PROPOSTAS INTERATIVAS

NA EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

:: organizadores ::

REGINA MARIA RABELLO BORGES

NARA REGINA DE SOUZA BASSO

JOÃO BERNARDES DA ROCHA FILHO

CAPES

ediPUCRS

PROPOSTAS INTERATIVAS NA EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

Pontifícia Universidade Católica
do Rio Grande do Sul

Regina Maria Rabello Borges
Nara Regina de Souza Basso
João Bernardes da Rocha Filho

(Organizadores)

PROPOSTAS INTERATIVAS NA EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

ediPUCRS

Porto Alegre, 2015

Versão Eletrônica da 1º Edição impressa no anos de 2008;

CAPA Vinícius Xavier

PREPARAÇÃO DOS ORIGINAIS Eurico Saldanha de Lemos

REVISÃO FINAL da autora

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA VS Digital

EDIPUCRS – Editora Universitária da PUCRS

Av. Ipiranga, 6681 – Prédio 33
Caixa Postal 1429 – CEP 90619-900
Porto Alegre – RS – Brasil
Fone/fax: (51) 3320 3711
e-mail: edipucrs@pucrs.br - www.pucrs.br/edipucrs

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

P695 Propostas interativas na educação científica e tecnológica [recurso eletrônico] / Regina Maria Rabello Borges, Nara Regina de Souza Basso, João Bernardes da Rocha Filho (Org.). – Dados Eletrônicos. – Porto Alegre : EDIPUCRS, 2015.
188 p.

Modo de Acesso: <http://www.pucrs.br/edipucrs>
ISBN 978-85-397-0790-4

1. Educação. 2. Ciências – Ensino Fundamental. 3. Matemática – Ensino Fundamental. I. Borges, Regina Maria Rabello. II. Basso, Nara Regina de Souza. III. Rocha Filho, João Bernardes da.

CDD 372.3

Ficha Catalográfica elaborada pelo Setor de Tratamento da Informação da BC-PUCRS.

8

A COMPREENSÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO COM O RECURSO DA PLANILHA

Elisabete Rambo Braga[1]
Lorí Viali[2]

1. Introdução

O estudo de funções, nas séries finais do ensino fundamental, tem como finalidade a observação de regularidades, a descrição de generalizações de padrões numéricos ou geométricos e a utilização da linguagem matemática, a álgebra, para expressar fatos genéricos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino fundamental (BRASIL, 1998, p.81) reforçam essa idéia, ao destacar que no quarto ciclo (7ª e 8ª séries):

> [...] o ensino da Matemática deve visar o desenvolvimento do pensamento numérico, por meio de situações que levem o aluno a [...] observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis.

Além disso, BRASIL (1998) sugere que a noção de função seja desenvolvida mediante situações-problema que envolvam variações de grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não-proporcionais, explorando suas representações algébricas e gráficas.

No entanto, na educação básica, verifica-se, atualmente, que é dada ênfase na representação algébrica, ocasionando dificuldades na compreensão da variação entre as grandezas relacionadas entre si por uma lei física ou de formação. De acordo com Borba e Penteado (2005), as representações

[1] Professora do Colégio Farroupilha. Mestranda do Educem (PUCRS). E-mail: erambo@ibest.com.br

[2] Professor Orientador do Educem (PUCRS). Professor Titular da Famat/PUCRS e Adjunto do IM/UFRGS. E-mail: viali@pucrs.br.

tabulares e gráficas praticamente não são utilizadas, devido à dificuldade em construí-las, empregando apenas os recursos de lápis e papel.

A Matemática, de forma mais ampla, visa ao desenvolvimento do raciocínio lógico e do pensamento crítico, por meio do estudo das regularidades provenientes da observação do mundo real e das abstrações humanas. Nesse sentido, o aprendizado de funções contribui para o alcance de seus objetivos, à medida que possibilita aos alunos o desenvolvimento de formas de raciocínio e a comunicação, utilizando a linguagem algébrica e gráfica, estabelecendo relações entre a matemática e a realidade aplicando-as, também, em outras áreas do conhecimento.

Esse processo deve enfocar o estabelecimento de relações, o reconhecimento de dependência entre as variáveis, além da leitura, interpretação e construção de gráficos. Para que esses objetivos sejam alcançados é necessário desenvolver uma metodologia que propicie a compreensão do significado e a sua aplicabilidade em diversas situações. O objetivo é apresentar algumas com o recurso da planilha para facilitar a aprendizagem de função no ensino fundamental, tendo como base a teoria dos Registros de Representações Semióticas[3] de Raymond Duval[4].

A planilha foi o recurso escolhido por estar disponível em praticamente todos os computadores, e ter uma rápida curva de aprendizagem quando comparada com softwares específicos. Ela permite uma rápida construção de representações gráficas e, sendo dinâmica, mostra qualquer alteração nos dados imediatamente, sendo, dessa forma, transparente. O aluno é responsável pela construção do seu conhecimento, pois o software precisa ser ensinado, e nada melhor para se aprender do que tentar ensinar.

