Organizadores

Regina Maria Rabello Borges

Valderez Marina do Rosário Lima

Ana Lúcia Imhoff

CONTRIBUIÇÕES DE UM MUSEU INTERATIVO À EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

CONTRIBUIÇÕES DE UM MUSEU INTERATIVO

À EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Pontifícia Universidade Católica
do Rio Grande do Sul

Chanceler
Dom Jaime Spengler

Reitor
Joaquim Clotet

Vice-Reitor
Evilázio Teixeira

Conselho Editorial

Presidente
Jorge Luis Nicolas Audy

Diretor da EDIPUCRS
Gilberto Keller de Andrade

Editor-Chefe
Jorge Campos da Costa

Agemir Bavaresco
Augusto Buchweitz
Carlos Gerbase
Carlos Graeff-Teixeira
Clarice Beatriz da Costa Söhngen
Cláudio Luís C. Frankenberg
Érico João Hammes
Gleny Terezinha Guimarães
Lauro Kopper Filho
Luiz Eduardo Ourique
Luis Humberto de Mello Villwock
Valéria Pinheiro Raymundo
Vera Wannmacher Pereira
Wilson Marchionatti

Organizadores
Regina Maria Rabello Borges
Valderez Marina do Rosário Lima
Ana Lúcia Imhoff

CONTRIBUIÇÕES DE UM MUSEU INTERATIVO

À EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

C A P E S

ediPUCRS

PORTO ALEGRE
2015

© EDIPUCRS, 2015
Versão Eletrônica da 1º Edição impressa no ano de 2009;

CAPA Vinícius Xavier

REVISÃO DE TEXTO Patrícia Aragão

REVISÃO FINAL das organizadoras

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA Vinícius Xavier

EDIPUCRS – Editora Universitária da PUCRS

Av. Ipiranga, 6681 – Prédio 33
Caixa Postal 1429 – CEP 90619-900
Porto Alegre – RS – Brasil
Fone/fax: (51) 3320 3711
e-mail: edipucrs@pucrs.br - www.pucrs.br/edipucrs

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

C764 Contribuições de um museu interativo : à educação em ciências e matemática [recurso eletrônico] / org. Regina Maria Rabello Borges, Valderez Marina do Rosário Lima, Ana Lúcia Imhoff. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre : EDIPUCRS, 2015.
187 p.

Modo de acesso: <http://www.pucrs.br/edipucrs>
ISBN 978-85-397-0788-1

1. PUCRS - Museu de Ciências e Tecnologia. 2. Ciências – Ensino. 3. Interatividade. 4. Educação Continuada. I. Borges, Regina Maria Rabello. II. Lima, Valderez Marina do Rosário. III. Imhoff, Ana Lúcia.

CDD 372.35

Ficha Catalográfica elaborada pelo Setor de Tratamento da Informação da BC-PUCRS.

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS. Proibida a reprodução total ou parcial, por qualquer meio ou processo, especialmente por sistemas gráficos, microfílmicos, fotográficos, reprográficos, fonográficos, videográficos. Vedada a memorização e/ou a recuperação total ou parcial, bem como a inclusão de qualquer parte desta obra em qualquer sistema de processamento de dados. Essas proibições aplicam-se também às características gráficas da obra e à sua editoração. A violação dos direitos autorais é punível como crime (art. 184 e parágrafos, do *Código Penal*), com pena de prisão e multa, conjuntamente com busca e apreensão e indenizações diversas (arts. 101 a 110 da Lei 9.610, de 19.02.1998, Lei dos direitos Autorais)

12

INTERAGINDO COM GRÁFICOS DE FUNÇÕES: TESTES DAS DERIVADAS

Marcelo Cavasotto
Ruth Portanova
Lorí Viali

Contextualização, objetivos e apresentação do software

Nas últimas décadas, muito tem se discutido e questionado sobre o uso das tecnologias computacionais na Educação, nos diferentes níveis de ensino (fundamental, médio e superior) e em todas as áreas do conhecimento. A introdução do computador no cotidiano escolar vem causando mudanças na concepção de como pensar o ensino e a aprendizagem. Tão ou mais importante que o equipamento é qualquer software a ser utilizado em aula. Existem programas para explorar quase todos os conteúdos curriculares.

Com relação à área da Matemática, no que diz respeito ao ensino superior, Viali (2004, p.351-352) questiona o modo com o qual os recursos informatizados têm sido utilizados:

> O esforço é inteiramente exercido pelo professor, cabendo ao aluno pouca ou nenhuma participação [...] Isso gera desestimulo e baixa produtividade [...] O aluno não dispõe de exercícios em quantidade suficiente, bem como não pode fazer experimentações por si próprio, de forma a ver como “a coisa funciona”.

