_{opt}(n)$. Além disso, essa convergência é caracterizada por $J_{MSE}(\mathbf{w})$ tendo um valor constante no infinito, ou seja, $e^2(n)$ mantém-se praticamente constante após muitas iterações do algoritmo (HAYKIN, 1996).

As propriedades de convergência do erro médio quadrático J_{MSE} dependem do número de pesos ou coeficientes do filtro, M . Em particular, podemos resumir as condições do passo adaptação μ de forma que

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{max}}, \quad (61)$$

onde λ_{max} é o maior autovalor da matriz \mathbf{R} de correlação das amostras de entrada. Quando μ é pequeno para ser considerado muito menor que $2/\lambda_{max}$, a condição de convergência para o algoritmo LMS pode ser simplificada para

$$0 < \mu < \frac{2}{(\text{potência total do sinal de entrada})} = \frac{2}{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{u}^T(i) \mathbf{u}(i)}, \quad (62)$$

onde N é o número total de vetores contidos no conjunto de vetores de entrada $\mathbf{u}(n)$.

2.3.5.4 Algoritmo NLMS

Uma das principais desvantagens do algoritmo LMS é ter o parâmetro de tamanho de passo de adaptação fixo para cada iteração. Isso requer um entendimento das estatísticas do sinal de entrada para iniciar a operação de filtragem adaptativa. Na prática, isso pode ser bastante difícil, pois conforme vimos, a convergência do algoritmo depende do conhecimento dos autovalores da matriz de autocorrelação \mathbf{R} (HAYKIN, 1996). Por isso, uma melhor abordagem é encontrada com o algoritmo do mínimo quadrado médio normalizado ou NLMS (do inglês, *Normalized Least Mean Square*), uma extensão do algoritmo LMS que ignora esse problema calculando um valor para o passo de adaptação máximo em cada iteração.

O algoritmo do gradiente estocástico conhecido como NLMS foi sugerido independentemente por Nagumo e Noda (1967) e Albert e Gardner (1967) e pode ser visto como a solução para um problema de otimização com restrições. Especificamente, o problema de interesse pode ser declarado da seguinte forma:

Dado o vetor de entrada $\mathbf{u}(n)$ e a resposta desejada $d(n)$, determine o vetor de pesos $\hat{\mathbf{w}}(n+1)$ de modo a minimizar a norma Euclidiana quadrática da mudança

$$\delta \hat{\mathbf{w}}(n+1) = \hat{\mathbf{w}}(n+1) - \hat{\mathbf{w}}(n) \quad (63)$$

no vetor de pesos $\hat{\mathbf{w}}(n+1)$ com respeito ao seu valor antigo $\hat{\mathbf{w}}(n)$, sujeito a restrição

$$\hat{\mathbf{w}}^T(n)\mathbf{u}(n) = d(n) \quad (64)$$

Para resolver este problema, pode-se usar o método dos multiplicadores de *Lagrange*. A obtenção da função de custo pode ser vista em Haykin (2008a), onde se mostra que a solução deste problema de otimização conduz a equação recursiva para atualização de pesos através do algoritmo NLMS dada por

$$\hat{\mathbf{w}}(n+1) = \hat{\mathbf{w}}(n) + \frac{\tilde{\mu}}{\alpha + \|\mathbf{u}(n)\|^2} \mathbf{u}(n)e(n) \quad (65)$$

com $0 < \alpha < 1$ e $0 < \tilde{\mu} < 2$, onde α é uma constante positiva para contornar dificuldades numéricas que podem surgir da divisão por um pequeno valor para a norma quadrática $\|\mathbf{u}(n)\|^2$ e $\tilde{\mu}$ é um fator de escala positivo introduzido de modo a exercitar controle sobre a

mudança no vetor de pesos de uma iteração até a próxima sem mudar sua direção. Essa equação mostra a razão pelo qual o algoritmo é chamado de normalizado. Em particular, nós vemos que o produto do vetor $\mathbf{u}(n)e(n)$ é normalizado no que diz respeito ao quadrado da norma Euclidiana do vetor de entradas $\mathbf{u}(n)$ (HAYKIN, 1996).

A Tabela 2 apresenta um sumário do algoritmo NLMS com a inicialização e as equações que devem ser calculadas a cada iteração.

Tabela 2. Sumário do algoritmo NLMS

Inicialize o algoritmo definindo:

$$\hat{\mathbf{w}}(0) = \mathbf{0}$$

$$0 < \alpha < 1$$

$$0 < \tilde{\mu} < 2$$

Para cada instante de tempo, $n = 0, 1, 2, \dots$, calcule:

$$y(n) = \hat{\mathbf{w}}^T(n)\mathbf{u}(n)$$

$$e(n) = d(n) - y(n)$$

$$\hat{\mathbf{w}}(n+1) = \hat{\mathbf{w}}(n) + \frac{\tilde{\mu}}{\alpha + \|\mathbf{u}(n)\|^2} \mathbf{u}(n)e(n)$$

Fonte: Haykin (1996).

Adicionalmente, se definirmos

$$\mu(n) = \frac{\tilde{\mu}}{\alpha + \|\mathbf{u}(n)\|^2}, \quad (66)$$

podemos ver o algoritmo NLMS como uma forma do algoritmo LMS com um passo de adaptação variante no tempo. Além disso, nota-se que o passo de adaptação varia conforme o inverso da potência do sinal de entrada $\|\mathbf{u}(n)\|^2$ (HAYKIN, 1996).

2.3.6 Algoritmos Baseados nos Mínimos Quadrados

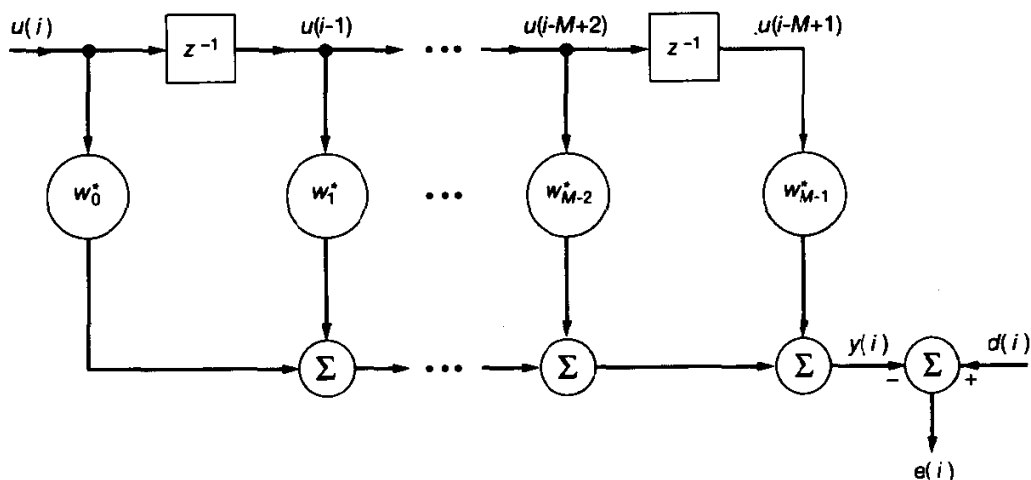
Nesta sessão, usaremos o método dos mínimos quadrados para resolver o problema da filtragem linear sem invocar suposições nas estatísticas das entradas aplicadas ao filtro como faz o Filtro de *Wiener*, derivado de médias de conjuntos. Visto como uma alternativa à teoria do filtro de *Wiener*, o método dos mínimos quadrados envolve o uso de médias temporais, com o resultado que o filtro depende do número de amostras usadas no cálculo.

2.3.6.1 Método dos Mínimos Quadrados

O problema da filtragem linear de mínimos quadrados consiste em estimar os parâmetros desconhecidos de um modelo de regressão linear múltipla, dados dois conjuntos de variáveis observáveis: $\{d(i)\}$ e $\{u(i)\}$, $i = 1, 2, \dots, N$. Para resolver este problema, utilizaremos o filtro transversal linear da Figura 16 como modelo de interesse. Formando os produtos internos da sequência de entrada variável $u(i), u(i-1), \dots, u(i-M+1)$ com o correspondente vetor de pesos w_0, w_1, \dots, w_{M-1} , respectivamente, e utilizando $d(i)$ como resposta desejada, definimos o erro de estimativa ou resíduo $e(i)$ como a diferença entre a resposta desejada e a saída do filtro $y(i)$, ou seja, $e(i) = d(i) - y(i)$, onde

$$y(i) = \sum_{k=0}^{M-1} w_k u(i-k) + e_o(i) \quad (67)$$

Figura 16. Modelo de Filtro Transversal Linear.



No método dos mínimos quadrados, escolhemos o vetor de pesos do filtro de modo a minimizar a função de custo $\mathcal{E}(\mathbf{w})$ que consiste no somatório dos erros quadráticos de forma que

$$\mathcal{E}(w_0, w_1, \dots, w_{M-1}) = \sum_{i=i_1}^{i_2} |e(i)|^2, \quad (68)$$

onde i_1 e i_2 definem os índices limite no qual o erro de minimização ocorre. Os valores atribuídos a estes limites dependem do tipo de dados de janelamento empregados. Dado M como o número de pesos usados no modelo do filtro transversal, a matriz retangular construída dos dados de entrada assume usualmente um formato do método da covariância, que não faz restrições sobre os dados fora do intervalo $[1, N]$ (HAYKIN, 2008a).

Definindo os limites de interesse como $i_1 = M$ e $i_2 = N$, pode ser mostrado em Haykin (1996) que o princípio da ortogonalidade se estende aos filtros de mínimos quadrados, neste caso baseado em médias temporais. Minimizando a equação

$$\mathcal{E}(w_0, w_1, \dots, w_{M-1}) = \sum_{i=M}^N e(i)e(i) \quad (69)$$

com

$$\nabla_k(\mathcal{E}) = 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots, M - 1, \quad (70)$$

onde ∇_k se refere ao vetor gradiente em relação ao k -ésimo peso do vetor de pesos do filtro. Haykin (1996) mostra que quando um filtro transversal opera na condição de mínimos quadrados, a série temporal $\hat{d}(i|\mathcal{U}_i)$, que representa a estimativa de mínimos quadrados da resposta desejada $d(i)$, dado o conjunto de entradas que abrangem o espaço \mathcal{U}_i , é ortogonal à série temporal do erro de estimativa mínimo $e_{min}(i)$, que denota o valor especial do erro estimado que resulta quando a função de custo é minimizada. Além disso, considerando $\hat{w}_0, \hat{w}_1, \dots, \hat{w}_{M-1}$ os valores especiais do vetor de pesos que resultam quando o filtro transversal da Figura 16 é otimizado para operar na condição de mínimos quadrados, demonstra-se que nesta condição se obtém o erro de estimativa mínimo $e_{min}(i)$ no qual a saída do filtro se iguala a resposta desejada $d(i)$. Como consequência, obtém-se o seguinte sistema de equações simultâneas para o filtro linear de mínimos quadrados

$$\sum_{t=0}^{M-1} \hat{w}_t \phi(t, k) = \theta(-k), \quad k = 0, 1, \dots, M-1, \quad (71)$$

onde $\phi(t, k)$ representa a função de autocorrelação média de tempo do conjunto de entradas do filtro transversal e $\theta(-k)$ representa a correlação cruzada média de tempo entre o conjunto de entradas e a resposta desejada. Este sistema de equações pode ser reescrito na forma matricial como

$$\Phi \hat{\mathbf{w}} = \Theta \quad (72)$$

Aqui, Φ representa uma matriz $M \times M$ denominada de matriz de correlação do conjunto de entradas, Θ representa um vetor $M \times 1$ denominado vetor de correlação cruzada entre o conjunto de entradas e a resposta desejada e $\hat{\mathbf{w}}$ representa um vetor $M \times 1$ denominado de vetor de pesos do filtro de mínimos quadrados, dado por $\hat{\mathbf{w}} = [\hat{w}_0, \hat{w}_1, \dots, \hat{w}_{M-1}]^T$.

Assumindo que Φ seja não singular e, portanto, a matriz inversa Φ^{-1} existe, podemos resolver a equação para o vetor de pesos do filtro de mínimos quadrados, que resulta em

$$\hat{\mathbf{w}} = \Phi^{-1} \Theta \quad (73)$$

A equação (73) é uma contraparte à solução das equações de *Wiener-Hopf* e fundamental para o desenvolvimento da forma recursiva do filtro de mínimos quadrados.

2.3.6.2 Algoritmo RLS

O algoritmo de mínimos quadrados recursivos ou RLS (do inglês, *Recursive Least Squares*) é um algoritmo que calcula recursivamente os pesos de um filtro adaptativo transversal de modo a minimizar uma função de custo de mínimos quadrados do sinal de erro. Em contraste com o algoritmo LMS, que visa reduzir o erro quadrático médio e assume que os sinais são estacionários, na derivação do algoritmo RLS, os sinais de entrada são menos dependentes da suposição de estacionariedade do ambiente (VASEGHI, 2008).

Expressamos a função de custo a ser minimizada como $\mathcal{E}(n)$, onde n é o comprimento variável dos dados observados. Também, introduziremos um fator de esquecimento (ou ponderação) $\beta(n, i)$ na definição da função de custo

$$\mathcal{E}(n) = \sum_{i=1}^n \beta(n, i) |e(i)|^2, \quad (74)$$

onde o erro de estimativa $e(i)$ é definido como a diferença entre a resposta desejada e a saída do filtro $y(i)$ da Figura 16 conforme a equação

$$e(i) = d(i) - y(i) = d(i) - \mathbf{w}^T(n)\mathbf{u}(i) \quad (75)$$

Aqui, $\mathbf{u}(i)$ é o vetor do conjunto de entradas no tempo i , definido por

$$\mathbf{u}(i) = [u(i), u(i-1), \dots, u(i-M+1)]^T \quad (76)$$

e $\mathbf{w}(n)$ é o vetor de pesos no tempo n , definido por

$$\mathbf{w}(n) = [w_0(n), w_1(n), \dots, w_{M-1}(n)]^T \quad (77)$$

Note que o vetor de pesos do filtro transversal se mantém fixo durante o intervalo de observação $1 \leq i \leq n$, enquanto o fator de esquecimento se mantém no intervalo $0 < \beta(n, i) \leq 1$ para $i = 1, 2, \dots, n$. Além disso, o uso do fator de esquecimento pretende garantir que dados num passado distante sejam “esquecidos” de modo a proporcionar ao filtro a possibilidade de seguir as variações estatísticas dos dados observados quando este atua num ambiente não estacionário (HAYKIN, 1996). Uma forma de ponderação geralmente usada é o fator de ponderação exponencial definida por

$$\beta(n, i) = \lambda^{n-i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (78)$$

onde λ é uma constante positiva próxima, mas menor que, 1. Quando $\lambda = 1$, temos o método comum de mínimos quadrados. O inverso de $1 - \lambda$ é uma medida de memória do algoritmo. Por isso, quando $\lambda = 1$, temos uma memória infinita. Usando este novo fator de ponderação, podemos reescrever a função de custo da equação (74) como

$$\mathcal{E}(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} |e(i)|^2 \quad (79)$$

O valor ótimo do vetor de pesos $\hat{\mathbf{w}}(n)$ no qual a função de custo $\mathcal{E}(n)$ atinge seu valor mínimo é definido pelas equações normais do filtro de mínimos quadrados

$$\mathbf{\Phi}(n)\hat{\mathbf{w}}(n) = \mathbf{\Theta}(n), \quad (80)$$

onde a matriz de correlação $\mathbf{\Phi}(n)$ de tamanho $M \times M$ é definida como

$$\mathbf{\Phi}(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \mathbf{u}(i)\mathbf{u}(i)^T \quad (81)$$

e o vetor de correlação cruzada $\mathbf{\Theta}(n)$ entre as entradas e resposta desejada com tamanho $M \times 1$ é definido como

$$\mathbf{\Theta}(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \mathbf{u}(i)d(i) \quad (82)$$

Tanto o vetor de correlação cruzada como a matriz de correlação diferem das versões de média temporal descritas anteriormente por conta do ponderamento em função do fator exponencial λ^{n-i} e pelo uso de pré-janelamento no qual os dados antes do tempo $i = 1$ são considerados iguais a zero. Haykin (1996) mostra que as equações da matriz de correlação e do vetor de correlação cruzada podem ser escritas, respectivamente, através do seguinte par de equações recursivas:

$$\mathbf{\Phi}(n) = \lambda\mathbf{\Phi}(n-1) + \mathbf{u}(n)\mathbf{u}(n)^T \quad (83)$$

$$\mathbf{\Theta}(n) = \lambda\mathbf{\Theta}(n-1) + \mathbf{u}(n)d(n) \quad (84)$$

Para calcular a estimativa de mínimos quadrados do vetor de pesos $\hat{\mathbf{w}}(n)$, temos que determinar a inversa da matriz de correlação, o que na prática pode ser uma operação custosa, particularmente se o tamanho do filtro M for grande. Como se deseja calcular a estimativa dos pesos recursivamente, podemos obter em conjunto a inversa da matriz de correlação usando o lema de inversão matricial (HAYKIN, 1996). Considerando $\mathbf{P}(n)$ como a inversa da matriz de correlação de dimensão $M \times M$, ou seja, $\mathbf{P}(n) = \mathbf{\Phi}^{-1}(n)$ e usando o lema de inversão

matricial nas equações (83) e (84), obtém-se o vetor de ganhos $\mathbf{k}(n)$ de dimensão $M \times 1$, expresso por

$$\mathbf{k}(n) = \frac{\lambda^{-1}\mathbf{P}(n-1)\mathbf{u}(n)}{1 + \lambda^{-1}\mathbf{u}^T(n)\mathbf{P}(n-1)\mathbf{u}(n)} \quad (85)$$

A inversa da matriz de correlação $\mathbf{P}(n)$ pode ser atualizada pela equação recursiva (86), conhecida como a equação de *Riccati* para o algoritmo RLS, isto é,

$$\mathbf{P}(n) = \lambda^{-1}\mathbf{P}(n-1) - \lambda^{-1}\mathbf{k}(n)\mathbf{u}^T(n)\mathbf{P}(n-1) \quad (86)$$

Além disso, o vetor de ganhos $\mathbf{k}(n)$ se relaciona com inversa da matriz de correlação atual $\mathbf{P}(n)$ de forma que

$$\mathbf{k}(n) = \mathbf{P}(n)\mathbf{u}(n) = \mathbf{\Phi}^{-1}(n)\mathbf{u}(n) \quad (87)$$

Em outras palavras, o vetor de ganhos é definido como o vetor de entradas transformado pela inversa da matriz de correlação. A atualização adaptativa da estimativa de mínimos quadrados do vetor de pesos $\hat{\mathbf{w}}(n)$ pode ser obtida através da equação recursiva

$$\hat{\mathbf{w}}(n) = \hat{\mathbf{w}}(n-1) + \mathbf{k}(n)\alpha(n), \quad (88)$$

onde $\alpha(n)$ descreve a operação de filtragem do algoritmo é chamada de inovação, definida por

$$\alpha(n) = d(n) - \hat{\mathbf{w}}^T(n-1)\mathbf{u}(n) \quad (89)$$

A noção de inovação tem sua origem nos trabalhos de Kolmogorov (1941) e representa a diferença entre o valor observado de uma variável no tempo n e a previsão ótima desse valor com base na informação disponível antes do tempo n . Nota-se que o produto $\hat{\mathbf{w}}^T(n-1)\mathbf{u}(n)$ representa uma estimativa da resposta desejada $d(n)$, baseado na estimativa antiga do vetor de pesos feita no momento $n-1$ (SHANMUGAN & BREIPOHL, 1988). Por isso, a inovação $\alpha(n)$ pode também ser chamada de erro de estimativa a priori e simbolizado por $\xi(n)$. A inovação $\alpha(n)$ é, em geral, diferente do erro de estimativa a posteriori, dado por

$$e(n) = d(n) - \hat{\mathbf{w}}^T(n)\mathbf{u}(n) \quad (90)$$

no qual o cálculo envolve as estimativas atuais do vetor de pesos disponíveis no momento n . De fato, nós podemos ver $\alpha(n)$ como um valor de tentativa de $e(n)$ antes de atualizar o vetor de pesos.

A inicialização da equação recursiva de atualização da inversa da matriz de correlação requer a escolha um valor inicial $\mathbf{P}(0)$ que assegure a não singularidade da matriz $\Phi(n)$. Na prática utiliza-se uma pequena constante positiva delta de modo que

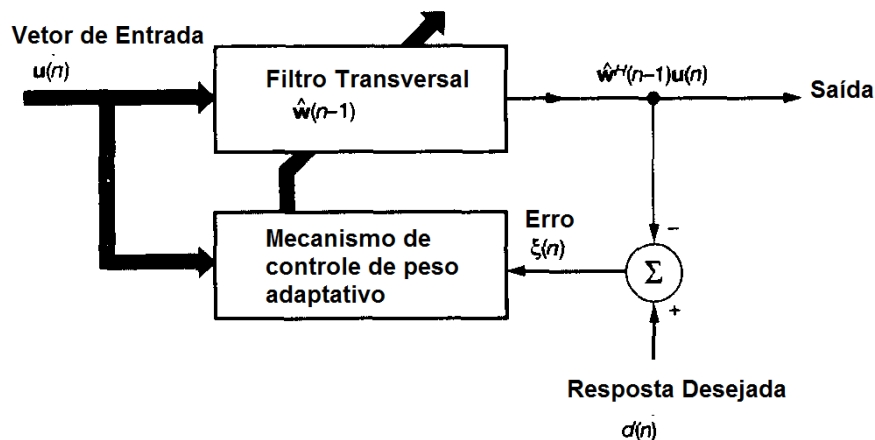
$$\mathbf{P}(0) = \delta^{-1}\mathbf{I} \quad (91)$$

O valor recomendado para δ é baseado na experiência prática e normalmente, quando os dados de entrada não são muito longos, δ deve ser menor que $\sigma_u^2/100$, onde σ_u^2 é a variância da amostra de entrada $u(n)$. A inicialização do vetor de pesos costuma ser feita com um vetor nulo

$$\hat{\mathbf{w}}(0) = \mathbf{0} \quad (92)$$

A Figura 17 ilustra o diagrama de blocos para algoritmo RLS baseado na equação de ajuste de pesos e na equação da inovação. Note que a inovação ou erro de estimativa a priori está sendo simbolizado por $\xi(n)$ nesta figura.

Figura 17. Diagrama de Blocos do algoritmo RLS



Fonte: Adaptado de Haykin (1996).

A Tabela 3 apresenta um sumário das equações do algoritmo RLS incluindo as condições iniciais e recursões utilizadas no seu cálculo. Algumas equações foram separadas para garantir eficiência computacional ao algoritmo. Além disso, exploramos a propriedade de simetria da matriz $\mathbf{P}(n)$ para reduzir um pouco a complexidade computacional do algoritmo.

Tabela 3. Sumário do algoritmo RLS

Inicialize o algoritmo definindo:

$$\mathbf{P}(0) = \delta^{-1}\mathbf{I}$$

$$\hat{\mathbf{w}}(0) = \mathbf{0}$$

onde δ é uma pequena constante positiva.

Para cada instante de tempo, $n = 1, 2, \dots$, calcule:

$$\boldsymbol{\pi}(n) = \mathbf{u}^T(n)\mathbf{P}(n-1)$$

$$\mathbf{k}(n) = \frac{\boldsymbol{\pi}^T(n)}{\lambda + \boldsymbol{\pi}(n)\mathbf{u}(n)}$$

$$\alpha(n) = d(n) - \hat{\mathbf{w}}^T(n-1)\mathbf{u}(n)$$

$$\hat{\mathbf{w}}(n) = \hat{\mathbf{w}}(n-1) + \mathbf{k}(n)\alpha(n)$$

$$\mathbf{P}'(n-1) = \mathbf{k}(n)\boldsymbol{\pi}(n)$$

$$\mathbf{P}(n) = \frac{1}{\lambda}(\mathbf{P}(n-1) - \mathbf{P}'(n-1))$$

Fonte: Haykin (1996).

Quando o algoritmo RLS está atuando em *ambientes estacionários*, os melhores resultados de estado estacionário para o erro quadrático são atingidos quando o vetor de pesos se adapta lentamente, uma condição que corresponde à escolha de $\lambda = 1$. Além disso, a estimativa de $\hat{\mathbf{w}}(n)$ produzida pelo algoritmo RLS converge quase linearmente no tempo na norma ao vetor de pesos \mathbf{w}_0 do modelo de regressão linear múltipla. O algoritmo RLS converge ao quadrado médio em aproximadamente $2M$ iterações (M é o número de pesos do filtro transversal). Isso indica que a taxa de convergência do algoritmo RLS é tipicamente uma ordem de magnitude (dez vezes) mais rápida que o algoritmo LMS. Por fim, o valor do erro médio quadrático em estado estacionário produzido pelo algoritmo RLS é consideravelmente menor que no caso do algoritmo LMS (HAYKIN, 1996).

Quando o algoritmo RLS está atuando em *ambientes não estacionários* é comum usar-se $\lambda < 1$, dando, ao algoritmo uma memória finita. Ao fazer isso, o algoritmo alcança a capacidade de rastrear variações estatísticas lentas no ambiente em que ele opera. Além disso, o fator $(\lambda - 1)^{-1}$ fornece uma medida grosseira da memória do algoritmo RLS e, conseqüentemente, como a memória do algoritmo é reduzida pela redução do fator de ponderação exponencial λ , o desajustamento é correspondentemente aumentado. Em outras palavras, uma adaptação rápida para o algoritmo RLS, em geral, resulta em um processo adaptativo mais ruidoso (HAYKIN, 1996).

2.3.7 Filtro de Kalman

Um problema muito importante na análise de sinais e sistemas é a estimativa do estado de um sistema dinâmico, dada uma sequência de observações de estado de alguma forma. As observações ocorrem em tempo discreto e o estado não é apenas desconhecido, mas também oculto do observador.

O primeiro tratamento rigoroso da teoria da estimativa de estado sequencial apareceu no artigo clássico de *Rudolf Kalman*, publicado em 1960. A exposição de *Kalman* foi baseada em duas hipóteses simplificadoras para a tratabilidade matemática: (1) o sistema dinâmico é inteiramente linear; (2) os processos de ruído perturbando o estado do sistema dinâmico e os dados observáveis são aditivos e gaussianos (HAYKIN, 2009).

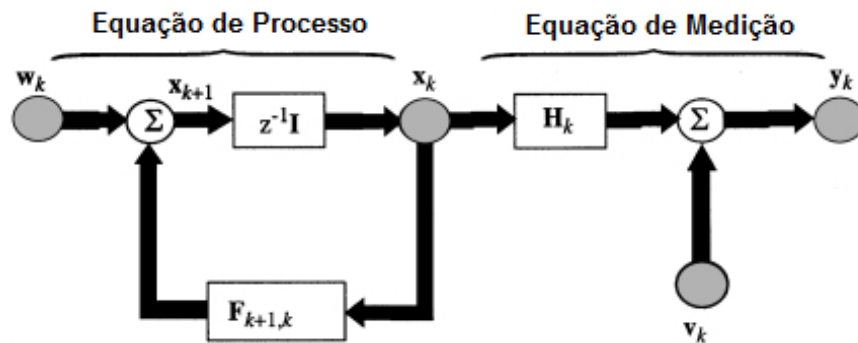
Ao fazer essas suposições, Kalman obteve uma estimativa ótima do estado desconhecido do sistema. O filtro de *Kalman* é baseado na formulação do espaço de estados de sistemas dinâmicos lineares e fornece uma solução recursiva para o problema de filtragem ótima linear, aplicando-se a ambientes estacionários e não estacionários. A solução é recursiva na medida em que cada estimativa atualizada do estado é calculada a partir da estimativa anterior e dos novos dados de entrada, portanto, apenas a estimativa anterior requer armazenamento. Além disso, o filtro de *Kalman* é computacionalmente mais eficiente do que calcular a estimativa diretamente de todos os dados passados observados em cada etapa do processo de filtragem (HAYKIN, 2004).

Nesta sessão, apresentamos um tratamento da filtragem de *Kalman* onde escolhido o tratamento do artigo original de Kalman conforme Haykin (2004).

2.3.7.1 Representação no Espaço de Estados

Considere um sistema dinâmico linear, em tempo discreto, descrito pelo gráfico de fluxo de sinal mostrado na Figura 18. O conceito de estado é fundamental para essa descrição. O vetor de estado ou simplesmente estado, denotado por \mathbf{x}_k ¹, é definido como o conjunto mínimo de dados que é suficiente para descrever exclusivamente o comportamento dinâmico não forçado do sistema. Em outras palavras, o estado representa a menor quantidade de dados sobre o comportamento passado do sistema que é necessário para prever seu comportamento futuro. Normalmente, o estado \mathbf{x}_k é desconhecido. Para estimá-lo, utilizamos um conjunto de dados observados, denotados pelo vetor \mathbf{y}_k (HAYKIN, 2004).

Figura 18. Gráfico de fluxo de sinal de um sistema dinâmico linear e discreto representado no espaço de estados



Fonte: Haykin (2004).

Em termos matemáticos, o diagrama da Figura 18 incorpora as seguintes equações:

1. Equação de processo (estados)

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}_{k+1,k} \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad (93)$$

onde $\mathbf{F}_{k+1,k}$ é uma matriz de tamanho $M \times M$, conhecida como a matriz de transição de estados, que leva o estado \mathbf{x}_k do instante k para o instante subsequente $k + 1$ no estado \mathbf{x}_{k+1} .

¹ Usaremos aqui o subscrito k para denotar o tempo discreto ao invés de n entre parênteses, usado nas sessões anteriores.

O vetor \mathbf{w}_k representa o ruído de processo ou ruído dinâmico. Usualmente, \mathbf{w}_k é modelado como um processo de ruído branco aditivo com média zero e cuja matriz de covariância é definida por:

$$E[\mathbf{w}_n \mathbf{w}_k^T] = \begin{cases} \mathbf{Q}_k, & n = k \\ \mathbf{0}, & n \neq k \end{cases} \quad (94)$$

onde \mathbf{Q}_k é a matriz de covariância do ruído do processo. A dimensão do espaço de estados é denotada por M e o ruído de processo pode ser simbolizado simplifcadamente por $\mathbf{w}_k \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{Q}_k)$.

2. Equação de medição (observação)

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (95)$$

onde \mathbf{y}_k é o observável no momento k e \mathbf{H}_k é a matriz de medição de tamanho $N \times M$. O ruído de medição \mathbf{v}_k é assumido como aditivo branco e gaussiano, com média zero e com matriz de covariância definida por:

$$E[\mathbf{v}_n \mathbf{v}_k^T] = \begin{cases} \mathbf{R}_k, & n = k \\ \mathbf{0}, & n \neq k \end{cases} \quad (96)$$

onde \mathbf{R}_k é a matriz de covariância do ruído de medição. A dimensão do espaço de medição é denotada por N e o ruído de medição pode ser simbolizado simplifcadamente por $\mathbf{v}_k \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R}_k)$.

Assume-se que \mathbf{x}_0 , o valor inicial de estado, é não correlacionado com \mathbf{w}_k e \mathbf{v}_k para $k \geq 0$. Os vetores de ruído \mathbf{w}_k e \mathbf{v}_k são estatisticamente independentes e não correlacionados.

Segundo Haykin (2009), o problema que consiste em resolver conjuntamente as equações de processo e medição para um estado desconhecido de uma maneira ótima é denominado de problema de filtragem de *Kalman* e pode agora ser formalmente declarado como segue:

- “Dado um registro inteiro de observações consistindo de $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_k$, calcule para cada uma estimativa do estado oculto \mathbf{x}_i que é ótimo em algum sentido estatístico, com a estimativa sendo executada de modo sequencial”.

De certa forma, esta declaração incorpora dois sistemas: (1) o sistema dinâmico desconhecido, cujos dados observáveis \mathbf{y}_k são uma função do estado oculto; (2) o estimador ou filtro de estado sequencial, que explora as informações sobre o estado que está contido nos dados observáveis. Além disso, diz-se que o problema de estimativa de estados é chamado de predição se $i > k$, filtragem se $i = k$ e suavização se $1 \leq i < k$ (HAYKIN, 2009).

Por fim, Haykin (1996) mostra que o algoritmo RLS com ponderação exponencial pode ser visto como a atualização de medição do Filtro de *Kalman*. De fato, as equações que definem o algoritmo RLS tem a mesma estrutura matemática básica daquelas que definem uma forma especial do filtro de *Kalman* chamada de modelo de estados *random-walk*. A seguir veremos a formulação geral do filtro de *Kalman* para o problema de filtragem.

2.3.7.2 Equações do Filtro de Kalman

Sendo $\hat{\mathbf{x}}_k$ a estimativa a posteriori de um sinal \mathbf{x}_k dadas às observações y_1, y_2, \dots, y_k , pode-se obter um valor ideal para a estimativa $\hat{\mathbf{x}}_k$ invocando dois teoremas retirados da teoria dos processos estocásticos: o estimador de média condicional e o princípio da ortogonalidade (HAYKIN, 2004). Com estes dois teoremas em mãos, podemos derivar as equações do Filtro de *Kalman* para o problema de filtragem.

Suponha que uma medição em um sistema dinâmico linear, descrita pelas equações (93) e (95), foi feita no momento k . Queremos usar as informações contidas na nova medida \mathbf{y}_k para atualizar a estimativa do estado desconhecido \mathbf{x}_k . Seja $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ uma estimativa a priori do estado já disponível no momento k , podemos expressar a estimativa a posteriori $\hat{\mathbf{x}}_k$ como uma combinação linear da estimativa a priori $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ e da nova medida \mathbf{y}_k , como mostrado por

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{G}_k^{(1)} \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{G}_k \mathbf{y}_k, \quad (97)$$

onde os fatores de matriz multiplicadores $\mathbf{G}_k^{(1)}$ e \mathbf{G}_k devem ser determinados. A estimativa a posteriori aqui também é chamada de estimativa filtrada (HAYKIN, 2009).

Sejam o vetor de erro de predição de estado $\tilde{\mathbf{x}}_k^-$ e o vetor de erro de filtragem de estado $\tilde{\mathbf{x}}_k$ definidos, respectivamente, por

$$\tilde{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^- \quad (98)$$

e

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k \quad (99)$$

Aplicando o princípio da ortogonalidade (HAYKIN, 2004) à situação em questão e sabendo que os vetores de ruído \mathbf{w}_k e \mathbf{v}_k são não correlacionados, pode-se chegar à seguinte equação que expressa a estimativa a posteriori do estado no instante k como

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{G}_k(\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_k^-) \quad (100)$$

à luz do qual, a matriz \mathbf{G}_k é chamada de ganho de *Kalman*.

Seja $\hat{\mathbf{y}}_k$ é uma estimativa de \mathbf{y}_k dadas às medições prévias $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_{k-1}$. Definimos o *processo de inovações* $\tilde{\mathbf{y}}_k$ associado com o dado observado \mathbf{y}_k como

$$\boldsymbol{\alpha}_k = \tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k, \quad (101)$$

onde $\boldsymbol{\alpha}_k$ é uma nomenclatura que também pode ser encontrada na literatura para o processo de inovações. O processo de inovações representa uma medida de uma informação "nova" contida em \mathbf{y}_k (HAYKIN, 2004).

Haykin (1996) mostra que os ruídos de processo e medição atuais são ortogonais aos estados passados do processo bem como aos dados observados no passado. Logo a estimativa de \mathbf{y}_k das medições prévias é dada por

$$\hat{\mathbf{y}}_k = \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_k^- + \hat{\mathbf{v}}_k = \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_k^- \quad (102)$$

A estimativa $\hat{\mathbf{v}}_k$ é zero, pois \mathbf{v}_k é ortogonal às observações passadas. Logo, a equação de atualização de estados pode ser expressa como

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{G}_k\boldsymbol{\alpha}_k, \quad (103)$$

onde o termo $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ representa a predição de um passo, ou seja, uma estimativa prevista do estado \mathbf{x}_k , considerando todas as observações até e incluindo o tempo $k - 1$. O termo de produto $\mathbf{G}_k\boldsymbol{\alpha}_k$ representa um termo de correção ou filtragem, ou seja, o processo de inovações $\boldsymbol{\alpha}_k$, representando novas informações trazidas ao processo de filtragem pela observação \mathbf{y}_k , é multiplicado por um "fator de ganho" \mathbf{G}_k , conhecido como ganho de *Kalman*.

A equação (103) é conhecida como a fórmula preditor-corretor na teoria do filtro de *Kalman* (HAYKIN, 2009), O processo de inovações também pode ser expresso como

$$\mathbf{a}_k = \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{v}_k \quad (104)$$

A partir do princípio da ortogonalidade e de que o ruído de medição \mathbf{v}_k é independente do estado \mathbf{x}_k e, portanto do erro $\tilde{\mathbf{x}}_k^-$, podemos derivar a equação para o ganho de *Kalman*, chegando à equação

$$\mathbf{G}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1} \quad (105)$$

A equação (105) é a fórmula desejada para calcular o ganho de Kalman \mathbf{G}_k , que é definido em termos da matriz de covariância do erro de estimativa a priori \mathbf{P}_k^- .

Para completar o procedimento de estimação recursiva, consideramos a propagação da covariância do erro, que descreve os efeitos de tempo nas matrizes de covariância dos erros de estimativa. Esta propagação envolve dois estágios de computação:

1. A matriz de covariância do erro de estimativa a priori \mathbf{P}_k^- no instante k é definida por $\mathbf{P}_k^- = E[\tilde{\mathbf{x}}_k^- \cdot \tilde{\mathbf{x}}_k^{-T}]$.
Dado \mathbf{P}_k^- , calculamos a matriz de covariância a posteriori \mathbf{P}_k , que, no momento k , é definida por $\mathbf{P}_k = E[\tilde{\mathbf{x}}_k \cdot \tilde{\mathbf{x}}_k^T]$.
2. Dada a "velha" matriz de covariância a posteriori, \mathbf{P}_{k-1} , calculamos a matriz de covariância "atualizada" a priori \mathbf{P}_k^- .

A atualização da covariância pode ser realizada pela equação de *Joseph*, dada por

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- (\mathbf{I} - \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{G}_k \mathbf{R}_k \mathbf{G}_k^T \quad (106)$$

A equação (106) pode ser trabalhada para reformular a dependência da matriz de covariância a posteriori \mathbf{P}_k na matriz de covariância a priori \mathbf{P}_k^- de forma simplificada como

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^-, \quad (107)$$

onde a equação (107) é comumente referida como a forma discreta da equação de *Riccati*.

Para o segundo estágio da propagação da covariância do erro, primeiro reconhecemos que a estimativa a priori do estado é definida em termos da estimativa "antiga" a posteriori, como segue

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{F}_{k,k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \quad (108)$$

onde o valor esperado de \mathbf{w}_{k-1} é igual a zero nesta equação, pois estamos tratando de estimativas de estado. Podemos, portanto, usar as equações (93) e (103) para expressar o erro de estimativa a priori como

$$\tilde{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{F}_{k,k-1} \tilde{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \quad (109)$$

Assim, usando a equação (109) na matriz de covariância do erro de estimativa a priori \mathbf{P}_k^- e observando que o ruído de processo \mathbf{w}_k é independente de $\tilde{\mathbf{x}}_{k-1}$, obtemos

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{F}_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_{k,k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (110)$$

que define a dependência da matriz de covariância a priori \mathbf{P}_k^- com a "velha" matriz de covariância a posteriori \mathbf{P}_{k-1} .