2. A compreensão do conceito de função e a Teoria de Duval

Na teoria de Duval é dado enfoque à coordenação dos registros de representações semióticas de um mesmo objeto de estudo, a fim de que esse seja compreendido em sua totalidade. Pela análise histórica do desenvolvimento do conceito de função, percebe-se que essa noção foi reformulada e ampliada a partir de suas representações semióticas: algébrica, tabular e gráfica. De acordo com Duval (2003, p.13): "É suficiente observar a histó-

[3] Denominação utilizada para a ciência geral do signo; semiologia.

[4] Filósofo e Psicólogo francês, seus estudos são direcionados à Psicologia Cognitiva, enfatizando a atividade matemática e os problemas referentes à sua aprendizagem.

ria do desenvolvimento da matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático."

Ao analisar os referidos aspectos históricos verifica-se que as representações tabular, gráfica e algébrica estavam presentes. E, portanto, a história da Matemática confirma a necessidade de desenvolver o conceito de função por meio da articulação de suas representações, e não colocando o enfoque em um aspecto (algébrico). Duval (2003) coloca que o desenvolvimento tecnológico torna necessário um conhecimento inicial mais aprofundado em matemática. Destaca, ainda, que no ensino fundamental e médio essa disciplina tem como objetivo contribuir com o desenvolvimento do raciocínio, da investigação e da visualização. (DUVAL, 2003, 2006).

A atividade matemática consiste na mudança das representações, de forma intrínseca, por meio de dois tipos de transformações: tratamento e conversão (DUVAL, 2003; 2006). Para Duval (2003; 2006), os tratamentos são transformações de representações dentro de um único sistema de registro. As operações realizadas em um mesmo sistema de notação podem ser consideradas um exemplo de tratamento; enquanto que a transformação exige uma mudança de registro sem trocar o objeto, é denominada conversão. Esse aspecto é mais complexo que o tratamento, uma vez que exige que o sujeito reconheça o objeto nas duas diferentes representações. Cabe ressaltar que, em diversas situações, os conteúdos das representações não apresentam pontos em comum.

No caso das conversões, os estudantes podem não reconhecer o objeto ao articularem os diferentes tipos de registros, o que ocasiona dificuldades na compreensão do conceito envolvido, esse obstáculo na aprendizagem é denominado por Duval (2003, p. 15) de "fenômeno de não-congruência". Duval (2006) enfatiza que as conversões visam à compreensão da complexidade cognitiva tanto no processo de pensamento requerido pela atividade matemática quanto no seu aprendizado.

Os objetos de estudos na matemática, diferentemente da física, da química, da biologia, e de outros domínios do conhecimento científico, não são acessíveis por meio da percepção ou de instrumentos. É necessária a utilização de uma linguagem simbólica e de suas representações semióticas para que os conceitos matemáticos sejam compreendidos DUVAL (1999; 2003; 2006). O mesmo autor afirma que, na Matemática, encontra-se a maior quantidade de representações semióticas, sendo que algumas são específicas desse domínio, como a linguagem algébrica e as notações. E outras, por sua vez, são comuns a áreas do conhecimento como, por exemplo, à linguagem natural. Em decorrência do número expressivo de registros para um único objeto matemático, a compreensão do conceito, das propriedades e das relações que o envolvem torna-se mais complexa.

Verifica-se que as dificuldades dos alunos na construção do conceito de função concentram-se na não-articulação entre duas ou mais representações de um mesmo objeto, restringindo-se, apenas, ao tratamento de um único tipo de registro.

Em alguns casos, negligencia-se o fato de que o estudo das funções contempla os diferentes tipos de representação de forma intrínseca, optando-se por enfatizar apenas o aspecto algébrico. E, quando são trabalhadas, as representações tabulares e gráficas ficam restritas ao nível de comunicação de informações por meio de leitura e interpretação, deixando em segundo plano as suas construções.

Na perspectiva de Duval (2006), primeiramente, é necessário determinar as condições cognitivas que possibilitam a compreensão de um determinado tópico matemático, para, então, analisar a origem das dificuldades dos discentes em assimilar esse assunto. O aluno compreende determinado tópico à medida que efetua a coordenação entre as representações, realizando as devidas conversões, isto é, modificando a forma como o conhecimento é representado, objetivando a complementaridade entre esses registros.

Destacam-se esses aspectos no trecho a seguir:

> A função que os símbolos exercem na matemática não é substituída por objetos, mas por outros símbolos. O que importa não são as representações, mas sua transformação. Diferente de outras áreas do conhecimento científico a transformação de símbolos e representações semióticas são o coração da atividade matemática. (DUVAL, 2006, p. 107).

Em consonância com a teoria de Duval, Damm (1999) enfatiza que não há construção de um determinado conhecimento matemático sem que haja mobilização entre seus registros.

É imprescindível a articulação entre duas representações de um mesmo tópico a fim de que haja apreensão dos conceitos. A mudança de registro não implica apenas a alteração da forma de tratamento de um mesmo objeto, mas, para haver a articulação entre esses aspectos, é necessário explicitar suas propriedades e diferenças, sendo essa uma condição essencial para a compreensão de um conceito (DUVAL, 2003).