A partir de reflexões sobre dificuldades na aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral, a expectativa é planejar uma atividade tal que os alunos dessa disciplina consigam, por meio de suas interações com o Winplot, chegar a suas próprias conclusões sobre a relação existente entre os gráficos das funções e os de suas respectivas derivadas (primeira e segunda).

O Winplot é um programa de domínio público ("software free") muito acessível quanto à utilização, não requer equipamentos sofisticados e ocupa pouco espaço (pouco mais de 1MB). Com ele é possível visualizar os gráficos de funções, curvas, superfícies, campos de direções e soluções de equações e sistemas diferenciais. Foi desenvolvido pelo professor Richard Parris por volta de 1985. Inicialmente chamava-se PLOT e rodava no antigo DOS. Com o lançamento do Windows 3.1, o programa foi rebatizado de "Winplot". Possui versões em vários idiomas, incluindo o português.

Familiarização com o software Winplot

Inicialmente, é importante interagir de forma dialogada e fazer uma breve apresentação do software, propondo alguns minutos de interações livres com o programa, visando à familiarização com algumas ferramentas e comandos disponibilizados pelo Winplot.

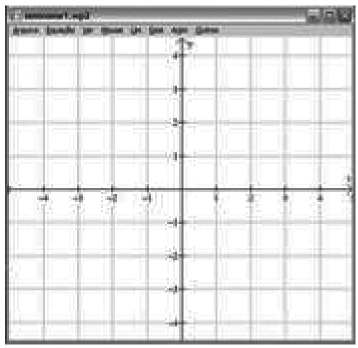
Ao clicar no ícone para abrir o programa, aparecerá a seguinte tela:

É possível, dependendo da versão disponível para a realização da atividade, que ocorra alguma variação relativa ao idioma, não constituindo um obstáculo para o seguimento do trabalho. Nessa tela, podemos notar duas opções: Janela e Sobre. A segunda remete a informações sobre o programa, enquanto a primeira abre mais sete alternativas, conforme a ilustração a seguir.

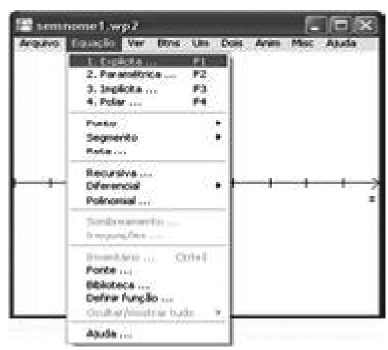
As duas primeiras abrem novas janelas para o trabalho com gráficos em duas ou três dimensões. A opção "adivinhar" é uma espécie de jogo, no qual se deve tentar descobrir qual é a função a partir do gráfico que estiver representado na tela.

O "mapeador" funciona basicamente como uma transformação entre dois planos, onde são pedidas as funções u(x,u) e v(x,y). Marcar a opção "abrir última" significa que, na próxima vez que o programa for iniciado, ele automaticamente abrirá o último arquivo trabalhado. "Usar padrão", como o nome já diz, representa usar as configurações padronizadas do Winplot. Finalmente, "sair" é a opção para fechar o programa.

Para dar seguimento à atividade, pode ser trabalhada a opção "2-dim", que ao ser clicada apresentará, com possíveis variações decorrentes de utilizações anteriores, a seguinte tela:



Na barra de ferramentas dessa janela há uma série de opções que conduzem, respectivamente, a novos recursos. Havendo pouco tempo para explorar tudo que o software disponibiliza, a atividade será direcionada para a opção "Equação", a qual, ao ser clicada, fará surgir na mesma tela uma janela, conforme a ilustração a direita.



Seguindo a atividade, entra-se na opção "Explícita", para poder digitar, na janela que abrirá (ver figura abaixo ao lado), a função com a qual se irá trabalhar.

Como nesse momento a atividade visa à familiarização com o Winplot, haverá liberdade de escolha com relação à função a ser visualizada através do software, ficando a critério de cada um a sequência do trabalho. No entanto, para digitar adequadamente a função com a qual se deseja trabalhar, é preciso proceder conforme o Winplot foi programado, para compreender os comandos. Por esse motivo, apesar do software disponibilizar esse recurso nas opções biblioteca e ajuda, convém distribuir aos alunos uma folha onde constarão algumas formas de digitar as operações e funções mais elementares, conforme a lista a seguir.

a+b = adição entre os valores de a e b

a-b = subtração entre os valores de a e b

a*b = ab = multiplicação entre os valores de a e b

a/b = divisão entre os valores de a e b

a^b = a elevado a potência b

As constantes:

pi = 3,141592654

e = 2,718281828

deg = pi/180 = fator de conversão de radianos para graus

abs(x) = valor absoluto de x, ou módulo de x

sqr(x) = sqrt(x) = raiz quadrada de x

log(b,x) = ln(x)/ln(b) logaritmo de x na base b

ln(x) = logaritmo natural de x

exp(x) = exponencial de x

Funções trigonométricas:

sin(x) = seno de x

cos(x) = cosseno de x

tan(x) = tangente de x

Respeitados alguns minutos para este primeiro contato com o programa, segue-se um "roteiro" no qual são traçados alguns gráficos de funções, fazendo algumas observações e registrando-as. Em seguida adotam-se procedimentos análogos para os respectivos gráficos das derivadas primeira e segunda de cada função analisada anteriormente, sem que seja necessário fazer cálculos, pois existe uma ferramenta no próprio software com essa finalidade.