Na ausência de quaisquer dados observados no tempo $k = 0$, podemos escolher a estimativa inicial do estado e o valor inicial da matriz de covariância a posteriori, respectivamente, como

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = E[\mathbf{x}_0] \quad (111)$$

e

$$\mathbf{P}_0 = cov(\mathbf{x}_0) = E[(\mathbf{x}_0 - E[\mathbf{x}_0])(\mathbf{x}_0 - E[\mathbf{x}_0])^T] \quad (112)$$

Esta escolha para as condições iniciais não é apenas intuitivamente satisfatória, mas também tem a vantagem de produzir uma estimativa imparcial do estado \mathbf{x}_k .

Com as equações obtidas, podemos agora resumir a estimativa recursiva de estado como mostrado na Tabela 4, que também inclui a inicialização. A versão do filtro de *Kalman* da Tabela 4 é comumente chamada de algoritmo de filtragem de covariância (*Kalman*). Essa terminologia decorre do fato de que o algoritmo propaga a matriz de covariância \mathbf{P}_k^- através de um ciclo completo de cálculo recursivo, onde \mathbf{P}_k^- refere-se à predição.

Tabela 4. Sumário do Filtro de *Kalman*.

Modelo no Espaço de Estados:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_{k,k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1}$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}_{k+1,k}\mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k$$

$$\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{H}_{k+1}\mathbf{x}_{k+1} + \mathbf{v}_{k+1}$$

onde \mathbf{w}_k e \mathbf{v}_k são processos de ruído Gaussiano independentes, de média zero, das matrizes de covariância \mathbf{Q}_k e \mathbf{R}_k , respectivamente.

Inicialização: Para $k = 0$, faça:

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = E[\mathbf{x}_0]$$

$$\mathbf{P}_0 = E[(\mathbf{x}_0 - E[\mathbf{x}_0])(\mathbf{x}_0 - E[\mathbf{x}_0])^T]$$

Computação: Para $k = 1, 2, \dots$, calcule:

Propagação do Estado Estimado (predição)

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{F}_{k,k-1}\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$$

Propagação da Matriz de Covariância do Erro (predição)

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{F}_{k,k-1}\mathbf{P}_{k-1}\mathbf{F}_{k,k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1}$$

Vetor do Processo de inovações

$$\boldsymbol{\alpha}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_k^-$$

Matriz de Ganho de *Kalman*

$$\mathbf{G}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1}$$

Correção do Estado Estimado

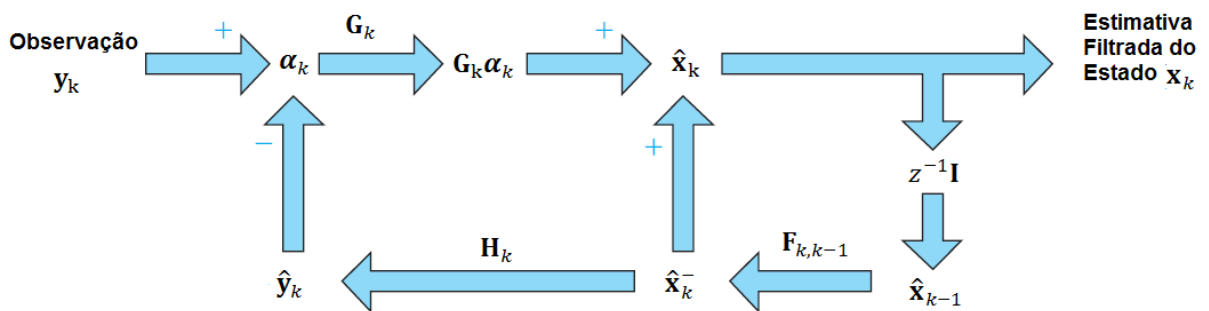
$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{G}_k \boldsymbol{\alpha}_k$$

Correção da Covariância do Erro

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^-$$

Na mostramos um gráfico de fluxo de sinal do filtro de *Kalman*, onde $z^{-1}\mathbf{I}$ representa um banco de atrasos de tempo unitário. Esse gráfico de fluxo de sinal mostra claramente que o filtro de *Kalman* é um sistema de realimentação de laço duplo. Um laço de realimentação, que contém a matriz de transição $\mathbf{F}_{k,k-1}$ do modelo do sistema (estado), atua como preditor. O segundo loop de realimentação, que contém a matriz \mathbf{H}_k do modelo de medição, atua como o corretor. Esses dois laços de realimentação funcionam juntos para gerar a estimativa filtrada do estado \mathbf{x}_k - ou seja $\hat{\mathbf{x}}_k$, - em resposta à observação \mathbf{y}_k . Segue-se, portanto, que o filtro de *Kalman*, como mostrado na , é de fato um sistema causal, pois é capaz de operar em tempo real. Na verdade, também temos um loop de realimentação geral que engloba esses dois loops de realimentação (HAYKIN, 2009).

Figura 19. Gráfico de fluxo de sinal do filtro de *Kalman*, retratando-o como um sistema de feedback de loop duplo.



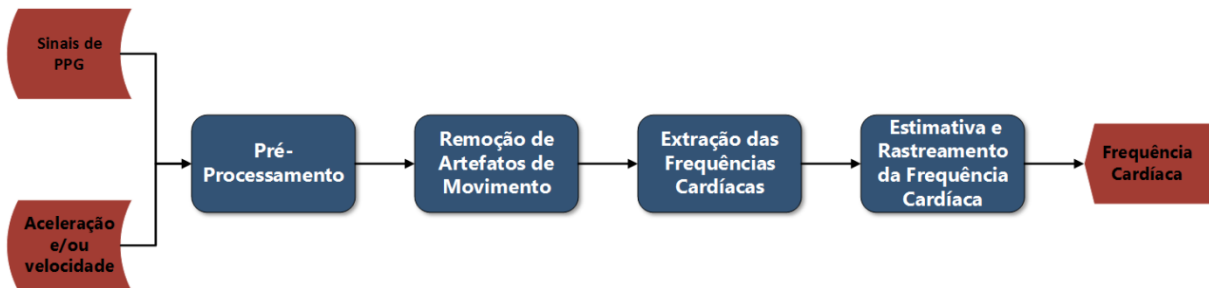
Fonte: Adaptado de Haykin (2009).

O algoritmo RLS exponencialmente ponderado pode ser visto como a atualização de medição do Filtro de *Kalman*. De fato, as equações que definem o algoritmo RLS tem a mesma estrutura matemática básica daquelas que definem uma forma especial do filtro de *Kalman* chamada de “modelo de estados *random-walk*” no qual o vetor de ruído de processo tem uma matriz de correlação igual a uma versão escalada da matriz de correlação de erros de pesos do filtro. A inversa da matriz de autocorrelação da sequência de entrada no algoritmo RLS é uma versão escalada da matriz de correlação de erros de pesos futura (prevista). O fator de ponderação exponencial e o erro quadrático médio mínimo determinam os fatores de escala nas relações descritas acima. Por fim, o vetor de ganho no algoritmo RLS desempenha o mesmo papel do ganho de *Kalman* no filtro de *Kalman*.

2.4 ESTIMATIVA DA FREQUÊNCIA CARDÍACA USANDO SINAIS DE PPG

Diversos métodos foram propostos nos últimos anos com o objetivo de estimar a frequência cardíaca correta a partir do sinal de PPG com maior precisão e exatidão (BACA et al., 2015; GALLI et al., 2018; ISLAM et al., 2017; SCHÄCK et al., 2015; ZHANG et al., 2015; ZHU et al., 2015). Os métodos seguem, de maneira geral, os passos do diagrama de blocos ilustrado na Figura 20 com algumas modificações na ordem e nas relações entre os blocos.

Figura 20. Modelo genérico para a estimativa da frequência cardíaca a partir de sinais de PPG



Fonte: O Autor (2018).

Na entrada do modelo, os métodos empregam um ou mais sinais provenientes de sensores de PPG e também podem fazer uso de um ou mais sensores inerciais, que fornecem variações de velocidade e aceleração linear e angular do indivíduo. O acelerômetro é um exemplo de sensor inercial capaz de medir a aceleração linear na direção de um ou mais eixos de referência.

Um bloco de pré-processamento prepara os sinais de entrada para o processamento, limitando-o à banda da frequência cardíaca. Logo após, um bloco específico realiza a remoção dos artefatos de movimento que se encontram dentro da banda da frequência cardíaca. A seguir, a extração das frequências cardíacas dos sinais de PPG é realizada. Neste bloco, podem ser obtidas mais de uma frequência cardíaca, tanto por haver mais de um sinal de PPG de entrada como por opção de escolher mais de um “candidato” à frequência cardíaca por sinal de PPG.

Finalmente, um bloco realiza a estimativa do valor real da frequência cardíaca a partir dos valores estimados anteriormente. Este bloco também tem a função de realizar um rastreamento (acompanhamento) da frequência cardíaca para que ela não apresente desvios

significativos do valor real. Por fim, o último bloco tem também a função de garantir a robustez e a confiabilidade do processo de estimação.

A seguir veremos alguns métodos utilizados em cada uma dos blocos descritos na Figura 20. Apresentaremos um modelo matemático básico que incorpora os sinais componentes do PPG e veremos métodos para remoção de artefatos de movimento e extração da frequência cardíaca. Por fim, faremos uma revisão do estado da arte relacionado aos estudos mais recentes a respeito do tema e finalizaremos alguns *insights* a respeito do problema de estimar a frequência cardíaca usando sinais de PPG.

2.4.1 Modelo Matemático o Sinal de PPG

É importante considerar um modelo matemático para o sinal de PPG desejado. Considere a equação:

$$y(n) = DC + x_{hr}(n) + x_{rr}(n) + \eta_t \quad (113)$$

onde $y(t)$ representa o valor medido do sinal de PPG na amostra de tempo n . Os sinais x_{hr} e x_{rr} representam as partes do sinal relativas à frequência cardíaca e ao ritmo respiratório, respectivamente e η_t representa o ruído total. Se somente forem observados os menores componentes de sinal AC desta equação, torna-se claro, que o sinal observado é uma combinação do sinal de ritmo respiratório, sinal de frequência cardíaca e ruído. Além disso, o componente de frequência cardíaca pode ser modelado como uma senóide quase estacionária sobre um intervalo apropriado (RUBEN, 2015). Isso pode ser escrito como:

$$x_{hr}(n) = C_{hr} \sin\left(\frac{2\pi f_{hr}}{60} n + \phi_{hr}\right) \quad (114)$$

onde C_{hr} , f_{hr} e ϕ_{hr} representam, respectivamente, a amplitude, frequência e fase da componente da frequência cardíaca.

Os componentes de frequência cardíaca e ritmo respiratório raramente compartilham as mesmas bandas de frequência sob atividade normal. Isso permite o uso de filtragem

clássica para separar estes dois sinais (RUBEN, 2015). De fato, o componente mais problemático é o ruído. O ruído pode ser decomposto em três sub-sinais:

$$\eta_t = \eta_w + \eta_m + \eta_e \quad (115)$$

onde η_w é o ruído introduzido pelas componentes eletrônicas de aquisição de sinal e pelo erro de quantização no processo de digitalização, η_m é o ruído introduzido devido ao movimento voluntário e involuntário do indivíduo e η_e é o ruído externo gerado por mudanças ambientais e sinais biológicos não mapeados.

2.4.2 Métodos de Remoção de Artefatos de Movimento e Ruídos

O sinal PPG, antes de poder ser inspecionado para estimar a frequência cardíaca, deve ser filtrado. Um filtro passa-banda é normalmente aplicado na banda em que os batimentos cardíacos de um coração normal seriam esperados (0,5 – 3,33 Hz). O componente DC, a flutuação da linha de base (causada pelo ritmo respiratório) e ruídos que se encontram fora da banda da frequência cardíaca são removidos neste processo (PERIYASAMY et al., 2017).

Em relação às técnicas de remoção de artefatos de movimento, muitas delas estão disponíveis, sendo a filtragem passa-banda o método mais direto e simples de ser desenvolvido e implementado. No entanto, no caso de um sensor PPG, os artefatos de movimentos aparecem tanto na faixa de frequências que contém informações dos batimentos cardíacos quanto nas demais faixas de frequência do sinal. Logo, a filtragem passa-banda não é um método adequado para remoção de artefatos de movimento na banda de interesse do sinal (WOOD, 2008).

Técnicas de decomposição de sinal têm sido usadas para lidar com o efeito de artefatos de movimento no sinal de PPG, tais como decomposição do sinal com a Transformada *Wavelet* (LEE & ZHANG, 2003) e a Análise de Componentes Independentes ou ICA (do inglês, *Independent Component Analysis*) (KIM & YOO, 2006). A ICA tem a vantagem de não necessitar de dados de movimento, no entanto, requer múltiplos sensores de PPG separados espacialmente e uma suposição de independência estatística, que não se mantém muito bem no sinal de PPG contaminado por artefatos de movimento (PERIYASAMY et al., 2017). Além disso, a ICA requer grandes janelas de dados e recursos computacionais significativos que não podem ser fornecidos em um dispositivo *wearable* (WOOD, 2008).

Quando os dados de movimento estão disponíveis, o componente de artefatos de movimento pode ser cancelado do sinal de PPG usando um esquema de cancelamento Adaptativo de ruído através da subtração do sinal de PPG ruidoso pela estimativa dos artefatos de movimento, realizada por um filtro adaptativo. Os filtros adaptativos podem seguir diferentes algoritmos de ajuste de pesos, como o algoritmo LMS e NLMS (YOUSEFI et al., 2014) e o algoritmo RLS (WEI et al., 2008). Uma das principais preocupações neste caso é obter um sinal de referência adequado para o algoritmo adaptativo como, por exemplo, o sinal de aceleração.

O cancelamento adaptativo de ruído se torna uma solução desejável para a remoção de artefatos de movimento presentes em sinais de PPG, pois os algoritmos de adaptação podem ser implementados de forma recursiva e requerem processamento de janelas de tempo pequenas. Isso torna esta solução eficiente computacionalmente (WOOD, 2008).

2.4.3 Métodos de Extração da Frequência Cardíaca

Existem dois métodos diferentes que são comumente usados para extrair a frequência cardíaca do sinal PPG: intervalos de tempo de pico a pico e monitoramento do conteúdo de frequência.

2.4.3.1 Abordagem no Domínio do tempo

O primeiro método identifica os picos do sinal PPG, particularmente do componente AC, e calcula o intervalo de tempo entre cada um deles. Este intervalo de tempo entre sucessivos picos já foi referido na Figura 5 como intervalo pico-a-pico PPI (do inglês, *Peak-to-Peak Interval*). A frequência cardíaca instantânea corresponde ao inverso de PPI (ELGENDI, 2012). Especificamente, se PPI (segundos) corresponder ao intervalo de tempo entre dois picos consecutivos, então a frequência cardíaca instantânea, HR em batimentos por minutos (bpm) é calculada usando a relação:

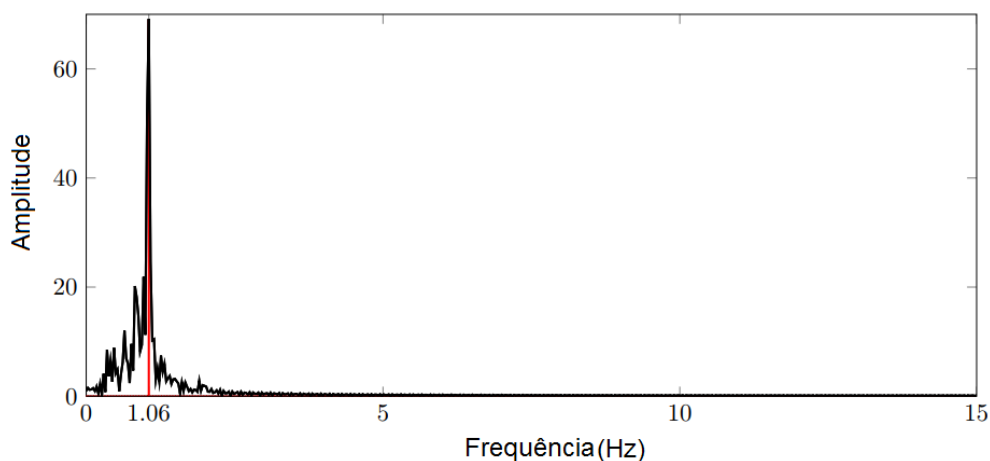
$$HR = \frac{60}{PPI} \quad (116)$$

A vantagem deste método é conseguir obter a frequência cardíaca com a menor latência possível. A desvantagem é que, diferentemente do que ocorre no sinal de ECG, artefatos de movimento costumam corromper acentuadamente o sinal de PPG, tornando um desafio identificar picos “verdadeiros”. Outra desvantagem é que por causa da relação inversa entre período e frequência, pequenos erros na estimativa de períodos curtos resultam em grandes erros nas maiores frequências. Logo, a acurácia desse método é comprometida nas altas frequências cardíacas quando o indivíduo está se exercitando (RUBEN, 2015).

2.4.3.2 Abordagem no Domínio da Frequência

O segundo método identifica a frequência dos pulsos através do uso de uma transformação para o domínio da frequência, como, por exemplo, a Transformada de Fourier. Neste domínio, a frequência cardíaca pode ser calculada identificando o componente de frequência com pico de maior amplitude na banda da frequência cardíaca do sinal de PPG previamente filtrado e teoricamente livre de artefatos de movimento (ALLEN, 2007). Este componente é o dominante do sinal que dita o ritmo quasi-periódico do PPG conforme pode ser visto na Figura 21 onde o componente de frequência cardíaca se encontra em 1,06 Hz, equivalente a 63,6 bpm.

Figura 21. FFT de um sinal de PPG filtrado



Fonte: Adaptado de Ruben (2015)

Na maioria dos problemas, este método funciona muito bem. No entanto existem dois fatores negativos: a frequência de amostragem e a resolução de frequência. Considere a relação:

$$\frac{F_s}{N} = \frac{HR}{60k} \quad (117)$$

onde F_s é a frequência de amostragem do sinal de PPG, N é o número total de amostras usadas na transformada de Fourier, k é o *bin* de frequência e HR é a frequência cardíaca calculada em bpm. A relação F_s/N é chamada de resolução em frequência do domínio espectral. Fixando $k = 1$, a equação (117) retorna a resolução de frequência entre dois bins na saída da transformada de Fourier baseado na acurácia da estimativa da frequência cardíaca desejada. Se desejarmos uma acurácia de 1 bpm, a equação (117) torna-se:

$$\frac{F_s}{N} = \frac{1}{60} \quad (118)$$

mostrando que a resolução de frequência é uma razão onde número total de amostras deve ser 60 vezes maior que a frequência de amostragem do sinal para garantir a acurácia desejada. O número total de amostras no espectro depende do número de amostras do sinal no tempo, que por sua vez depende da frequência de amostragem e do tamanho considerado para a análise do sinal. Em certas aplicações, analisar gravações com longas tomadas de tempo pode não ser desejável, visto que a frequência cardíaca não pode ser assumida como estacionária por um longo intervalo.

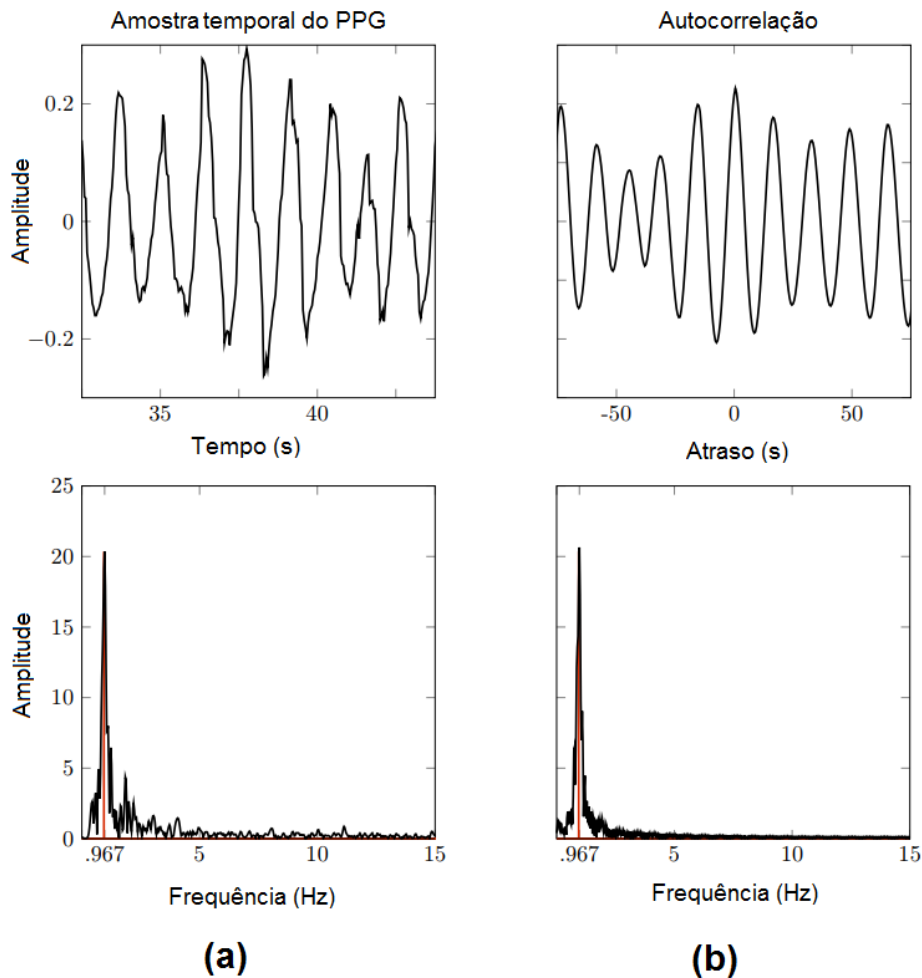
Uma resposta para o problema seria usar uma janela deslizante. À medida que os dados chegam, em vez de iniciar completamente um novo conjunto de dados, o método substitui os exemplos mais antigos pelos dados mais recentes. Isso permite atualizações muito rápidas do espectro de frequência. Também é inteiramente justificável usar um esquema de atualização que é composto principalmente dos mesmos dados usados na estimativa anterior devido à natureza média do sinal de frequência cardíaca. Outra solução é preencher os dados de cada janela no tempo com zeros até atingir o valor de amostras do espectro, N , para permitir uma visualização mais precisa do conteúdo da frequência (RUBEN, 2015).

Enquanto as janelas deslizantes fornecem atualizações frequentes, ainda se está lidando com um sinal quase não estacionário. Embora a frequência cardíaca, em geral, varie apenas um pouco ao longo de um período prolongado, há momentos em que ela transita muito rapidamente. Tal caso pode ser uma descarga de adrenalina quando alguém faz uma pergunta sensível. A janela deslizante, em muitos aspectos, atua como um filtro passa-baixa e, portanto, perderia qualquer comportamento “transitório” na frequência cardíaca (RUBEN, 2015).

Uma abordagem seria reduzir o tamanho da janela FFT. Isso permitiria que mudanças súbitas ou rápidas na frequência aparecessem mais cedo na saída do espectro. Isso, no entanto, entra em conflito com os problemas originais de tamanho de janela e resolução de frequência. A prática comum de preenchimento com zero ainda se aplica a uma janela menor, no entanto, isso tecnicamente não apresenta ganhos de resolução de frequência (PROAKIS & MANOLAKIS, 2013).

A Figura 22(a) ilustra o espectro de magnitude no domínio da frequência de uma amostra de tempo de um sinal de PPG, enquanto a Figura 22(b) ilustra o espectro de magnitude da função de autocorrelação desta mesma amostra, também conhecido como Densidade Espectral de Potência.

Figura 22. (a) Amostra temporal do sinal de PPG (acima) e seu respectivo espectro de frequências (abaixo) (b) Função de autocorrelação do amostra do sinal de PPG (acima) e seu respectivo espectro de frequências (abaixo) (Densidade Espectral de Potência)



Um recurso importante a ser explorado ao modelar o sinal PPG observado é que ele é quase periódico. Isso é significativo porque significa que o sinal também se correlacionará periodicamente consigo mesmo. A natureza ciclo-estacionária deste sinal sugere que a análise da função de autocorrelação aumentará a relação sinal-ruído na presença de ruído não correlacionado (WOOD, 2008). Como pode ser visto a partir da Figura 22, a autocorrelação perceptivelmente remove ruído não correlacionado que está presente em conjunto ao sinal de interesse. Além disso, nota-se a partir da autocorrelação no domínio do tempo, que um sinal periódico está presente.

2.4.4 Revisão do Estado da Arte

Inicialmente, os trabalhos desenvolvidos para estimar a frequência cardíaca a partir de sinais de PPG visavam tratar apenas o sinal corrompido por artefatos de movimento. No entanto, situações práticas em que o método de supressão de artefatos não é totalmente eficaz ou ainda situações em que o sinal medido é obtido com baixa qualidade podem ocorrer ocasionalmente durante o uso de um equipamento com sensor de PPG, resultando em estimativas muito imprecisas ou até mesmo estimativas falhas da frequência cardíaca. Por isso, vários métodos mistos vêm sendo desenvolvidos recentemente com o intuito de melhorar o processo de estimação, tornando a abordagem capaz de resolver situações variadas e complexas ocorridas.

Recentemente, Zhang et al. (2015) formaram uma base de dados que passou a ser utilizada por diversos pesquisadores para comparar seus algoritmos de estimativa da frequência cardíaca. Os dados consistem em sinais de PPG adquiridos do pulso por dois oxímetros com LEDs na faixa da luz verde, três sinais de aceleração registrados no pulso por um acelerômetro de três eixos e um sinal de ECG registrado a partir do tórax para servir de frequência cardíaca de referência. Utilizando essa base de dados, um método denominado “TROIKA” foi proposto por Zhang et al. (2015). Este método consiste na decomposição do sinal para a remoção de ruído utilizando a Análise Espectral Singular ou SSA (do inglês, *Spectral Singular Analysis*), na reconstrução do sinal esparso para estimar um espectro de alta resolução e em um rastreamento espectral de pico com verificação. O importante neste trabalho foi tornar o sinal de PPG suficientemente esparso para que a convergência do método proposto fosse obtida. Os resultados mostraram que o erro absoluto médio de estimativa da

frequência cardíaca foi de 2,34 bpm e o coeficiente de correlação de Pearson entre as estimativas e o valor de referência da frequência cardíaca foi de 0,992.

Outro método avaliado na mesma base de dados foi proposto por Zhu et al. (2015) e denominado de “MICROST”. Trata-se de um algoritmo misto que consiste em uma técnica de aceleração de classificação, processamento da primeira janela e rastreamento heurístico de pico. O processamento da primeira janela combina métodos usando a Transformada *Wavelet* e métodos no domínio do tempo. Resultados experimentais mostraram que o erro absoluto médio de estimativa da frequência cardíaca foi de 2,58 bpm e o coeficiente de correlação de Pearson entre as estimativas e o valor de referência da frequência cardíaca foi de 0,988.

Schäck et al. (2015) desenvolveram um método que remove os artefatos de movimento estimando de forma adaptativa as funções de transferência de cada um dos sinais de aceleração de três eixos que produzem os artefatos nos dois sinais de PPG. Os pesquisadores combinaram a saída de seis filtros adaptativos NLMS em um único sinal aprimorado do domínio tempo/frequência com base no qual rastrearam a frequência cardíaca com alta precisão. Resultados experimentais avaliados na base de dados de Zhang et al. (2015) mostraram que o erro absoluto médio de estimativa da frequência cardíaca foi de 1,77 bpm.

Baca et al. (2015) propuseram um método denominado “CARMA” que utiliza a Decomposição em Valores Singulares ou SVD (do inglês, *Singular Value Decomposition*) para estimar o subespaço dos sinais de movimento e remover os artefatos de movimento presentes no sinal de PPG. Além disso, desenvolveram um algoritmo de rastreamento adaptativo para realizar o rastreamento da frequência cardíaca estimada. Resultados experimentais avaliados na base de dados de Zhang et al. (2015) mostraram que o erro absoluto médio de estimativa da frequência cardíaca foi de 2,26 bpm.

Alternativamente, Islam et al. (2017), apresentaram uma técnica de supressão de artefatos de movimento no domínio tempo-frequência. No domínio do tempo foi adotada a filtragem adaptativa com algoritmos RLS em múltiplos estágios em cascata usando dados do acelerômetro de três canais para reduzir o efeito de artefatos. Além disso, a SSA foi empregada para obter uma melhoria no rastreamento espectral de pico. As saídas dos blocos de filtro e da operação de SSA foram logicamente combinadas e usadas para estimar a frequência cardíaca no domínio espectral. Por fim, um algoritmo de rastreamento foi incorporado considerando estimativas vizinhas. O método fornece um erro absoluto médio de estimativa da frequência cardíaca de 1,16 bpm e um coeficiente de correlação de Pearson

entre as estimativas e o valor de referência da frequência cardíaca de 0,9958 quando avaliado com o banco de dados de Zhang et al. (2015).

Por fim, Galli, Narduzzi e Giorgi (2018) desenvolveram recentemente um método que utiliza a Transformada Discreta de Fourier com preenchimento de zeros para estimar a frequência cardíaca de sinais que tiveram seus artefatos de movimento removidos através da decomposição do sinal de PPG em subespaços com a Análise de Componentes Principais ou PCA (do inglês, *Principal Component Analysis*). Essa frequência cardíaca alimenta a entrada de um filtro de *Kalman* que é capaz de realizar a correção e o rastreamento com precisão da evolução da frequência cardíaca ao longo do tempo. Resultados experimentais avaliados na base de dados de Zhang et al. (2015) mostraram que o erro absoluto médio de estimativa da frequência cardíaca foi de 1,85 bpm.

A proposta do presente trabalho como será visto adiante, é desenvolver um método que tem como base o uso de dois algoritmos adaptativos clássicos: o algoritmo RLS (ou NLMS) para supressão de artefatos e o algoritmo de *Kalman* para estimar e rastrear a frequência cardíaca. Ambos os métodos garantem menor consumo de memória e ganho na velocidade de processamento para serem implementados em dispositivos com recursos computacionais limitados. Até então nenhum método proposto na literatura abordou o uso das técnicas de supressão de ruído com filtros adaptativos lineares em cascata em conjunto com o Filtro de *Kalman* para estimar a frequência cardíaca. Além disso, o método proposto por Galli et al. (2015) utilizando o a filtragem de *Kalman* não prevê a variabilidade do ruído de medição da frequência cardíaca, o que pode diminuir a capacidade de generalização do método em outros conjuntos de dados diferentes do conjunto de treinamento. Neste trabalho, propomos superar esta limitação com a adoção de um Índice de Qualidade do Sinal para o sinal de PPG, o que torna o modelo de ruído de medição adaptável.

2.4.5 Insights do Problema

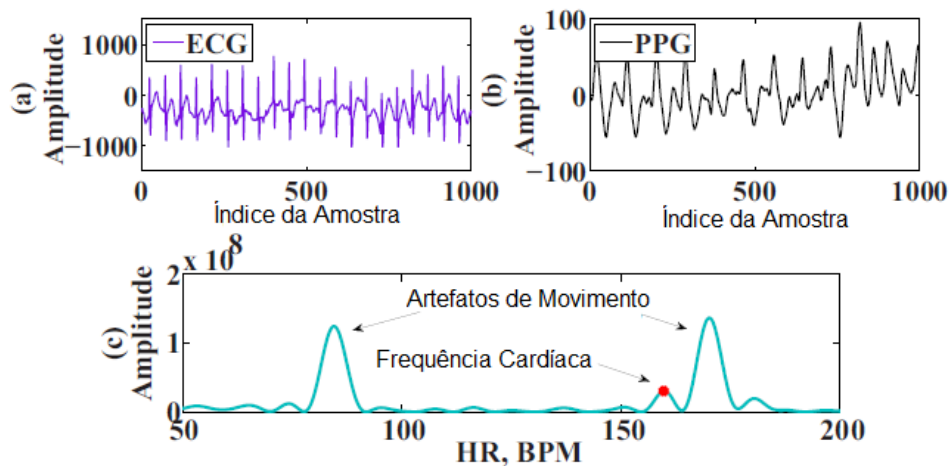
Khan et al., (2016) destacaram os desafios do monitoramento da frequência cardíaca a partir de sinais de PPG corrompidos obtidos do pulso de um indivíduo, por exemplo, com um *smartwatch*. Alguns *insights* do problema são listados a seguir:

- a) Durante um movimento intenso da mão, por exemplo, um indivíduo realizando uma atividade de corrida, a medida da intensidade do sinal de PPG se altera, pois o espaço

entre o pulso e o sensor se modifica conforme a ocorrência do movimento. Esta alteração é frequentemente correlacionada com a frequência dos movimentos das mãos. Essa evidência é mostrada na Figura 23(a) que mostra um segmento do sinal de ECG enquanto que a Figura 23(b) mostra o sinal PPG correspondente no domínio do tempo. Como determinado pelo periodograma do sinal PPG (Figura 23(c)), podemos ver que existem grandes picos de artefato de movimento próximos ao pico da frequência cardíaca.

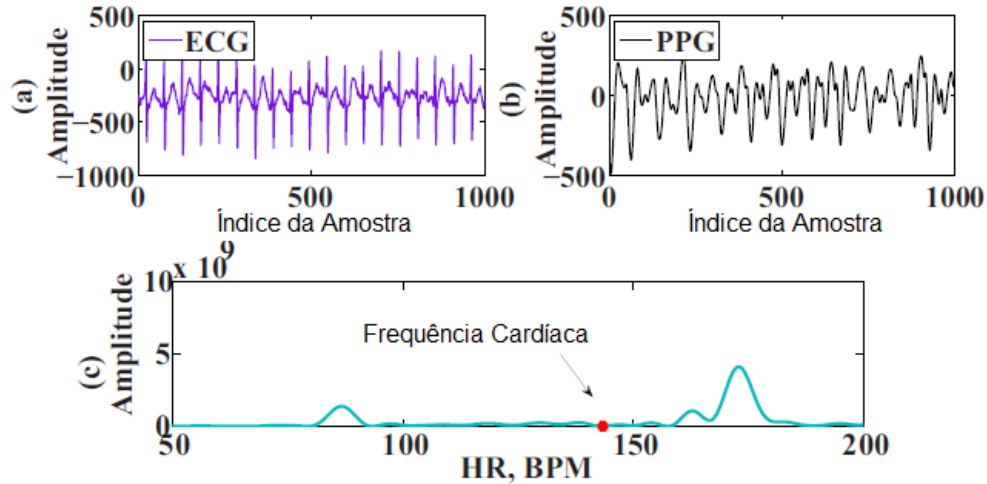
- b) Os sensores podem estar tão distantes da pele em certos momentos devido ao movimento exaustivo, que o pico original que corresponde à frequência cardíaca pode estar ausente no espectro. A Figura 24(a) e a Figura 24(b) mostram, respectivamente, os segmentos de ECG e PPG em conjunto com o periodograma do PPG, ilustrado na Figura 24(c). Essa situação representa uma grande dificuldade para estimar a frequência cardíaca, pois além da ausência de informação resultante, a situação pode persistir por vários segundos.

Figura 23. Um segmento de (a) um sinal de ECG e (b) o sinal de PPG correspondente no domínio do tempo. (c) Periodograma do sinal de PPG



Fonte: Adaptado de Khan et al. (2016).

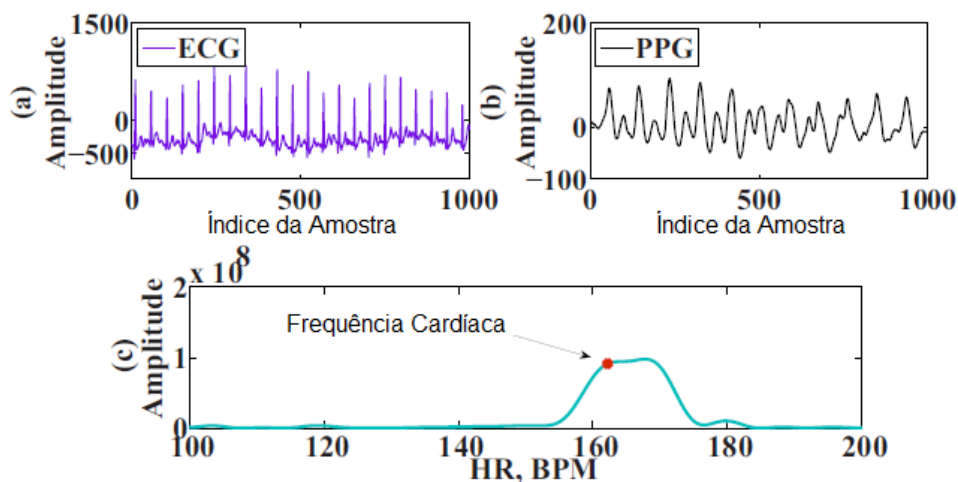
Figura 24. Um segmento de (a) um sinal de ECG e (b) o sinal de PPG correspondente no domínio do tempo. (c) Periodograma do sinal de PPG.



Fonte: Adaptado de Khan et al. (2016).

- c) Em outros momentos, o pico que corresponde ao artefato de movimento pode estar tão próximo ao pico de frequência cardíaca que pode se tornar indistinguível para uma determinada resolução do sinal. A Figura 25(a) e Figura 25(b) dão um exemplo de tal par de ECG-PPG juntamente com o periodograma de PPG na Figura 25(c). Um aumento na quantidade de dados (número de amostras processadas) não é capaz de contornar o problema, pois isso exigiria que o processo de frequência cardíaca fosse estacionário, o que dificilmente ocorre na prática.

Figura 25. Um segmento de (a) um sinal de ECG e (b) o sinal de PPG correspondente no domínio do tempo. (c) Periodograma do sinal de PPG.



Fonte: Adaptado de Khan et al. (2016).

- d) Os artefatos de movimento podem ser aperiódicos ou periódicos. Em repouso, os movimentos aleatórios das mãos fazem com que o artefato de movimento seja aperiódico, enquanto que no balanço livre das mãos em um exercício de corrida, usualmente, o artefato de movimento é periódico. Sendo periódico, os artefatos de movimento apresentam harmônicas superiores que seguem um padrão visível, por exemplo, a cada janela de tempo de sinal processada quando um sujeito está correndo apresenta uma componente de frequência cardíaca que geralmente está entre três picos dominantes, sendo dois picos oriundos de artefatos de movimento. Esse padrão pode ser observado se fizermos um gráfico das sobreposições dos três principais locais de pico dominantes em todas as janelas de tempo. As posições de pico que correspondem à frequência mais alta e mais baixa permanecem quase constantes e correspondem ao artefato de movimento, enquanto a localização de pico de frequência média mostra uma tendência de subida ou descida correspondente à frequência cardíaca real.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

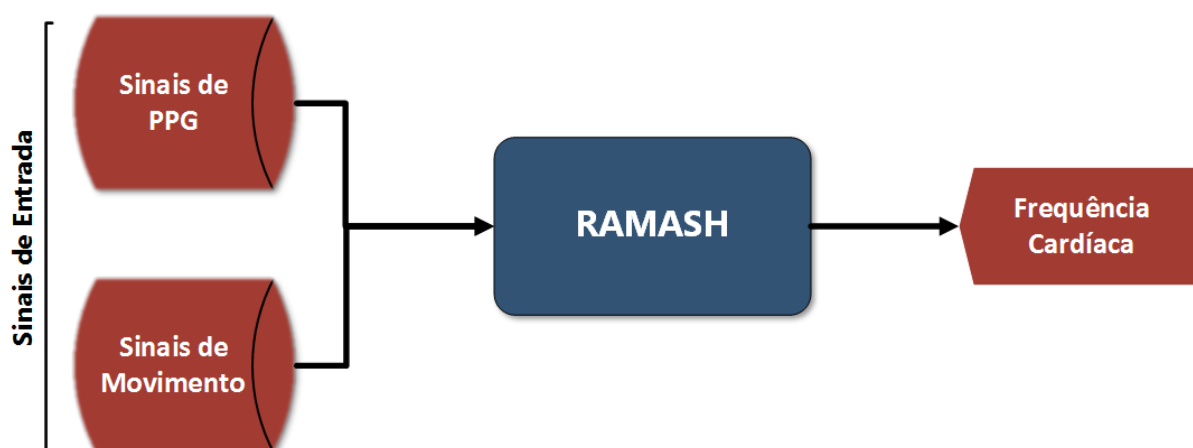
Depois de apresentar os fundamentos teóricos relativos aos sinais de Eletrocardiografia e Fotopletismografia, bem como os fundamentos de técnicas de processamento digital de sinais empregados neste trabalho, este capítulo descreve os materiais e métodos utilizados no desenvolvimento do trabalho proposto.