Enfatiza-se, também, que ao fazer a transposição entre a representação algébrica de uma função e seu respectivo gráfico, diz-se que houve uma conversão da representação, conservando o objeto. Normalmente os gráficos são construídos no plano cartesiano a partir da localização de cada par ordenado (x, f(x)), sendo que o valor da função f em um ponto x é calculado por meio da expressão algébrica da função f. E, para a construção de uma nova representação gráfica, semelhante à anterior, todo o processo é repetido. No entanto, se forem consideradas todas as funções pertencentes a uma mesma "família", os demais gráficos podem ser construídos mediante movimentos geométricos, como, por exemplo, translação e simetria axial, possibilitando, dessa forma, a análise das alterações ocorridas na representação gráfica a partir da modificação dos parâmetros da expressão algébrica da função.

Moretti (2003, p.159) corrobora essa idéia ao afirmar que,

> [...] na translação de uma curva cuja forma já é conhecida, esse tipo de transformação pode contribuir para que o aluno perceba o traçado/eixo como uma imagem que representa um objeto descrito por uma expressão algébrica muito próximo de uma perspectiva preconizada nos trabalhos de Duval.

A tabela, o gráfico e a expressão algébrica de uma função propiciam uma representação parcial, com especificações próprias e, quando articuladas, permitem a complementaridade entre os registros, possibilitando a compreensão de novos aspectos sobre esse objeto de estudo.

3. O uso planilha no processo de ensino-aprendizagem

Dada a atual conjuntura do mercado de trabalho, o domínio do computador é a ferramenta mais exigida em qualquer situação. Em decorrência disso, a escola assume a tarefa de contribuir para a formação de sujeitos aptos a intervirem em uma sociedade em que a tecnologia ocupa um espaço sempre crescente. Nesse contexto, o uso das tecnologias acarretou reflexões e mudanças educacionais destacadas por Dullius e Quartieri (2007, p. 2):

> A presença das tecnologias, principalmente do computador, requer das instituições de ensino e do professor novas posturas frente ao processo de ensino e de aprendizagem. Essa educação necessitará de um professor mediador do processo de interação tecnologia/aprendizagem, que desafie

constantemente os seus alunos com experiências de aprendizagem significativas, tanto presenciais como a distância.

É fundamental, portanto, que os alunos explorem ao máximo os recursos tecnológicos, de modo especial, no ensino da Matemática, utilizando softwares que propiciem um trabalho significativo e dinâmico. A utilização desses recursos nas instituições educacionais contribui para o enriquecimento desse processo, favorecendo desse modo, a participação ativa, crítica e criativa dos discentes.

O sucesso obtido com a utilização do computador no meio educacional depende dos mecanismos e estratégias adequadamente adotados com objetivo da inserção do aluno no mundo digital. Não basta, no entanto, disponibilizar o acesso à tecnologia, deve-se proporcionar a utilização desses recursos – tanto para professores quanto para alunos - como uma ferramenta facilitadora no processo de ensino-aprendizagem, permitindo a descoberta de novas relações e encaminhando a construção de novos modelos.

A inserção das novas tecnologias da informática no processo educacional visa a colaborar para a quebra de barreiras entre as várias disciplinas curriculares, permitindo que elas se complementem por meio da interdisciplinaridade. Pais (2005, p. 31) enfatiza que,

> Se houve uma época em que as disciplinas escolares sobreviviam através do fechamento de suas fronteiras, criando territórios isolados, a superação dessa concepção toma, hoje, um sentido fundamental para a expansão de seus valores educativos. A superação desse desafio passa pelo cultivo de uma postura interdisciplinar na prática pedagógica.

Conseqüentemente, é função do professor superar a fragmentação do conhecimento, estabelecer relações entre as diversas áreas do saber e contextualizar o conhecimento, objetivando a compreensão da realidade por parte do aluno, bem como o seu engajamento na sociedade de forma efetiva.

O aluno, por sua vez, passa a ser o construtor de seu conhecimento, e não mais mero receptor de informações. Por meio das novas tecnologias, o discente deve vislumbrar as diversas possibilidades de ampliação dos limites físicos da sala de aula, avançando em direção às novas descobertas. É imprescindível que o educando seja estimulado a indagar, questionar, formular hipóteses e elaborar conclusões a fim de aplicar o conhecimento matemático no cotidiano e em outros domínios do conhecimento. Dessa forma, a escola assume a tarefa de contribuir para a formação de indivíduos aptos a intervirem em uma sociedade em que a tecnologia ocupa um espaço cada vez maior.

É pertinente destacar que apenas a presença dos recursos tecnológicos no ambiente escolar não acarreta transformações na práxis educacional. Essa é uma condição necessária na obtenção de resultados significativos quanto à aprendizagem, porém não é o suficiente. O uso de softwares que proporcionam a exploração conjunta das diferentes representações de uma função - algébrica, gráfica e tabular - torna flexível a passagem de uma representação para outra. O dinamismo da imagem torna a aprendizagem significativa, permitindo a experimentação e a visualização de suas formas representativas. A geração de gráficos vinculados a tabelas e expressões analíticas facilita o estabelecimento das relações entre os coeficientes de uma função. Ao modificar seus parâmetros, o aluno explora um determinado modelo nas condições mais diversas, contribuindo, dessa maneira para a construção de seu conhecimento de forma mais completa.