Nessa etapa é possível trabalhar com funções predefinidas, possibilitando que os alunos cheguem às suas próprias conclusões sobre o teste da derivada primeira para verificar se a função é crescente ou decrescente, bem como sobre o teste da derivada segunda para saber se a concavidade do gráfico é voltada para cima ou para baixo, num dado intervalo. Podemos ainda aproveitar esse tipo de trabalho para os extremos relativos e pontos de inflexão.

Cabe a cada professor adaptar esse estudo ao seu contexto, mas a seguir, como fechamento deste capítulo, será disponibilizado um roteiro, como sugestão.

Roteiro sugerido para a atividade:

1) Com o auxílio do Winplot, visualize o gráfico da função , registrando os intervalos nos quais ela é crescente ou decrescente, bem como aqueles nos quais a concavidade da curva está voltada para cima ou para baixo.

2) Utilizando o "inventário", clique na opção "derivar" para obter o gráfico da derivada dessa função, registrando os intervalos nos quais ele é positivo ou negativo.

3) Repita esse procedimento para obter o gráfico da derivada segunda da função, registrando os intervalos nos quais ele é positivo ou negativo.

4) Comparando seus registros, o que você observa com relação aos intervalos nos quais a função é crescente ou decrescente e aqueles nos quais o gráfico da derivada primeira é positivo ou negativo?

5) Compare agora os intervalos nos quais o gráfico da função tem sua concavidade voltada para cima ou para baixo e os intervalos nos quais o gráfico da derivada segunda é positivo ou negativo. O que você observa?

6) Repita os cinco passos anteriores, levando em consideração as funções:

$$g(x) - \frac{4}{x+1}$$

$$h(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 + 4x - 1$$

$$i(x) = -\frac{1}{x^3}$$

7) Através dos procedimentos adotados, analisando os gráficos das funções e suas derivadas, seus registros e as respectivas comparações você notou algo que se repete independentemente da função trabalhada? O quê?

8) Pesquise em livros de Cálculo se existe alguma regra ou teste para verificar se as funções são crescentes ou decrescentes. O que você encontrou?

9) Pesquise novamente e verifique se existe regra ou teste para concluir sobre a concavidade de um gráfico. O que você encontrou?

Conhecimentos matemáticos a serem desenvolvidos:

Teste da derivada primeira

Considerando uma função $f(x)$, definida e contínua em um intervalo I, diferenciável em qualquer ponto pertencente a I, não necessariamente em seus extremos, temos que

i. se $f'(x) > 0$ para todo $x \in I$, exceto possivelmente nos extremos do intervalo, então $f(x)$ é crescente em I.

ii. se $f'(x) < 0$ para todo $x \in I$, exceto possivelmente nos extremos do intervalo, então $f(x)$ é decrescente em I.

Obs.: quando $f'(x) = 0$ temos um ponto crítico, que poderá ser máximo ou mínimo relativo.

Teste para verificar a concavidade do gráfico de uma função

Considerando uma função $f(x)$, definida e contínua em um intervalo aberto I, duas vezes diferenciável em I, temos que

i. se $f''(x) > 0$ para todo $x \in I$, então o gráfico de $f(x)$ tem a concavidade voltada para cima em I.

ii. se $f''(x) < 0$ para todo $x \in I$, então o gráfico de $f(x)$ tem a concavidade voltada para baixo em I.

Obs.: o ponto (se existir) no qual o gráfico de uma determinada função muda de concavidade é chamado de ponto de inflexão.

Referências

MUNEM, M.; FOULIS, D. J. *Cálculo*. Rio de Janeiro: Guanabara, 1982.
VIALLI, L. Utilizando recursos computacionais (planilhas) no ensino do cálculo de probabilidades in CURY, H. N. *Disciplinas matemáticas em cursos superiores*: reflexões, relatos, propostas. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p.351-395.

JESUS, Adelmo Ribeiro. Um pequeno manual do Winplot. Disponível em: http://www.mat.ufba.br/mat042/m-adelmo.pdf, consultado em 15 de maio de 2008.

SOUZA, Sérgio de Albuquerque. Usando o Winplot. Disponível em: http://www.mat.ufpb.br/~sergio/winplot/winplot.html, consultado em 17 de maio de 2008.