Nos tópicos a seguir, será apresentada a especificação do sistema proposto, com justificativas para a escolha dos diferentes blocos que o compõem, bem como materiais utilizados, requisitos de sistema e detalhes de cada um dos blocos e sub-blocos do sistema.

3.1 ESPECIFICAÇÃO DO SISTEMA

O sistema proposto para atender aos objetivos deste trabalho foi denominado de RAMASH (*Robust System for Adaptive Motion Artifact Suppression, Spectral Peak Detection and Heart Rate Tracking*) ou Sistema Robusto para Supressão Adaptativa de Artefatos de Movimento, Detecção Espectral de Pico e Rastreamento da Frequência Cardíaca. Sua representação geral é ilustrada no diagrama de blocos da Figura 26.

Figura 26. Diagrama de blocos geral do sistema proposto.



Fonte: O Autor (2018).

Os sinais de entrada deste sistema correspondem a sinais de PPG e a sinais de movimento de um indivíduo. Estes últimos serão utilizados para a supressão de artefatos de movimento presentes nos sinais de PPG. O sistema consiste em um algoritmo principal composto por vários métodos de processamento de sinais que estimam a frequência cardíaca a partir dos sinais de PPG. O algoritmo é implementável em um computador pessoal ou um sistema embarcado.

3.1.1 Materiais

Os métodos e algoritmos propostos foram codificados em linguagem Matlab e testados no *software* Matlab R2015 (The Mathworks Inc.). Eles foram implementados e executados em um PC Intel Core i5-2450M 2,5 GHz com 8 GB de RAM. A justificativa para a utilização do Matlab se deu por conta deste ambiente oferecer as seguintes vantagens (VENKATARAMAN, 2013):

- O Matlab é uma linguagem interpretativa que não requer compilador, aumentando a produtividade e compactação do código;
- O Matlab é uma linguagem ideal para criar protótipos de solução de *software* para problemas de engenharia e usá-los para validar ideias;
- O Matlab é versátil, pois permite a portabilidade do código para linguagens de alto nível como C, C++ e Java, tornando mais simples portar o código para um sistema.

3.1.2 Sinais de Entrada

Os sinais de entrada para o treinamento e teste do sistema foram obtidos a partir de uma base de dados pública (ZHANG et al, 2015) fornecida por pesquisadores para o *Signal Processing Cup* de 2015, uma competição de Processamento Digital de Sinais organizada pelo IEEE para estudantes e pesquisadores do mundo todo. A utilização de uma base de dados confiável se justifica pela necessidade de foco exclusivo no desenvolvimento de algoritmos de processamento de sinais neste trabalho. Além disso, boa parte dos pesquisadores tem utilizado esta mesma base de dados para estudos, o que nos permite uma comparação mais fidedigna.

A base de dados é composta por um conjunto de dados obtidos de doze indivíduos com idade de 18 a 35 anos, resultando em 12 conjuntos de dados disponíveis (01 a 12). Cada

experimento consiste em gravar dados de cada indivíduo correndo ou caminhando em uma esteira com velocidades variáveis. Durante a gravação de dados, os sujeitos caminharam ou correram em uma esteira com as seguintes velocidades nesta ordem:

- À velocidade de 1 a 2 km / h durante 30 s.
- À velocidade de 6 a 8 km / h durante 60 s.
- À velocidade de 12 a 15 km / h durante 60 s
- À velocidade de 6 a 8 km / h durante 60 s
- À velocidade de 12 a 15 km / h durante 60 s
- E à velocidade de 1 a 2 km / h por 30 s.

Solicitou-se aos participantes que usassem a mão propositalmente com a pulseira para puxar a roupa, enxugar o suor na testa e apertar botões na esteira, além de balançar livremente. A duração total dos sinais registrados para cada sujeito foi cerca de 4-5 min.

Foram gravados simultaneamente de indivíduos dois canais de sinais de PPG, sinais de aceleração em três eixos e um canal com sinais de ECG. Para cada indivíduo, os sinais PPG foram adquiridos do pulso por dois oxímetros de pulso com LEDs verde (comprimento de onda em torno de 515 nm), distanciados de 2 cm centro a centro. O sinal de aceleração também foi adquirido no pulso por um acelerômetro de três eixos. Tanto o oxímetro de pulso quanto o acelerômetro estavam embarcados em uma mesma pulseira confortavelmente vestível pelo usuário. O sinal de ECG de canal único foi adquirido simultaneamente a partir do peito do indivíduo, usando sensores de ECG úmidos. Todos os sinais foram amostrados à frequência de 125 Hz e enviados para um computador próximo via Bluetooth para serem armazenados na base de dados.

O sinal de ECG, adquirido simultaneamente ao sinal de PPG, foi utilizado para se obter valores de frequência cardíaca de referência em cada janela de tempo, a fim de termos uma referência confiável para a evolução da frequência cardíaca de cada indivíduo. Em uma janela de tempo dos dados, os autores contaram o número de ciclos cardíacos H e a duração associada D (em segundos) e, em seguida, calcularam a frequência cardíaca simplesmente como $60H/D$ (em bpm). Os autores não utilizaram algoritmos para estimar a frequência cardíaca a partir de ECG como justificativa para evitar erros de estimativa inerentes aos algoritmos.

Por conveniência, os pesquisadores também forneceram nesta base de dados a “frequência cardíaca verdadeira de referência” previamente calculada e armazenada no conjunto de dados. Assim, cada conjunto de dados fornece o valor da frequência cardíaca em uma janela de tempo de 8 s, sendo que cada janela é deslocada por um intervalo de tempo de 2 s. Logo, duas janelas de tempo sucessivas se sobrepõem em 6 s.

Entre os 12 conjuntos de dados, verificamos que os conjuntos de dados 1, 2, 4 e 10 eram os mais corrompidos por ruído e, por isso, os usamos como dados de treinamento por apresentarem maiores condições de representar a dispersão encontrada em dados comuns. O conjunto de dados completo (1-12) foi usado como teste, uma vez que o algoritmo, juntamente com seus parâmetros, foi derivado da fase de treinamento.

3.1.3 Fluxograma do Algoritmo Principal

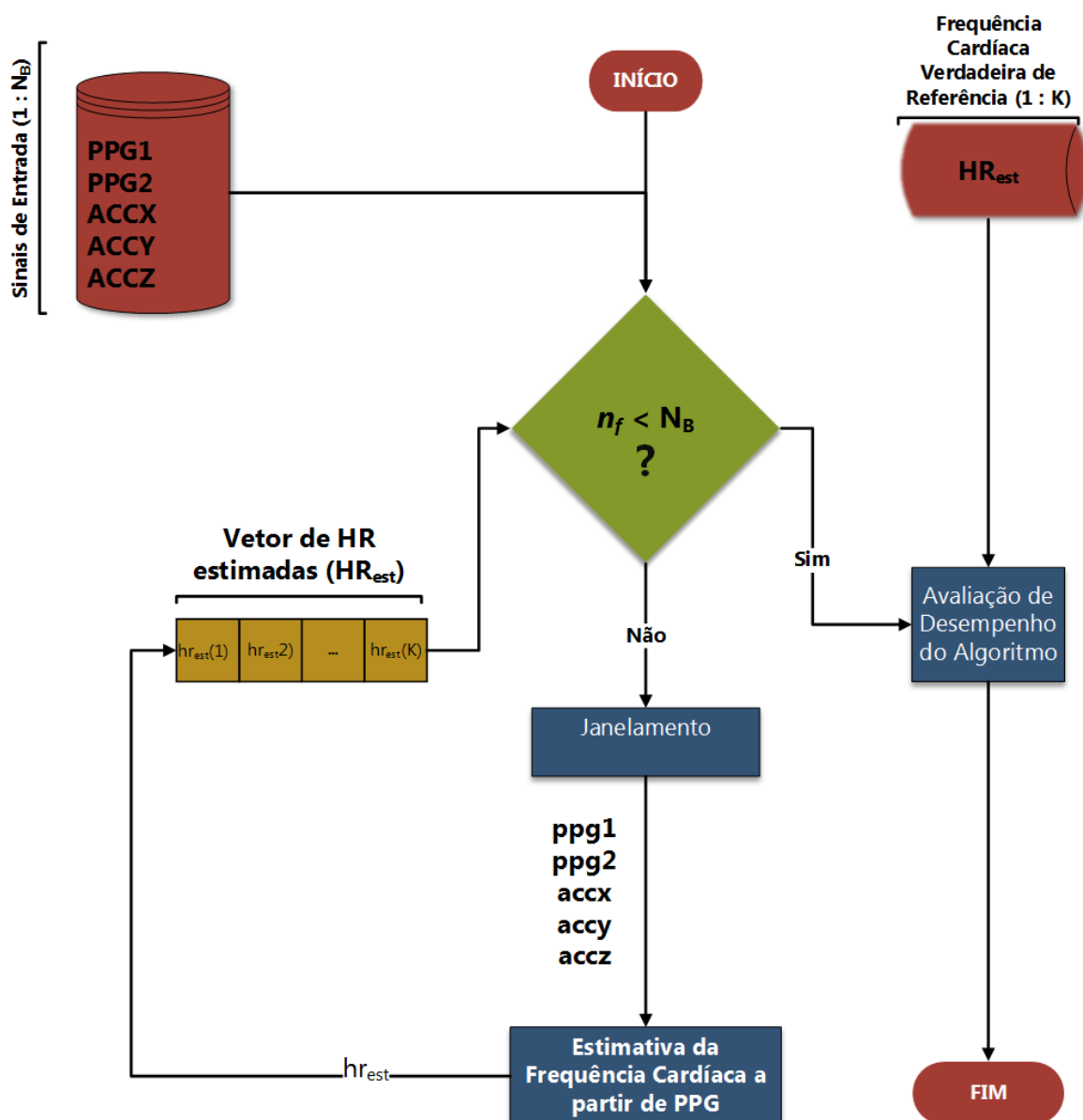
Na Figura 27, o fluxograma do algoritmo principal do sistema é ilustrado. Nota-se que temos sete conjuntos de dados de entrada provenientes da base de dados: dois referentes a sinais de Fotopletismografia (**PPG1** e **PPG2**), três referentes a sinais de aceleração (**ACCX**, **ACCY** e **ACCZ**) e um referente ao sinal correspondente à frequência cardíaca verdadeira de referência (**HR_{ref}**). A sigla “HR” será utilizada daqui em diante, pois segue a nomenclatura do inglês (*heart rate*) que é amplamente utilizada nas referências bibliográficas. Os dados referentes ao sinal de eletrocardiografia não foram utilizados no processamento tendo em vista que já tínhamos a frequência cardíaca de referência previamente calculada pelos autores da base de dados.

O processamento dos dados foi realizado em janelas de tempo de duração $T_w = 8$ s. Este tamanho de janela é comum nas referências revisadas para este trabalho (BACA et al., 2015; GALLI et al., 2018; ISLAM et al., 2017; SCHÄCK et al., 2015; ZHANG et al, 2015; ZHU et al., 2015). Como a frequência de amostragem é $F_s = 125$ Hz, isso significa que uma janela possui $N = 8 \times 125 = 1000$ amostras. Outra premissa padrão nas referências (BACA et al., 2015; GALLI et al., 2018; ISLAM et al., 2017; SCHÄCK et al., 2015; ZHANG et al, 2015; ZHU et al., 2015) é que novos dados são processados a cada 2 s e assim, cada nova janela processada possui uma sobreposição de 6 s com a janela anterior (ZHANG et al, 2015). Esta abordagem de janelamento com sobreposição pressupõe a utilização de um método no domínio da frequência para realizar a extração da frequência cardíaca dos dados referentes aos

sinais de PPG. Além disso, cabe ressaltar que o algoritmo se desloca de $S = 2 \times 125 = 250$ amostras a cada iteração.

O bloco de *Janelamento* baseia-se nas informações de tamanho da janela necessária para processamento e o passo de deslocamento da janela para determinar marcadores ou índices numéricos n_i e n_f , que indicam, respectivamente, a posição de início e final de cada janela dentro de cada conjunto de dados de entrada. A partir disso, a cada iteração, os dados delimitados por estes índices são copiados para vetores estáticos de tamanho $N = 1000$ e os índices n_i e n_f são atualizados. Então, os vetores **ppg1**, **ppg2**, **accx**, **accy** e **accz** correspondem a janelas dos dados de entrada que são atualizadas a cada passo de iteração.

Figura 27. Fluxograma do algoritmo principal



O algoritmo proposto basicamente fica preso em um laço iterativo processando dados, obtendo a frequência cardíaca a cada iteração partir do conjunto de dados de PPG e armazenando estas frequências em um vetor de tamanho K , \mathbf{HR}_{est} . O valor de K corresponde ao número de janelas obtidas no janelamento com sobreposição do conjunto de dados. A frequência dos dados de sinal de PPG é estimada pelo bloco *Estimativa da Frequência Cardíaca a partir de PPG*.

A condição para que o laço iterativo permaneça ocorrendo é que o índice numérico que indica a posição final da janela, n_f , não atinja o índice que indica o final dos dados de entrada, dado por N_B , ou seja, que o primeiro seja menor que o segundo. O final dos dados de entrada é variável a cada experimento, pois alguns indivíduos permaneceram alguns segundos a menos na esteira, e pode ser facilmente determinado avaliando o tamanho da estrutura da base de dados que armazena os dados de entrada.

O laço iterativo termina quando o marcador numérico que indica a posição final da janela atingiu o marcador que indica o final dos dados de entrada. Após isso, o algoritmo executa funções que a partir da frequência cardíaca verdadeira de referência (\mathbf{HR}_{ref}), calculam métricas de desempenho do algoritmo como o erro médio absoluto sobre um conjunto de dados de frequências cardíacas obtidas para os sinais de PPG no bloco *Avaliação de Desempenho do Algoritmo*.

Nos próximos tópicos, detalharemos os blocos *Avaliação de Desempenho do Algoritmo* e *Estimativa da Frequência Cardíaca a partir de PPG*.

3.2 MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DO ALGORITMO

Os valores de frequência cardíaca de referência, obtidos a partir dos dados do sinal de ECG simultaneamente adquirido com os sinais de PPG são aqui referenciados como $\mathbf{HR}_{\text{ref}}(k)$. Estes valores foram comparados com a estimativa da frequência cardíaca $\mathbf{HR}_{\text{est}}(k)$, obtida a partir dos dados dos sinais de PPG. Assim, de forma semelhante aos trabalhos de referência, adotamos métricas para avaliar o desempenho do algoritmo proposto e obter os parâmetros de desempenho ótimo. Estas métricas são realizadas no bloco *Avaliação de Desempenho do Algoritmo* ao final processamento do algoritmo proposto. Abordaremos inicialmente o bloco *Avaliação de Desempenho do Algoritmo*, que é executado ao final do processo, pois suas métricas serão úteis na calibração de parâmetros posteriormente.

Considerando k como sendo ao índice da janela de tempo processada com $k = 1, 2, 3, \dots, K$, as métricas adotadas foram:

- O erro ou desvio médio, que representa o desvio médio dos valores de referência:

$$E_0 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{HR}_{\text{ref}}(k) - \mathbf{HR}_{\text{est}}(k) \quad (119)$$

- O erro médio absoluto, que representa o desvio médio absoluto dos valores de referência:

$$E_1 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K |\mathbf{HR}_{\text{ref}}(k) - \mathbf{HR}_{\text{est}}(k)| \quad (120)$$

- O erro médio absoluto percentual, que representa o desvio médio absoluto dos valores de referência em percentual:

$$E_2 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{|\mathbf{HR}_{\text{ref}}(k) - \mathbf{HR}_{\text{est}}(k)|}{\mathbf{HR}_{\text{ref}}(k)} \quad (121)$$

- O erro absoluto máximo, que representa o desvio absoluto máximo e permite uma avaliação da precisão pontual do algoritmo, mostrando a discordância local de pior caso entre as medições de frequência cardíaca, $\mathbf{HR}_{\text{ref}}(k)$ e $\mathbf{HR}_{\text{est}}(k)$.

$$E_3 = \max(|\mathbf{HR}_{\text{ref}}(k) - \mathbf{HR}_{\text{est}}(k)|) \quad (122)$$

- O desvio padrão do erro

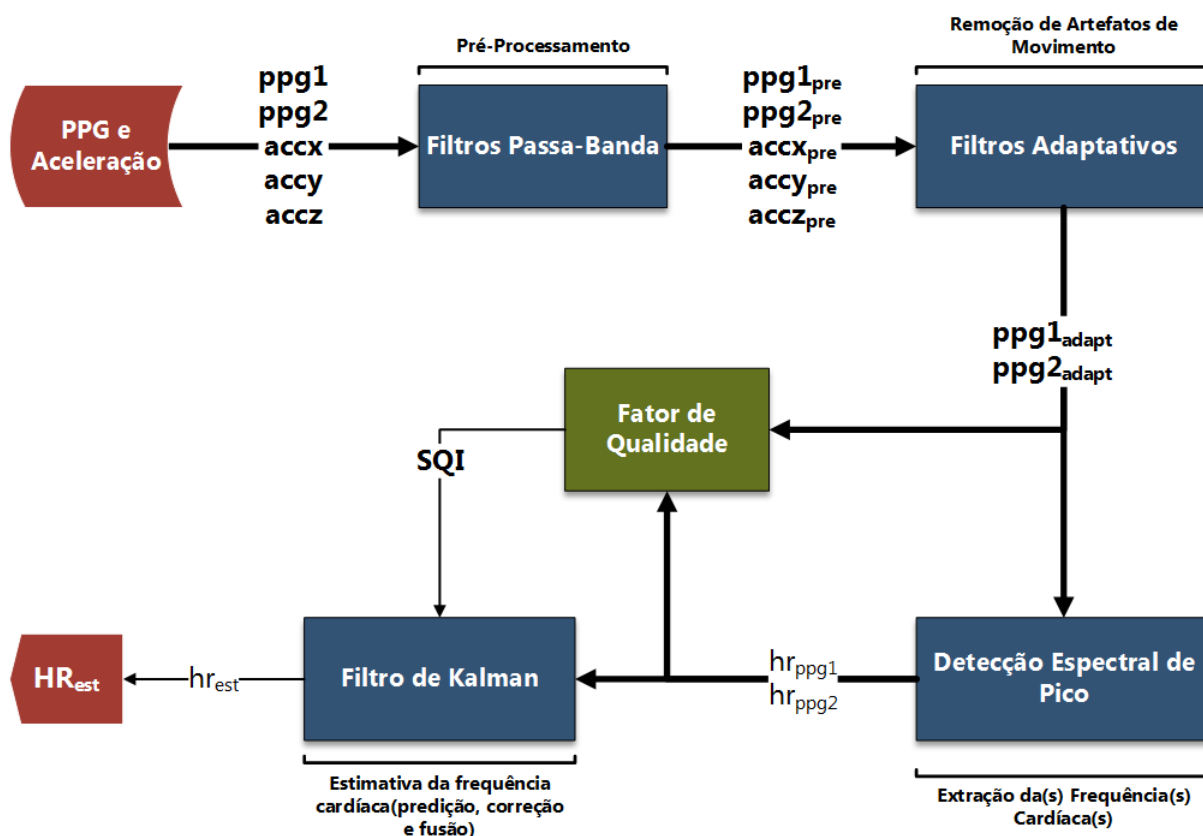
$$STD = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K |\mathbf{HR}_{\text{ref}}(k) - \mathbf{HR}_{\text{est}}(k)|^2} \quad (123)$$

3.3 ESTIMATIVA DA FREQUÊNCIA CARDÍACA A PARTIR DE PPG

O desenvolvimento do método para estimar a frequência cardíaca a partir do sinal de PPG foi baseado no modelo do diagrama de blocos da Figura 20 e nas soluções apresentadas na literatura (BACA et al., 2015; GALLI et al., 2018; ISLAM et al., 2017; SCHÄCK et al., 2015; ZHANG et al., 2015; ZHU et al., 2015). Dessa forma, um algoritmo foi proposto com os blocos de processamento ilustrados na Figura 28. Este algoritmo consiste nos seguintes sub-blocos: Filtros Passa-banda, Filtros Adaptativos, Detecção Espectral de Pico, Fator de Qualidade e Filtro de *Kalman*.

Os sinais de entrada deste bloco correspondem aos dados de sinais de PPG (**ppg1**, **ppg2**) e sinais de aceleração (**accx**, **accy**, **accz**) adquiridos de indivíduos. Conforme mencionado, estes dados são provenientes da base de dados que contém ainda dados da frequência cardíaca de referência ao longo do tempo. A frequência cardíaca corresponde à saída do bloco e ao resultado esperado do processamento do algoritmo.

Figura 28: Fluxograma do bloco de *Estimativa da Frequência Cardíaca a partir de PPG*.



O bloco *Filtros Passa-Banda* realiza a função de pré-processamento do algoritmo. Este pré-processamento remove artefatos de movimento e ruído fora da faixa de frequência de interesse, ou seja, a banda da componente de frequência cardíaca dos sinais. O bloco recebe os dados dos sinais de PPG e aceleração e realiza operações de filtragem nestes dados. É importante notar que neste bloco, todos os cinco conjuntos de dados de entrada são filtrados e aparecem na saída com suas versões pré-processadas.

O bloco *Filtros Adaptativos* recebe os dados de sinais de PPG e aceleração pré-processados e usa os dados de sinais de aceleração como referência para realizar o cancelamento adaptativo de ruído presente nos dados de sinais de PPG. A função deste bloco é remover os artefatos de movimento presentes no sinal de PPG dentro da banda de frequência cardíaca do sinal. A saída tem apenas dois sinais: **ppg1_{adapt}** e **ppg2_{adapt}**, que correspondem aos dados de sinais de PPG sem artefatos de movimento e ruídos.

O bloco *Detecção Espectral de Pico* recebe os dois conjuntos de dados de sinais de PPG previamente filtrados de seus artefatos de movimento e realiza uma transformação dos sinais no domínio do tempo para o domínio da frequência onde a frequência cardíaca de cada sinal é obtida por meio da busca de picos no espectro. A frequência cardíaca de cada sinal é extraída, originando dois sinais de frequência cardíaca: hr_{ppg1} e hr_{ppg2} .

O bloco *Filtro de Kalman* recebe as duas frequências cardíacas extraídas primeiramente pelo bloco anterior e tem a função de estimar e o rastrear a frequência cardíaca desejada, hr_{est} , baseado em um modelo matemático de um processo *random walk* adicionado de ruído e no estado das frequências passadas do sistema. Dessa forma, através da capacidade preditiva e corretiva do Filtro de *Kalman*, este bloco garante que não haja desvios significativos na estimativa da frequência cardíaca, minimizando o erro.

Finalmente, a capacidade do Filtro de *Kalman* se ajustar aos diferentes erros das frequências cardíacas previamente medidas pelo bloco *Detecção Espectral de Pico* é alcançada através de um *Índice de Qualidade do Sinal*, **SQI**, resultante de da avaliação da qualidade dos dados de sinais de PPG, **ppg1_{adapt}** e **ppg2_{adapt}**, e dos dados das frequências cardíacas, hr_{ppg1} e hr_{ppg2} , realizado pelo bloco *Fator de Qualidade*.

A seguir, faremos um detalhamento de cada um dos blocos que compõem o algoritmo.

3.3.1 Filtros Passa-Banda

No bloco *Filtros Passa-Banda*, a sequência de dados representada pelos seis vetores **ppg1**, **ppg2**, **acx**, **acy** e **acz** é filtrada, onde cada vetor de entrada é processado paralelamente por um filtro passa-banda de forma paralela. As principais funções deste bloco são suprimir ruídos de alta frequência, remover a componente DC, eliminar a flutuação da linha de base presente nos dados de sinais de PPG, eliminar artefatos de movimento fora da faixa de frequência de interesse e remover outros ruídos quaisquer. Além disso, devido à natureza limitada da banda do sinal PPG, a filtragem passa-banda foi realizada dentro do limite de banda de 0,50 a 3,66 Hz.

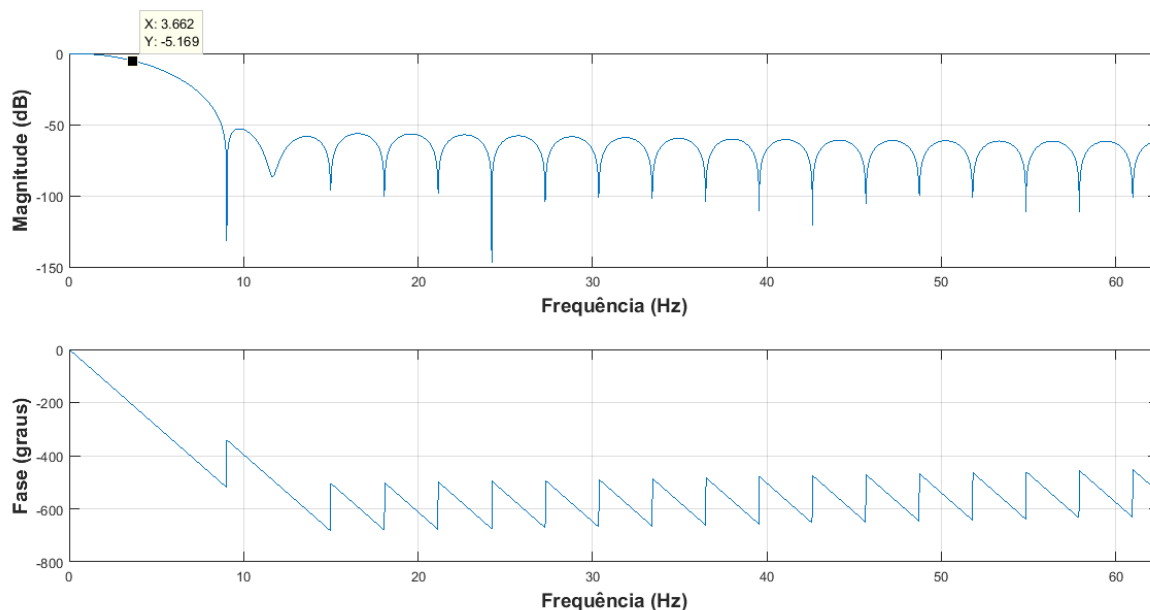
Cada filtro passa-banda é composto por dois estágios acoplados em cascata: um filtro passa-baixa e um filtro passa-alta. Ambos os filtros foram implementados utilizando a estrutura de forma direta transposta II para diminuir o tempo de processamento. Além disso, todos os filtros passa-banda foram projetados com os mesmos parâmetros, pois quer se garantir a consistência de banda dos sinais.

Os sinais de saída do bloco Filtro Passa-banda são uma sequência de dados de mesmo tamanho, representada pelos vetores **ppg1_{pre}**, **ppg2_{pre}**, **acx_{pre}**, **acy_{pre}** e **acz_{pre}**.

3.3.1.1 Filtro Passa-Baixa

Neste trabalho, o filtro passa-baixa tem a função específica de eliminar ruídos e artefatos de movimento de alta frequência. Para isso, utilizou-se um filtro digital passa-baixa FIR devido à resposta de fase linear que este filtro proporciona, minimizando a distorção do sinal. O filtro foi projetado com ordem 40 usando método de janelas no qual foi usada uma janela de *Hamming* com 41 elementos. Adotou-se uma frequência de corte de 3,66 Hz, que equivale à frequência cardíaca de 220 bpm, frequência cardíaca máxima registrada em um indivíduo. O filtro apresentou uma atenuação na frequência de corte em torno de -5 dB e uma atenuação na banda de corte de -60 dB, o que corresponde a atenuar para 0,1 % da amplitude do sinal nesta faixa de frequência. A Figura 29 ilustra a resposta em frequência do filtro com as curvas de magnitude e Fase, onde o ponto marcado corresponde à frequência de corte do filtro.

Figura 29: Resposta de Magnitude e Fase do filtro passa-baixa para o sinal de PPG.



Fonte: O Autor (2018)

3.3.1.2 Filtro Passa-Alta

Neste trabalho, o filtro passa-alta tem a função específica de eliminar o nível DC do sinal, o ruído referente à flutuação da linha de base e os artefatos de movimento de baixa frequência que se encontram fora da banda de interesse do sinal. O projeto de um filtro passa-alta envolve algumas considerações, das quais as mais cruciais são a escolha da frequência de corte do filtro e a característica da resposta de fase.

A frequência de corte F_c deve, obviamente, ser escolhida de modo que a informação clínica no sinal permaneça inalterada, enquanto o máximo possível da flutuação da linha de base, o nível DC e os demais ruídos sejam removidos. Por isso, foi essencial encontrar a componente de frequência mais baixa do espectro do sinal. Em geral, considera-se que a frequência cardíaca mais lenta define este componente de frequência particular. Durante a bradicardia, a frequência cardíaca pode baixar para aproximadamente 40 bpm, implicando que a menor frequência contida no PPG deve ser aproximadamente 0,67 Hz (SÖRNMO & LAGUNA, 2005). Como a frequência cardíaca não é perfeitamente regular, mas flutua sempre de uma batida para outra, foi necessário escolher uma frequência de corte ligeiramente inferior, aproximadamente $F_c \sim 0,50 \text{ Hz}$.

Outra consideração do projeto está relacionada às propriedades da resposta de fase e, conseqüentemente, à escolha da estrutura do filtro. A filtragem de fase linear era altamente desejável para evitar que a distorção de fase altere várias propriedades de onda do sinal de PPG. Se assumirmos que a frequência de corte do filtro é $F_c = 0,5 \text{ Hz}$, e o sinal foi amostrado a uma taxa de $F_s = 125 \text{ Hz}$, a frequência de corte normalizada f_c correspondente torna-se $f_c = F_c/F_s = 0,004$, que estabelece, deste modo, que a filtragem deve ser tratada como um problema de filtragem de banda estreita.

Embora um FIR passa-alta de fase linear possa ser projetado de várias maneiras para resolver o problema de filtragem de banda estreita, o resultado é invariavelmente um filtro de ordem muito elevada. Por outro lado, um filtro IIR atende às especificações de magnitude mais facilmente com uma ordem de filtro muito menor que um filtro FIR. No entanto, essa propriedade é acompanhada por uma resposta de fase não linear que pode ser resolvida com a filtragem *forward/backward* cujo resultado geral é a filtragem com uma função de transferência de fase zero.

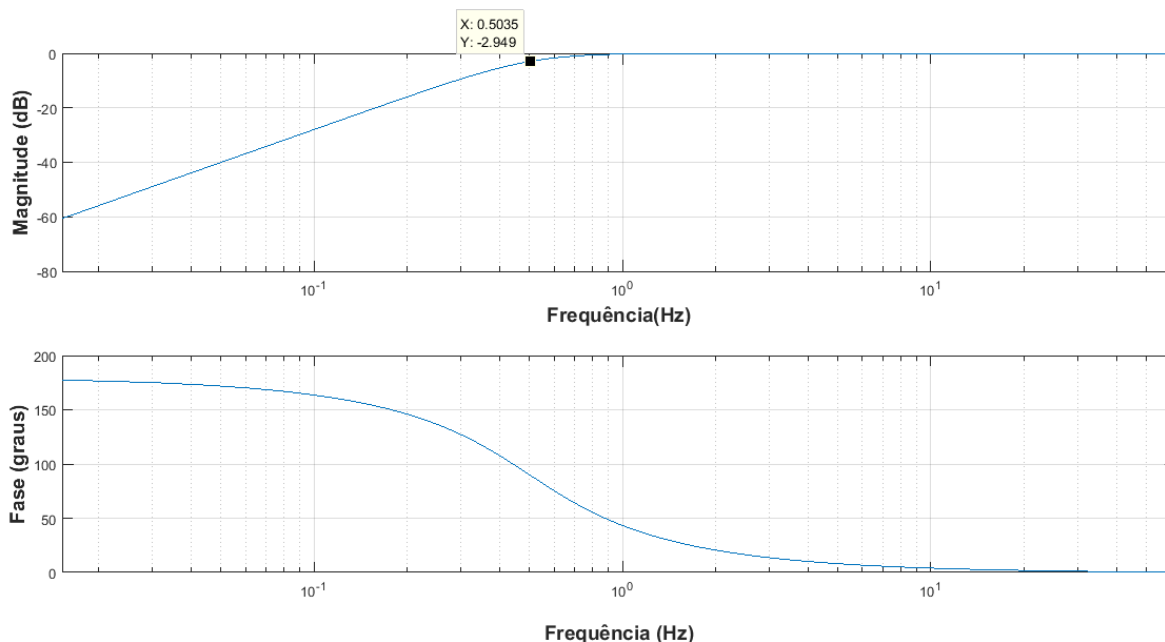
No nosso caso, a filtragem *forward/backward* é adequada ao problema, pois não estamos trabalhando com processamento de sinais em tempo real, mas sim processamento em janelas de tempo que possuem um intervalo de tempo para serem processadas. Com isso, adotamos o projeto de um filtro digital passa-alta IIR *forward/backward* para o bloco Filtro Passa-Alta.

Inicialmente projetamos um filtro digital passa-alta IIR do tipo *Butterworth* de ordem igual a dois e frequência de corte de 0,5 Hz. A função de transferência $H(z)$ obtida no domínio da transformada Z do filtro passa-alta projetado para frequência de amostragem de 125 Hz neste projeto é dada por

$$H(z) = 0,982 \left(\frac{z^2 - 2z + 1}{z^2 - 1,964z + 0,965} \right) \quad (124)$$

A Figura 30 apresenta a resposta de magnitude e fase do filtro passa-alta projetado, enfatizando a frequência de corte adotada e a atenuação resultante. O filtro proporciona uma atenuação de aproximadamente -3 dB na frequência de corte e -60 dB na frequência igual a zero.

Figura 30: Resposta de Magnitude e Fase do filtro passa-alta para o sinal de PPG. Eixo de frequências em escala logarítmica.



Fonte: O Autor (2018)

A função de transferência final do filtro passa-alta IIR *forward/backward* foi obtida conforme o digrama de blocos da Figura 11, considerando $X(z)$ a transformada Z do sinal de entrada de cada estágio do filtro passa alta e $H(z)$ a função de transferência originalmente obtida na equação (124). O efeito geral desse filtro é estabelecido pela determinação da relação de entrada-saída no domínio da frequência. Dessa forma, a ordem do filtro geral é duas vezes a ordem de $H(z)$, que no nosso caso resulta em um filtro de ordem igual a quatro.

3.3.2 Filtros Adaptativos

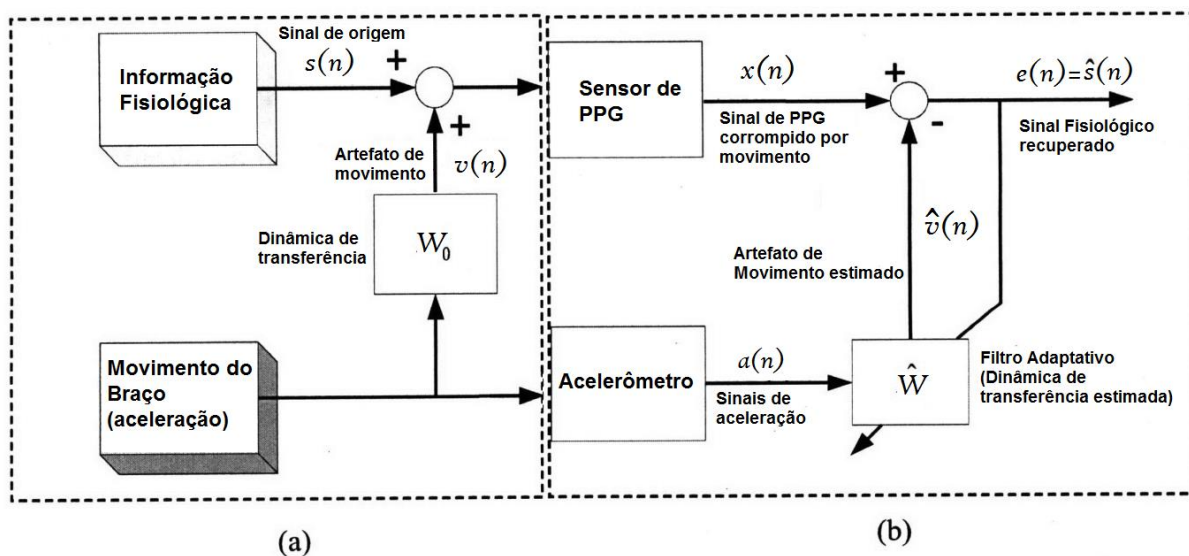
O bloco *Filtros Adaptativos* tem a função principal de remover ou atenuar os artefatos de movimento presentes na banda de frequência cardíaca do sinal de PPG. Sabemos que a presença de artefatos de movimento nos dados de PPG adquiridos tem um papel prejudicial na detecção da frequência cardíaca baseada no PPG, especialmente quando há envolvimento de atividade física significativa durante o registro dos dados de PPG. Por isso, precisamos definir primeiramente o modelo de cancelamento de artefatos de movimento adotado para a solução do problema.

3.3.2.1 Modelo de Cancelamento de Artefatos de Movimento

Um modelo de caixa preta é uma boa representação de como o movimento corrompe o sinal de PPG, pois há muitos fenômenos físicos que levam o movimento a causar o artefato. A ideia é desenvolver o cancelamento de artefatos em sensores de PPG de pulso operando em sistemas computacionais com recursos mais limitados. Por isso, neste trabalho foi adotado o modelo de Cancelamento Adaptativo de Ruído devido a sua simplicidade e linearidade.

Baseado na experimentação, o artefato de movimento real é induzido apenas no sinal de PPG quando o movimento com aceleração ao longo de um eixo de orientação do braço ocorre (WOOD, 2008). Para este fim, a aceleração axial, $a(n)$, pode ser modelada como adicionada, através de algumas dinâmicas de transferência de movimento para artefato, W_0 , à informação fisiológica medida no sensor, $s(n)$, como mostrado na Figura 31. Nesta figura, o modelo foi uniformizado para o tempo discreto na variável n , desconsiderando o processo de amostragem nos sensores. A partir deste modelo, podemos extrair algumas relações no tempo discreto.

Figura 31: Diagrama de blocos do modelo de cancelamento de artefatos de movimento.



Fonte: Adaptado de Wood (2008).