Borba e Penteado (2005, p.44) destacam essa idéia:

> [...] há pedagogias que harmonizam com as mídias informáticas de modo a aproveitar as vantagens de suas potencialidades. Essas vantagens podem ser vistas como sentido a possibilidade de experimentar, de visualizar e de coordenar de forma dinâmica as representações algébricas, tabulares, gráficas e movimentos do próprio corpo.

No decorrer do estudo de funções, devem ser exploradas as noções de variável, dependência, regularidades e generalizações, ao fazer uso de atividades que propiciem a familiarização com as diversas formas de representá-las.

A utilização das representações tabular, analítica e gráfica permite o conhecimento de como as grandezas variam uma em "função" da outra. Segundo Vasconcelos (1996, p. 46): "Conhecer é estabelecer relações; quanto mais abrangentes e complexas forem, melhor o sujeito estará conhecendo."

Construir conhecimento significa elaborar a sua síntese, a partir das experiências de cada indivíduo em contato com as informações e com seus pares interlocutores. Com o advento da tecnologia ampliou-se a possibilidade de obtenção de informações de forma considerável, multiplicando-se as condições de elaboração da síntese do conhecimento. O grande desafio para os educadores é desenvolver propostas metodológicas que se utilizem dos recursos tecnológicos para acessar as informações, estabelecer associações e aplicá-las em novas situações, propiciando ao aluno a compreensão de conceitos, a construção e a reconstrução do conhecimento.

Nesse sentido, é que se propõe analisar a possibilidade de construção e reconstrução desse conceito, por meio da exploração das potencialidades da planilha eletrônica, desenvolvendo processos entrelaçados de coordenação das múltiplas representações.

4. A planilha e a compreensão do conceito de função

Encontram-se disponíveis no mercado diversos programas que podem ser utilizados no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Muitos deles, apesar de apresentarem em sua interface recursos de hipermídia interessantes, reproduzem modelos tradicionais de ensino, nos quais os alunos testam seus conhecimentos respondendo a exercícios repetitivos, ou do tipo tutorias, em que os discentes lêem definições e propriedades, para, então, responder questões referentes ao assunto tratado.

Dentro da perspectiva em que o educando é o construtor do próprio conhecimento matemático, existem programas em que é possível elaborar conjecturas, testar hipóteses, estabelecer relações e generalizar.

Em consonância com essa concepção, Morgado (2003) subdivide esses programas em dois subgrupos. Na primeira categoria encontram-se os softwares projetados para fins educacionais, e que podem ser utilizados como potentes ferramentas pedagógicas. Dentre eles, destacam-se: Cabri-Géomètre, Modellus, Graphmatica, Logo e o Winplot. No segundo subgrupo têm-se os aplicativos produzidos com finalidades mais amplas, e que podem ser explorados com fins educativos. São os construtores e transformadores gráficos, calculadores numéricos, programas que viabilizam a criação e manipulação de banco de dados, e as planilhas.

Ao longo do tempo, à medida que a utilização de computadores pessoais disseminou-se, o contato com aplicativos de edição de texto, planilha de cálculo, banco de dados relacionais, elaboração de apresentações, entre outros, de certa forma, popularizou-se. Em especial, a planilha é um tipo de aplicativo muito utilizado em várias áreas do conhecimento e profissões. Trata-se de uma ferramenta computacional com muitos recursos relacionados ao cálculo de funções encadeadas e à confecção de gráficos, principalmente.

Esse recurso possui muitas funções e fórmulas pré-programadas, abrangendo áreas como: a estatística, a financeira, o processamento de texto, a matemática, o processamento de informações, a engenharia e a lógica, entre outras. Isso certamente facilita a utilização desse recurso no ensino fundamental e médio, pois se evita a necessidade de programação ou da utilização de uma sintaxe complexa, que demandaria mais tempo para se ensinar o uso do recurso do que de fato para explorar os conceitos matemáticos.

Ferreira e Gomes (2007, p.10) incentivam o uso desse recurso como um facilitador da aprendizagem de matemática, ao afirmarem:

> O Excel é uma planilha eletrônica em que a utilização correta pressupõe a compreensão de conceitos matemáticos. O programa é capaz de racionalizar e simplificar as ferramentas fundamentais da planilha, tornando-as mais acessíveis a estudantes e professores.

Morgado (2003, p 26) destaca a perspectiva de interação, ao fazer uso da planilha em atividades educacionais, pois:

> Os objetos matemáticos que podem ser representados na tela do computador (fórmulas, tabelas, gráficos, etc.) constituem-se na materialização de ações mentais dos alunos, utilizando os comandos disponíveis pelo aplicativo.

Verifica-se, então, que o uso desse recurso viabiliza um trabalho alternativo à aula tradicional, por meio da exploração das potencialidades do software, privilegiando a interação entre aplicativo, aluno e professor.

Devido à possibilidade de escrever equações em sintaxe própria e simples, executar cálculos com rapidez e propagar as atualizações e alterações de forma automática, é possível que o usuário se concentre no assunto principal, sem perder o foco em outras tarefas auxiliares e paralelas.

O software permite a construção gráfica, viabilizando a coordenação das múltiplas representações de uma função e, conseqüentemente, possibilitando a compreensão desse conceito. Além disso, alguns aspectos, como, por exemplo, a translação e simetria de funções, podem ser facilmente construídas com base nas vantagens mencionadas acima. Essas características, aliadas ao recurso de criação de gráficos, podem ser muito exploradas. Os gráficos criados são automaticamente atualizados, conforme são alterados os valores das variáveis x e y, como acontece no caso citado anteriormente, da translação e da simetria, em que o professor e os alunos podem alterar facilmente a função para constatar tais propriedades.

5. Atividades para o ensino de funções do 1º grau utilizando a planilha

Duval (1993, 1999) afirma que menos de 2% dos discentes que estudaram funções afins, mediante um trabalho de leitura de um par de números sobre um gráfico e pela designação de um ponto a partir de um par de números, reconhecem y = x e y = -x nas suas respectivas representações gráficas. E que menos de um terço distinguem graficamente as funções y = 2x e y = x + 2. Ele ainda destaca que a repetição dessas duas operações não é o suficiente para haver a conversão entre os registros algébrico e gráfico. Salienta que cada registro semiótico de uma representação tem uma forma específica de funcionamento, a qual os alunos devem tornar-se conscientes a fim de que haja a apreensão de um determinado conceito.

Moretti (2003) destaca que a construção gráfica das funções, nas atividades de ensino, é feita por meio da junção de pontos localizados no plano, e que as coordenadas desses pontos são calculadas por intermédio de substituições na expressão algébrica correspondente, não privilegiando a construção gráfica da família das funções e a percepção da relação existente entre seus coeficientes e as curvas construídas.

Na perspectiva de um trabalho que vincule as representações gráfica e algébrica de uma função afim, a presente atividade tem como objetivo proporcionar a avaliação, por parte dos alunos, das alterações produzidas nos gráficos a partir das modificações paramétricas. Dessa forma, objetivou-se a "[...] associação variável visual da representação ↔ unidade significativa da escrita algébrica." (DUVAL, 1988, citado por MORETTI, 2003, p.151).

As atividades propostas nesse capítulo têm por objetivo proporcionar situações nas quais os alunos reflitam sobre conceitos como rotações acarretadas pela alteração do coeficiente angular, e translações verticais promovidas a partir da modificação do coeficiente linear. Enfatiza-se ainda a determinação do ponto onde a função de primeiro grau se anula (zero da função), e a análise dos valores da variável independente que tornam a função positiva ou negativa.

5.1. Primeira atividade

Construir, em um mesmo plano cartesiano, os gráficos das funções $y_1 = x$, $y_2 = 2x$, $y_3 = 3x$, $y_4 = 4x$ e $y_5 = 5x$. Para isso solicita-se que seja seguido o seguinte roteiro:

	A	B	C	D	E	F
1	x	y_1=x	y_2=2x	y_3=3x	y_4=4x	y_5=5x
2	-3					
3	-2,5					
4	-2					
5						
6						
7						
8						
9						
10						

(a) Digitar nas células A2, A3, e A4 respectivamente os valores -3; -2,5 e -2.

(b) Selecionar as referidas células, conforme mostra a figura abaixo:

	A	B	C	D	E	F
1	x	y_1=x	y_2=2x	y_3=3x	y_4=4x	y_5=5x
2	-3					
3	-2,5					
4	-2					
5						
6						
7						
8						
9						
10						

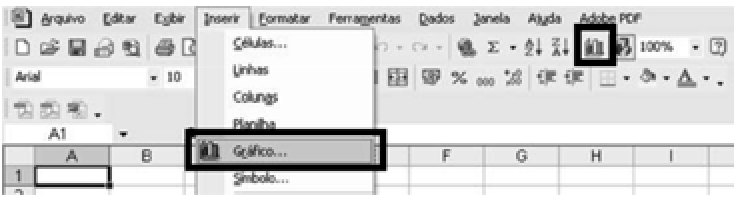
(c) Arrastar até a célula A14, de forma que apareçam os números de -3 a 3, com variação de 0,5. Obs: Para arrastar é necessário posicionar o cursor sobre o canto inferior direito da célula (alça da célula) que é representado por um pequeno quadrado. Note que o cursor muda de uma cruz larga para uma mais estreita.

(d) Na célula B2, digitar: o sinal de "=", o coeficiente da função, o sinal de multiplicação (*) e, por último, selecionar a célula A2.

(e) Clicar na célula que contém a fórmula digitada, posicionando o cursor no canto inferior da célula, arrastá-lo até o fim da tabela (de cima para baixo, sempre sobre a mesma coluna).

(f) Repetir os procedimentos dos itens **d** e **e** para as funções $y_2 = 2x$, $y_3 = 3x$, $y_4 = 4x$ e $y_5 = 5x$.

(g) Selecionar toda a tabela e, em seguida, no menu Inserir, clicar na opção **Gráfico**, conforme a figura a seguir.