O artefato de movimento real, $v(n)$, é a saída do processo que representa a dinâmica de transferência de movimento, W_0 , ao ser aplicado na sua entrada uma aceleração axial, $a(n)$. A medida do sinal de PPG pelo sensor, $x(n)$, pode ser calculada com

$$x(n) = s(n) + v(n) \quad (125)$$

A estimativa da dinâmica de transferência de movimento pode ser realizada por um sistema adaptativo como um filtro adaptativo. Assim, o artefato de movimento pode ser estimado através de um filtro adaptativo \hat{W} cuja entrada é a aceleração axial, $a(n)$, medida por um acelerômetro. Denominando de $\hat{v}(n)$ a estimativa do artefato de movimento gerada pelo filtro adaptativo, podemos representar o erro de estimativa dos pesos do filtro, $e(n)$, por

$$e(n) = x(n) - \hat{v}(n) \quad (126)$$

Logo, podemos perceber que, na configuração de cancelamento adaptativo de ruído, o erro de estimação corresponde à estimativa do sinal de origem, $\hat{s}(n)$, ou seja,

$$e(n) = s(n) + (v(n) - \hat{v}(n)) = \hat{s}(n), \quad (127)$$

pois a solução do problema passa por estimar o artefato de movimento que corrompe o sinal de PPG, sendo que quanto mais próxima for essa estimativa do artefato de movimento real, melhor será a estimativa do sinal de origem, $\hat{s}(n)$ e melhor será o cancelamento do artefato de movimento real $v(n)$. Este modelo se torna equivalente ao modelo do cancelador adaptativo de ruído se nós considerarmos que o filtro adaptativo em questão é um filtro FIR com estrutura transversal e que a aceleração, $a(n)$, medida pelo acelerômetro, está de alguma forma correlacionada com o artefato de movimento real, $v(n)$, e não correlacionada com o sinal de origem, $s(n)$. Dessa forma, as equações descritas para o cancelador adaptativo de ruído também são válidas para o problema em questão. Conforme foi visto na teoria de filtros adaptativos, o problema de cancelamento adaptativo de ruído se resume a minimizar o erro $e(n)$ com algum algoritmo de adaptação de pesos do filtro.

Diferentes abordagens de como utilizar os sinais de movimento para estimar os artefatos de movimento já foram propostas, incluindo a utilização da média da aceleração nos três eixos ou apenas a aceleração em um eixo principal. Neste trabalho, adotamos a hipótese de Islam et al. (2017), onde foi observado que os três eixos de aceleração estão correlacionados com os artefatos de movimento. Em diferentes instantes de tempo, os três canais do acelerômetro captam diferentes efeitos causados pelos artefatos de movimento que podem ser visíveis nos dados do sinal de PPG. Logo, a fim de extrair informações completas sobre os artefatos de movimento é necessário considerar os três sinais de aceleração. De

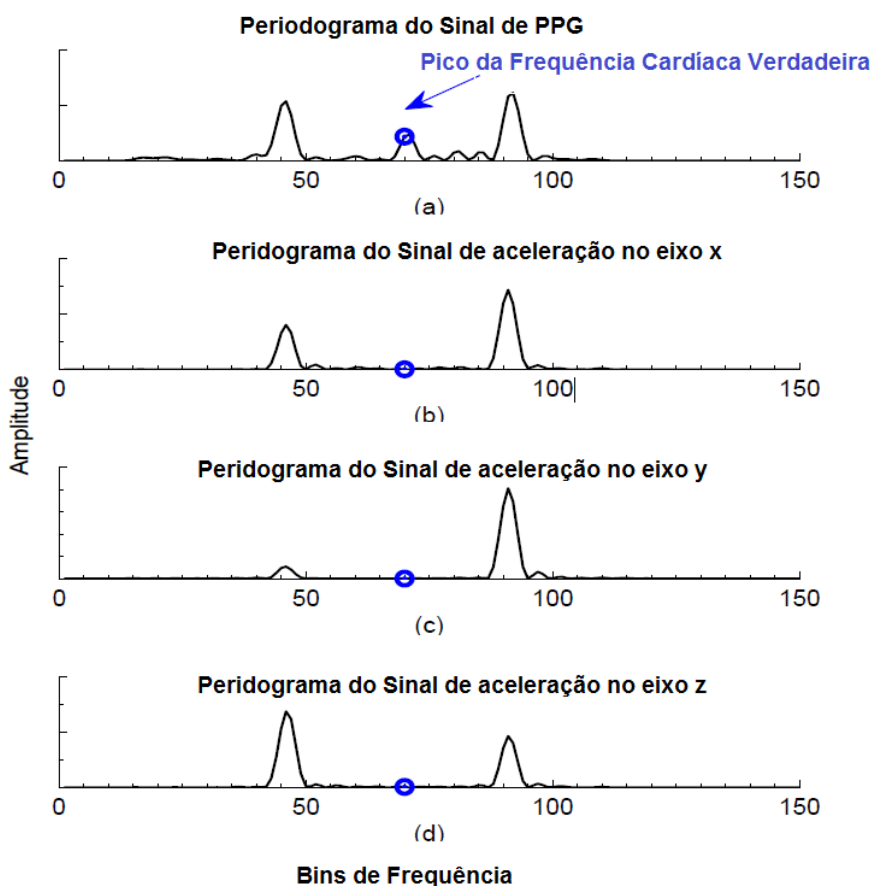
forma simplificada, pode-se representar os artefatos de movimento presentes no sinal PPG em termos da combinação linear dos três componentes de aceleração como

$$v(n) = \alpha_x v_x(n) + \alpha_y v_y(n) + \alpha_z v_z(n) \quad (128)$$

onde $v_x(n)$, $v_y(n)$ e $v_z(n)$ são os componentes dos artefatos de movimento ao longo dos eixos x , y e z e α_x , α_y e α_z são constantes correspondentes da combinação linear. Com isso, pode-se concluir que os dados adquiridos nos três canais diferentes do acelerômetro podem ser aproximados como equivalentes aos componentes dos artefatos de movimento (ISLAM et al., 2017). Por isso, no método proposto neste trabalho serão levados em consideração separadamente os dados do acelerômetro dos três canais.

A Figura 32 demonstra o mapeamento entre os dados do acelerômetro de três eixos (x , y , e z) e os artefatos de movimento presentes nos dados adquiridos de PPG.

Figura 32: a) Periodograma do sinal PPG (b), (c) e (d) representa o periodograma do sinal do acelerômetro no eixo X, Y e Z, respectivamente.



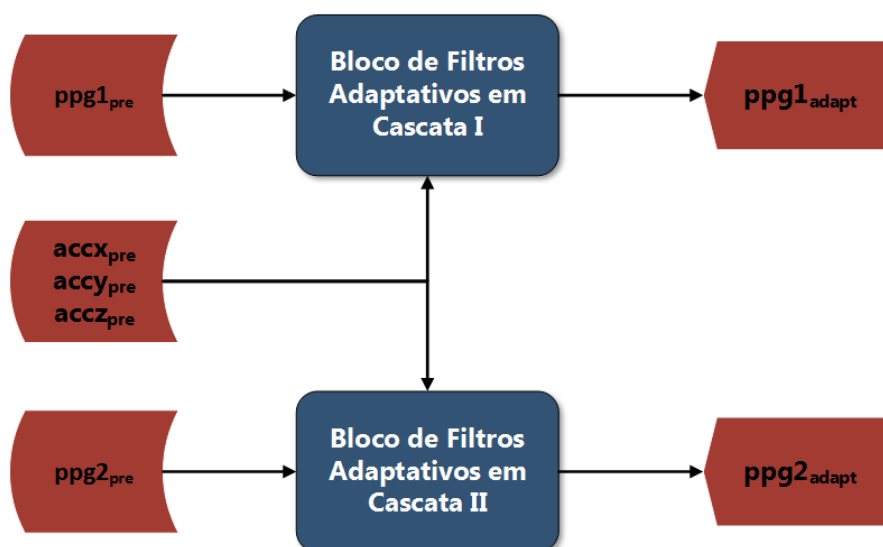
Fonte: Adaptado de Islam (2017).

Na Figura 32 (a), temos o periodograma de uma janela do sinal de PPG onde o valor espectral correspondente ao ritmo cardíaco verdadeiro obtido a partir dos dados do ECG é marcado por um círculo azul. Notamos que além do pico correspondente à frequência cardíaca verdadeira, alguns outros picos causados pelos artefatos de movimento também são claramente visíveis. Na Figura 32(b), Figura 32(c) e Figura 32(d), os periodogramas correspondentes aos três canais do acelerômetro são mostrados, onde se observa que os picos presentes nestas últimas figuras podem ser facilmente relacionados com os picos secundários mostrados na Figura 32 (a).

3.3.2.2 Estrutura dos Filtros Adaptativos

A estrutura proposta para o bloco de Filtros Adaptativos é ilustrada na Figura 33. Nesta figura, os dados referentes aos dois sinais de PPG pré-processados ($ppg1_{pre}$ e $ppg2_{pre}$) servem de entrada a dois blocos compostos de filtros adaptativos em cascata. Além disso, os dados de aceleração nos três eixos pré-processados ($accx_{pre}$, $accy_{pre}$ e $accz_{pre}$) também são entradas comuns a esses dois blocos. Cada um dos blocos gera uma saída que corresponde ao aos dados dos sinais de PPG com os artefatos de movimento removidos. Logo, temos as duas saídas para o bloco de Filtros Adaptativos: $ppg1_{adapt}$ e $ppg2_{adapt}$.

Figura 33: Estrutura Geral do Bloco de *Filtros Adaptativos*.

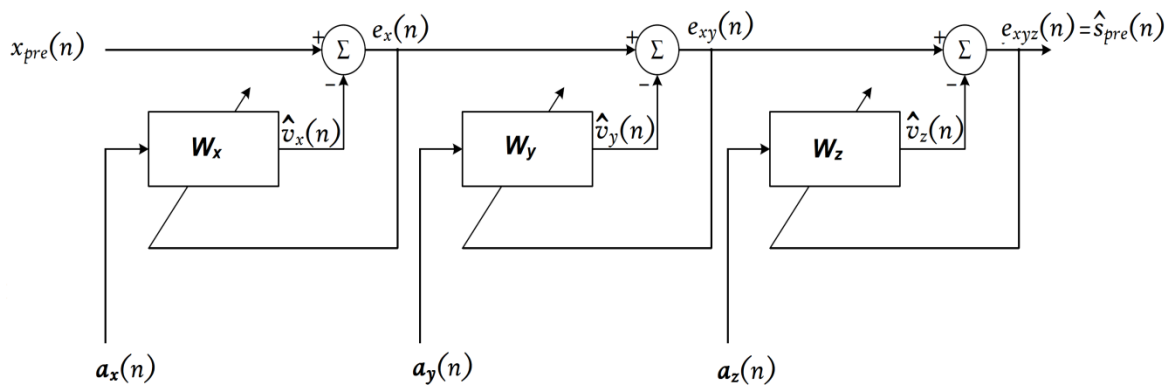


Fonte: O Autor (2018).

Os blocos de Filtros Adaptativos em Cascata são idênticos para os dois sinais de PPG e correspondem a um esquema de filtragem adaptativa em múltiplos estágios, onde a operação de filtragem adaptativa é realizada em três estágios separados considerando os três sinais de aceleração separadamente como referência para cada um dos estágios.

Na Figura 34, ilustramos o diagrama esquemático do bloco de Filtros adaptativos em Cascata I e II proposto. Note que são três filtros adaptativos na configuração de cancelamento adaptativo de ruído associados em cascata. No primeiro estágio, o sinal primário, $x_{pre}(n)$, corresponde aos dados do sinal de PPG pré-processado, ou seja, $\mathbf{ppg1}_{pre}$ ou $\mathbf{ppg2}_{pre}$, conforme o bloco considerado na Figura 33. Como sinal de referência para cada estágio da filtragem adaptativa, os dados do acelerômetro de três canais são usados independentemente de forma que as acelerações $\mathbf{a}_x(n)$, $\mathbf{a}_y(n)$ e $\mathbf{a}_z(n)$ correspondem, respectivamente, às referências no estágio 1, estágio 2 e estágio 3. Aqui, as acelerações $\mathbf{a}_x(n)$, $\mathbf{a}_y(n)$ e $\mathbf{a}_z(n)$ são, respectivamente, as sequências de dados \mathbf{accx}_{pre} , \mathbf{accy}_{pre} e \mathbf{accz}_{pre} .

Figura 34: Diagrama esquemático dos Filtros Adaptativos em cascata.



Fonte: O Autor (2018).

A saída filtrada $e_x(n)$ no estágio 1 é usada como entrada para o próximo estágio e a saída $e_{xy}(n)$ no estágio 2 é usada como entrada para o estágio 3. Finalmente, o estágio 3 produz a saída filtrada $e_{xyz}(n)$ que corresponde a estimativa do sinal fonte de PPG pré-processado, $\hat{s}_{pre}(n)$. Logo, as seguintes equações são válidas para a estrutura da Figura 34:

$$e_x(n) = x_{pre}(n) - \hat{v}_x(n) \quad (129)$$

$$e_{xy}(n) = e_x(n) - \hat{v}_y(n) = x_{pre}(n) - \hat{v}_x(n) - \hat{v}_y(n) \quad (130)$$

$$e_{xyz}(n) = e_{xy}(n) - \hat{v}_z(n) \quad (131)$$

$$e_{xyz}(n) = x_{pre}(n) - \hat{v}_x(n) - \hat{v}_y(n) - \hat{v}_z(n), \quad (132)$$

onde $\hat{v}_x(n)$, $\hat{v}_y(n)$ e $\hat{v}_z(n)$ correspondem às estimativas dos artefatos de movimento geradas, respectivamente, pelas acelerações $\mathbf{a}_x(n)$, $\mathbf{a}_y(n)$ e $\mathbf{a}_z(n)$ por meio dos filtros adaptativos \mathbf{W}_x , \mathbf{W}_y e \mathbf{W}_z . Como

$$x_{pre}(n) = s_{pre}(n) + v(n), \quad (133)$$

$$e_{xyz}(n) = s_{pre}(n) + v(n) - \hat{v}_x(n) - \hat{v}_y(n) - \hat{v}_z(n) \quad (134)$$

e $v(n)$ pode ser descrito como uma combinação linear dos artefatos de movimento ao longo dos eixos conforme a equação (128), então podemos perceber que ao final de cada estágio, cada artefato correspondente ($v_x(n)$, $v_y(n)$ e $v_z(n)$) será removido de modo que a saída do bloco corresponderá à estimativa mais próxima possível do sinal de origem $s_{pre}(n)$, que é livre de artefatos de movimento.

3.3.2.3 Algoritmos Adaptativos

Neste trabalho foram implementados dois algoritmos adaptativos diferentes para realizar o ajuste de pesos dos filtros da Figura 34: o algoritmo NLMS e o algoritmo RLS. O motivo da escolha destes algoritmos foi por serem métodos tradicionais da literatura com bons resultados no cancelamento adaptativo de ruído. Com isso, temos dois métodos para supressão de artefatos que podem ser comparados, a fim de estabelecermos o mais eficiente.

O desempenho destes algoritmos no cancelamento adaptativo de ruído já havia sido avaliado no trabalho de Benetti e Baptista (2018), onde se comparou o algoritmo NLMS com o algoritmo RLS para a redução da interferência da linha de energia em sinais de ECG. A interferência da linha de energia foi modelada utilizando um modelo de interferência que levava em consideração as variações na amplitude, fase e frequência do sinal da rede elétrica bem como a presença de diferentes harmônicos no sinal. Os resultados mostraram que o algoritmo NLMS levava mais tempo para convergir ao menor erro quadrático, mas quando o fazia, atingia um erro menor se comparado com o algoritmo RLS. Além disso, o algoritmo RLS apresentou um custo computacional maior e uma melhoria da relação sinal-ruído inferior

se comparado como algoritmo NLMS. No entanto, a velocidade de convergência e a habilidade de remover harmônicas superiores presentes no sinal foram superiores ao se realizar o ajuste de pesos com o algoritmo RLS, o que evidencia a maior capacidade deste algoritmo ao tratar sinais com variações rápidas em ambientes não estacionários.

Os Algoritmos NLMS e RLS foram codificados conforme as equações apresentadas na Tabela 2 e Tabela 3, seguindo a estrutura de cancelamento adaptativo de ruído com filtros FIR transversais. Os parâmetros ótimos para os algoritmos bem como o parâmetro do tamanho do filtro (vetor de pesos) foram obtidos a partir de observações empíricas do conjunto de treinamento, avaliando o erro absoluto médio, E_1 , diretamente da saída do sistema. Portanto, avaliamos o erro de estimação da frequência cardíaca a partir de hr_{est} , obtido ao final do processamento do Filtro de Kalman. A otimização de parâmetros foi realizada utilizando uma configuração estável do algoritmo geral, pois o objetivo aqui era encontrar os parâmetros que minimizam o erro E_1 . O ajuste destes parâmetros e os valores ótimos adotados são descritos a seguir para cada um dos algoritmos.

3.3.2.4 Ajuste de Parâmetros para o Algoritmo NLMS

Os parâmetros do filtro com o algoritmo NLMS foram ajustado empiricamente atendendo às restrições de convergência impostas pela teoria de filtros baseados no gradiente estocástico. Primeiramente, ajustamos o tamanho do vetor de pesos (número de coeficientes) do filtro para um valor no qual o erro E_1 fosse mais baixo em relação a outros parâmetros testados no conjunto de treinamento. Assim, adotamos inicialmente $M = 64$.

Inicializou-se o vetor de pesos de todos os filtros com zero para a primeira janela de processamento. No entanto, tomamos o cuidado de repassar para cada nova janela de processamento o valor final da estimativa dos pesos do filtro, $\hat{\mathbf{w}}(n)$, referente à janela anterior como forma de garantir uma convergência mais rápida, pois assim, o vetor de pesos já estará adaptado às condições iniciais da próxima janela. Como a estrutura dos filtros adaptativos é idêntica adotamos para os filtros 1, 2 e 3, os seguintes valores iniciais do algoritmo NLMS:

$$\hat{\mathbf{w}}_x(n) = \hat{\mathbf{w}}_y(n) = \hat{\mathbf{w}}_z(n) = \mathbf{0} \quad (135)$$

Adotou-se a constante $\alpha = 0,90$, observando que próximo a unidade, as dificuldades numéricas do algoritmo são mais contornadas. O fator de escala $\tilde{\mu}$ foi escolhido inicialmente como $\tilde{\mu} = 0,01$, observando que $0 < \tilde{\mu} < 2$ e que

$$0 < \mu(n) < \frac{2}{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{a}_{xyz}^T(n) \mathbf{a}_{xyz}(n)} \quad (136)$$

com

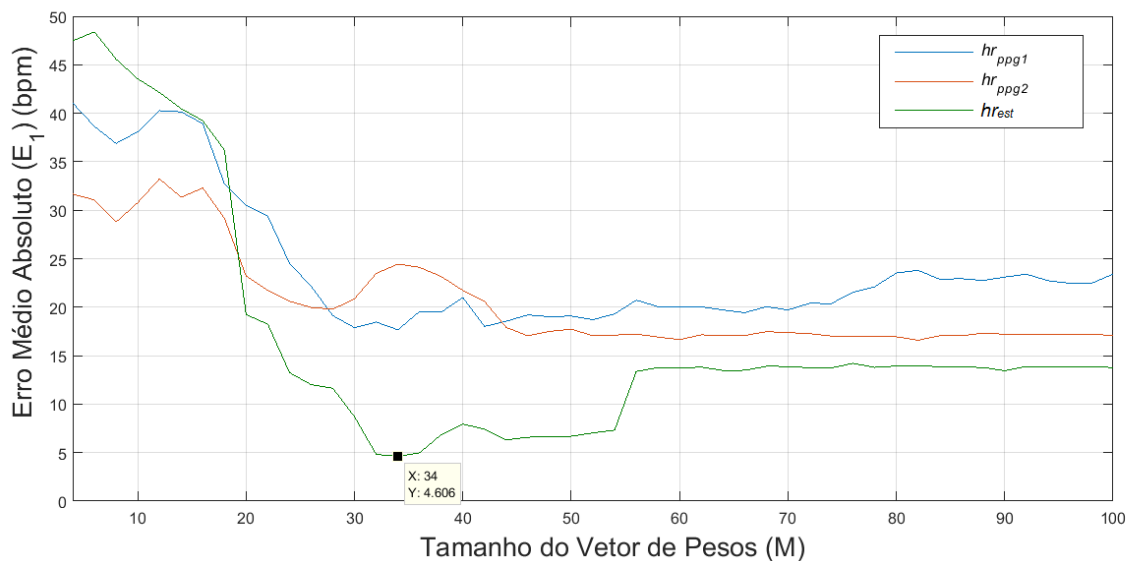
$$\mu(n) = \frac{\tilde{\mu}}{\alpha + \|\mathbf{a}_{xyz}(n)\|^2}, \quad (137)$$

onde $\mathbf{a}_{xyz}(n)$ corresponde ao sinal de entrada de referência em cada filtro, representado aqui genericamente para as três acelerações de entrada $\mathbf{a}_x(n)$, $\mathbf{a}_y(n)$ e $\mathbf{a}_z(n)$.

A otimização do tamanho do vetor de pesos do filtro foi realizada avaliando o erro E_1 para valores de $M = 2, 4, 6, 8, \dots, 100$ iguais cada um dos filtros componentes dos blocos de filtros adaptativos em cascata. A avaliação foi realizada no conjunto de dados de dois experimentos do conjunto de treinamento considerados mais desafiantes do ponto de vista de convergência dos pesos do filtro: o experimento 1 e o experimento 10.

Na Figura 35, temos as curvas de erro médio absoluto para o experimento 10, considerando o erro medido referente à frequência cardíaca de saída, hr_{est} , e às frequências cardíacas estimadas antes da fusão de sinais, hr_{ppg1} e hr_{ppg2} . Note que as curvas tem um comportamento semelhante, o que nos permite observar apenas os dados de frequência cardíaca resultantes da fusão de sinais em hr_{est} .

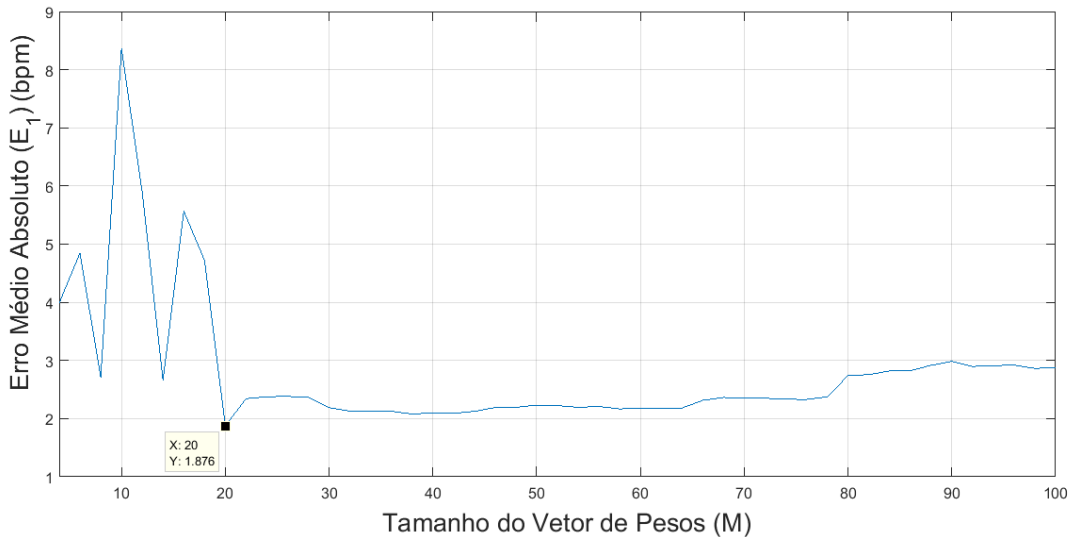
Figura 35: Curvas de erro médio absoluto para o experimento 10 em função do tamanho do filtro NLMS.



Fonte: O Autor (2018).

Na Figura 36, temos a curvas de erro médio absoluto para o experimento 01, considerando apenas o erro medido referente à frequência cardíaca de saída, hr_{est} . O ponto de menor erro em hr_{est} para o experimento 10 foi com $M = 34$, enquanto que para o experimento 1 foi com $M = 20$. Conforme a Figura 35, podemos notar que o erro E_1 aumenta acentuadamente no experimento 10 com $M = 20$ ao passo que o erro se mantém mais ou menos estável com $M = 34$ no experimento 1 (Figura 36). Portanto, visando encontrar o menor erro comum, adotamos $M = 34$ como o tamanho do vetor de pesos para todos os filtros com o algoritmo NLMS.

Figura 36: Curva de erro médio absoluto para o experimento 01 em função do tamanho do filtro NLMS.

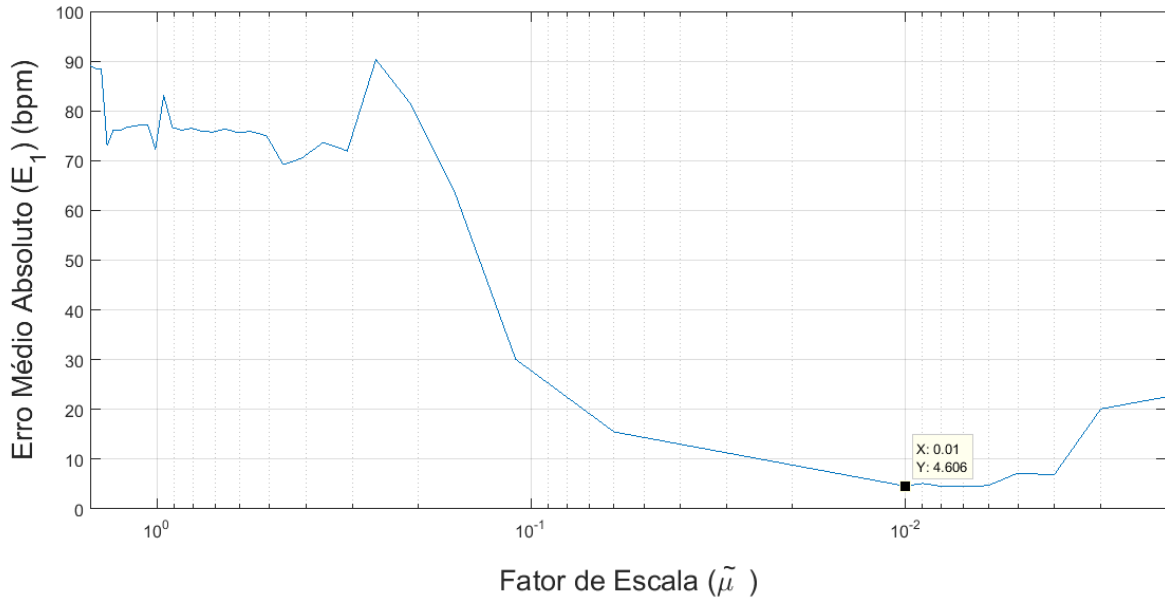


Fonte: O Autor (2018).

Com o tamanho do vetor de pesos ajustado, realizamos o ajuste fino do fator de escala $\tilde{\mu}$. Na Figura 37, mostramos um teste no qual mantivemos $M = 34$ e variamos $\tilde{\mu}$ num intervalo de 1,5 a 0,001, conferindo o erro E_1 na saída de nosso sistema em relação à frequência cardíaca estimada ao final, hr_{est} . Os dados aqui avaliados foram os do experimento 10, que é o com erro mais acentuado de toda base de dados. Conforme a Figura 37, notamos que, o erro E_1 inicia com um valor elevado $\tilde{\mu} = 1,5$ e atinge seu valor mínimo quando $\tilde{\mu} = 0,01$. Além disso, valores menores do que 1,5 para o fator de escala não produzem melhores resultados. Na verdade, o erro E_1 começa a aumentar, provavelmente porque o algoritmo passa a demorar muito tempo para convergir em cada janela, impedindo que os artefatos sejam eliminados a tempo. Logo, um passo de adaptação muito baixo parece não ser adequado para o nosso problema, tendo em vista que trabalhamos com janelas de tempo

sobrepostas. Dessa, o valor ótimo adotado para o fator de escala no algoritmo NLMS foi $\tilde{\mu} = 1,5$.

Figura 37: Curva de erro médio absoluto para o experimento 10 em função do fator de escala do algoritmo NLMS.



Fonte: O Autor (2018).

3.3.2.5 Ajuste de Parâmetros para o Algoritmo RLS

Para o filtro com algoritmo RLS, primeiramente procurou-se um tamanho do vetor de pesos que garantisse um erro médio absoluto aceitável. Testando empiricamente diversos valores, encontrou-se um valor que atendia a um erro E_1 razoavelmente baixo. Utilizando $M = 50$ para todos os filtros, passamos a otimizar os parâmetros do filtro

Inicializou-se o vetor de pesos de todos os filtros com zero para a primeira janela de processamento. No entanto, tomamos o cuidado de repassar para cada nova janela de processamento o valor final do vetor de pesos, $\hat{\mathbf{w}}(n)$, referente à janela anterior como forma de garantir uma convergência mais rápida, pois o vetor de pesos já estará adaptado às condições iniciais da janela em questão.

Para a estimativa da inversa da matriz de correlação, adotamos a inicialização padrão, ou seja, $\mathbf{P}(0) = \delta^{-1}\mathbf{I}$ para a primeira janela de cada um dos filtros, novamente tomando cuidado para repassar para cada nova janela de processamento o valor final de $\mathbf{P}(n)$ referente à janela anterior como forma de garantir uma convergência mais rápida, pois a inversa da matriz de correlação já estará adaptada às condições da janela em questão. O valor adotado

para o parâmetro δ foi obedecendo à relação de que δ deve ser menor que $\sigma_u^2/100$, onde σ_u^2 é a variância da amostra de entrada $u(n)$, que no nosso caso são os sinais de aceleração nos eixos x, y e z. Como a estrutura dos blocos de filtros adaptativos é idêntica, adotamos para os filtros 1, 2 e 3, os seguintes valores iniciais do algoritmo RLS:

$$\hat{\mathbf{w}}_x(n) = \hat{\mathbf{w}}_y(n) = \hat{\mathbf{w}}_z(n) = \mathbf{0} \quad (138)$$

e

$$\mathbf{P}_x(0) = 0,002\sigma_x^2\mathbf{I} \quad (139)$$

$$\mathbf{P}_y(0) = 0,002\sigma_y^2\mathbf{I} \quad (140)$$

$$\mathbf{P}_z(0) = 0,002\sigma_z^2\mathbf{I}, \quad (141)$$

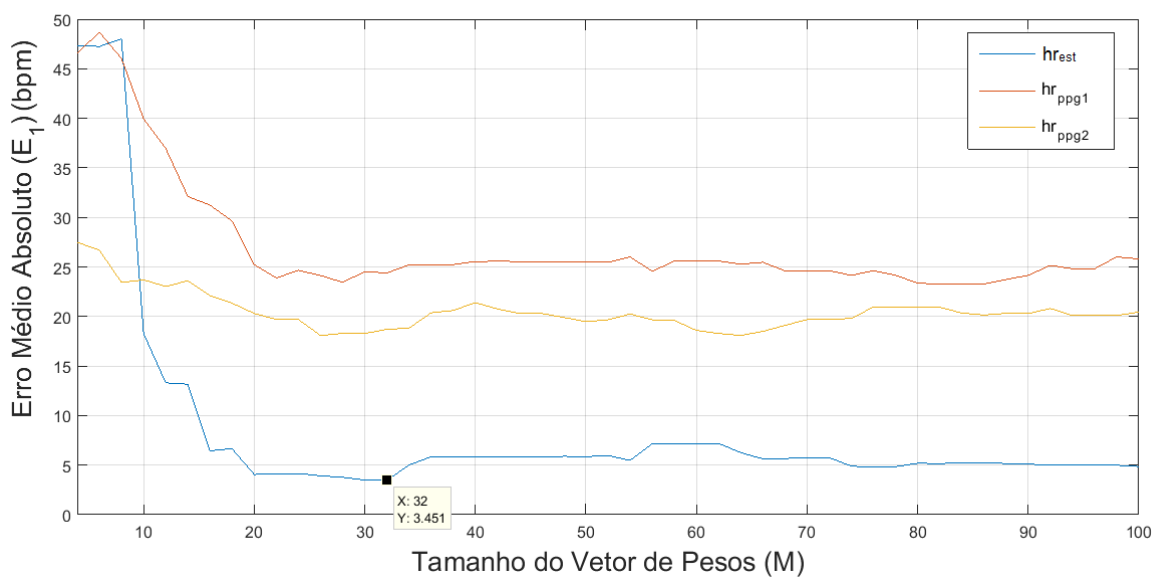
onde σ_x^2 , σ_y^2 e σ_z^2 se refere às respectivas variâncias da primeira janela dos segmentos dos sinais de aceleração nos eixos x, y e z, ou respectivamente, $\mathbf{a}_x(n)$, $\mathbf{a}_y(n)$ e $\mathbf{a}_z(n)$.

Para o ajuste do fator de esquecimento, avaliamos empiricamente alguns valores possíveis para a base do fator de ponderação, λ , utilizando um fator de esquecimento com função exponencial. O valor de λ influencia na convergência e capacidade do filtro de rastrear estatísticas variáveis no tempo e na estabilidade dos coeficientes ou pesos do filtro. Observamos que com $\lambda = 1$, no qual os filtros operam com memória infinita, o algoritmo apresentou um erro E_1 adequado em boa parte dos experimentos. No entanto, os experimentos 01 e 10 apresentaram um erro E_1 consideravelmente maior, provavelmente devido à natureza mais acentuadamente não estacionária destes experimentos, tornando esta opção limitada em relação ao seu uso generalizado. Assim, passamos a observar valores $\lambda < 1$, no qual o filtro utiliza a exponencial de ponderação como fator de esquecimento, sendo mais adequado para sinais com variações rápidas em ambientes não estacionários. Observamos que, quando $\lambda < 0,974$, alguns experimentos levavam o filtro à instabilidade, impossibilitando a convergência do vetor de pesos. Por isso, a partir da avaliação com alguns valores, chegamos a um valor adequado com $\lambda = 0,9999$, no qual o algoritmo apresentou menor erro absoluto médio de forma geral para todo conjunto de treinamento.

A otimização do tamanho do vetor de pesos do filtro foi realizada avaliando o erro E_1 para os valores de $M = 2, 4, 6, 8, \dots, 100$ iguais em cada um dos filtros dos blocos de filtros adaptativos em cascata. A avaliação foi realizada com experimentos mais desafiantes do ponto de vista de convergência dos pesos do filtro: o experimento 1 e o experimento 10. Na

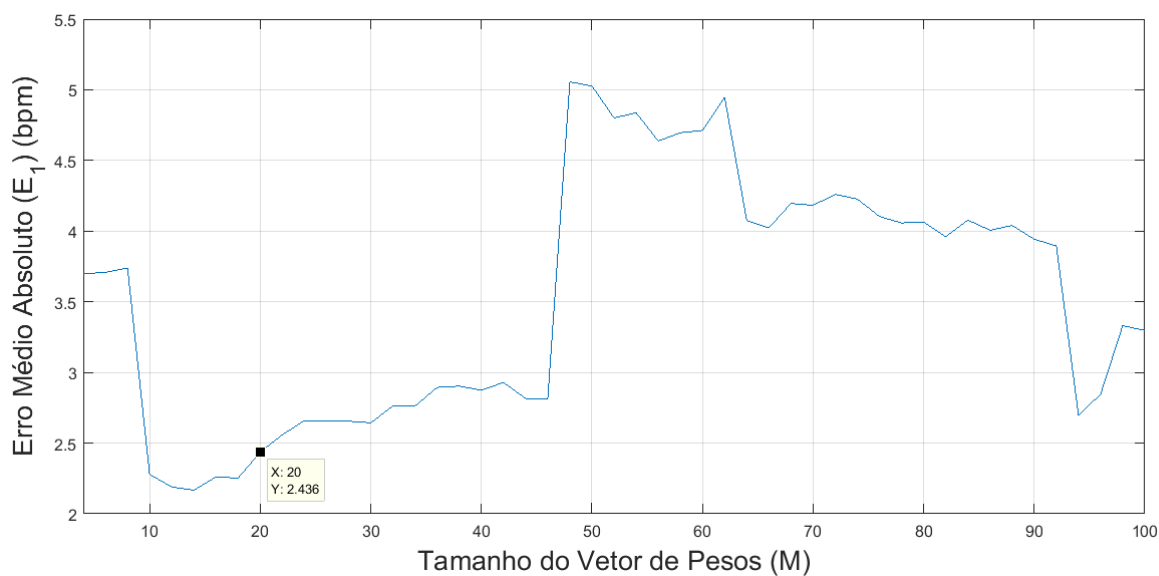
Figura 38, temos as curvas de erro médio absoluto E_1 para o experimento 10, considerando o erro medido referente à frequência cardíaca de saída, hr_{est} , e também os erros em relação às frequências cardíacas estimadas antes da fusão de sinais, hr_{ppg1} e hr_{ppg2} . Note que as curvas tem um comportamento de decrescimento semelhante. Já na Figura 39, temos a curvas de erro médio absoluto E_1 para o experimento 1, considerando apenas o erro medido referente à frequência cardíaca de saída final, hr_{est} .

Figura 38: Curva de erro médio absoluto para o experimento 10 em função do tamanho do filtro RLS.



Fonte: O Autor.

Figura 39: Curva de erro médio absoluto para o experimento 01 em função do tamanho do filtro RLS.



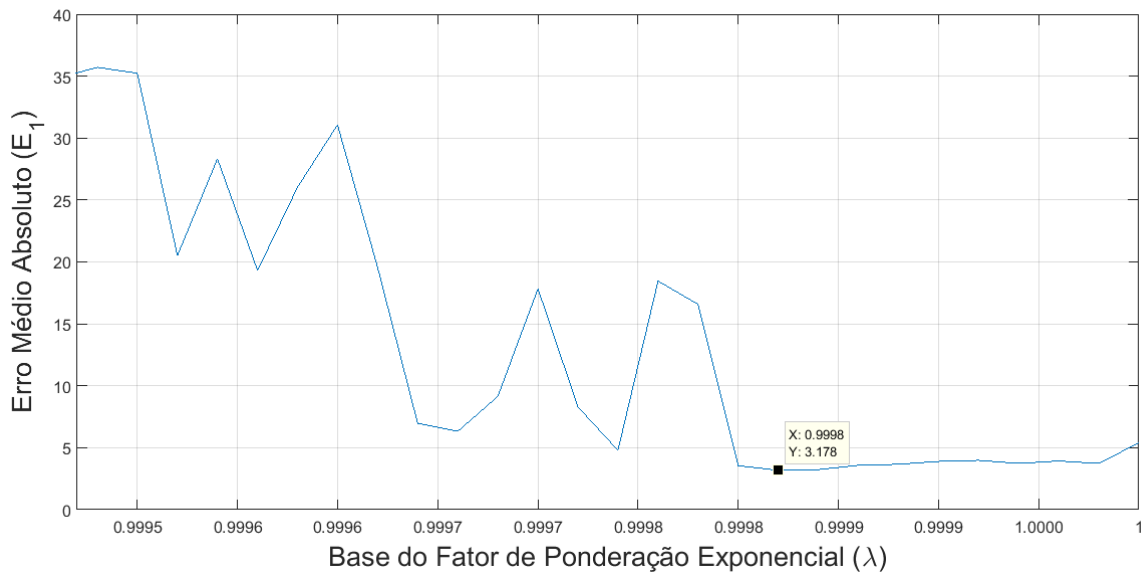
Fonte: O Autor.

Observando a Figura 38, notamos que o ponto de menor erro para o experimento 10 foi com $M = 32$, enquanto que conforme a Figura 39 foi com $M = 14$ para o experimento 01. Conforme a Figura 39, podemos notar que o erro E_1 aumenta acentuadamente no experimento 01 com $M = 32$ ao passo que o erro se mantém mais ou menos estável com $M = 20$ no experimento 10. Portanto, adotamos $M = 20$ como o tamanho do vetor de pesos dos filtros com o algoritmo RLS.

Por fim, realizamos o ajuste fino de λ , fixando $M = 20$ e avaliando o erro E_1 sobre a frequência cardíaca de saída, hr_{est} , à medida que variamos λ no experimento 10. Na Figura 40 temos o comportamento para $0,974 < \lambda \leq 1$. Percebe-se que $\lambda < 0,99980$ apresenta aumento o erro E_1 e uma tendência à instabilidade do erro que irá acabar na instabilidade do algoritmo quando $\lambda < 0,974$. Por questões de escala, os valores menores não estão mostrados no gráfico. Por outro lado, quando $0,99980 \leq \lambda \leq 1$, o algoritmo adaptativo apresenta o menor erro E_1 , tendo seu ponto ótimo de mínimo com $\lambda = 0,99984$, valor que foi adotado neste trabalho para os filtros adaptativos com algoritmo RLS. Portanto, o fator de esquecimento para cada um dos filtros deste trabalho está expresso na equação (142):

$$\beta(n, i) = 0,99984^{n-i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (142)$$

Figura 40: Curva de erro médio absoluto para o experimento 10 em função da base do fator de ponderação no algoritmo RLS.



Fonte: O Autor.

3.3.3 Detecção Espectral de Pico

Quando o artefato de movimento é intenso, extrair a frequência cardíaca no domínio do tempo a partir do sinal de PPG pode ser uma tarefa muito difícil por conta da dificuldade em diferenciar os picos e períodos de onda (ZHANG et al, 2015). Uma abordagem natural é realizar a extração da frequência cardíaca a partir da função de autocorrelação no domínio do tempo já que ela consegue encontrar padrões de repetição num sinal aleatório bem como sua frequência fundamental (LAN, 2011; PARÁK & HAVLÍK, 2011). No entanto, a operação de autocorrelação para sequências longas é computacionalmente custosa e como sabemos que a transformada de Fourier da função de autocorrelação de um sinal aleatório equivale à função de densidade espectral de potência deste sinal, podemos utilizar esta função para obter a frequência cardíaca de um sinal de PPG.

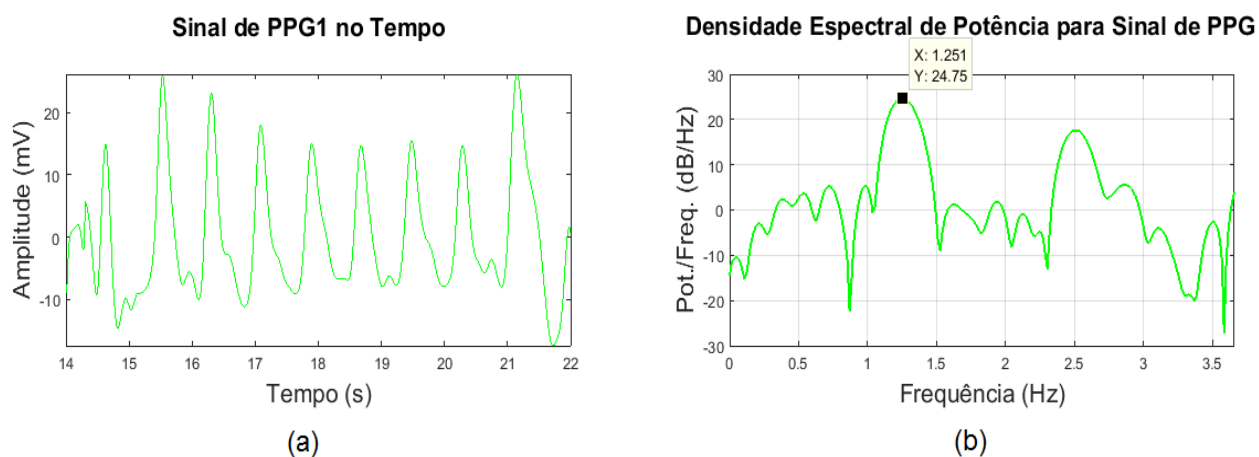
Na literatura, boa parte dos trabalhos utiliza o domínio da frequência para realizar a extração da frequência cardíaca. Schäck et al. (2015) e Galli et al. (2018) realizam a estimação da frequência cardíaca através do periodograma tradicional com a transformada de Fourier. Zhang et al (2015) propõem um método denominado de Reconstrução do Sinal Esparsos ou SSR (do inglês *Sparse Signal Reconstruction*) através de uma estimação de um espectro esparsos de alta resolução. O SSR é vantajoso por realmente aumentar a resolução do espectro e permitir separar componentes de frequência muito próximos. No entanto, é um método muito custoso computacionalmente, que dificulta que o algoritmo atenda aos requisitos propostos.

O algoritmo proposto para o bloco *Detecção Espectral de Pico* é um algoritmo de busca simples no domínio da frequência que recebe como entrada dois conjuntos de dados de sinais de PPG idealmente livres de ruídos e artefatos de movimento, $\text{ppg1}_{\text{adapt}}$ ou $\text{ppg2}_{\text{adapt}}$, e retorna a frequência cardíaca dominante em cada um dos sinais: hr_{ppg1} e hr_{ppg2} . Na Figura 41(a) temos uma janela de tempo de 14 - 22 s de dados do sinal de PPG1 no experimento realizado para o indivíduo 1, enquanto na Figura 41(b) temos a densidade espectral de potência estimada para esta mesma janela de tempo. Os dados desta janela de tempo foram previamente filtrados de ruídos e artefatos. Esta figura serve como referência para detalharmos o algoritmo de estimação da frequência cardíaca. Sabemos que a frequência cardíaca do sinal de PPG corresponde ao pico dominante do espectro no intervalo da banda de frequência cardíaca, isto é, 0,5 a 3,50 Hz (30 bpm a 210 bpm). O algoritmo busca dentro desta faixa de frequência o pico da harmônica de maior amplitude. A frequência relativa a este pico

é a frequência dominante e a frequência que determina a frequência cardíaca. No exemplo da Figura 41(b), temos que o pico identificado se encontra na frequência 1,251 Hz que corresponde a $60 \times 1,251 = 75,1$ bpm, o valor final estimado pelo algoritmo para a frequência cardíaca hr_{ppg1} .

O processo de estimação do espectro de frequências foi escolhido com base na redução do custo computacional. Por isso, optou-se por usar métodos não paramétricos clássicos de estimação da densidade espectral de potência. Consideramos inicialmente que o periodograma de *Welch* seria uma boa opção, pois o método fornece teoricamente uma redução na variância da estimativa da densidade espectral de potência ao se dividir a janela em segmentos com sobreposição. No entanto, testes mostraram que a melhor configuração para o periodograma de *Welch* foi utilizando uma janela de *Hanning* com tamanho de segmento 1000 elementos (máximo) e sem sobreposição. Essa configuração é praticamente equivalente ao Periodograma tradicional com janelamento do sinal de entrada em uma mesma janela de *Hanning*. De fato, os dois resultados coincidem na prática com ambos resultando num erro de estimação da frequência cardíaca muito similar.

Figura 41: (a) Segmento do sinal de PPG1/Experimento 01 de 14 – 22 s
(b) Densidade Espectral de Potência de um sinal de PPG livre de artefatos e ruídos.



Fonte: O Autor

Segundo a teoria, o periodograma de *Welch* resulta numa estimativa da densidade espectral de potência com menor variância. No entanto, o processo de divisão das janelas em segmentos diminui a resolução de frequência do espectro estimado. Aqui neste problema, a resolução de frequência é um fator crucial, pois permite distinguir entre diferentes frequências no espectro. Por isso, o Periodograma tradicional se mostrou mais adequado ao nosso problema até porque o processo de estimação como um todo já se baseia no janelamento com

sobreposição, que tem um efeito de filtro passa baixa no processo. Logo, inserindo mais um método que remete a um filtro passa-baixa, teríamos uma perda na capacidade de distinguir diferentes frequências à medida que aumentamos a segmentação da janela.

Procuramos atingir uma resolução da frequência cardíaca menor que um batimento por minuto (1 bpm) no domínio da frequência. Isso significa que de acordo com a equação (118), precisamos detectar um deslocamento mínimo de frequência menor que $\frac{1}{60}$ Hz, o que para nossa frequência de amostragem de 125 Hz, equivale a ter uma janela de dados de 7500 amostras. Como não temos tal tamanho de janela, realizamos um preenchimento da janela com zeros antes do cálculo da FFT. O preenchimento com zeros permite obter um passo de grade refinado com sequências de dados muito mais curtas. No entanto, enquanto o passo da grade de frequências é o recíproco do comprimento da sequência adicionado de zeros, a resolução de frequência é inversamente proporcional ao comprimento da sequência de amostra real (mais curta). Isso coloca um limite na capacidade de resolver componentes de frequência diferentes, mas estreitamente espaçados.

Dessa forma, adotou-se neste trabalho o periodograma com a FFT para realizar a estimação da densidade espectral de potência. Os dados de entrada são primeiramente multiplicados ponto a ponto por uma janela de *Hanning* de tamanho igual a 1000, ou seja, igual ao comprimento da sequência de dados. Este procedimento é denominado de janelamento e visa evitar o vazamento de espectro.

Logo após o janelamento, é realizado um preenchimento com zeros de modo que a sequência final se torne de tamanho igual ao número de amostras desejado no espectro, ou seja, $2^{13} = 8192$ amostras, que corresponde a uma resolução de frequência de 0,92 bpm. Posteriormente, é calculada a FFT da sequência de dados e seu espectro de magnitude é obtido. Através do espectro de magnitude, o periodograma é estimado pela equação (26).

Por fim, o algoritmo busca o pico de maior amplitude na faixa de frequência de 0,5 a 3,50 Hz. A frequência deste pico corresponde à frequência cardíaca desta sequência de dados, que multiplicada pelo fator 60 nos dá o resultado em batimentos por minuto.

3.3.4 Fator de Qualidade

O bloco *Fator de Qualidade* atua como coadjuvante no processo de estimação do estado real da frequência cardíaca, que será realizado pelo filtro de *Kalman*. Neste bloco, um algoritmo avalia a qualidade dos dados de sinais de PPG na saída dos filtros adaptativos,

$ppg1_{adapt}$ e $ppg2_{adapt}$, e a qualidade das frequências cardíacas, hr_{ppg1} e hr_{ppg2} , obtendo um Índice de Qualidade de Sinal ou SQI (do inglês, *Signal Quality Index*), que tem a função de adaptar a variância do ruído de medição no modelo do filtro de *Kalman* aos diferentes experimentos da base de dados, portanto, aos diferentes cenários de aquisição de sinal e geração de artefatos de movimento.

A ideia do uso de um fator de qualidade foi baseada no trabalho de Li, Mark e Clifford (2007). No entanto, adotamos métodos específicos para o nosso trabalho, pois o estudo citado foi realizado para sinais de ECG. O trabalho de Elgendi (2016) elucida diversos pontos sobre a obtenção de índices de qualidade ótimos em sinais de PPG. O autor avaliou diversos índices, dentro os quais realizaremos a avaliação da qualidade do sinal de PPG combinando três métodos de análise: (1) avaliação da curtose (aleatoriedade) de um segmento de PPG; (2) avaliação da assimetria de um segmento de PPG; e (3) calculando a proporção da distribuição espectral de um determinado segmento de PPG que se encontra dentro de uma determinada banda de frequência.

3.3.4.1 Curtose do Sinal de PPG

Segundo o teorema do limite central, sabemos que processos aleatórios não correlacionados, tendem a ter distribuições gaussianas (SHANMUGAN & BREIPOHL, 1988). Uma medida simples de como um sinal gaussiano parece se parecer é a curtose, o quarto momento padronizado de uma distribuição, que mede o pico relativo de uma distribuição em relação a uma distribuição gaussiana (ELGENDI, 2016). A curtose, K , de um sinal x com média μ_x e desvio padrão σ é definida como

$$K = \frac{E[(x - \mu_x)^4]}{\sigma^4} \quad (143)$$

Para fins práticos, a estimativa empírica da curtose, de um sinal discreto $x(n)$ é dada por

$$\hat{K} = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \left[\frac{x(n) - \hat{\mu}_x}{\hat{\sigma}} \right]^4, \quad (144)$$

onde $\hat{\mu}$ e $\hat{\sigma}$ são a estimativa empírica da média e do desvio padrão de $x(n)$, respectivamente, e M é o número de amostras no conjunto de dados. A curtose de uma distribuição gaussiana é

igual a 3, enquanto que um sinal de ECG sem ruído geralmente tem uma curtose maior que 5. Elgendi (2016) avaliou a curtose de sinais de PPG e encontrou um valor normalmente maior do que 5 para sinais de qualidade excelente. Portanto, no nosso método adotado, a curtose $\widehat{K}_i(k)$ de um segmento de PPG i foi calculada para uma janela de tempo k . Assim, o SQI baseado em curtose ($kSQI$) adotado neste trabalho foi definido pela função

$$kSQI_i(k) = \begin{cases} 1, & \widehat{K}_i(k) \geq 5 \\ 0, & \widehat{K}_i(k) < 5 \end{cases} \quad (145)$$

onde $i = 1,2$ corresponde ao número do sinal de PPG considerado e k corresponde ao número da janela processada. Segmentos que tem poucas componentes de frequência (menos harmônicas de ruído) resultam em distribuições de frequência mais pontiagudas e altos valores de curtose. Por outro lado, segmentos de sinal corrompidos por artefatos ou ruídos tem mais componentes de frequência e menores valores de curtose.

3.3.4.2 Assimetria do Sinal de PPG

A assimetria ou obliquidade de um sinal está associada com sinais de PPG corrompidos (ELGENDI, 2016). A obliquidade é uma medida da simetria (ou a falta dela) de uma distribuição de probabilidade, pode ser estimada como

$$\widehat{\gamma} = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \left[\frac{x(n) - \widehat{\mu}_x}{\widehat{\sigma}} \right]^3, \quad (146)$$

onde $\widehat{\mu}$ e $\widehat{\sigma}$ são a estimativa empírica da média e do desvio padrão de $x(n)$, respectivamente, e M é o número de amostras no conjunto de dados. Elgendi (2016) constatou que sinais de boa qualidade possuem assimetria positiva. Especificamente neste trabalho, o SQI baseado em assimetria (γSQI) foi definido pela função

$$\gamma SQI_i(k) = \begin{cases} 1, & \widehat{\gamma}_i(k) > 0 \\ 0, & \widehat{\gamma}_i(k) \leq 0 \end{cases} \quad (147)$$

onde $i = 1,2$ corresponde ao número do sinal de PPG considerado e k corresponde ao número da janela processada.

3.3.4.3 Razão de Distribuição Espectral do Sinal de PPG

Como a energia da frequência cardíaca do sinal de PPG está concentrada principalmente em uma faixa de frequências de 1 a 3Hz (60 bpm a 180 bpm), centrada em torno de 2,00 Hz, a relação da PSD nesta banda comparada com a PSD no sinal geral fornece uma medida da qualidade do sinal (ELGENDI, 2016). A razão de distribuição espectral ou SDR (do inglês *Signal Distribution Ratio*) de um segmento de PPG foi definida como a relação da soma da potência, $P(k)$, do sinal de PPG entre frequências, f , de 1 Hz e 3 Hz à potência entre 0 Hz e 8 Hz (banda útil do sinal de PPG) como segue

$$SDR_i(k) = \frac{\int_{f=1}^{f=3,3} P(k)df}{\int_{f=0}^{f=8} P(k)df}, \quad (148)$$

onde $i = 1,2$ corresponde ao número do sinal de PPG considerado. Quando o SDR é baixo, a contaminação por ruído de alta frequência e artefatos de movimento no PPG é provável. Valores acima de um limiar de SDR indicam boa qualidade de PPG. Assim, o índice de qualidade do sinal de distribuição espectral ($sSQI$) foi definido como

$$sSQI(k) = \begin{cases} 1, & SDR(k) \geq 0,70 \\ 0, & SDR(k) < 0,70 \end{cases} \quad (149)$$

Estes limiares foram determinados empiricamente através de observações repetidas e podem ser ajustados ligeiramente com pouco efeito.

3.3.4.4 Índice de Qualidade do Sinal para Sinais de PPG

O índice de qualidade de sinal de PPG (SQI_i) para cada sinal de PPG i é derivado da combinação das três métricas de SQI detalhadas anteriormente e foi definido para cada janela k como a função

$$SQI_i(k) = \begin{cases} FSQ_i(k), & \text{se } \gamma SQI_i(k) = 0 \text{ e } (kSQI_i(k) = 0 \text{ ou } sSQI_i(k) = 0), \\ 1, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (150)$$

com $SQI_{min} \leq SQI_i(k) \leq 1$. Aqui SQI_{min} é uma constante que corresponde a um índice de qualidade mínimo do sistema, que será definido nos ajustes de parâmetros do filtro de *Kalman*. No limite em que $SQI = 1,00$, temos um sinal de ótima qualidade, enquanto que no limite em que $SQI = SQI_{min}$, temos um sinal com pior qualidade. A função $FSQ_i(k)$ da equação (150) retorna o índice de qualidade do sinal e é dada pela equação

$$FSQ_i(k) = \sqrt{\frac{1}{1 + \ln \left[\frac{|hr_{ppgi}(k) - hr_o(k)| + R_o}{R_o} \right]}} \quad (151)$$

onde R_o representa a covariância (ou variância) do ruído de medição inicial para o processo de evolução da frequência cardíaca, $hr_{ppgi}(k)$ representa a frequência cardíaca na janela k para o sinal de PGG de entrada i e $hr_o(k)$ representa a frequência cardíaca de origem. O valor de R_o depende do projeto do filtro de *Kalman* que será visto mais adiante na sessão de ajustes de parâmetros, enquanto que $hr_o(k)$ é determinada através de um algoritmo que avalia as métricas $sSQI$, $kSQI$ e γSQI e através dessa avaliação determina qual das duas frequências cardíacas tem melhor qualidade. Este algoritmo compara os valores das métricas de SQI , verifica qual das frequências de entrada tem as maiores métricas e estabelece, a partir disso, a frequência cardíaca de origem $hr_o(k)$

Conforme veremos na sessão relativa ao ajuste de parâmetros do filtro de *Kalman*, o parâmetro SQI entra na definição do cálculo da covariância do ruído de medição R , dada pela equação

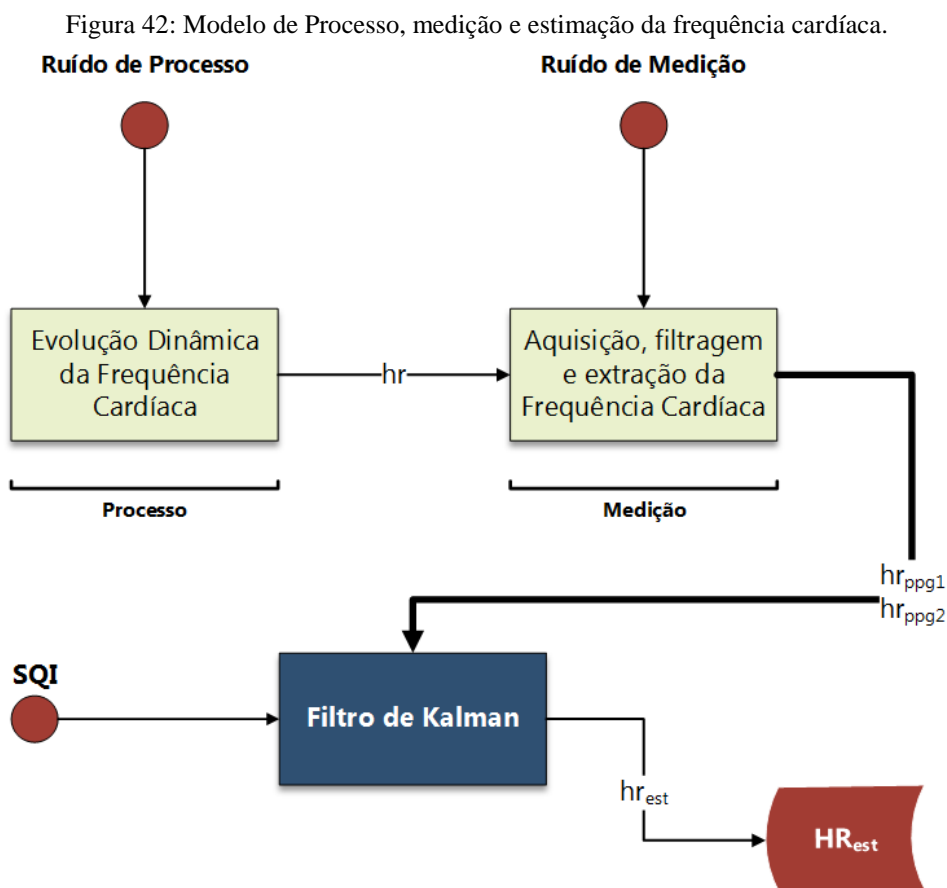
$$R = R_o e^{\left(\frac{1}{SQI^2} - 1\right)} \quad (152)$$

A função (150) define dois valores para SQI na configuração deste trabalho: SQI_1 e SQI_2 . A lógica desta função é baseada no seguinte raciocínio: se $sSQI$, $kSQI$ e γSQI indicam um sinal de PPG de boa qualidade, então verificamos a condição lógica que é satisfeita somente caso o índice γSQI indique má qualidade do sinal ao mesmo tempo em que os índices $sSQI$ ou $kSQI$ indiquem má qualidade do sinal. Caso essa condição seja satisfeita, usamos a equação (151) para atribuir um valor gradativamente menor do que um ao índice SQI à medida que $hr_{ppgi}(k)$ se distanciar mais de $hr_o(k)$. Quanto menor SQI , maior será a variância do ruído de medição pela equação (152). Na prática, o algoritmo ainda aplica um limiar mínimo à SQI definido pelo valor de SQI_{min} .

3.3.5 Filtro de Kalman

3.3.5.1 Formulação do Problema de Estimativa da Frequência Cardíaca

Veremos aqui nesta sessão as hipóteses consideradas para o problema de estimar a frequência cardíaca a partir de sinais de PPG, bem como a justificativa de uso do Filtro de Kalman na solução do problema. A frequência cardíaca em humanos pode ser representada por um processo fisiológico que determina a sua evolução dinâmica ao longo do tempo (TARASSENKO & TOWNSEND, 2002) Se nós considerarmos a frequência cardíaca, hr , como um estado deste processo, então o processo pode ser representado por um modelo matemático, que descreve o comportamento do estado “frequência cardíaca” no tempo, conforme a Figura 42. Um “ruído de processo” deve ser adicionado ao modelo para descrever a incerteza inerente ao estado da frequência cardíaca e também o nível de confiança no modelo matemático adotado.



Fonte: O Autor.

Adicionalmente, podemos desenvolver um modelo de como realizarmos a medição da frequência cardíaca, hr , que também está sujeita a um determinado “ruído de medição”

relativo ao nível de confiança e incerteza em relação aos sensores e ao processo de aquisição, filtragem e extração da frequência cardíaca a partir de sinais de PPG. A representação deste modelo ilustrada na Figura 42 representa uma visão alternativa do diagrama de blocos da Figura 28 e ilustra a relação do Filtro de *Kalman* com o processo e a medição da frequência cardíaca. Aqui, o bloco de medição corresponde às etapas realizadas pelos blocos Filtros Passa-Banda, Filtros Adaptativos e Detecção Espectral de Pico, além da etapa de aquisição e condicionamento do sinal, já incluída na base de dados utilizada neste trabalho.

O bloco *Filtro de Kalman* tem a função de estimar a frequência cardíaca hr_{est} , a partir de duas medições imprecisas realizadas pelo bloco de medição, hr_{ppg1} e hr_{ppg2} , de modo que hr_{est} se aproxime com o menor erro possível de hr . Além das duas medições, o bloco conta com um parâmetro **SQI** que mede o índice de qualidade de cada um dos dois sinais de PPG e fornece um fator para que o filtro se adapte a diferentes conjuntos de dados. A imprecisão das medidas, hr_{ppg1} e hr_{ppg2} , pode ocorrer por diversos fatores:

(a) O bloco de Detecção Espectral de Pico pode não conseguir encontrar os picos corretos que correspondem às harmônicas de frequência cardíaca por conta de limitação na resolução de frequência, dada pela quantidade de dados amostrados e pela própria limitação do método de estimação espectral;

(b) O bloco de Filtros Adaptativos pode não conseguir remover artefatos de movimento em determinadas janelas de tempo por limitação do modelo de filtragem adaptativa utilizado, que é baseado na hipótese de filtragem linear;

(c) O bloco de Filtros Passa-Banda pode não eliminar completamente outros artefatos desconhecidos ou não tratados fora da banda de frequência do sinal, assim como podem existir artefatos novos dentro da banda de frequência cardíaca;

(d) O processo de aquisição do sinal pode falhar por diversos motivos: sensores podem estar demasiadamente afastados da pele do usuário, resultando em um sinal adquirido sem informação relevante; o excesso ou a falta de iluminação do ambiente pode interferir na resposta de reflexão da pele, produzindo sinais de baixa relação sinal-ruído e; diferentes condições fisiológicas transitórias podem interferir na frequência do pulso arterial, tornando-o discrepante em relação à frequência cardíaca.

Diante destes fatores, percebemos que o filtro de *Kalman* é um método muito adequado ao problema, pois ele pode assumir a sua função de filtragem, realizando a correção da frequência cardíaca bem como a função de predição, propagando a frequência cardíaca a partir do modelo matemático no espaço de estados, de modo a minimizar o erro de estimativa da frequência cardíaca.

3.3.5.2 Modelo no Espaço de Estados e Equações do Filtro de Kalman

Neste trabalho, modelamos a evolução da frequência cardíaca humana por um modelo discreto baseado no processo de tempo discreto *random walk adicionado de ruído* proposto por Tarassenko e Townsend (2002). Assim, temos as equações no espaço de estados para a frequência cardíaca modelada por um processo *random walk adicionado de ruído*

$$x(k) = x(k - 1) + \omega(k - 1) \quad (153)$$

$$y(k) = x(k) + v(k), \quad (154)$$

onde $x(k)$ representa o estado da frequência cardíaca na k -ésima janela de tempo e $\omega(k)$ representa o ruído de processo dado por um processo aleatório de ruído branco com média zero e variância σ_ω^2 , ou seja, $\omega(k) \sim N(0, \sigma_\omega^2)$. A equação (153) é a equação de processo, representando um modelo sensível o bastante para representar as mudanças relacionadas com a intensidade de exercício físico, mas exclui variações repentinas não realistas. A equação (154) é a equação de medição com $y(k)$ representando o valor de frequência cardíaca medido na janela k e $v(k)$ representa o ruído de medição dado por um processo aleatório de ruído branco com média zero e variância σ_v^2 , ou seja, $v(k) \sim N(0, \sigma_v^2)$. Note que $k = 2n$ com n correspondendo a intervalos de tempo regulares de um segundo, pois em nosso modelo atualizamos a frequência cardíaca a cada 2 s em cada deslocamento de janela.

A partir deste modelo simples no espaço de estados, podemos derivar as equações do filtro de *Kalman*. Pelas equações de estado, sabemos que o sistema possui um estado e que

$$\mathbf{F}(k) = [1] \quad (155)$$

$$\mathbf{H}(k) = [1] \quad (156)$$

$$\mathbf{Q}(k) = [\sigma_\omega^2] = Q \quad (157)$$

$$\mathbf{R}(k) = [\sigma_v^2] = R \quad (158)$$

Aqui, Q e R são, respectivamente, as matrizes de covariância do ruído do processo e do ruído de medição, reduzidas às variâncias, σ_ω^2 e σ_v^2 . Logo, as equações se reduzem ao caso do filtro de *Kalman* escalar. Além disso, para facilitar o uso da nomenclatura utilizada nas equações do filtro de *Kalman* daqui para frente, consideraremos que numa janela k dadas às medições $y_i(k)$ com $i = 1, 2$ sendo o número do sensor de PPG:

$$y_1(k) \equiv hr_{ppg1} \quad (159)$$

$$y_2(k) \equiv hr_{ppg2} \quad (160)$$

$$\hat{x}(k) \equiv hr_{est} \quad (161)$$

Dessa forma, consideramos que as frequências cardíacas extraídas em cada janela hr_{ppg1} e hr_{ppg2} são equivalentes a $y_1(k)$ e $y_2(k)$ e a estimativa da frequência cardíaca hr_{est} é equivalente a $\hat{x}(k)$, sendo $x(k)$ representa o estado da frequência cardíaca na k -ésima janela de tempo. O conjunto completo de equações do Filtro de *Kalman* aplicado ao modelo deste trabalho pode ser obtido pela Tabela 4 e está resumido na Tabela 5.

Tabela 5: Equações do Filtro de *Kalman* para Estimativa da Frequência Cardíaca.

Inicialização: Para $k = 0$, faça:

$$\hat{x}(0) = E[x_0]$$

$$P(0) = cov[x_0]$$

Computação: Para $k = 1, 2, 3, \dots$, calcule:

Predição do estado (propagação):

$$\hat{x}^-(k) = \hat{x}(k - 1)$$

Propagação da Matriz de Covariância do Erro:

$$P^-(k) = P(k - 1) + Q$$

Inovação:

$$\alpha(k) = y(k) - \hat{x}^-(k)$$

Variância da Inovação:

$$S(k) = P^-(k) + R$$

Ganho de *Kalman*

$$G(k) = \frac{P^-(k)}{S(k)}$$

Correção do Estado Estimado

$$\hat{x}(k) = \hat{x}^-(k) + G(k)\alpha(k)$$

Correção da Covariância do Erro

$$P(k) = P^-(k) - G(k)P^-(k)$$

$$\begin{aligned}y_1(k) &= hr_{ppg1} \\y_2(k) &= hr_{ppg2} \\ \hat{x}(k) &= hr_{est}\end{aligned}$$

3.3.5.3 Algoritmo de Processamento do Filtro de Kalman e Heurísticas

O princípio de operação do filtro de *Kalman* foi baseado nas equações derivadas do modelo, apresentadas na Tabela 5. No entanto, algumas heurísticas inspiradas no trabalho de Galli et al. (2015) e outras desenvolvidas foram adicionadas ao algoritmo como forma de melhorar a estimativa da frequência cardíaca. As heurísticas tratam de um conhecimento obtido dos sinais em tempo real durante a execução do algoritmo além do conhecimento do índice de qualidade do sinal, **SQI**, determinado anteriormente. Além disso, as heurísticas garantem uma melhor fusão das duas frequências cardíacas medidas, $y_1(k)$ e $y_2(k)$, a cada iteração do algoritmo, fornecendo uma estimativa precisa do valor real da frequência cardíaca, $\hat{x}(k)$. Assim, cada iteração realiza as seguintes etapas:

- a) Inicialização, onde um valor inicial aproximado para a estimativa da frequência cardíaca deve ser adotado;
- b) Predição ou propagação, onde as estimativas a priori são obtidas tanto para o valor da frequência cardíaca quanto para a variância do erro;
- c) Validação, onde testes adequados determinam se as novas medições são aceitáveis;
- d) Atualização ou correção, onde é fornecida uma estimativa melhorada da frequência cardíaca a posteriori;

A etapa de inicialização do filtro tem um problema complexo que é a impossibilidade de ter conhecimento completo da estimativa $\hat{x}(0)$ pois não temos o conhecimento dos estados anteriores da frequência cardíaca, apenas temos as medições atuais. Assim, caso as medidas de entrada $y_1(0)$ e $y_2(0)$ sejam de má qualidade, se o filtro utilizar estas medidas sem nenhum critério, ele inicializará num estado afastado do estado real, o que provocará um erro acentuado de estimativa no início do processo. A solução adotada para este problema foi utilizar uma média ponderada dos sinais medidos $y_1(k)$ e $y_2(k)$ com um fator de ponderação baseado no índice de qualidade $SQI_i(0)$ de cada sinal i . Com isso, damos maior peso ao sinal medido que possuir maior índice de qualidade de sinal e garantimos um menor erro de início do processo de estimação do filtro de *Kalman*. Assim, foi adotada a inicialização do filtro

$$\hat{x}(0) = \frac{SQI_1(0)}{SQI_1(0) + SQI_2(0)} y_1(0) + \frac{SQI_2(0)}{SQI_1(0) + SQI_2(0)} y_2(0) \quad (162)$$

$$P(0) = 0 \quad (163)$$

Após a inicialização, o filtro segue o processo de propagação do estado anterior a estimativa a priori do estado atual com

$$\hat{x}^-(k) = \hat{x}(k - 1) \quad (164)$$

e à propagação da Matriz de Covariância do Erro com

$$P^-(k) = P(k - 1) + Q \quad (165)$$

A etapa de validação tem o objetivo de lidar com possíveis problemas de medição provenientes de efeitos residuais de artefatos de movimento, bem como da possibilidade de degradação nos sinais adquiridos. Um “teste de variância” preliminar considera a variabilidade das medidas $y_1(k)$ e $y_2(k)$ dos dois canais PPG. Por esse motivo, suas variâncias, $\sigma_1(k)$ e $\sigma_2(k)$, podem ser calculadas considerando todas as janelas até então processadas em até 60 s ou após isso, consideramos a variância dos últimos 60 s de sinal até o momento do cálculo. Assim, uma comparação entre as variâncias é realizada, verificando se qualquer uma das duas variâncias é maior do que o dobro do valor da outra. Se essa verificação for verdadeira, a medição correspondente com alta variância é sinalizada como “ruim” e descartada das etapas a seguir. Caso contrário, a medição é sinalizada como “boa” e mantida nas etapas seguintes.

Outro teste de validação está relacionado à inovação $\alpha_i(k)$ do Filtro de *Kalman*, que mede o desvio entre o valor observado $y_i(k)$ pelo sensor i e a previsão ótima desse valor. Assumindo que a inovação tem uma distribuição aproximadamente gaussiana, podemos assumir que o valor $2\sigma_{\alpha_i}(k)$ está associado a um nível de confiança de aproximadamente 95%, onde $\sigma_{\alpha_i}(k)$ é o desvio padrão da inovação associada ao sensor i . Dessa forma, estabelecemos o “teste de inovação” (GALLI et al., 2018)

$$|\alpha_i(k)| \leq 2\sigma_{\alpha_i}(k) = 2\sqrt{S_i(k)} \quad (166)$$

onde

$$\alpha_i(k) = y_i(k) - \hat{x}^-(k) \quad (167)$$

Aqui, devemos notar que devido à definição anterior do índice de qualidade do sinal (**SQI**) para cada sinal de frequência cardíaca de entrada do filtro de *Kalman*, teremos uma variância da inovação, pois temos dois índices de qualidade de sinal: SQI_1 e SQI_2 . De forma que

$$S_i(k) = P^-(k) + R_i(k) \quad (168)$$

e

$$G_i(k) = \frac{P^-(k)}{S_i(k)}, \quad (169)$$

onde $G_i(k)$ corresponde ao ganho de *Kalman* para cada sensor $i = 1,2$ cuja variância da inovação é $S_i(k)$ e $R_i(k)$ é a matriz de covariância do ruído de medição adaptada à janela de processamento k pelo índice de qualidade de cada sensor SQI_i . Pode ser visto a partir da equação (166) que o teste é aplicado individualmente a ambas as medições de PPG e, portanto, deve ser passado por $y_1(k)$ e $y_2(k)$, podendo falhar em qualquer um dos dois ou por ambos. Por isso, o resultado da validação, considerando o “teste de variância” e o “teste de inovação”, pode ser explicado em três casos possíveis:

1) Se ambas as medidas forem aceitas como “boas” ou estivermos nas primeiras cinco iterações do algoritmo, temos duas possibilidades lógicas que podem ocorrer:

a) Quando qualquer uma das variâncias é zero ou qualquer uma das duas variâncias é maior do que o dobro do outro valor (condição que pode ocorrer nas cinco primeiras medidas de entrada), então a entrada de medição real passada ao filtro de *Kalman* é aquela entrada cuja inovação é menor. Logo, descartamos a medida $y_i(k)$ com variância elevada, pois assumimos baixa confiabilidade da medida e atualizamos a estimativa do estado da frequência cardíaca $\hat{x}(k)$ e a covariância do erro $P(k)$, respectivamente, com

$$\hat{x}(k) = \hat{x}^-(k) + G(k)\alpha(k) \quad (170)$$

e

$$P(n) = P^-(k) - G(k)P^-(k), \quad (171)$$

onde $G(k)$ corresponde ao ganho de Kalman relativo à entrada de medida $y_i(k)$ com menor variância (maior confiabilidade).

b) Se a condição em (a), que é menos comum, não ocorrer, então o caso (1) não deve ter ocorrido por conta da discrepância de variâncias nas primeiras medidas, mas porque ambas as medidas passaram no teste de inovação e foram sinalizadas como “boas”. Logo, atualizamos a estimativa do estado da frequência cardíaca $\hat{x}_i(k)$ e a covariância do erro $P_i(k)$, relativas ao sensor de PPG i , respectivamente por

$$\hat{x}_i(n) = \hat{x}^-(k) + G_i(k)\alpha_i(k) \quad (172)$$

e

$$P_i(k) = P^-(k) - G_i(k)P^-(k) \quad (173)$$

Por fim, o valor final da estimativa do estado da frequência cardíaca $\hat{x}(k)$ e a covariância do erro $P(k)$ são calculados como uma soma ponderada dos valores destas variáveis, utilizando como maior peso uma menor variância $\sigma_i(k)$ das medidas relativas $y_i(k)$, de forma que para os dois sensores de PPG com $i = 1,2$, temos

$$\hat{x}(k) = \frac{\sigma_2(k)}{\sigma_1(k) + \sigma_2(k)} \hat{x}_1(k) + \frac{\sigma_1(k)}{\sigma_1(k) + \sigma_2(k)} \hat{x}_2(k) \quad (174)$$

e

$$P(k) = \frac{\sigma_2(k)}{\sigma_1(k) + \sigma_2(k)} P_1(k) + \frac{\sigma_1(k)}{\sigma_1(k) + \sigma_2(k)} P_2(k), \quad (175)$$

onde as equações (174) e (175) descrevem a fusão de dados medidos pelos sensores de PPG deste trabalho.

2) Quando uma das medidas falha na condição da equação (166), ela é marcada como “ruim” e somente a outra medida aceita é utilizada no processamento do Filtro de *Kalman*. Logo, descartamos a medida $y_i(n)$ cuja inovação foi rejeitada, pois assumimos baixa confiabilidade da medida e atualizamos a estimativa do estado da frequência cardíaca $\hat{x}(n)$ e a covariância do erro $P(n)$, respectivamente, com

$$\hat{x}(k) = \hat{x}^-(k) + G(k)\alpha(k) \quad (176)$$

e

$$P(k) = P^-(k) - G(k)P^-(k), \quad (177)$$

onde $G(k)$ corresponde ao ganho de *Kalman* relativo à entrada de medida $y_i(k)$ com inovação $\alpha_i(k)$ considerada “boa” pelo teste de inovação.

3) Quando ambas as novas medições falham nos testes de validação e são marcadas como “ruins”, a predição do estado atual é mantida para a próxima iteração do filtro de *Kalman*, ou seja, $\hat{x}(k) = \hat{x}^-(k)$ e $P(k) = P^-(k)$.

No entanto, após novas medidas serem sinalizadas como “ruins” para três iterações consecutivas, a estimativa a posteriori do estado do filtro de *Kalman* para qualquer um dos casos 1, 2 e 3 é ajustada para a média entre $\hat{x}^-(k)$ e uma ou ambas as novas medidas $y_i(k)$ validadas. Esse ajuste, utilizando uma média aritmética simples, tem um papel importante de possibilitar que o filtro de *Kalman* saia de um ponto morto (*deadlock*), trazendo novas estimativas para que o filtro volte de forma progressiva aos valores corretos de frequência cardíaca. A utilização de três iterações parte do pressuposto de que o filtro trata até três situações seguidas em que ambas as medidas de entrada são “ruins”. O número de três iterações se mostrou com o melhor balanço entre conseguir resolver situações de contínuas medidas “ruins” e não manter o filtro de *Kalman* em *deadlock* por muito tempo, o que acarreta num aumento substancial do erro de estimativa da frequência cardíaca.