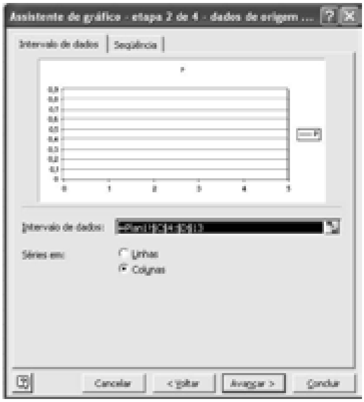


(h) Na caixa de diálogo que se abrir (ver figura seguinte) selecionar a opção Dispersão 

e no painel da direita (subtipo de gráfico) escolher o "dispersão com pontos de dados conectados por linhas suaves sem marcadores" (veja figura).

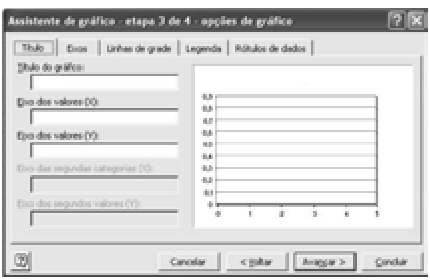
(i) Clicar no botão 

(j) Na caixa de diálogo que se abrir com a guia (orelha superior da janela) “Intervalos de dados”, selecionar (marcar) “Séries em: ⊙ colunas”.



(k) Clicar no botão .

(l) Na nova caixa de diálogo e na guia “Título”, digitar um título para o gráfico. Na mesma janela, logo abaixo, colocar uma legenda para o eixo x (abscissas) e outra para o eixo y (ordenadas).

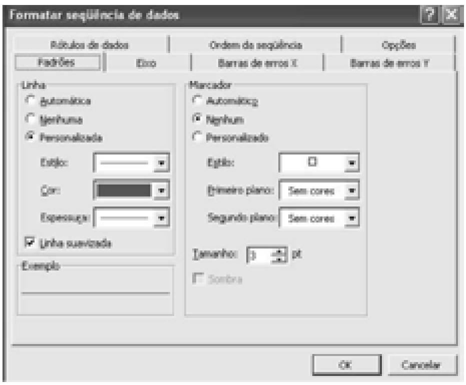


(m) Clicar no botão .

(n) Para posicionar o gráfico, selecionar a opção: “Como objeto em: plan 1”, na última janela que se abriu e clicar no botão 

(o) Para alterar as cores ou as linhas (tipo ou espessura) do gráfico recém criado, seguir os seguintes passos: posicionar o cursor sobre a área do gráfico e clicar no botão direito do *mouse*. No menu suspenso que se abrir selecionar a opção 

e, em seguida, escolher a guia “Padrões” para configurar o gráfico ao gosto.



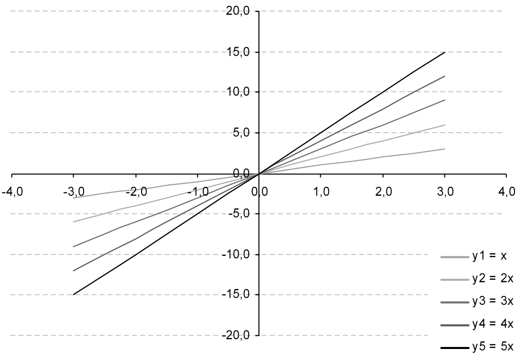
(p) A área de plotagem e a área do gráfico, assim como qualquer outro elemento do gráfico podem ser formatados, isto é, alterados para refletir o gosto pessoal de forma semelhante.

(q) O que faz a inclinação da reta variar em relação ao eixo das abscissas?

(r) Em que ponto os gráficos dessas funções interceptam o eixo x?

Os gráficos construídos são exemplos de *função linear*. A função linear é um caso particular da função afim. Sua lei é $y = ax$, com $a \neq 0$.

A Figura 1 apresenta a tabela e os gráficos construídos na planilha a partir da modificação do valor do coeficiente angular da função linear.



x	$y_1 = x$	$y_2 = 2x$	$y_3 = 3x$	$y_4 = 4x$	$y_5 = 5x$
-3,0	-3,0	-6,0	-9,0	-12,0	-15,0
-2,5	-2,5	-5,0	-7,5	-10,0	-12,5
-2,0	-2,0	-4,0	-6,0	-8,0	-10,0
-1,5	-1,5	-3,0	-4,5	-6,0	-7,5
-1,0	-1,0	-2,0	-3,0	-4,0	-5,0
-0,5	-0,5	-1,0	-1,5	-2,0	-2,5
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,5	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
1,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
1,5	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5
2,0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0
2,5	2,5	5,0	7,5	10,0	12,5
3,0	3,0	6,0	9,0	12,0	15,0

Figura 1 – Tabela e gráfico construídos na primeira atividade

5.2. Segunda atividade

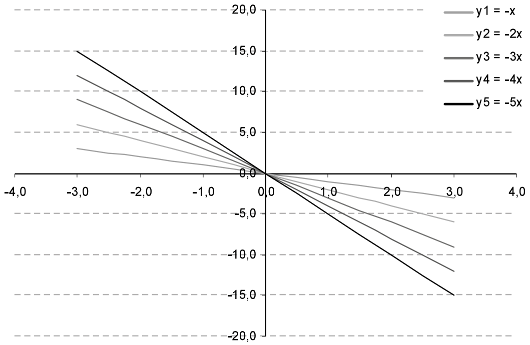
Utilizar o procedimento anterior para construir os gráficos das seguintes funções: $y_1 = -x$, $y_2 = -2x$, $y_3 = -3x$, $y_4 = -4x$ e $y_5 = -5x$, em um único plano cartesiano.