3.3.5.4 Ajuste de Parâmetros do Filtro de Kalman

O ajuste de parâmetros do Filtro de *Kalman* é muito importante para o desempenho do algoritmo. Em resumo, os parâmetros que precisam ser ajustados são a matriz de covariância do ruído do processo e a matriz de covariância do ruído de medição. Para ajustar Q e R , precisamos observar os dados de treinamento e avaliar as estatísticas destes dados antes do processamento do filtro de *Kalman*. Portanto, o ajuste de parâmetros foi realizado a partir de observações empíricas sobre os resultados parciais da execução do algoritmo sobre o conjunto de dados de treinamento.

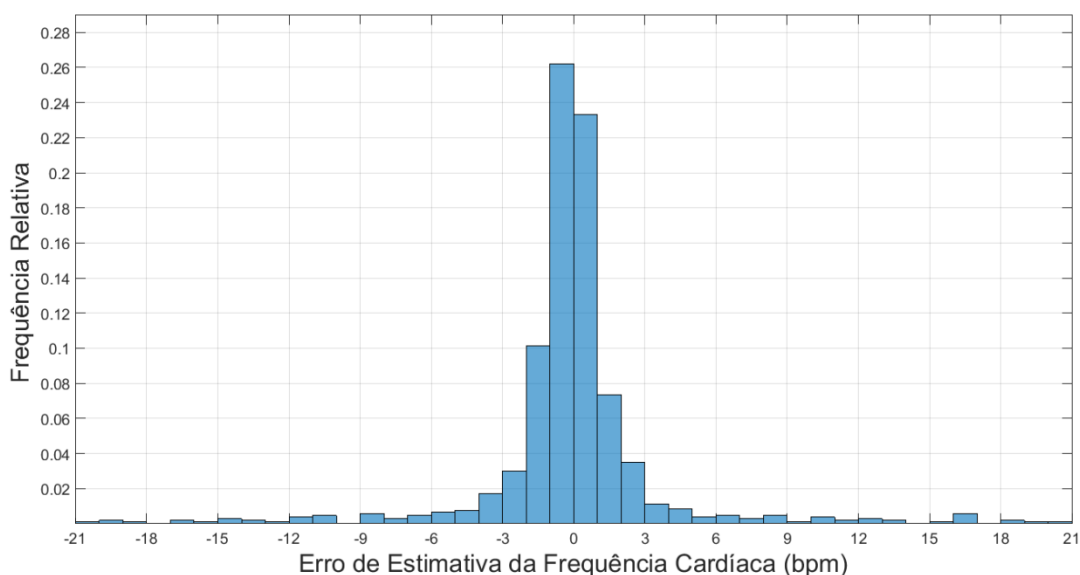
Em nosso caso, a covariância do ruído de medição R é igual à variância do ruído de medição, σ_v^2 . Sabemos que R varia conforme o processo de medição da frequência cardíaca e por isso, para ajustar R , executamos o algoritmo de estimativa da frequência cardíaca a partir de PPG e avaliamos o erro médio E_0 de estimativa das frequências cardíacas hr_{ppg1} e hr_{ppg2}

na saída do bloco *Detecção Espectral de Pico* para os quatro experimentos do conjunto de treinamento (experimentos 1, 2, 4 e 10).

Primeiramente, avaliamos o erro E_0 para o algoritmo NLMS com os parâmetros otimizados neste trabalho e em seguida fizemos o mesmo procedimento para o algoritmo RLS. Na Figura 43 e na Figura 44, ilustramos, respectivamente, para o algoritmo NLMS e algoritmo RLS, os histogramas com a frequência relativa de ocorrência dos erros de estimativa da frequência cardíaca para todos os resultados sobre o conjunto de treinamento. Devemos ressaltar que, para uma melhor visualização, estes histogramas estão representados numa faixa de valores de E_0 que descarta da visualização os *outliers* (valores atípicos) do conjunto.

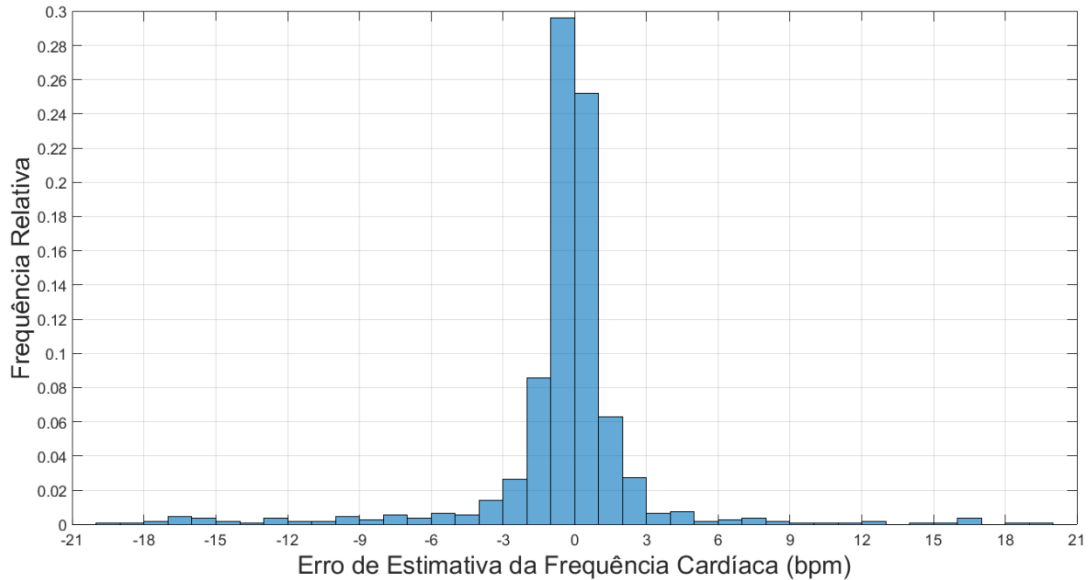
Nota-se que em torno 70% das ocorrências de desvios do valor real da frequência cardíaca se concentram entre os erros -3 e 3 bpm. Se considerarmos esta distribuição como uma aproximação de uma distribuição normal, então podemos dizer que o desvio padrão do ruído de medição mínimo para o conjunto de treinamento deva ser $\sigma_{v_{min}} \cong 6/2 = 3$. Portanto, variância do ruído de medição mínima estipulada foi de $\sigma_{v_{min}}^2 = 9$. Além disso, há muita variabilidade entre diferentes experimentos neste conjunto de dados e grande presença de *outliers*. Por isso, achamos que uma solução mais adequada ao problema seria que σ_v^2 e, portanto, R fosse adaptável conforme os dados de entrada a cada janela de iteração do algoritmo, pois um valor fixo somente conseguiria satisfazer certas classes de dados.

Figura 43: Histograma com a frequência relativa de ocorrências do erro de estimativa da frequência cardíaca para o conjunto de dados de treinamento utilizando o algoritmo NLMS.



Fonte: O Autor (2018).

Figura 44: Histograma com a frequência relativa de ocorrências do erro de estimativa da frequência cardíaca para o conjunto de dados de treinamento utilizando o algoritmo RLS.



Fonte: O Autor (2018).

O método que propomos foi baseado na abordagem de Li, Mark e Clifford (2007), que realizaram a estimativa da frequência cardíaca pelo sinal de ECG utilizando filtro de *Kalman* com o uso do índice de qualidade do sinal ótimo para o cálculo de R de forma adaptativa. No nosso caso, utilizamos dois índices, SQI_1 e SQI_2 , determinados pelo bloco Fator de Qualidade, conforme a fonte de sinal for o sensor de PPG1 ou o sensor de PPG2. A ideia é que quando o SQI_i é baixo, $y_i(k)$ deve ser menos confiável, então o ganho de *Kalman* deve ser pequeno. Para isso, forçamos R a ser grande, modificando $R_i(k)$ da seguinte maneira:

$$R_i(k) = R_o \exp\left(\frac{1}{SQI_i^2} - 1\right), \quad i = 1,2 \quad (178)$$

Essa função de ponderação é não linear, logo, assim que SQI tende a 1, ela não afeta a covariância do ruído de medição neste caso se mantendo num valor mínimo igual a R_o . Isso tem o efeito de forçar o Filtro de *Kalman* a confiar mais na medida atual, $y(k)$, elevando o ganho de Kalman, $G(k)$. Em valores baixos de SQI , R tende ao infinito (na prática é limitado a um valor) e força o filtro a reduzir $G(k)$ e, assim, confiar mais nas medidas anteriores. Além

disso, como $SQI_{min} \leq SQI_i(k) \leq 1$, naturalmente adotamos $R_o = \sigma_{v_{min}}^2 = 9$ para $SQI_{max} = 1$ a partir da avaliação da variância dos dados do conjunto de treinamento.

O valor de R_o se mostrou equilibrado para todos os conjuntos de dados. Já o valor máximo de R é definido por SQI_{min} e na prática, adotamos $SQI_{min} = 0,50$, o que corresponde a $R_{max} = 181$. Com isso, temos uma variância máxima $\sigma_{v_{max}}^2 \cong 181$. De fato, o conjunto de dados de treinamento apresenta variabilidade máxima maior. No entanto, tomamos este valor de forma conservadora para evitar problemas na convergência do algoritmo ao ter que tratar alterações elevadas nos dados de entrada.

Por outro lado, a covariância do ruído de processo Q é igual à variância σ_ω^2 do ruído do processo que define a evolução da frequência cardíaca. Sabemos que existe um erro natural entre a frequência cardíaca obtida do sinal de PPG em relação à frequência obtida pelo sinal de ECG. Além disso, sabemos que o modelo dado pela equação (153) é bastante simples para representar a dinâmica da frequência cardíaca humana. Por isso, uma avaliação da contribuição do ruído do processo $\omega(k)$ deve ser obtida considerando os valores de referência da frequência cardíaca e extraíndo as propriedades estatísticas dos desvios em relação aos valores reais de frequência cardíaca calculada a partir dos sinais de PPG. Como não possuímos tais dados ainda, a nossa proposta aqui foi utilizar um valor fixo para Q através de observação empírica de resultados. Valores muito baixos para Q tendem a supor uma elevada confiabilidade no modelo de processo, enquanto valores muito elevados uma elevada desconfiança e por isso, não foi muito difícil constatar que $Q = 9$ ou $\sigma_\omega^2 = 3^2$ se mostrou um valor bastante adequado para a variância do ruído de processo em nosso problema.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A seguir serão apresentados os resultados obtidos neste trabalho conforme os métodos descritos na sessão de materiais e métodos. Todos os resultados foram validados e avaliados sobre o conjunto de dados de teste, composto pelos 12 experimentos da base de dados, sendo cada experimento para um indivíduo diferente. Os resultados serão divididos nos seguintes tópicos: métodos de remoção de artefatos de movimento, métodos de estimativa da frequência cardíaca, custo computacional do algoritmo e avaliação dos resultados. Os métodos de remoção de artefatos de movimento são os métodos baseados no algoritmo NLMS e RLS, que originam os dois métodos de estimativa da frequência cardíaca em conjunto com o filtro de *Kalman*. Por fim, realizaremos uma avaliação dos resultados, comparando-os com o Estado da Arte da pesquisa em estimativa da frequência cardíaca de sinais de PPG.

4.1 MÉTODOS DE REMOÇÃO DE ARTEFATOS DE MOVIMENTO

Neste trabalho, utilizamos uma associação de filtros passa-banda com filtros adaptativos para remover os artefatos de movimento dos sinais de PPG antes de estimar a frequência cardíaca final. No entanto, a frequência cardíaca de referência era o único sinal que possuíamos para validar os métodos de remoção de artefatos de movimento. Por isso, utilizamos as frequências cardíacas extraídas dos sinais de PPG1 e PPG2 através do bloco *Deteção Espectral de Pico* para compará-las com a frequência cardíaca de referência. Dessa forma, a validação dos algoritmos adaptativos foi realizada através da avaliação do erro médio absoluto de estimativa da frequência cardíaca (E_1) e do desvio padrão do erro de estimativa da frequência cardíaca (STD) sobre as frequências cardíacas extraídas dos sinais de PPG sem processamento e sobre as frequências cardíacas extraídas dos sinais de PPG após a filtragem passa-banda seguida de filtragem adaptativa. A comparação, antes e após o processamento, entre as métricas de avaliação de desempenho nos permitiu avaliar a eficiência e capacidade de filtragem dos algoritmos. A seguir apresentaremos os resultados referentes ao algoritmo NLMS e ao algoritmo RLS. Em todos os resultados, os filtros passa banda e filtros adaptativos foram configurados conforme os parâmetros descritos na sessão de materiais e métodos.

4.1.1 Remoção de Artefatos de Movimento com o Algoritmo NLMS

Os resultados da remoção de artefatos de movimento com o algoritmo NLMS estão resumidos na Tabela 6 onde é apresentado o Erro Médio Absoluto de Estimativa da Frequência Cardíaca (E_1) e o Desvio Padrão do Erro de Estimativa da Frequência Cardíaca (STD) sobre o sinal de PPG1 e PPG2 sem processamento (SP) e com processamento por filtragem passa-banda (FPB) e filtragem adaptativa (FAD).

Tabela 6: Resultados para os 12 sujeitos em relação ao Erro E_1 e o seu Desvio Padrão STD a partir do sinal de PPG1 e PPG2 sem processamento (SP) e com processamento por filtragem passa-banda (FPB) e filtragem adaptativa (FAD) com algoritmo NLMS.

Nº do Experimento (Sujeito)	Sinal de PPG1			Sinal de PPG2		
	SP	FPB +FAD NLMS		SP	FPB +FAD NLMS	
	$E_1(bpm)$	$E_1(bpm)$	$STD(bpm)$	$E_1(bpm)$	$E_1(bpm)$	$STD(bpm)$
1	27,800	13,821	26,515	23,248	17,683	27,127
2	30,840	8,123	20,384	29,111	6,790	15,621
3	31,868	1,764	5,672	20,234	2,612	7,561
4	8,738	2,855	10,885	20,988	5,073	14,567
4	2,634	3,072	9,742	17,869	3,774	11,587
6	6,356	2,902	8,296	30,186	8,545	19,189
7	2,418	9,107	21,886	18,621	12,343	27,298
8	15,989	1,547	9,593	19,574	1,883	5,623
9	0,966	1,077	3,281	21,247	1,807	6,399
10	42,600	17,670	28,530	26,63	24,447	34,389
11	9,202	3,124	9,589	20,303	9,857	21,845
12	19,399	2,596	10,278	45,342	2,761	8,320
Média	16,567	5,638	13,721	24,446	13,721	16,627
Desvio Padrão	13,842	5,393		7,7201	8,351	

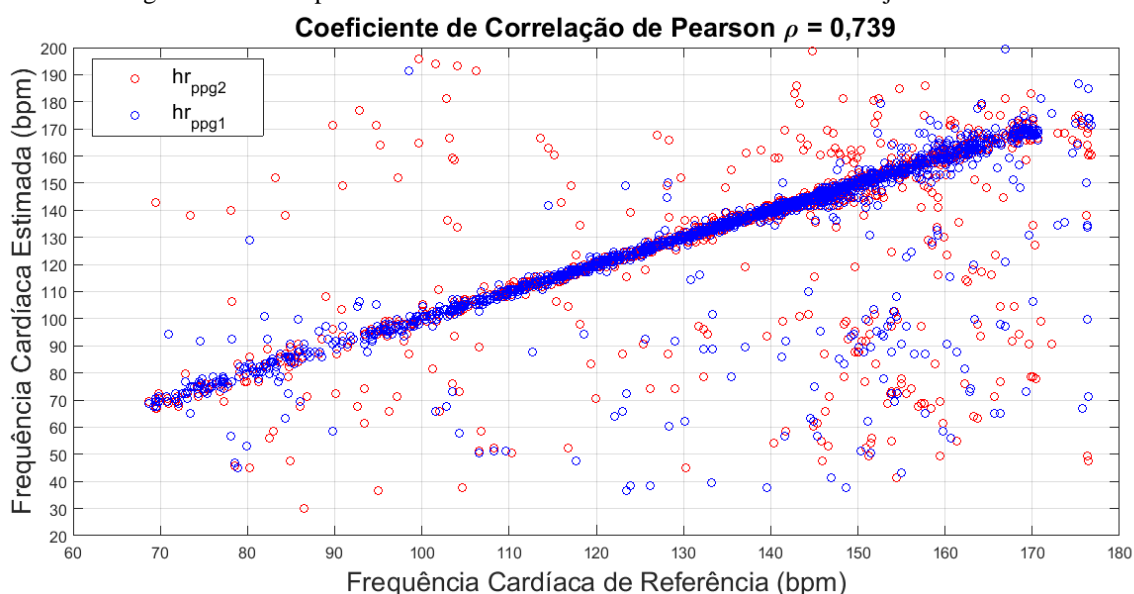
Fonte: O Autor (2018).

Uma análise da Tabela 6 nos permite verificar que o erro E_1 diminuiu consideravelmente para a maioria dos experimentos nos dois sinais de PPG após o processamento por filtros adaptativos com o algoritmo NLMS. O erro médio para todo conjunto de teste diminuiu de 16,567 bpm para 5,638 bpm no sinal de PPG1 e de 24,446 bpm para 13,721 bpm no sinal de PPG2, o que corresponde a uma diminuição no erro médio absoluto, respectivamente, de 66% e 44%.

Por outro lado, a observação de experimentos isolados revela que os dados de frequência cardíaca do sinal de PPG1 nos experimentos dos sujeitos 5, 7 e 9 apresentaram um aumento no erro E_1 , apesar de todos os outros experimentos terem diminuído o seu erro E_1 . Percebe-se que nos experimentos 5 e 9, o aumento no erro E_1 foi pouco significativo, porém, a situação é diferente para o sinal de PPG1 do experimento 7, onde o erro E_1 piorou de 2,418 bpm para 9,107 bpm (aumento de 277%). Felizmente, o erro original era relativamente baixo e essa piora não se traduziu num erro muito elevado após a filtragem adaptativa. Porém, veremos mais adiante que a estimativa da frequência cardíaca acabou sendo prejudicada no experimento 7 com o método de filtragem com algoritmo NLMS.

Segundo a Tabela 6, a variância média do erro E_1 para o sinal de PPG2 filtrado é maior do que a variância média do erro E_1 do sinal de PPG1. Isso fica evidente através análise da correlação cruzada entre a frequência cardíaca de referência e a frequência cardíaca estimada pelos sinais de PPG1 e PPG2, conforme a Figura 45, onde nota-se que há mais dados dispersos referentes ao sinal de PPG2 do que de PPG1. Além disso, o coeficiente de correlação entre hr_{ref} e hr_{ppg2} é de 0,690, sugerindo uma correlação moderada entre os dados, enquanto que o coeficiente de correlação entre hr_{ref} e hr_{ppg1} é 0,790. Ou seja, os dados de frequência cardíaca extraída do sensor de PPG1 possuem maior correlação com os dados da frequência cardíaca de referência do que seu par. Por outro lado, verificamos que o coeficiente de correlação de *Pearson* para todo o conjunto, considerando os dados de hr_{ppg1} e hr_{ppg2} , resultou em 0,739, indicando uma correlação moderada à forte entre os dados.

Figura 45: Correlação de Pearson entre a frequência cardíaca de referência e a frequência cardíaca estimada com o algoritmo NLMS para os sinais de PPG1 e PPG2 sobre todos os 12 conjuntos de dados.



Fonte: O Autor (2018).

4.1.2 Remoção de Artefatos de Movimento com o Algoritmo RLS

Os resultados da remoção de artefatos de movimento com o algoritmo RLS estão resumidos na Tabela 7 onde é apresentado o Erro Médio Absoluto de Estimativa da Frequência Cardíaca (E_1) e o Desvio Padrão do Erro de Estimativa da Frequência Cardíaca (STD) sobre os dados do sinal de PPG1 e PPG2 sem processamento (SP) e com processamento por filtragem passa-banda (FPB) e filtragem adaptativa (FAD).

Tabela 7: Resultados dos 12 experimentos (Exp.) em relação ao Erro E_1 e Desvio Padrão do Erro STD a partir do sinal de PPG1 e PPG2 sem processamento (SP) e com processamento por filtragem passa-banda (FPB) e filtragem adaptativa (FAD) com algoritmo RLS.

	Sinal de PPG1			Sinal de PPG2		
	SP	FPB +FAD NLMS		SP	FPB +FAD NLMS	
Métrica	$E_1(bpm)$	$E_1(bpm)$	$STD(bpm)$	$E_1(bpm)$	$E_1(bpm)$	$STD(bpm)$
Exp. 1	27,800	13,586	26,534	23,248	20,739	24,181
Exp. 2	30,840	7,082	17,350	29,111	11,237	19,686
Exp. 3	31,868	4,176	14,642	20,234	2,69	8,454
Exp. 4	8,738	3,080	11,131	20,988	5,259	11,780
Exp. 5	2,634	1,960	8,318	17,869	3,653	11,307
Exp. 6	6,356	5,527	18,208	30,186	5,213	16,972
Exp. 7	2,418	2,835	11,616	18,621	3,64	11,625
Exp. 8	15,989	1,882	6,435	19,574	4,167	11,868
Exp. 9	0,966	0,842	4,185	21,247	0,591	0,451
Exp. 10	42,600	22,187	32,295	26,63	18,429	29,834
Exp. 11	9,202	1,111	2,161	20,303	7,318	15,923
Exp. 12	19,399	1,772	5,875	45,342	2,257	8,686
Média	16,567	5,5034	13,229	24,446	7,0995	14,231
Desvio Padrão	13,842	6,3356		7,7201	6,4398	

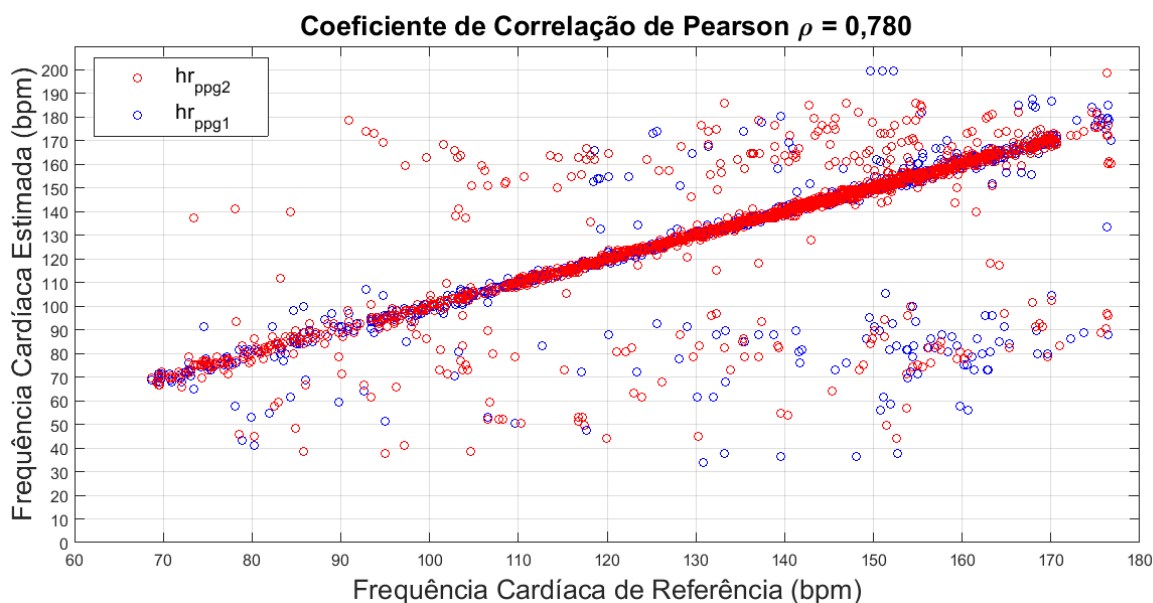
Fonte: O Autor (2018).

Uma análise atenta da Tabela 7 nos permite avaliar que o erro E_1 também diminuiu em praticamente todos os experimentos nos dois sinais de PPG após o processamento por filtros adaptativos com o algoritmo RLS. O erro médio para todo conjunto de teste diminuiu de 16,567 bpm para 5,503 bpm no sinal de PPG1 e de 24,446 bpm para 7,099 bpm no sinal de PPG2, o que corresponde a uma diminuição no erro médio absoluto de estimativa da

frequência cardíaca, respectivamente, de 67% e 71%. Apenas o experimento 7 apresentou uma pequena piora de 17%, que é pouco notável visto que o erro E_1 já é inicialmente baixo em relação os demais.

Segundo, a Tabela 7, o sinal de PPG2 filtrado com filtros adaptativos apresenta uma variância média do erro E_1 um pouco maior do que a variância sinal de PPG1. Esta observação pode ser confirmada pela análise da correlação cruzada entre a frequência cardíaca de referência e a frequência cardíaca estimada pelos sinais de PPG1 ou PPG2, conforme a Figura 46. Para o método com o algoritmo RLS, o coeficiente de correlação entre hr_{ref} e hr_{ppg1} para o conjunto de dados de teste é de 0,788, enquanto que o coeficiente de correlação entre hr_{ref} e hr_{ppg2} para o conjunto de dados de teste é 0,774, um pouco inferior ao seu par. O coeficiente de correlação de *Pearson* para todo o conjunto considerando e hr_{ppg1} e hr_{ppg2} resultou em 0,780, superior ao coeficiente de correlação obtido com o método do algoritmo NLMS e indica uma correlação forte.

Figura 46: Correlação de Pearson entre a frequência cardíaca de referência e a frequência cardíaca estimada com o algoritmo RLS para os sinais de PPG1 e PPG2 sobre todos os 12 conjuntos de dados.



Diante dos resultados, pode-se afirmar que o algoritmo RLS teve um desempenho superior ao algoritmo NLMS na supressão de artefatos de movimento, especialmente no que se refere aos dados do sinal de PPG2. Uma evidência é que, conforme observou Islam et al. (2017), o sinal de PPG2 tem mais características não estacionárias do que o sinal de PPG1 devido a um posicionamento em relação à pele menos privilegiado que o outro sensor, o que

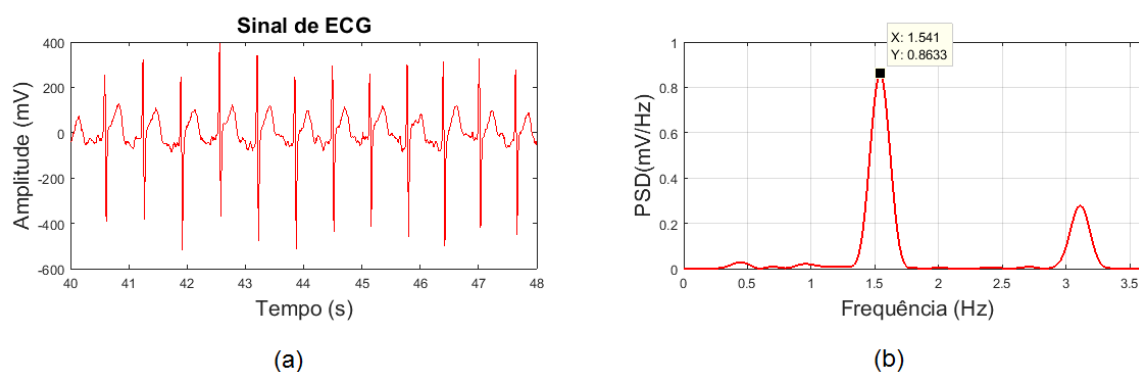
acabou induzindo artefatos de natureza menos determinística neste sinal. Assim, o algoritmo RLS leva vantagem ao processar este sinal, pois é conhecida a sua melhor capacidade de tratar sinais com variações estatísticas mais rápidas em ambientes não estacionários.

4.1.3 Estudo de Caso

A fim de demonstrar a operação dos filtros adaptativos neste trabalho, faremos um estudo de caso a seguir do processamento no domínio tempo/frequência de uma janela de tempo do experimento 2, especificamente dos instantes 40 s a 48 s, sendo processada passo-a-passo através do método de remoção de artefatos de movimento com o algoritmo RLS.

Na Figura 47 temos a representação temporal de um segmento do sinal de ECG sincronizado à janela de tempo do caso estudado. O sinal ilustrado na Figura 47(a) recebeu uma filtragem passa-alta para eliminar a flutuação da linha de base e o nível DC, usualmente presentes no sinal de ECG. Na Figura 47(b) temos a PSD do mesmo segmento de sinal no qual destacamos um pico de frequência proeminente em 1,541 Hz (ou 92,46 bpm). Está é a frequência cardíaca do sinal de ECG e, portanto, a frequência cardíaca de referência no qual pretendemos perseguir com o sinal de PPG.

Figura 47: (a) Representação temporal do sinal de ECG com filtragem passa-alta e (b) PSD relativa ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2.

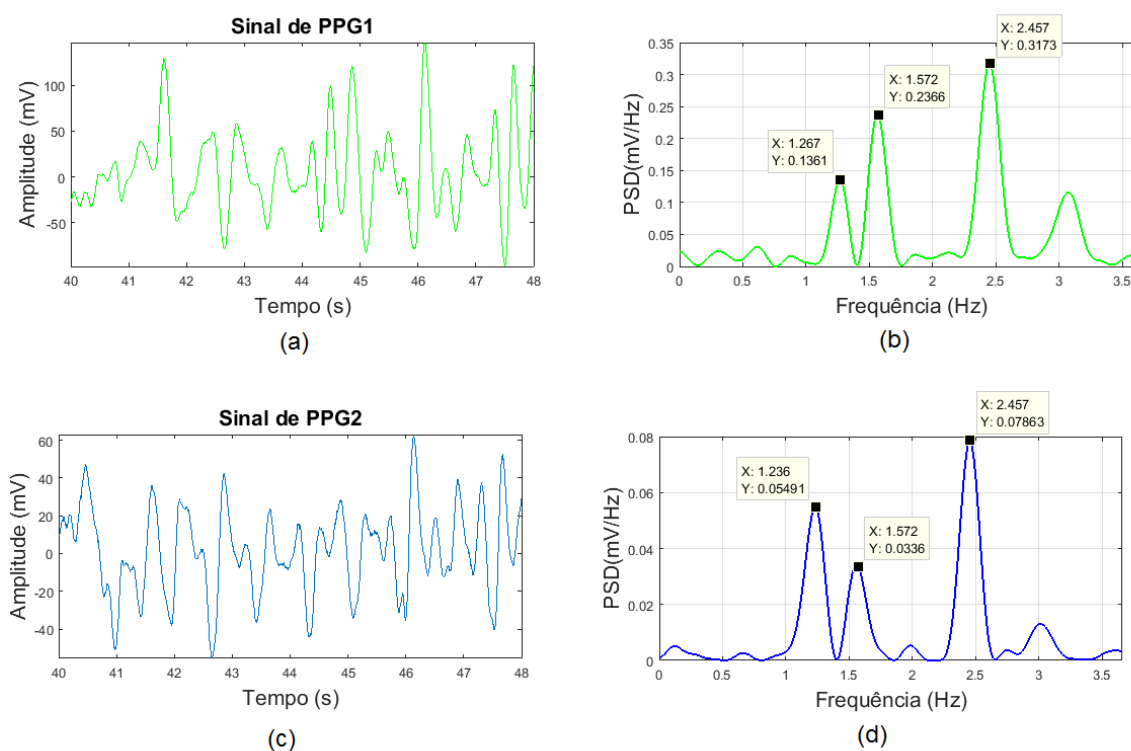


Fonte: O Autor (2018).

Na Figura 48 temos a representação temporal dos segmentos dos sinais de PPG1 e PPG2 sincronizados à janela de tempo do caso estudado. Os sinais ilustrados na Figura 48(a) e Figura 48(c) não passaram por etapas de pré-processamento. As respectivas PSD ilustradas na Figura 48(b) e Figura 48(d) mostram que existem no sinal de PPG1 três picos de harmônicas proeminentes: 1,267 Hz, 1,572 Hz e 2,457 Hz. O maior pico detectado é em

2,457 Hz que não corresponde à harmônica da frequência cardíaca. Da mesma forma, no sinal de PPG2 existem três picos proeminentes: 1,236 Hz, 1,572 Hz e 2,457 Hz. Novamente o maior pico em 2,457 Hz não corresponde à frequência cardíaca desejada. Assim, notamos que, se as frequências cardíacas de ambos os sinais de PPG sem processamento fossem extraídas diretamente através do periodograma, ambos os valores estimados teriam um erro de estimativa elevado.

Figura 48: (a) Representação temporal do sinal de PPG1 sem processamento e (b) PSD relativa ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2. (c) Representação temporal do sinal de PPG2 sem processamento e (d) PSD relativa ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2.

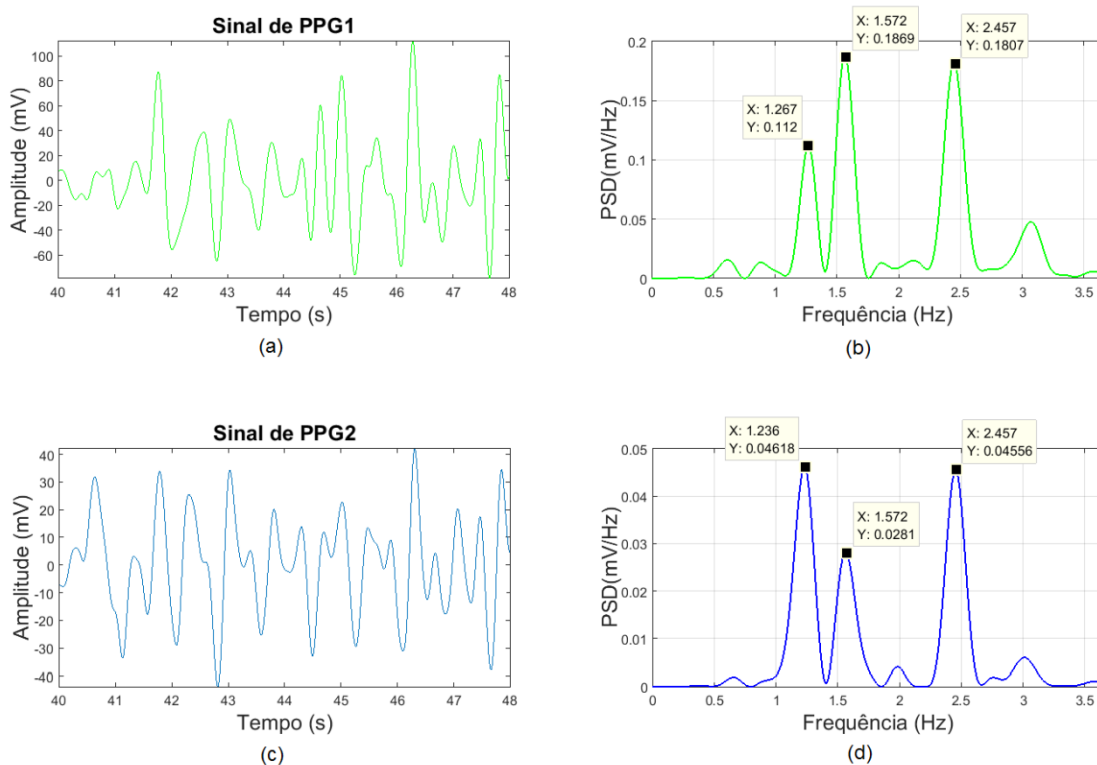


Fonte: O Autor (2018).

Por outro lado, na Figura 49(a) e Figura 49(b) temos a representação temporal dos segmentos dos sinais de PPG1 e PPG2 após o pré-processamento com o filtro passa-banda, que fica evidente devido à ausência do nível DC, da flutuação da linha de base e de ruídos de alta frequência nos sinais ilustrados nestas figuras. As respectivas PSD ilustradas na Figura 49(b) e Figura 49(d) mostram que no sinal de PPG1 existem os mesmos três picos proeminentes: 1,267 Hz, 1,572 Hz e 2,457 Hz. No entanto, agora o maior pico detectado agora é em 1,572 Hz que está bem próximo à harmônica da frequência cardíaca. Da mesma forma, os mesmos três picos proeminentes aparecem no sinal de PPG2: 1,236 Hz, 1,572 Hz e

2,457 Hz. Porém, agora o maior pico está em 1,236 Hz, que também não corresponde à frequência cardíaca procurada.

Figura 49: (a) Representação temporal do sinal de PPG1 pré-processado e (b) PSD relativa ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2. (c) Representação temporal do sinal de PPG2 pré-processado e (d) PSD relativa ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2.



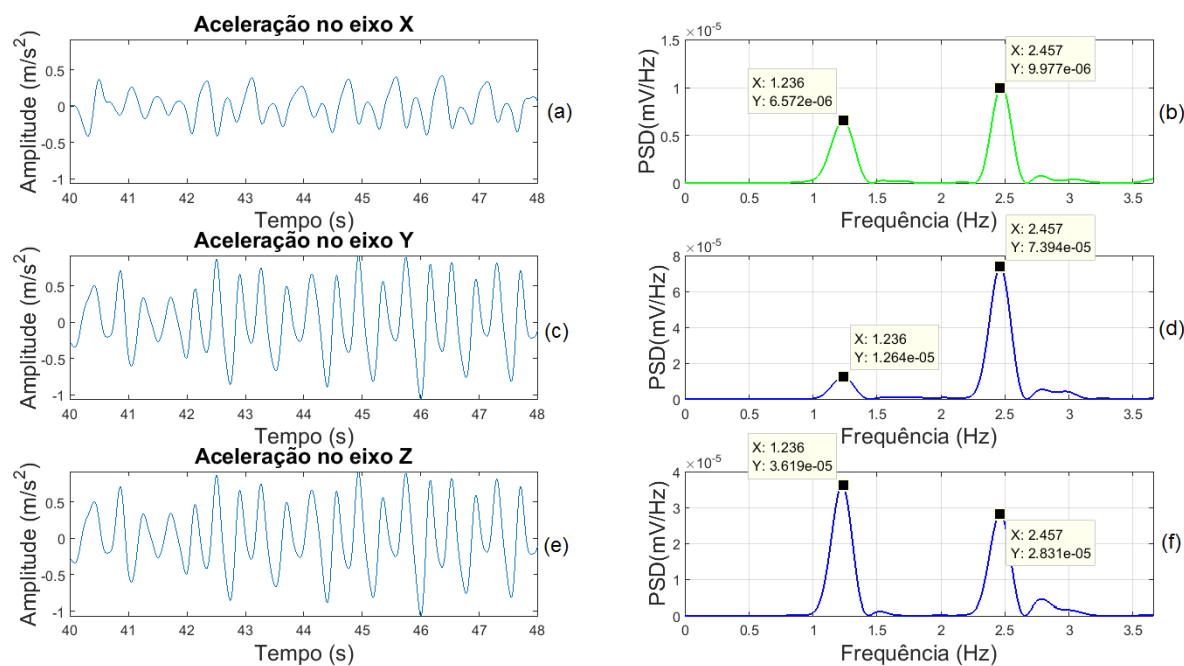
Fonte: O Autor (2018).

Logo, podemos notar que existem harmônicas ou componentes de frequência que se repetem aproximadamente nos mesmos pontos nos dois segmentos de sinais de PPG. Essas harmônicas estão ligadas aos artefatos de movimento e podem ser encontradas aproximadamente nas mesmas frequências na PSD dos sinais de aceleração nos três eixos, conforme a Figura 50, que ilustra os sinais de aceleração após o pré-processamento com filtro passa-banda.

A Figura 50(b), Figura 50(d) e Figura 50(f) deixam claro que as mesmas harmônicas que aparecem nos sinais de PPG e interferem na estimativa da frequência cardíaca, também aparecem nos sinais de aceleração ACCX, ACCY e ACCZ. Portanto, neste caso, o cancelamento adaptativo de ruído com filtros adaptativos deve produzir bons resultados, pois a hipótese de que os artefatos de movimento estão correlacionados com as acelerações do corpo do indivíduo, parece ser confirmada. Além disso, nota-se que existe contribuição do

movimento nos três eixos para a formação dos artefatos de movimento no sinal de PPG. Isso confirma nossa hipótese de usar um esquema de filtragem adaptativa em cascata considerando os três sinais de aceleração de forma separada.

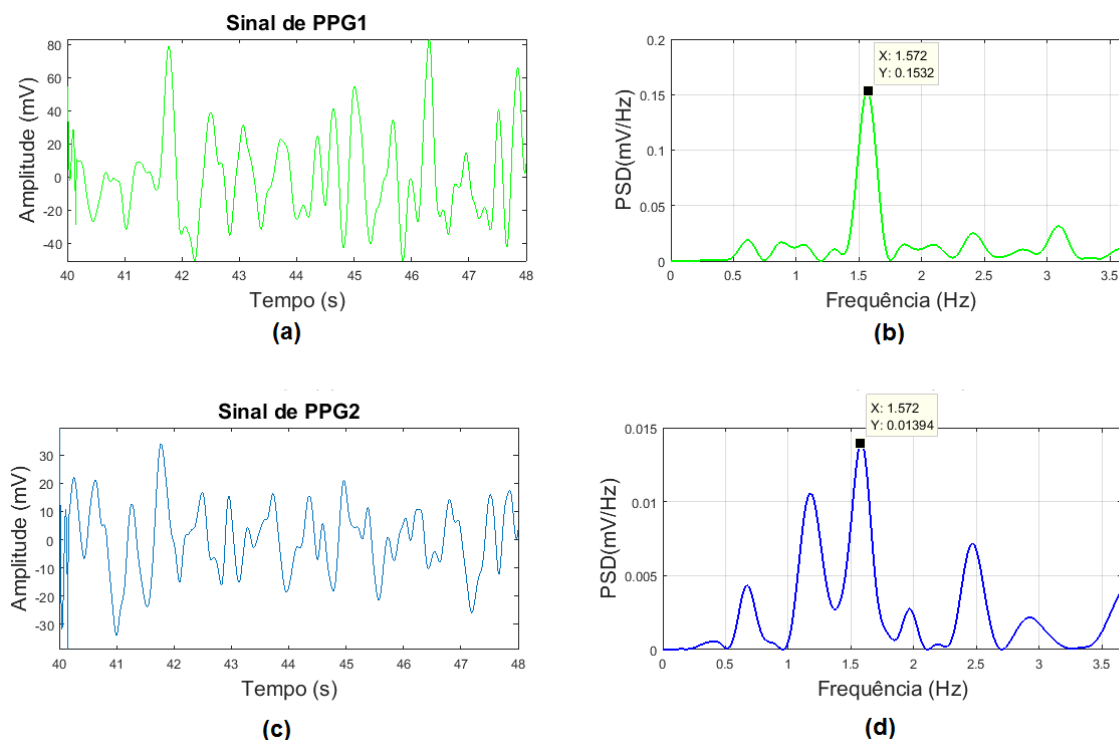
Figura 50: (a) Representação temporal do sinal ACCX pré-processado e (b) PSD relativa ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2. (c) Representação temporal do sinal de ACCY pré-processado e (d) PSD relativa ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2. (e) Representação temporal do sinal de ACCZ pré-processado e (f) PSD relativa ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2.



Fonte: O Autor (2018).

Finalmente, na Figura 51(a) e na Figura 51(b) temos os segmentos dos sinais de PPG após a filtragem adaptativa com o algoritmo RLS. Na Figura 51(b) notamos que apenas uma harmônica proeminente restou no espectro, que é a própria harmônica em 1,572 Hz. Já na Figura 51(d) temos ainda várias harmônicas, mas o processo de atenuação através da subtração da estimativa do artefato de movimento do sinal de PPG2 resultou em um espectro onde a harmônica mais proeminente está em 1,572 Hz. Ao contrário da Figura 49(d) onde esta harmônica era a de menor amplitude, agora ela é a principal candidata a ser a frequência cardíaca nesta janela de tempo.

Figura 51: (a) Representação temporal do sinal de PPG1 após filtragem adaptativa com algoritmo RLS e (b) PSD relativos ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2. (c) Representação temporal do sinal de PPG2 após filtragem adaptativa com algoritmo RLS e (d) PSD relativos ao segmento do instante 40 s a 48 s do Experimento 2.



Fonte: O Autor (2018).

Este estudo de caso com o algoritmo RLS ilustra a situação em que a harmônica da frequência cardíaca se encontra entre duas harmônicas de artefatos de movimento, uma das situações reais que ocorrem no problema de estimativa da frequência cardíaca a partir de sinais de PPG, conforme observou Khan et al. (2016). De fato, a frequência cardíaca estimada antes de passar pelo filtro de *Kalman* será, neste caso, de 1,572 Hz (ou 94,32 bpm). Portanto, o erro na estimativa da frequência cardíaca em relação à referência pelo sinal de ECG é de 1,86 bpm, que está dentro da faixa de erros naturais referentes à propagação do pulso cardíaco, detectado pelo sinal de PPG.

4.2 MÉTODOS DE ESTIMATIVA DA FREQUÊNCIA CARDÍACA

A validação dos métodos de estimativa da frequência cardíaca foi realizada através de vários índices de desempenho definidos anteriormente. Particularmente, medimos o erro médio absoluto de estimativa da frequência cardíaca (E_1), o erro médio absoluto percentual (E_2), o erro máximo absoluto (E_4), o desvio padrão sobre o erro de estimativa (STD) e o

coeficiente de correlação de Pearson (ρ) sobre o conjunto de dados de teste. Essas métricas foram avaliadas para os dois métodos adaptativos usados no trabalho, comparando a frequência cardíaca estimada hr_{est} com a frequência cardíaca de referência hr_{ref} .

A seguir, apresentaremos os resultados das duas combinações de métodos de estimativa da frequência cardíaca. Em todos os resultados, os filtros passa banda, filtros adaptativos, fator de qualidade e filtro de *Kalman* foram configurados conforme os parâmetros descritos na sessão de materiais e métodos.

4.2.1 Estimativa com o Algoritmo NLMS e o Filtro de *Kalman*

A Tabela 8 mostra os resultados obtidos do método de estimativa da frequência cardíaca com o algoritmo NLMS em conjunto com o filtro de *Kalman* ao qual abreviaremos neste trabalho como NLMS + KF. A tabela mostra os resultados das métricas definidas para os 12 sujeitos do conjunto de dados de teste.

Tabela 8: Resultados de diversas métricas de avaliação de desempenho do algoritmo NLMS.

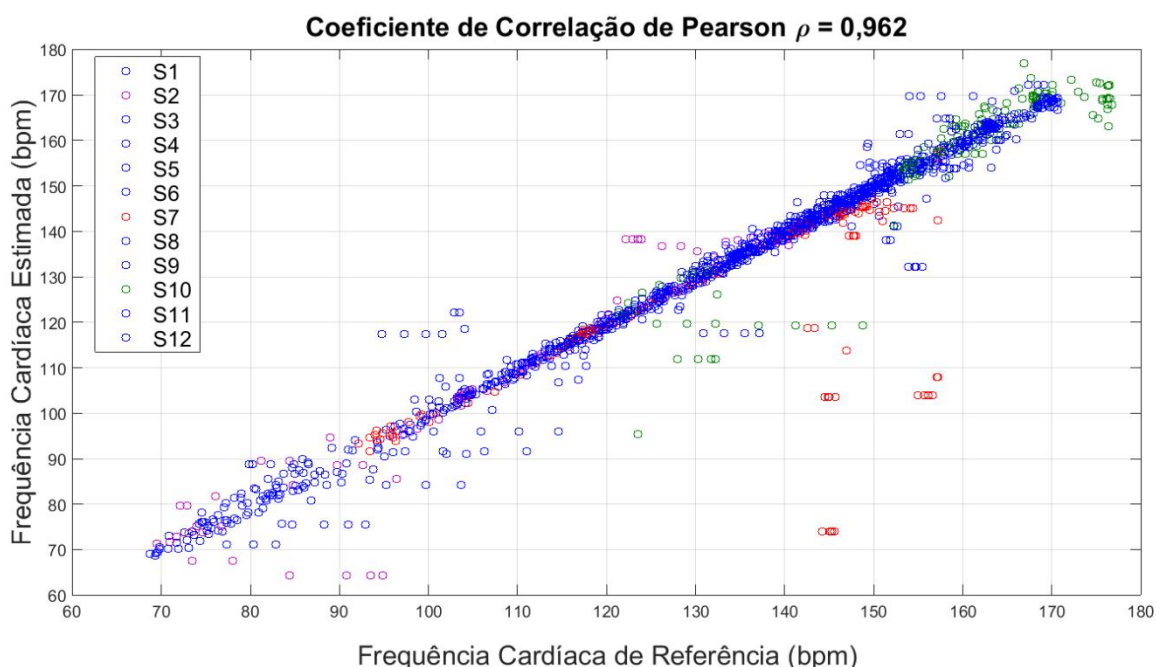
Sujeito	$E_1(bpm)$	$E_2(\%)$	$E_3(bpm)$	$STD(bpm)$	ρ
1	3,181	2,943	22,578	5,185	0,981
2	2,778	2,731	30,468	5,284	0,967
3	1,434	1,229	14,520	2,051	0,993
4	1,616	1,464	19,465	2,584	0,992
5	1,173	0,868	6,508	1,058	0,997
6	2,005	1,624	19,325	3,144	0,991
7	9,132	6,201	71,653	17,555	0,629
8	1,534	1,342	18,648	2,262	0,992
9	0,971	0,840	6,383	0,898	0,998
10	4,166	2,765	29,519	5,692	0,933
11	2,836	1,866	23,145	4,395	0,964
12	1,481	1,079	8,512	1,597	0,995
Média	2,692	2,079	22,560	4,309	
Desvio Padrão	2,145	1,430	16,678		

Fonte: O Autor (2018).

Ao analisar os resultados da Tabela 8, notamos que houve uma diminuição significativa no erro médio absoluto de estimativa da frequência cardíaca em relação às frequências cardíacas previamente extraídas diretamente após a filtragem adaptativa, conforme a Tabela 6. A média do erro médio absoluto (E_1) resultou em $2,69 \pm 2,14 \text{ bpm}$ (*média \pm desvio padrão*) e a média do erro médio percentual (E_2) foi de 2,08 %. A média do erro E_1 diminuiu das duas frequências cardíacas previamente estimadas de $5,638 \text{ bpm}$ e $13,721 \text{ bpm}$ para $2,692 \text{ bpm}$ na estimativa final após a fusão de dados. O desvio padrão do erro médio também diminuiu bastante, porém o experimento do sujeitos 7 chama a atenção por ter apresentado um erro E_1 bem superior aos demais experimentos do conjunto de dados. O experimento do sujeito 10 também apresentou um erro mais alto, porém é sabido que este tem propensão a resultar em maiores erros conforme aponta Zhang et al. (2015).

Para analisar melhor a qualidade da estimativa da frequência cardíaca obtida pelo método proposto, a frequência cardíaca estimada é plotada na Figura 52 em relação à frequência cardíaca de referência considerando todo o conjunto de dados de teste para os 12 sujeitos.

Figura 52: Correlação de Pearson entre a frequência cardíaca de referência e a frequência cardíaca estimada sobre todos os 12 conjuntos de dados com o método que usa o algoritmo NLMS e o filtro de *Kalman*.

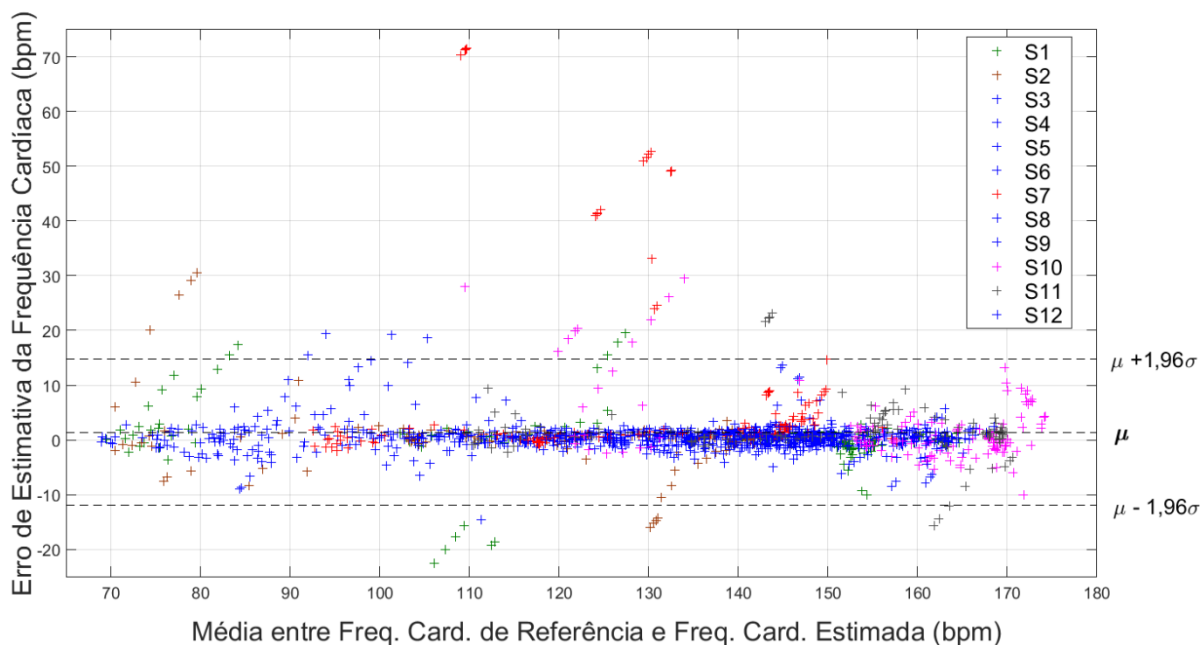


A análise da correlação cruzada mostra que houve um aumento significativo na correlação entre os dados se comparado com a Figura 45, antes da etapa do filtro de *Kalman*.

O valor do coeficiente de correlação de *Pearson* se encontra em $\rho = 0,962$, o que indica uma correlação muito forte entre os dados. De fato, a dispersão em torno da reta de regressão linear diminuiu bastante e o conjunto passou a representar uma estimativa com alta acurácia. Adicionalmente, plotamos na Figura 52 em cores diferentes os dados referentes aos experimentos que apresentaram menor correlação, especificamente aqueles referentes aos experimentos 2, 7 e 10. O experimento 7 apresentou uma correlação moderada, destoando do conjunto. Isso se deve a alguns *outliers* (em vermelho) que estão bem fora da curva e evidenciam o fato do maior erro absoluto máximo ocorrer também neste experimento assim como este experimento é o que possui o maior desvio padrão em relação ao seu erro médio absoluto.

Em seguida, usando todos os dados do conjunto de teste, o gráfico de *Bland-Altman* é mostrado na Figura 53. Este gráfico serve para analisar a concordância entre a frequência cardíaca estimada e a frequência cardíaca de referência e consiste em plotar um gráfico com as coordenadas $\left(\frac{hr_{ref}+hr_{est}}{2}, hr_{ref} - hr_{est}\right)$ (BLAND et al., 1986).

Figura 53: Gráfico de *Bland-Altman* sobre os dados dos 12 sujeitos usando o algoritmo NLMS e filtro de *Kalman* como método de estimativa (μ é a média do erro de estimativa sobre as estimativas e σ é o desvio padrão).



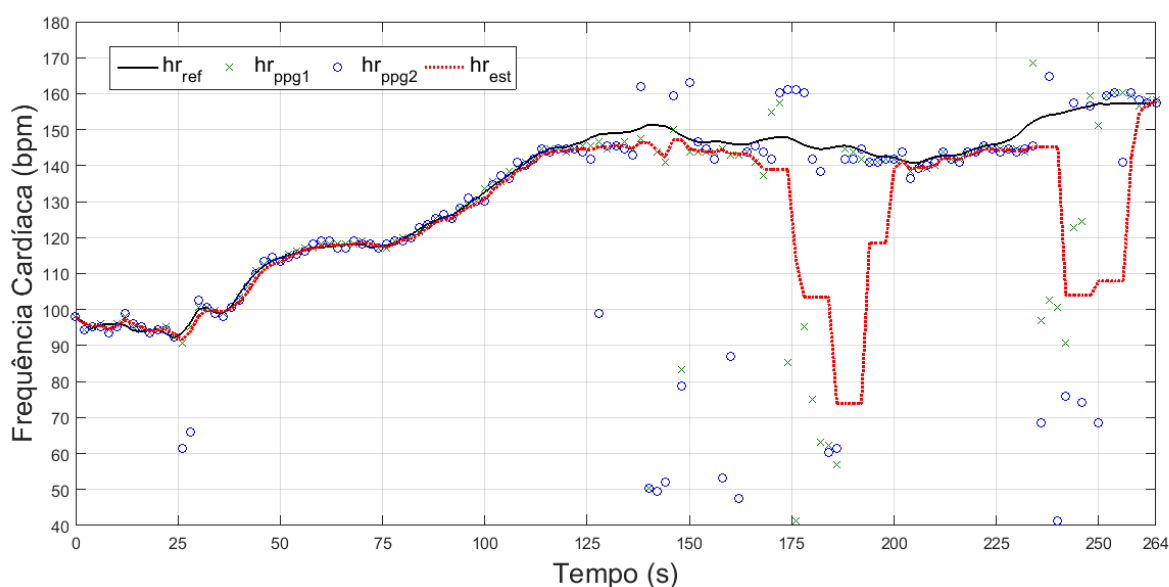
Fonte: O Autor (2018).

Verifica-se um limite de concordância ou LOA (do inglês, *Limit of Agreement*) para todo conjunto de dados como sendo $[\mu - 1,96\sigma \quad \mu + 1,96\sigma] = [-11,99 \quad 14,80]$ bpm ($\mu = 1,41$ é a média dos erros sobre todas as 1596 estimativas e $\sigma = 6,83$ é o desvio padrão

correspondente). Este LOA é obtido quando 95% dos dados existem dentro de $1,96\sigma$. No nosso caso, o erro padrão dos desvios de estimativa é 0,171. Logo, o intervalo de confiança de 95% do erro de estimativa da frequência cardíaca é [1,07 1,74]. Por outro lado, o erro padrão dos limites de concordância é 0,296. Logo, o intervalo de confiança de 95% do limite inferior de concordância é [12,57 - 11,41] e para o limite superior de concordância, o intervalo de confiança de 95% é [14,22 15,38]. Portanto, nossa estimativa da frequência cardíaca usando o algoritmo NLMS e o *Filtro de Kalman* obtém um erro médio em relação à referência pelo sinal de ECG no intervalo [1,075 1,74] bpm, sendo que 95% destes desvios se localizam no intervalo [-12,57 15,38] bpm com 95% de confiança.

Para averiguar o que ocorreu no experimento do sujeito 7, plotamos na Figura 54 um gráfico da evolução da frequência cardíaca ao longo do tempo para este experimento. Neste gráfico, exibimos a frequência cardíaca de referência hr_{ref} (em preto) e a frequência cardíaca estimada hr_{est} (em pontilhado vermelho). Além disso, plotamos em pontos das frequências cardíacas extraídas hr_{ppg1} e hr_{ppg2} . Nota-se que até o instante 125 s, os dados de hr_{ppg1} e hr_{ppg2} apresentavam pouca dispersão em relação à frequência cardíaca de referência. No entanto, após o instante 125 s, a dispersão aumenta e após 175 s ambas as frequências hr_{ppg1} e hr_{ppg2} se encontram bem afastadas da referência e em um mesmo patamar abaixo dela.

Figura 54: Evolução da frequência cardíaca estimada (vermelho), frequência cardíaca de referência (preto) e frequências cardíacas extraídas dos sinais de PPG1 (verde) e PPG2 (azul) no experimento do sujeito 7 utilizando o método com algoritmo NLMS e *Filtro de Kalman*.



Fonte: O Autor (2018).

Neste caso, observamos que o algoritmo proposto ficou limitado à situação, pois, inicialmente devido à grande dispersão, o algoritmo entra no modo de predição, ou seja, passa a descartar as medidas de entrada e apenas propaga a frequência cardíaca, se mantendo em platôs horizontais ao qual se mantêm por três iterações, conforme propomos na metodologia. Porém, ao tentar retornar a uma posição normal, o algoritmo calcula a média das medidas de frequência cardíaca com o estado estimado anteriormente, o que neste caso não é vantajoso, pois, ambas as medidas continuam muito afastadas da referência e tendem a “arrastar” a média na direção delas. As medidas hr_{ppg1} e hr_{ppg2} só voltam a se aproximar da referência pouco antes do instante 200s.

A situação da Figura 54, onde o filtro de *Kalman* perde por muito tempo o rastreamento da frequência cardíaca, provoca um erro médio acentuado neste experimento e explica porque várias métricas de desempenho tiveram valores bem maiores neste experimento. Trata-se de uma situação em que filtro de *Kalman* perde a referência e demora a voltar ao nível da referência. Por fim, o grande problema parece se encontrar nos dados que alimentam o filtro de *Kalman*, oriundos dos filtros com o algoritmo NLMS que não conseguiram eliminar as harmônicas destes artefatos de movimento. O filtro de *Kalman* assume que os ruídos de medição e do processo são processos gaussianos, o que evidentemente não ocorre neste caso, pois não é difícil perceber que a distribuição destes dados não é uma curva perfeitamente normal.

4.2.2 Estimativa com o Algoritmo RLS e o Filtro de *Kalman*

A Tabela 9 mostra os resultados obtidos do método de estimativa da frequência cardíaca com o algoritmo RLS em conjunto com o algoritmo (filtro) de *Kalman* ao qual abreviaremos neste trabalho como RLS + KF. Ao analisar os resultados, notamos que houve uma diminuição significativa no erro médio absoluto de estimativa da frequência cardíaca em relação às frequências cardíacas previamente extraídas diretamente após a filtragem adaptativa, conforme a Tabela 7.

Tabela 9: Resultados de diversas métricas de avaliação de desempenho do algoritmo RLS.

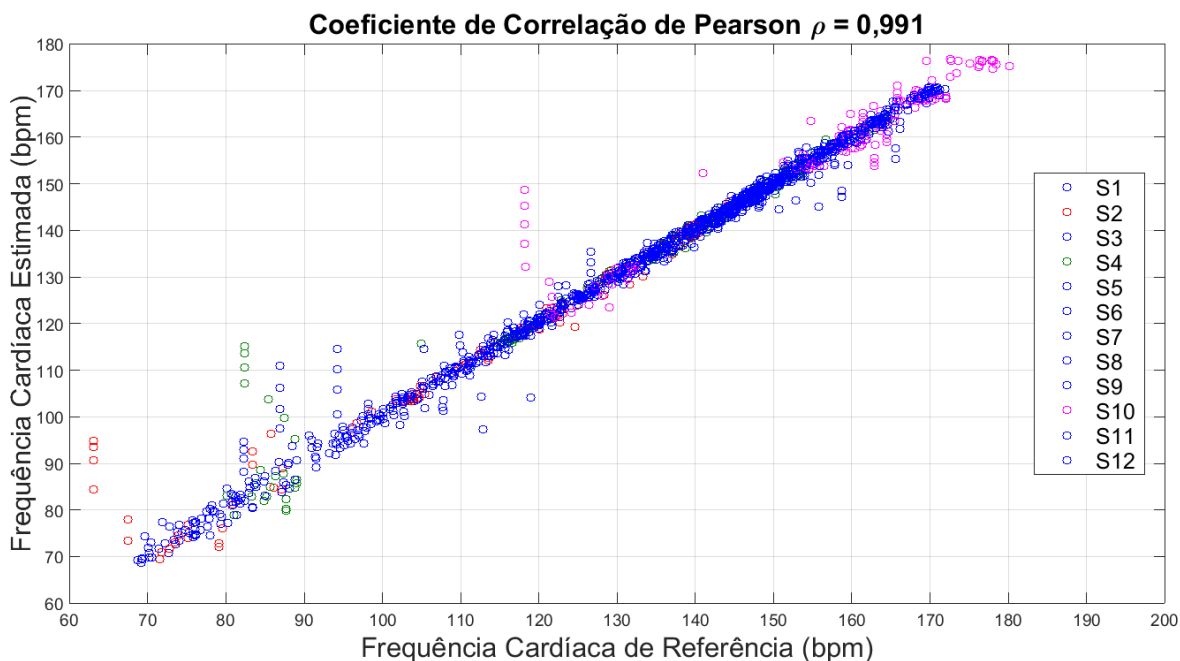
Sujeito	E_1(bpm)	E_2(%)	E_3(bpm)	STD(bpm)	ρ
1	1,968	1,755	15,596	2,353	0,996
2	2,182	2,235	31,777	4,926	0,975
3	1,215	1,031	14,944	1,617	0,995
4	2,304	2,073	32,727	5,318	0,974
5	0,995	0,763	6,561	0,835	0,998
6	1,311	1,176	24,110	3,128	0,992
7	1,018	0,780	10,813	1,210	0,997
8	1,486	1,313	20,357	2,533	0,991
9	0,830	0,748	3,033	0,606	0,999
10	2,887	1,892	30,566	4,563	0,947
11	1,075	0,740	10,360	1,427	0,996
12	1,242	0,933	11,529	1,538	0,996
Média	1,543	1,287	17,698	2,505	0,991
Desvio Padrão	0,615	0,534	9,697	1,565	

Fonte: O Autor (2018).

Pela Tabela 9, o erro médio absoluto (E_1) resultou em $1,54 \pm 0,62$ bpm e o erro médio percentual (E_2) foi de 1,29 %. O erro E_1 diminuiu sua média das duas frequências cardíacas previamente estimadas de 5,503 bpm e 7,099 bpm para 1,543 bpm na estimativa final após a fusão de dados. O desvio padrão do erro médio também diminuiu consideravelmente em relação ao estágio anterior.

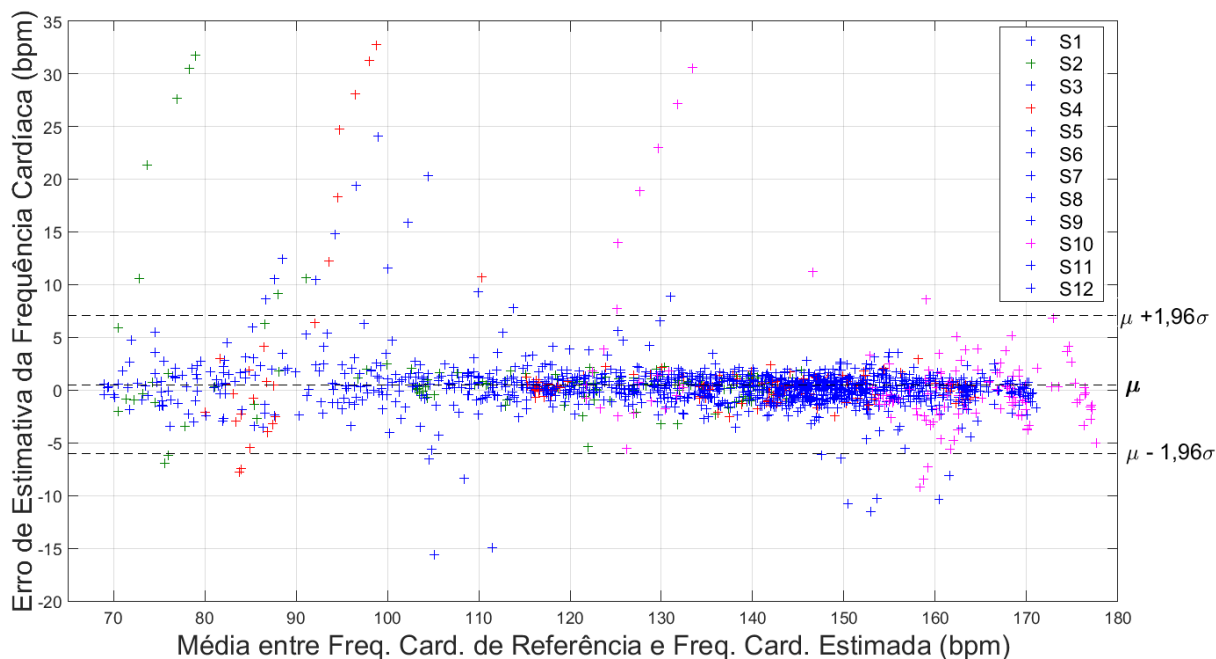
Com o objetivo de investigar melhor a qualidade da estimativa da frequência cardíaca obtida pelo método proposto, na Figura 55, a frequência cardíaca estimada é plotada em relação à frequência cardíaca de referência considerando todas as janelas de tempo de todos os 12 indivíduos do conjunto de teste. Observa-se a partir da Figura 55 que existe uma relação linear entre a frequência cardíaca de referência e a frequência cardíaca estimada e a curva linear aproximada passa próximo à origem. O valor do coeficiente de correlação de Pearson se encontra em $\rho = 0,991$, o que indica uma estimativa muito consistente. Como é muito próximo a 1, indica a validação de uma estimativa altamente precisa da frequência cardíaca.

Figura 55: Correlação de Pearson entre a frequência cardíaca de referência e a frequência cardíaca estimada sobre todos os 12 conjuntos de dados com o método usando o algoritmo RLS e filtro de *Kalman*.



Em seguida, usando todas as janelas de tempo dos 12 indivíduos do conjunto de teste, o gráfico de *Bland-Altman* é plotado na Figura 56.

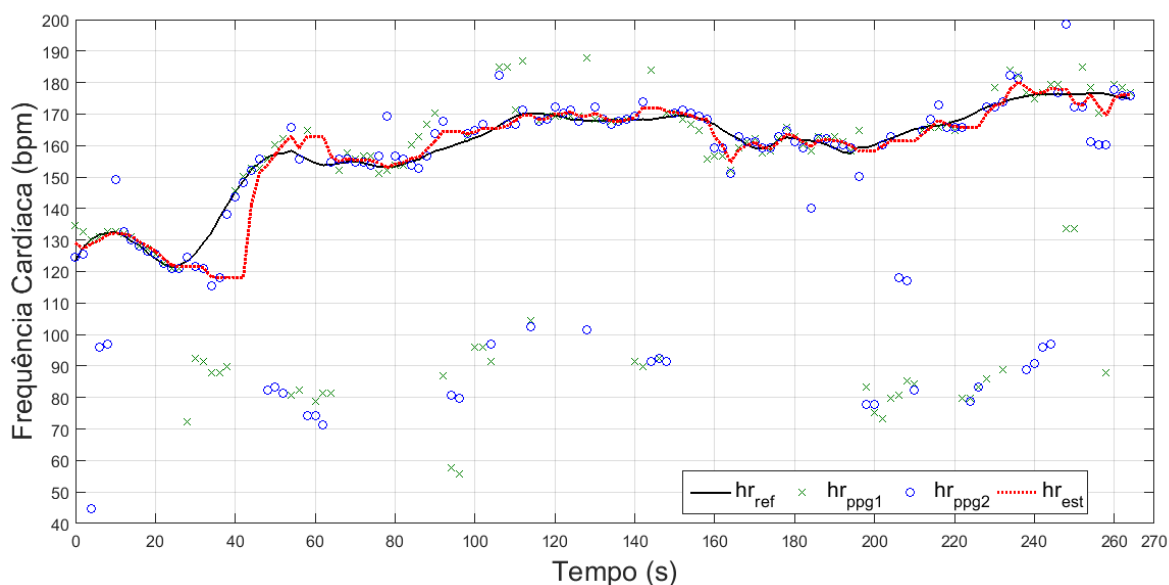
Figura 56: Gráfico de *Bland-Altman* sobre os dados dos 12 sujeitos usando o algoritmo RLS e filtro de *Kalman* como método de estimativa (μ é a média do erro de estimativa sobre as estimativas e σ é o desvio padrão).



Verifica-se um limite aceitável de concordância como sendo $[\mu - 1,96\sigma \quad \mu + 1,96\sigma] = [-6,052 \quad 7,052] \text{ bpm}$ ($\mu = 0,501$ é a média dos erros sobre todas as 1596 estimativas e $\sigma = 3,34$ é o desvio padrão correspondente). Este LOA é obtido quando 95% dos dados existem dentro de $1,96\sigma$. Não importa se a frequência cardíaca de referência é muito pequena ou grande, a diferença entre valores estimados e a frequência cardíaca de referência se encontra dentro de um limite satisfatório. No nosso caso, o erro padrão dos desvios de estimativa é 0,084. Portanto, o intervalo de confiança de 95% do erro de estimativa da frequência cardíaca é $[0,337 \quad 0,665]$. Por outro lado, o erro padrão dos limites de concordância é 0,145. Logo, o intervalo de confiança de 95% do limite inferior de concordância é $[-6,34 \quad -5,77]$ e para o limite superior de concordância, o intervalo de confiança de 95% é $[6,77 \quad 7,34]$. Portanto, nossa estimativa da frequência cardíaca com o algoritmo RLS e *Filtro de Kalman* obtém um erro médio de estimativa em relação à referência pelo sinal de ECG que se situa no intervalo $[0,337 \quad 0,665] \text{ bpm}$, sendo que 95% destes desvios se localizam no intervalo $[6,77 \quad 7,34] \text{ bpm}$ com 95% de confiança.

Na Figura 57, plotamos um gráfico da evolução da frequência cardíaca no tempo para o experimento do sujeito 10, que foi o experimento que teve o maior erro E_1 com o método com o algoritmo RLS e *Filtro de Kalman*. Neste gráfico, exibimos a frequência cardíaca de referência hr_{ref} (em preto) e frequência cardíaca estimada hr_{est} (em pontilhado vermelho). Além disso, plotamos os pontos das frequências cardíacas extraídas hr_{ppg1} e hr_{ppg2} .

Figura 57: Evolução da frequência cardíaca estimada (vermelho), frequência cardíaca de referência (preto) e frequências cardíacas extraídas dos sinais de PPG1 (verde) e PPG2 (azul) no experimento do sujeito 10 utilizando o método com algoritmo RLS e *Filtro de Kalman*.



Fonte: O Autor (2018).

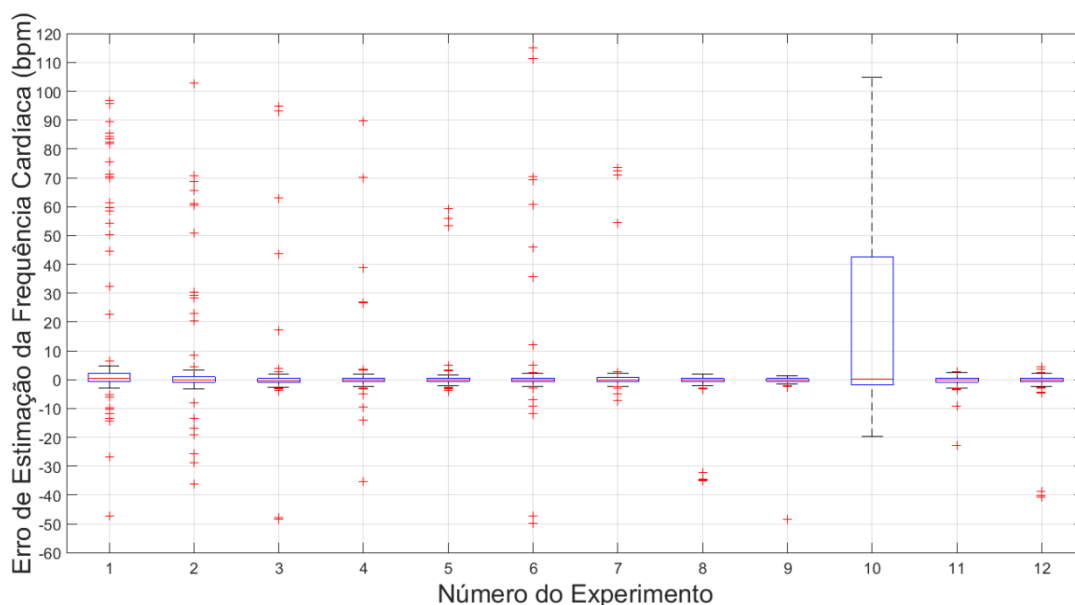
Pela Figura 57, pode-se perceber que o filtro de *Kalman* tem um trabalho muito importante neste experimento, pois as frequências cardíacas extraídas hr_{ppg1} e hr_{ppg2} apresentam uma grande dispersão de entrada. Diferentemente da Figura 54, na Figura 57 não temos uma concentração das frequências cardíacas extraídas situadas longe da referência por muito tempo. De maneira geral, verificamos que a distribuição dos desvios na Figura 57 possui uma aleatoriedade mais próxima de uma curva normal, o que facilita o trabalho do filtro de *Kalman*, que é baseado na hipótese de ruídos gaussianos. No entanto, existe certa concentração da dispersão de valores para um lado da curva, principalmente, no intervalo de 20 a 40 s.

No intervalo 20 a 40 s, o *Filtro de Kalman* entra num modo de predição, formando um “joelho”, que leva um tempo para voltar à referência, mas o filtro consegue fazer isso satisfatoriamente. Este “joelho” é o responsável pelos maiores erros observados neste experimento e poderia ser diminuído através da diminuição do número de iterações a serem realizadas no modo de predição do filtro de *Kalman*, porém, observamos que utilizar menos que três iterações podem comprometer muito o resultado de outros experimentos como, por exemplo, o experimento 1. Além disso, o intervalo 20 a 40 s corresponde a uma elevação brusca da frequência cardíaca por conta de um aumento da velocidade da esteira no experimento, o que também dificultou o trabalho de filtragem do algoritmo RLS em perceber as mudanças nas estatísticas do sinal.