Dica: Copiar a tabela da atividade anterior, alterando apenas a lei de formação de cada função.

(a) Comparar esses resultados com os gráficos do exercício anterior. Explicar o que os diferencia.

(b) Elaborar uma conclusão sobre o que ocorre com o gráfico de uma função linear quando o coeficiente de x é positivo e quando ele é negativo.

A Figura 2 mostra a tabela e gráficos resultantes da segunda atividade.



x	y_1 = -x	y_2 = -2x	y_3 = -3x	y_4 = -4x	y_5 = -5x
-3,0	3,0	6,0	9,0	12,0	15,0
-2,5	2,5	5,0	7,5	10,0	12,5
-2,0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0
-1,5	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5
-1,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
-0,5	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,5	-0,5	-1,0	-1,5	-2,0	-2,5
1,0	-1,0	-2,0	-3,0	-4,0	-5,0
1,5	-1,5	-3,0	-4,5	-6,0	-7,5
2,0	-2,0	-4,0	-6,0	-8,0	-10,0
2,5	-2,5	-5,0	-7,5	-10,0	-12,5
3,0	-3,0	-6,0	-9,0	-12,0	-15,0

Figura 2 - Tabela e gráficos construídos na segunda atividade

5.3. Terceira atividade

O objetivo é mostrar que a construção dos gráficos de funções polinomiais de primeiro grau, do tipo f(x) = ax + b com a ≠ 0, pode ser obtida mediante movimentos de translação no gráfico da função linear y = ax, com a ≠ 0.

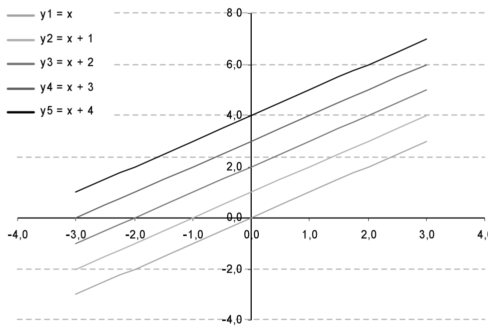
(a) Construir no mesmo sistema cartesiano, os gráficos das funções: $y_1 = x$, $y_2 = x + 1$, $y_3 = x + 2$, $y_4 = x + 3$ e $y_5 = x + 4$.

Dica: Copiar a tabela da primeira tarefa e alterar a lei de formação de cada função.

(b) Construir no mesmo sistema os gráficos das funções: $y_1 = x$, $y_2 = x - 1$, $y_3 = x - 2$, $y_4 = x - 3$ e $y_5 = x - 4$.

Comparar os gráficos construídos nos itens **a** e **b** com a função $y_1 = x$. O que acontece com o gráfico quando somamos ou subtraímos uma constante positiva na variável x?

Na figura 3 tem-se os gráficos construídos nos itens a e b da referida atividade. Esses foram construídos, em um único sistema de eixos cartesianos, a fim de permitir a análise das modificações ocorridas na representação gráfica, mediante a alteração do parâmetro b, por parte do aluno. Torna-se visível que essas transformações correspondem ao movimento de translação vertical de uma unidade para baixo ou para cima do gráfico da função linear $y_1 = x$



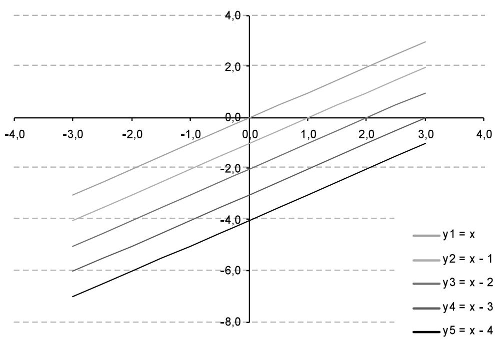


Figura 3 – Gráficos construídos na terceira atividade

Para cada uma das funções seguintes, determinar o ponto em que cada gráfico intercepta o eixo x.

Função	Para qual valor de x temos y = 0?
$y_1 = x$	
$y_2 = x + 1$	
$y_2 = x + 2$	
$y_3 = x + 3$	
$y_4 = x - 1$	
$y_5 = x - 2$	
$y_6 = x - 3$	

Denomina-se zero ou raiz de uma função $y = ax + b$ com $a \neq 0$, o valor de x que anula a função. Esse valor é dado pela raiz da equação $ax + b = 0$.

Geometricamente, o zero de uma função afim é a abscissa do ponto em que a reta corta o eixo x.

Além disso, a partir do gráfico, analisa para quais valores de x cada uma das seguintes funções é positiva ou negativa.

Função	Para quais valores de x temos y > 0	Para quais valores de x temos y < 0?
$y_1 = x$		
$y_2 = x + 1$		
$y_2 = x + 2$		
$y_3 = x + 3$		
$y_4 = x - 1$		
$y_5 = x - 2$		
$y_6 = x - 3$		

Convém destacar que, nessa atividade, foi contemplada a conversão das três diferentes representações de uma função, como preconiza a teoria de Duval.

Para Duval (2006), as práticas que permitem a conversão entre os diferentes tipos de registros possibilitam a compreensão da complexidade cognitiva no aprendizado da Matemática e no processo de pensamento requerido pela atividade matemática.

A utilização da planilha permite que os alunos manipulem as representações dos objetos matemáticos, oferecendo suporte às suas experimentações, generalizações e conjecturas, auxiliando-os na construção do conceito de função.

Destaca-se a utilização desse recurso tecnológico no desenvolvimento da noção de função, por meio da exploração simultânea das representações algébrica, tabular e gráfica, viabilizando a coordenação entre essas formas. Na perspectiva de Duval (2003, 2006), a construção do conhecimento ocorre, nesse contexto, quando o sujeito faz a transferência entre os registros de representação de um mesmo objeto de estudo. Os exemplos propostos exploram as noções de variável, de dependência, de regularidade e de generalização, simultaneamente.

Um planejamento adequado para o emprego de um ambiente informatizado proporciona, também, a compreensão da noção de função mediante a geração de gráficos vinculados a tabelas e a expressões analíticas.

6. Considerações finais

Nesse trabalho, procurou-se destacar as potencialidades do uso da planilha na compreensão do conceito de função. O suporte oferecido por esse ambiente computacional permite a superação das dificuldades encontradas nas representações tabulares e gráficas, utilizando como recursos apenas o lápis e o papel.

A exemplificação de situações objetivou a exploração de um determinado modelo de função em diferentes situações, de forma a facilitar a compreensão da referida noção por meio da modificação de seus parâmetros e da análise das conseqüências dessas alterações de forma rápida. A possibilidade de apresentar em um único sistema de eixos cartesianos as representações gráficas de um modelo matemático permite que o aluno identifique o movimento aplicado no gráfico da função básica.

A matemática, para ser útil, deve ajudar a entender a realidade. Se o aluno perceber as funções como modelos, terá mais oportunidades de ver a matemática dessa forma. A manipulação paramétrica tem, por isso, a finalidade de fazer que ele incorpore mais facilmente essa idéia.

O trabalho proposto nesse ambiente informatizado possibilita a coordenação das diferentes representações de uma função simultaneamente, conforme sugere a teoria de Duval, privilegiando a análise dos resultados obtidos a partir das ações realizadas pelos alunos.

Enfatiza-se que não há garantia de mudanças expressivas no processo de ensino-aprendizagem apenas com a inserção de professores e alunos no mundo digital. É necessário aliar ao emprego dos recursos tecnológicos uma metodologia que propicie a construção de conceitos, o desenvolvimento de procedimentos e o enfrentamento de novas situações, objetivando a ação consciente do aluno sobre o objeto em estudo.

Referências

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática* - 3º e 4º Ciclos. Brasília, 1998.

DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (org.). *Educação Matemática: uma introdução.* São Paulo: EDUC, 1999. p. 135-153.

DULLIUS, Maria Madalena; QUARTIERI, Marli Teresinha. Recursos computacionais nas aulas de matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 9., 2007, Belo Horizonte. *Anais*... Belo Horizonte: SBEM, 2007. 1CD-ROM.

DUVAL, Raymond. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. In: DIDACTIQUE ET SCIENCES COGNITIVES, 5, 1993, Strasbourg. *Annales.* Strasbourg: IREM,1993.

______. Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. *The Psycology of Mathematics Education* v.1, n. 1, p. 2-26, Oct. 1999. Disponível em: <http://www.eric.ed.gov/ERICDocs/data/ericdocs2sql/content_storage_01/0000019b/80/1a/30/a7.pdf>. Acesso em: 30 abr. 2008.

______. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (org.). *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica.* Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

______. A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics,* v. 61, n. 1, p. 103-131, Feb. 2006.

FERREIRA, Antomar Araújo; GOMES, Elimar Cândida. Os aplicativos Cabri Géomètre II, Excel e Winplot no ensino de matemática na educação básica. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 9., 2007,. Belo Horizonte. *Anais*... Belo Horizonte: SBEM, 2007.1CD-ROM.

MORETTI, Méricles Thadeu. A translação como recurso no esboço de curvas por meio da interpretação global de propriedades figurais. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (org.). *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica.* Campinas: Papirus, 2003. p. 149-160

MORGADO, Maria José Lenharo. Formação de professores de matemática para o uso pedagógico de planilhas eletrônicas de cálculo de análise de um curso a distância via internet. 2003. 284 f. Tese (Doutorado em Educação) - UFSC, Florianópolis, 2003.

PAIS, Luiz Carlos. *Educação Escolar e as Tecnologias da Informática*. Autêntica, 2005.

VASCONCELOS, Celso dos Santos. *Construção do conhecimento em sala de aula*. São Paulo: Libertad, 1996.