Pode ser visto na Figura 57 que as estimativas da frequência cardíaca são ocasionalmente afetadas por grandes desvios. Entretanto, somente em alguns casos as estimativas de ambos os sinais de PPG se afastam da referência. Para entender melhor isso, a

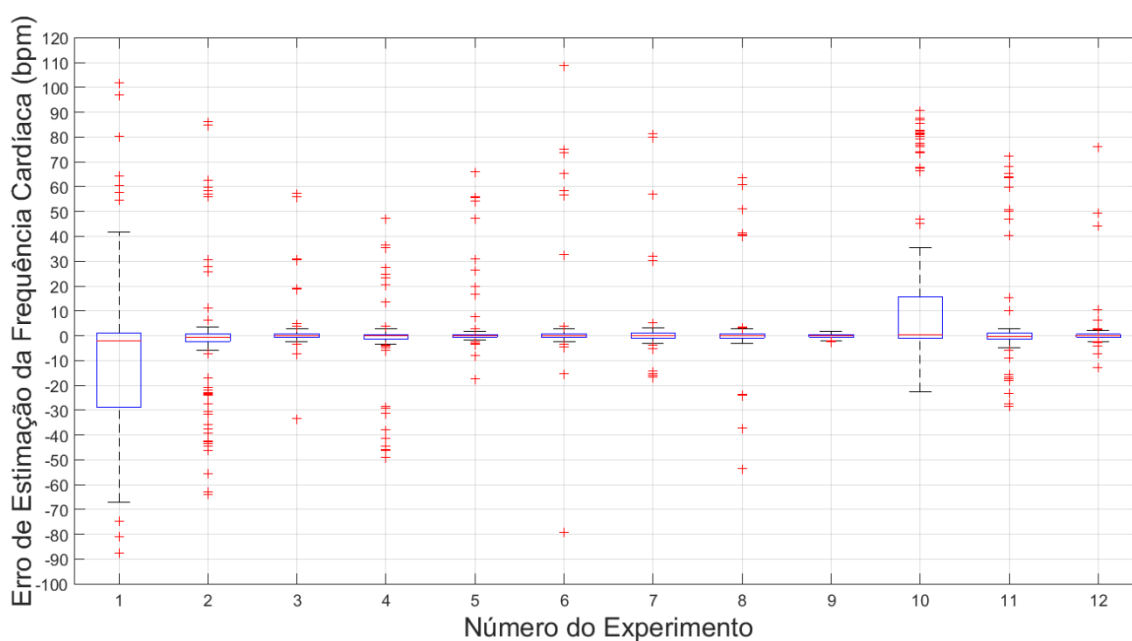
Figura 58 e a Figura 59 apresentam gráficos de caixa de *Tukey* para as saídas dos dois sensores, hr_{ppg1} e hr_{ppg2} , em cada um dos conjuntos de testes. Nota-se, que na maioria dos casos, 50% das estimativas da frequência cardíaca estão distribuídas em uma faixa estreita em torno do valor de referência para pelo menos um dos dois sensores de PPG. Isso significa que pelo menos um sensor pode fornecer uma estimativa aceitavelmente precisa da frequência cardíaca. O experimento 1 no sensor de PPG2 e o experimento 10 em ambos os sensores são um pouco mais críticos em relação a este aspecto. Assim, analisando os limites de variação destes experimentos, podemos perceber que o intervalo de variação máximo, referente aos dois conjuntos de dados de frequência cardíaca se encontra em $[-70 + 110]$ bpm.

Figura 58: Diagrama de caixa de *Tukey* para hr_{ppg1} obtido com o algoritmo RLS e *Filtro de Kalman*.



Fonte: O Autor (2018).

Figura 59: Diagrama de caixa de *Tukey* para hr_{ppg2} obtido com o algoritmo RLS e *Filtro de Kalman*.



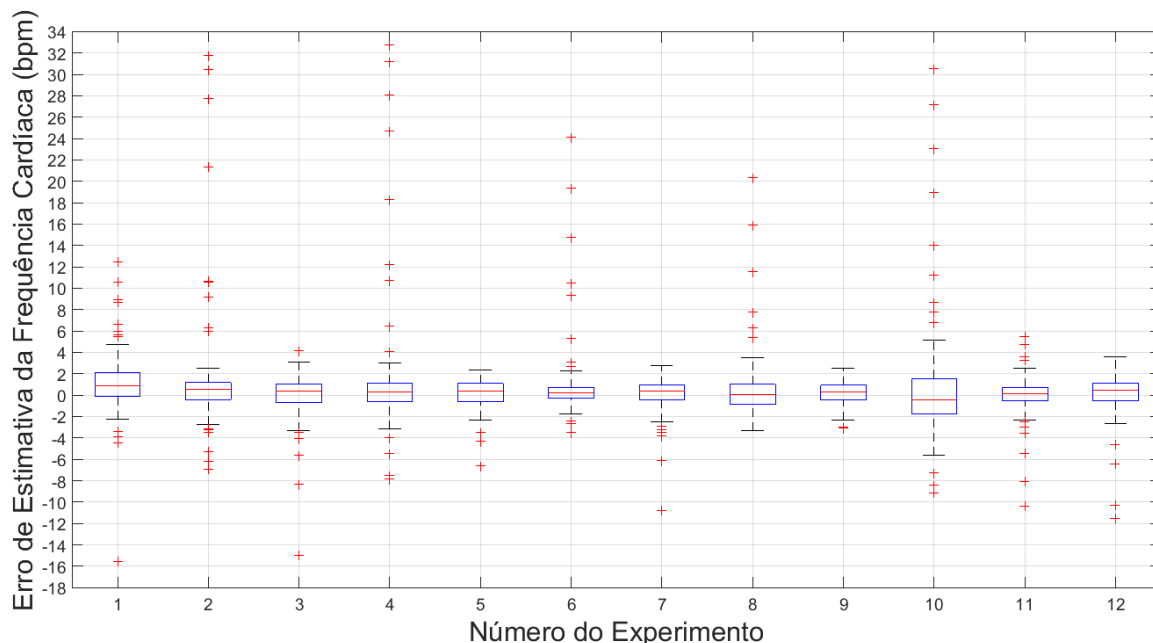
Fonte: O Autor

Por fim, o gráfico da caixa de *Tukey* da estimativa final da frequência cardíaca, hr_{est} , é mostrado na Figura 60, e pode-se notar que o intervalo de variação máximo foi reduzido de $[-70 + 110] \text{ bpm}$ para $\pm 6 \text{ bpm}$. Mesmo no caso do experimento 10 na

Figura 58, o método ocasionou uma grande melhoria. A incerteza em um nível de confiança de aproximadamente 99% pode ser avaliada pela extensão dos bigodes do diagrama

de caixa, variando de $\pm 2 \text{ bpm}$ no melhor caso (experimento 9) a $\pm 6 \text{ bpm}$ no pior caso (experimento 10).

Figura 60: Diagrama de caixa de *Tukey* para hr_{est} obtido com o algoritmo RLS e *Filtro de Kalman* que resume a variabilidade das medições de frequência cardíaca para os 12 experimentos.



Fonte: O Autor.

Notamos que por consequência da etapa de remoção de artefatos de movimento, o método com algoritmo RLS e *Filtro de Kalman* teve um desempenho superior ao algoritmo NLMS na estimativa da frequência cardíaca. Como o *Filtro de Kalman* é o mesmo para os dois métodos utilizados, atribuímos a maior acurácia do método com algoritmo RLS à etapa anterior de filtragem adaptativa.

4.2.3 Validação do Fator de Qualidade

Com o objetivo de validar o uso do *Fator de Qualidade*, bloco que nos retorna um índice de qualidade do sinal *SQI* variável, realizamos um experimento com todo conjunto de testes utilizando o método com o algoritmo RLS e *Filtro de Kalman*. Para analisar se o índice de qualidade do sinal ocasiona uma melhoria no erro médio absoluto de estimativa da frequência cardíaca, executamos o algoritmo proposto para vários *SQI* iguais e fixos em cada experimento nos dois sensores de PPG. Os valores de *SQI* variavam de 1,00 a 0,527 (limiar mínimo definido neste trabalho), o que corresponde a uma variação de 9 a 121 no parâmetro de variância do ruído de medição no filtro de *Kalman*. Os resultados deste experimento em

conjunto com os resultados com SQI variável da proposta do trabalho são mostrados na Tabela 10, onde assinalamos em negrito o melhor resultado de cada experimento.

Tabela 10: Resultados para o Erro Médio Absoluto de Estimativa da Frequência Cardíaca (E_1) em bpm com o algoritmo RLS e filtro de *Kalman* para diferentes SQI , incluindo a proposta do trabalho com SQI variável.

Sujeito	$SQI = 1,00$	$SQI = 0,797$	$SQI = 0,703$	$SQI = 0,647$	$SQI = 0,609$	$SQI = 0,581$	$SQI = 0,559$	$SQI = 0,542$	$SQI = 0,527$	SQI variável
	$R=9$	$R=16$	$R=25$	$R=36$	$R=49$	$R=64$	$R=81$	$R=100$	$R=121$	R variável
1	2,104	2,098	2,704	2,651	2,902	5,770	6,057	6,264	6,796	1,968
2	2,32	2,385	2,501	2,688	3,060	3,519	3,718	3,911	3,963	2,182
3	1,503	1,790	2,188	2,435	2,821	4,898	4,901	5,119	5,333	1,215
4	2,429	1,775	2,398	2,398	2,619	2,805	3,004	3,201	3,394	2,304
5	1,101	1,142	1,390	1,647	1,901	2,176	2,410	2,634	2,849	0,995
6	1,316	1,435	1,584	1,752	1,767	2,376	2,602	2,837	3,079	1,311
7	1,090	1,247	1,478	1,645	1,815	1,685	1,866	2,052	2,236	1,018
8	1,589	1,558	1,798	2,124	2,436	2,945	3,255	3,837	4,114	1,486
9	0,908	1,076	1,358	1,644	1,925	2,241	2,509	2,768	3,020	0,830
10	3,013	2,808	2,895	3,042	3,075	6,684	6,620	6,564	6,512	2,887
11	1,18	1,217	1,314	1,506	1,720	1,881	2,075	2,265	2,448	1,075
12	1,371	1,287	1,543	1,808	2,072	2,265	2,513	2,753	2,988	1,242
Média	1,660	1,652	1,929	2,112	2,343	3,270	3,461	3,684	3,894	1,543
Desvio Padrão	0,627	0,520	0,550	0,493	0,510	1,567	1,506	1,458	1,467	0,615

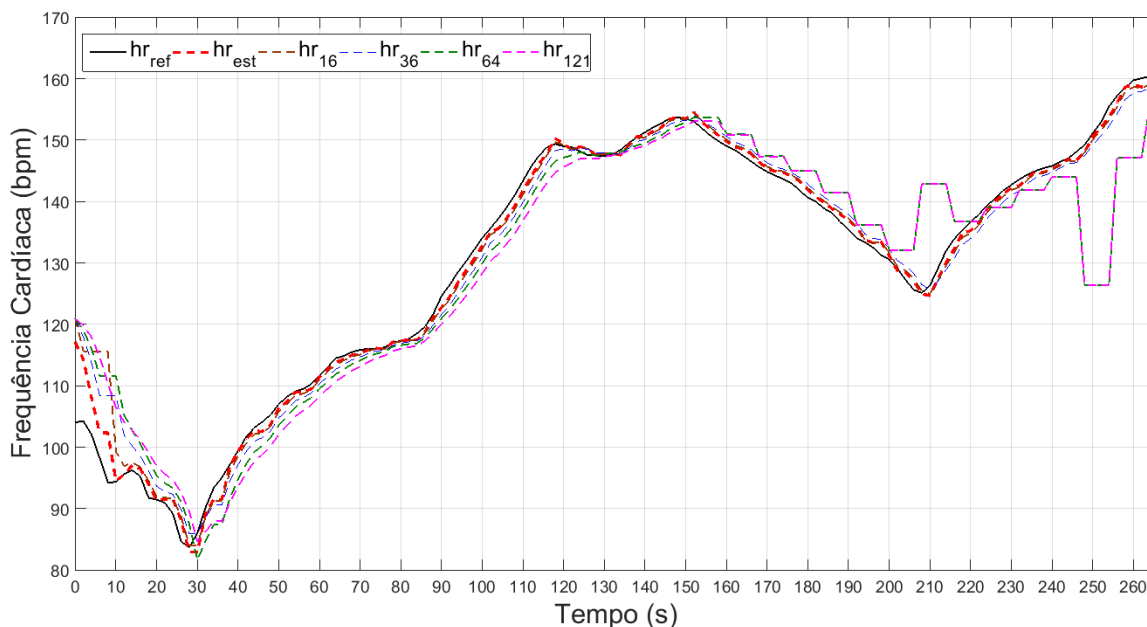
Fonte: O Autor.

Os resultados da Tabela 10 indicam que todos os experimentos atingiram um erro médio absoluto mínimo ou muito próximo do mínimo através do uso do bloco *Fator de Qualidade*. As exceções foram o experimento do sujeito 4 e o experimento do sujeito 10, que com $SQI = 0,797$ atingiram um erro levemente menor que a proposta do trabalho. Porém, nestes casos, nosso resultado com SQI variável é ainda o mais próximo do melhor resultado para os valores testados neste experimento.

Para ilustrar o efeito do uso do bloco *Fator de Qualidade*, a Figura 61 ilustra a evolução da frequência cardíaca do experimento do sujeito 3 para alguns valores de SQI (ou R). Plotamos a curva da frequência cardíaca de referência h_{ref} em preto, a curva da frequência cardíaca estimada com o fator de qualidade h_{est} em vermelho e as demais curvas,

hr_{16} , hr_{36} , hr_{64} e hr_{121} , correspondem à frequência cardíaca estimada com R fixo em todo experimento, respectivamente em, 16, 36, 64 e 121.

Figura 61: Evolução da frequência cardíaca estimada (vermelho), frequência cardíaca de referência (preto) e frequências cardíacas extraídas dos sinais de PPG1 (verde) e PPG2 (azul) no experimento do sujeito 3 com algoritmo RLS e *Filtro de Kalman*.



Fonte: O Autor.

Analisando a figura, observamos que h_{est} fornece a estimativa mais suave e próxima da referência. Neste experimento específico, à medida que aumentamos R (ou diminuimos o SQI), a curva de estimativa da frequência cardíaca se afasta cada vez mais da referência, chegando ao ponto de apresentar grandes erros como no caso em que $R = 121$. De maneira geral, o erro E_1 diminui à medida em que SQI diminui entre $R = 16$ a $R = 9$, o erro E_1 começa a aumentar em vários experimentos, justificando a necessidade de um parâmetro adaptável ao longo do tempo.

4.3 CUSTO COMPUTACIONAL DO ALGORITMO

O custo computacional do algoritmo desenvolvido com diferentes métodos neste trabalho é um aspecto extremamente importante, pois estabelecemos um intervalo de tempo de 2 s para a atualização da frequência cardíaca pelo algoritmo, o que deve ser compatível com o tempo de execução do algoritmo para processar cada janela de sinais de entrada e fornecer uma estimativa da frequência cardíaca em um tempo hábil. No entanto, os dispositivos ao qual este algoritmo é destinado possuem recursos computacionais mais

limitados que um computador pessoal, além de necessitarem operar em modos de baixa energia para satisfazer critérios de manutenção da vida útil de bateria.

Com o objetivo de avaliar o custo computacional do algoritmo, medimos o tempo de execução do algoritmo para processar cada janela de sinais de entrada. Utilizamos um método disponível no *Matlab* que dispara um cronômetro interno, medindo assim o intervalo de tempo transcorrido na execução de um trecho de código. Em seguida, calculamos a média de tempo de execução em milissegundos de todas as janelas de cada experimento. O tempo de execução foi avaliado para duas frequências de *clock* de uma unidade central de processamento ou CPU (do inglês, *Central Processing Unit*) Intel Core i5 segunda geração: 2494,4 Mhz (ou 2,44 Ghz) e 798,2 Mhz. A frequência de *clock* de 798,2 Mhz foi obtida através de um *undervolting* da CPU em questão. Os resultados do tempo médio de execução por janela para os experimentos do conjunto de teste podem ser visualizados na Tabela 11.

Tabela 11: Resultados do tempo de processamento médio de cada janela em milissegundos para cada um dos experimentos com os algoritmos NLMS e RLS.

Método	NLMS + KF		RLS + KF	
	Clock CPU: 2494,4 MHz	Clock CPU: 798,2 MHz	Clock CPU: 2494,4 MHz	Clock CPU: 798,2 MHz
1	131	452	205	657
2	126	439	186	612
3	123	417	185	596
4	124	426	184	595
5	123	415	185	603
6	125	412	185	597
7	126	435	184	596
8	126	449	185	595
9	127	460	185	606
10	125	435	184	603
11	124	435	184	605
12	126	444	185	592
Média	125	435	186	605
Desvio Padrão	2,33	15,65	6,17	17,94

Fonte: O Autor (2018).

O tempo médio de execução do algoritmo para processar cada janela com o método usando o algoritmo NLMS e o *Filtro de Kalman* foi de 125 ms com a CPU a 2,44 GHz e 435 ms com a CPU a 798,2 MHz. Já o tempo médio de execução por janela com o método usando o algoritmo RLS e o *Filtro de Kalman* foi de 186 ms com a CPU a 2,44 GHz e 605 ms com a CPU a 798,2 MHz. Portanto, a Tabela 11 nos informa que o método com o algoritmo NLMS processou cada janela mais rapidamente que o algoritmo RLS, o que já era esperado, pois se sabe que o algoritmo RLS apresenta maior complexidade de operações matemática, o que aumenta o custo computacional (HAYKIN, 1996). A diferença de tempo de execução entre o algoritmo NLSM e o algoritmo RLS não foi tão grande, pois a ordem do filtro usada com o algoritmo NLMS é igual a 34, enquanto que no algoritmo RLS, os resultados ótimos foram obtidos usando filtros de ordem menor, igual a 20.

Pode-se inferir que, se a precisão da estimativa da frequência cardíaca é a principal preocupação, o método proposto com algoritmo RLS e *Filtro de Kalman* pode ser implementado com confiança, mas se o cálculo mais rápido é a principal preocupação, em vez do algoritmo RLS podemos usar o método com o algoritmo NLMS, que fornece estimativas com boa acurácia, porém inferiores as do método com algoritmo RLS. Além disso, queríamos verificar se o algoritmo conseguiria atender ao requisito de processar cada janela em um intervalo de tempo hábil, que neste trabalho foi definido a partir do conjunto de dados de entrada como sendo 2 s. O método com o algoritmo NLMS necessita, na pior situação avaliada, de 0,43 s para processar uma janela enquanto o método com algoritmo RLS necessita de 0,60 s com um *clock* em torno de 800 MHz. Isso indica que mesmo na pior situação, o algoritmo conseguiria cumprir a tarefa com uma folga de tempo considerável.

A execução do algoritmo em uma frequência de *clock* de 798,2 MHz permite compará-lo com uma situação semelhante ao que ocorreria se ele fosse implementado e executado em um *smartwatch*. Segundo *Smartwatch Specifications* (2018), os modelos de *smartwatch* disponíveis no mercado utilizam especificações de CPU que usam arquiteturas baseadas em um conjunto de instruções reduzidas com um ou mais núcleos de frequência de *clock* acima de 800 MHz. Como o maior tempo de execução neste trabalho foi de 605 ms, a hipótese de que a execução do algoritmo em uma CPU de *smartwatch* não excederia os 2000 ms, pode ser verdadeira. No entanto, há limitações ao se comparar a execução do algoritmo em uma CPU de um *smartwatch* com uma CPU de um computador pessoal ao qual utiliza geralmente um conjunto complexo de instruções. Precisaríamos implementar e testar o algoritmo em um *smartwatch* para avaliar de forma consistente se o algoritmo atende ao intervalo de tempo em que a estimativa da frequência cardíaca é realizada no dispositivo.

4.4 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

Para avaliar os resultados, comparamos o erro médio absoluto (E_1) obtido em cada experimento com os resultados do erro E_1 de outros estudos realizados no Estado da Arte da estimativa da frequência cardíaca a partir de sinais de PPG de pulso utilizando a mesma base de dados deste trabalho. A comparação pode ser visualizada na Tabela 12 onde consideramos os estudos de Baca et al. (2015), Galli et al. (2018), Islam et al. (2017), Shack et al. (2015), Zhang et al. (2015) e Zhu et al. (2015) em conjunto com os métodos propostos neste trabalho.

Tabela 12: Comparação entre resultados do Autor e do Estado da Arte para o Erro Médio Absoluto de Estimativa da Frequência Cardíaca (E_1) em bpm.

Sujeito	Baca et al. (2015)	Galli et al. (2018)	Islam et al. (2017)	Shack et al. (2015)	Zhang et al. (2015)	Zhu et al. (2015)	Proposta do Autor (2018): NLMS + KF	Proposta do Autor (2018): RLS + KF
1	2,58	2,72	1,16	2,40	2,29	2,93	3,18	1,97
2	1,48	3,25	1,16	1,21	2,19	3,06	2,78	2,18
3	1,40	1,40	0,79	1,20	2,00	2,03	1,43	1,22
4	2,47	1,21	0,87	1,22	2,15	2,29	1,616	2,30
5	1,54	0,93	0,71	1,34	2,01	2,64	1,17	1,00
6	3,24	2,12	1,14	1,44	2,76	2,58	2,00	1,31
7	1,01	1,40	0,71	1,16	1,67	1,97	9,13	1,02
8	1,19	1,16	0,73	1,04	1,93	1,77	1,53	1,49
9	0,93	1,17	0,64	1,18	1,86	1,87	0,97	0,83
10	6,28	4,14	3,09	5,33	4,70	3,81	4,17	2,89
11	1,68	1,38	1,34	2,18	1,72	1,91	2,84	1,08
12	3,30	1,29	1,54	1,52	2,84	4,07	1,48	1,24
Média	2,26	1,85	1,16	1,77	2,34	2,58	2,69	1,54
Desvio Padrão	1,51	1,01	0,67	1,20	0,83	0,77	2,14	0,64

Fonte: O Autor (2018).

Os resultados obtidos com o algoritmo NLMS e *Filtro de Kalman* mostram boa concordância com os demais trabalhos publicados. Com exceção do resultado atípico do experimento 7, que certamente influenciou bastante na elevação da média, obtemos resultados individuais dos experimentos comparáveis segundo a média do erro E_1 com Baca et al. (2015), Zhang et al. (2015) e Zhu et al. (2015). Além disso, o desvio padrão da média deste método certamente ficou mais elevado por conta do experimento 7, no entanto, se excluirmos este experimento dos resultados, obtemos um erro médio E_1 de $2,10 \pm 1,03 \text{ bpm}$, o que torna o método até mesmo mais preciso que os estudos citados.

Já em relação aos resultados com o algoritmo RLS e *Filtro de Kalman*, obtemos resultados comparáveis e até mesmo superiores a quase todos os estudos realizados com exceção do trabalho realizado por Islam et al. (2017) em relação ao erro E_1 médio. O método proposto pelos autores utiliza filtros adaptativos RLS em cascata de maneira similar ao nosso método, além de usar a técnica de SSA como alternativa no algoritmo para remoção de artefatos. Sabe-se que método SSA é custoso computacionalmente tanto no número de operações matemáticas requeridas quanto na memória necessária para armazenar os dados. Os autores informaram ter encontrado um tempo médio de processamento de janela de 170 ms , enquanto no nosso trabalho obtemos 185 ms como algoritmo RLS. No entanto, os autores testaram o algoritmo numa CPU *Intel Core i7 3,6 Ghz*, consideravelmente mais rápida que a CPU que nós usamos neste trabalho para testar o método proposto. Logo, o tempo de processamento do algoritmo proposto por Islam et al. (2017) deve ser maior que o nosso se executado nas mesmas condições de *hardware*. Dessa forma, apesar do método proposto pelos autores ter apresentado maior acurácia com uma média do erro E_1 de $1,16 \text{ bpm}$ e um coeficiente de correlação de *Pearson* $\rho = 0,996$ em comparação com $1,54 \text{ bpm}$ e $\rho = 0,991$, obtidos no melhor método deste trabalho, nosso algoritmo leva vantagem no tempo de execução ao ser implementado em um *hardware* mais limitado. Este último aspecto pode fazer diferença no custo do produto e no consumo de bateria do dispositivo.

Em relação ao trabalho de Galli et al. (2018), que também utiliza o periodograma e o filtro de *Kalman* utilizados nos métodos deste trabalho, obtemos um erro E_1 médio menor que o erro de $1,85 \text{ bpm}$ obtido pelos autores e um desvio padrão do erro E_1 consideravelmente menor que o desvio de $1,01$ obtido pelos autores. Obtemos resultados diferentes em cada experimento, pois os autores usaram outros métodos para remoção de artefatos de movimento, mais especificamente a PCA, e outras heurísticas no *Filtro de Kalman*. Além disso, os autores não utilizam o índice de qualidade do sinal para adaptar a variância do ruído de medição.

Outro ponto a destacar é que os pesquisadores calcularam um tempo médio de processamento de janela de 200 ms em uma CPU *Intel Core i7 2,4 Ghz*. Este tempo é superior ao que obtivemos neste trabalho com o algoritmo RLS, mesmo que tenhamos usado uma CPU com capacidade de processamento inferior.

Em relação à referência de origem da base de dados do trabalho, Zhang et al. (2015), obtemos resultados consideravelmente melhores para o erro E_1 e, especificamente, o erro E_1 médio de todo conjunto obtido foi 34% menor que o obtido pelos autores. No entanto, o coeficiente de correlação de *Pearson* obtido pelos autores foi de 0,992 que é minimamente superior ao obtido neste trabalho. Apesar do trabalho de Zhang et al. (2015) não informar o tempo de execução do método proposto pelos autores, acredita-se que seja mais lento que o método proposto neste trabalho, pois é devidamente conhecido que o método de SSA e o método de reconstrução do sinal esparso para estimar um espectro de alta resolução apresentam maior complexidade computacional que os métodos utilizados aqui.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho propomos um algoritmo que possibilitou o desenvolvimento de dois métodos eficientes para a estimativa da frequência cardíaca a partir de sinais de dois sensores de PPG de pulso obtidos de uma base de dados pública. Os métodos propostos realizam um pré-processamento com um filtro passa-banda convencional, porém utilizam pela primeira vez na literatura a combinação de filtros adaptativos com dois algoritmos para a remoção de artefatos de movimento com um filtro de *Kalman* que corrige e rastreia a frequência cardíaca extraída do periodograma de dados de sinais de PPG. Por isso, o algoritmo é capaz de fornecer uma estimativa robusta e precisa da frequência cardíaca a cada janela de tempo processada, especialmente com o método desenvolvido com o algoritmo RLS.

Na proposta de remoção de artefatos de movimento, utilizamos um esquema de filtragem adaptativa para o cancelamento adaptativo de ruído que incorpora três sinais de aceleração obtidos separadamente de um acelerômetro em três filtros FIR associados em cascata. Além disso, implementamos os algoritmos NLMS e RLS, onde obtivemos uma redução significativa de artefatos de movimento em ambos os métodos utilizados. Especificamente, o método com o algoritmo RLS exibiu resultados superiores na remoção de artefatos de movimento do sinal do segundo sensor de PPG, conhecido por apresentar maior não estacionariedade que seu par.

A FFT com preenchimento de zeros foi utilizada para obter o periodograma de cada janela de tempo do sinal de PPG através do qual se extraiu a frequência cardíaca a partir da busca do pico no espectro do sinal. Um Índice de Qualidade do Sinal foi obtido através de métricas estatísticas e observações empíricas do sinal de PPG conhecidas na literatura. Por fim, as frequências cardíacas extraídas e Índice de Qualidade do Sinal alimentam a entrada de um filtro de *Kalman* que utiliza como modelo da dinâmica da frequência cardíaca um processo aleatório do tipo *random-walk*. O filtro de *Kalman* aliado a heurísticas baseadas na inovação e variância da frequência cardíaca, bem como no Índice de Qualidade do Sinal de PPG, realiza a estimativa da frequência cardíaca através da correção e predição dos estados de frequência cardíaca observados.

O algoritmo desenvolvido apresentou acurácia comparável aos trabalhos mais recentes da literatura (BACA et al., 2015; GALLI et al., 2018; ISLAM et al., 2017; SCHÄCK et al., 2015; ZHANG et al., 2015; ZHU et al., 2015). Especificamente, o método com o

algoritmo RLS mostrou uma acurácia baseada no erro médio absoluto de estimativa da frequência cardíaca de $1,54 \pm 0,62 \text{ bpm}$, superior à maior parte dos trabalhos desenvolvidos de outros autores com exceção ao trabalho de Islam et al. (2017), que possui notadamente maior complexidade computacional que o método proposto aqui. Além disso, em termos de desempenho, os métodos propostos necessitam, na pior situação testada, em média 600 ms para obter a frequência cardíaca que é atualizada a cada 2000 ms. Com isso, os métodos atingem o objetivo de se adequarem ao intervalo de tempo em que cada estimativa da frequência cardíaca é realizada.

Um aspecto importante em nossa abordagem é não necessitar de uma fase de inicialização, ao contrário do método proposto por Zhang et al. (2015). A fase de inicialização é realizada sob a suposição de que o indivíduo não está se exercitando por um determinado intervalo de tempo. Logo, toda vez que o sistema de monitoramento da frequência cardíaca for utilizado, o indivíduo deve reduzir seus movimentos por alguns segundos até que o algoritmo esteja corretamente calibrado. Por outro lado, nossa proposta utilizando o filtro de *Kalman* para filtragem de ruído da frequência cardíaca observada, reduz o impacto dos artefatos de movimento ao ponto de não haver a necessidade de uma fase de inicialização preliminar do algoritmo. Com isso, a estimativa pelo filtro de *Kalman* converge rapidamente ao valor desejado da frequência cardíaca após um período transiente inicial, durante o qual o indivíduo já pode se exercitar.

Outro aspecto diferencial do trabalho foi o desenvolvimento de um índice de qualidade do sinal de PPG como forma de adaptar o parâmetro da variância do ruído de medição, necessária no algoritmo do filtro Kalman, à janela do sinal que está sendo processada no momento. Este índice ofereceu resultados com maior acurácia do que com o uso de parâmetros fixos e se apresenta como uma boa alternativa a sinais cujas estatísticas variam muito rapidamente como no caso de sinais de PPG obtidos de atletas de tênis e boxe.

De modo geral, a partir de uma extensa simulação, observamos que o método proposto com o algoritmo RLS é capaz de rastrear a frequência cardíaca de referência com alta precisão de estimativa, independentemente de mudança brusca da frequência cardíaca em relação ao tempo.

6 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Diversas melhorias podem ser realizadas no algoritmo proposto em trabalhos futuros. O método de remoção de artefatos de movimento com o algoritmo RLS pode ter seu custo computacional bastante reduzido, mantendo a mesma acurácia, se implementarmos o algoritmo de Filtros Transversais Rápidos ou FTF (do inglês, *Fast Transversal Filters*). Por outro lado, a capacidade de remover artefatos de movimento e, portanto, a acurácia da estimativa da frequência cardíaca, pode ser melhorada ao se utilizar um modelo de filtro adaptativo não linear como um filtro baseado nas séries de *Volterra* ou uma Rede Neural Artificial de Função de Base Radial ou RBF-ANN (do inglês, *Radial Basis Function Artificial Neural Network*) (HAYKIN, 1996).

Por fim, outra abordagem que pode melhorar a acurácia do algoritmo é a de selecionar mais de um candidato à frequência cardíaca desejada durante o estágio de detecção espectral de pico e através de um algoritmo inteligente, inferir qual das frequências cardíacas é de fato a mais próxima à frequência cardíaca de referência. Esta abordagem diminuiria casos de detecção de frequências cardíacas muito distantes da referência. Além disso, o índice de qualidade do sinal de PPG pode ser melhorado otimizando o algoritmo do bloco *Fator de Qualidade* e incluindo novas métricas como a entropia do sinal e o índice de perfusão (ELGENDI, 2016).

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

IBGE. Famílias gastam 36% mais por pessoa com saúde que o governo. Disponível em: <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/18917-conta-satelite-de-saude-noticia.html>. Acesso em: 30 de maio de 2018

YOUSEFI, Rasoul et al. A motion-tolerant adaptive algorithm for wearable photoplethysmographic biosensors. *IEEE journal of biomedical and health informatics*, v. 18, n. 2, p. 670-681, 2014.

LEE, C. M.; ZHANG, Yuan Ting. Reduction of motion artifacts from photoplethysmographic recordings using a wavelet denoising approach. In: *Biomedical Engineering, 2003. IEEE EMBS Asian-Pacific Conference on*. IEEE, 2003. p. 194-195.

KIM, Byung S.; YOO, Sun K. Motion artifact reduction in photoplethysmography using independent component analysis. *IEEE transactions on biomedical engineering*, v. 53, n. 3, p. 566-568, 2006.

WEI, Pengfei et al. A new wristband wearable sensor using adaptive reduction filter to reduce motion artifact. In: *Information Technology and Applications in Biomedicine, 2008. ITAB 2008. International Conference on*. IEEE, 2008. p. 278-281.

PANTELOPOULOS, Alexandros; BOURBAKIS, Nikolaos G. A survey on wearable sensor-based systems for health monitoring and prognosis. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, v. 40, n. 1, p. 1-12, 2010.

CHAN, Marie et al. Smart wearable systems: Current status and future challenges. *Artificial intelligence in medicine*, v. 56, n. 3, p. 137-156, 2012.

SMARTWATCH SPECIFICATIONS. Smartwatch Specifications. Disponível em: <https://www.smartwatchspecifications.com/smartwatches/>. Acesso em: 28 de julho de 2018.

SHCHERBINA, Anna et al. Accuracy in wrist-worn, sensor-based measurements of heart rate and energy expenditure in a diverse cohort. *Journal of personalized medicine*, v. 7, n. 2, p. 3, 2017.

RANGAYYAN, Rangaraj M. *Biomedical signal analysis*. John Wiley & Sons, 2015.

HALL, John E. *Guyton and Hall textbook of medical physiology e-Book*. Elsevier Health Sciences, 2015.

SÖRNMO, Leif; LAGUNA, Pablo. *Bioelectrical signal processing in cardiac and neurological applications*. Academic Press, 2005.

ROBERGS, Robert A.; LANDWEHR, Roberto. The surprising history of the "HRmax= 220-age" equation. *Journal of Exercise Physiology Online*, v. 5, n. 2, p. 1-10, 2002.

HERTZMAN, Alrick B. The blood supply of various skin areas as estimated by the photoelectric plethysmograph. *American Journal of Physiology-Legacy Content*, v. 124, n. 2, p. 328-340, 1938.

KAMAL, A. A. R. et al. Skin photoplethysmography—a review. *Computer methods and programs in biomedicine*, v. 28, n. 4, p. 257-269, 1989.

ALLEN, John. Photoplethysmography and its application in clinical physiological measurement. *Physiological measurement*, v. 28, n. 3, p. R1, 2007.

SELVARAJ, N. et al. Influence of respiratory rate on the variability of blood volume pulse characteristics. *Journal of medical engineering & technology*, v. 33, n. 5, p. 370-375, 2009.

WIEBEN, Oliver. Light absorbance in pulse oximetry. In: *Design of pulse oximeters*. CRC Press, 1997. p. 53-68.

MAEDA, Yuka; SEKINE, Masaki; TAMURA, Toshiyo. Relationship between measurement site and motion artifacts in wearable reflected photoplethysmography. *Journal of medical systems*, v. 35, n. 5, p. 969-976, 2011.

TAMURA, Toshiyo et al. Wearable photoplethysmographic sensors—past and present. *Electronics*, v. 3, n. 2, p. 282-302, 2014.

ELGENDI, Mohamed. On the analysis of fingertip photoplethysmogram signals. *Current cardiology reviews*, v. 8, n. 1, p. 14-25, 2012.

PERIYASAMY, Vijitha; PRAMANIK, Manojit; GHOSH, Prasanta Kumar. Review on Heart-Rate Estimation from Photoplethysmography and Accelerometer Signals During Physical Exercise. *Journal of the Indian Institute of Science*, v. 97, n. 3, p. 313-324, 2017.

PROAKIS, John G.; MANOLAKIS, Dimitris G. *Digital signal processing*. Pearson Education, 2013.

SHANMUGAN, K. Sam; BREIPOHL, Arthur M. *Random signals: detection, estimation, and data analysis*. 1988.

HAYKIN, Simon S. *Adaptive filter theory*. Pearson Education India, 2008a.

HAYKIN, Simon. *Adaptive filter theory*. 1996.

HAYKIN, Simon. *Communication systems*. John Wiley & Sons, 2008b.

HAYKIN, Simon. *Kalman filtering and neural networks*. John Wiley & Sons, 2004.

HAYKIN, Simon S. et al. *Neural networks and learning machines*. Upper Saddle River, NJ, USA:: Pearson, 2009.

VASEGHI, Saeed V. *Advanced digital signal processing and noise reduction*. John Wiley & Sons, 2008.

VENKATARAMAN, Panchapakesan. *Applied optimization with MATLAB programming*. John Wiley & Sons, 2009.

RUBEN, Nathan E. Remote Heart Rate Estimation Using Consumer-Grade Cameras. 2015. Dissertação de Mestrado. Utah State University.

WOOD, Levi Benjamin. Motion artifact reduction for wearable photoplethysmogram sensors using micro accelerometers and Laguerre series adaptive filters. 2008. Dissertação de Mestrado. Massachusetts Institute of Technology.

ZHANG, Zhilin; PI, Zhouyue; LIU, Benyuan. TROIKA: A general framework for heart rate monitoring using wrist-type photoplethysmographic signals during intensive physical exercise. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 62, n. 2, p. 522-531, 2015.

GALLI, Alessandra; NARDUZZI, Claudio; GIORGI, Giada. Measuring Heart Rate During Physical Exercise by Subspace Decomposition and Kalman Smoothing. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 67, n. 5, p. 1102-1110, 2018.

ZHU, Shilin et al. MICROST: A mixed approach for heart rate monitoring during intensive physical exercise using wrist-type PPG signals. In: *Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC), 2015 37th Annual International Conference of the IEEE*. IEEE, 2015. p. 2347-2350.

ISLAM, Mohammad Tariqul et al. A time-frequency domain approach of heart rate estimation from photoplethysmographic (PPG) signal. *Biomedical Signal Processing and Control*, v. 36, p. 146-154, 2017.

SCHÄCK, Tim et al. A new method for heart rate monitoring during physical exercise using photoplethysmographic signals. In: *Signal Processing Conference (EUSIPCO), 2015 23rd European*. IEEE, 2015. p. 2666-2670.

BACA, Alessandro et al. CARMA: a robust motion artifact reduction algorithm for heart rate monitoring from PPG signals. In: *Signal Processing Conference (EUSIPCO), 2015 23rd European*. IEEE, 2015. p. 2646-2650.

KHAN, Emroz et al. A robust heart rate monitoring scheme using photoplethysmographic signals corrupted by intense motion artifacts. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 63, n. 3, p. 550-562, 2016.

MATHWORKS. Anti-Causal, Zero-Phase Filter Implementation. Disponível em: <https://www.mathworks.com/help/signal/ug/anti-causal-zero-phase-filter-implementation.html>. Acesso em: 29 de abril de 2018.

LAN, Chi-Jen. Design of a Memory-based FFT for Real-Time Heart Rate Estimation System. Hsinchu. 2011. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica e de Controle. Instituto de Engenharia Elétrica e de Controle, Universidade Nacional de Chiao Tung, Taiwan.

PARÁK, Jakub; HAVLÍK, Jan. ECG signal processing and heart rate frequency detection methods. *Proceedings of Technical Computing Prague*, v. 8, p. 2011, 2011.

BENETTI, Tiago; BAPTISTA, Rafael R. Reduction of Power Line Interference in ECG Using Adaptive Filters: A Comparative Study between Different Adaptive Noise Cancellation Algorithms. In: XXVI CBEB - Congresso Brasileiro de Engenharia Biomédica, Rio de Janeiro, 2018.

TARASSENKO, L.; MASON, L.; TOWNSEND, N. Multi-sensor fusion for robust computation of breathing rate. *Electronics Letters*, v. 38, n. 22, p. 1314-1316, 2002.

LI, Qiao; MARK, Roger G.; CLIFFORD, Gari D. Robust heart rate estimation from multiple asynchronous noisy sources using signal quality indices and a Kalman filter. *Physiological measurement*, v. 29, n. 1, p. 15, 2007.

ELGENDI, Mohamed. Optimal Signal Quality Index for Photoplethysmogram Signals. *Bioengineering*, v. 3, n. 4, p. 21, 2016.

BLAND, J. Martin et al. Statistical methods for assessing agreement between two methods of clinical measurement. *lancet*, v. 1, n. 8476, p. 307-310, 1986.



Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
Pró-Reitoria de Graduação
Av. Ipiranga, 6681 - Prédio 1 - 3º. andar
Porto Alegre - RS - Brasil
Fone: (51) 3320-3500 - Fax: (51) 3339-1564
E-mail: prograd@pucrs.br
Site: www.pucrs.br