PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

KATIA HENN GIL

Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra

PORTO ALEGRE
2008

KATIA HENN GIL

REFLEXÕES SOBRE AS DIFICULDADES DOS ALUNOS NA APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática

Orientadora: Dra. Ruth Portanova

PORTO ALEGRE
2008

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

G463r Gil, Katia Henn

Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra. – Porto Alegre, 2008.

118 f.

Diss. (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Fac. De Física, PUCRS.

Orientação: Prof.ª. Dr.ª. Ruth Portanova.

1. Matemática – Ensino Fundamental. 2. Álgebra – Ensino. 3. Aprendizagem. I. Portanova, Ruth.

CDD 372.7

.

Ficha Catalográfica elaborada por
Vanessa Pinent
CRB 10/1297

KATIA HENN GIL

REFLEXÕES SOBRE AS DIFICULDADES DOS ALUNOS NA APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática

Aprovada em _____ de ____________ de 2008.

BANCA EXAMINADORA:

____

Dra. Ruth Portanova

____

Dra. Circe Mary Dynnikov

____

Dr. João Feliz Moraes

*Dedico este trabalho à minha
mãe, Marli Helena Henn,
e à minha irmã, Karen Henn Gil,
que sempre me apoiaram
em todas as minhas
escolhas e entenderam a
minha ausência para que
pudesse realizar este sonho.*

"A Matemática, mesmo quando
mais afastada do mundo real,
é a linguagem básica de todo
o humanismo científico."

Albert Einstein

AGRADECIMENTOS

Agradecer às pessoas que muito contribuíram para que este trabalho fosse realizado também é uma forma de demonstrar o quanto precisamos do outro e somos pequenos sozinhos. Neste meu percurso tenho muitas pessoas para agradecer, que de uma forma ou de outra me ajudaram com o seu incentivo, apoio, materiais, críticas e sugestões valiosas, contribuindo para melhorar meus escritos ao longo da jornada.

Primeiramente, agradeço a Deus, pela oportunidade de realizar este sonho, que em muitos momentos me pareceu bastante difícil.

Agradeço à minha orientadora e professora, que se mostrou sempre disponível para me ajudar em minhas angústias enquanto mestranda. À minha família que muito me incentiva a seguir o caminho da cultura, estando sempre, sempre ao meu lado. Aos meus colegas de mestrado, com os quais aprendi muito, assim como com os meus mestres, que estavam sempre prontos para fornecer informações, idéias e apontar caminhos.

Quero também agradecer aos meus amigos que, apesar da minha ausência, compreenderam o momento sempre com uma palavra otimista e de estímulo. Não poderia deixar de agradecer aos alunos e aos colegas professores, sem os quais este trabalho não se teria realizado. Agradeço, de forma especial, à minha colega Márcia, amiga de todas as horas, que esteve ao meu lado compartilhando alegrias e percalços neste percurso e também à minha colega e amiga Roselaine, que abriu a porta de sua sala de aula, sem melindres de ser observada em sua prática pedagógica, para que eu pudesse realizar esta pesquisa, colocando-se a minha disposição para o que fosse necessário.

Enfim, agradeço a todos que colaboraram para que pudesse subir mais este degrau. Sorte minha ter tantas pessoas especiais em minha vida. Muito obrigada.

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo sobre as possíveis razões para as dificuldades apresentadas pelos alunos de 7ª série do Ensino Fundamental no estudo dos conceitos e procedimentos algébricos. Foram realizadas observações em sala de aula, aplicação de testes com alunos e entrevistas com alunos e professores. Estes instrumentos foram elaborados para tentar detectar as causas das dificuldades que são percebidas. O estudo envolveu uma turma de 7ª série de uma escola da rede privada do ensino em Porto Alegre, e a amostra foi composta de 32 alunos. Por meio deste estudo, cuja análise foi feita de forma eminentemente qualitativa, pretende-se compreender as dificuldades encontradas e buscar alternativas capazes de permitir uma melhor compreensão da aprendizagem da Álgebra. Percebe-se que a interpretação de problemas algébricos, que exigem uma tradução da linguagem corrente para a linguagem simbólica apresenta obstáculos, assim como, a relação entre a Álgebra e a Aritmética. Esses foram os principais fatores detectados na presente pesquisa.

Palavras-chave: Linguagem Algébrica. Álgebra. Ensino e Aprendizagem.

ABSTRACT

This paper presents a study on the possible reasons for the difficulties presented by students from 7 th grade of elementary school in the study of algebraic concepts and procedures. Observations were performed in the classroom, application of testing with students and interviews with students and teachers. These instruments were prepared to try to detect the causes of the difficulties that are perceived. The study involved a class of 7 th number of a school's private network of education in Porto Alegre, and the sample was composed of 32 students. Through this study, whose analysis was performed on a highly qualitative seeks to understand the difficulties and seek alternative able to provide a better understanding of learning algebra. See that the interpretation of algebraic problems, which require a translation of the current language to language barriers have symbolic as well as the relationship between algebra and arithmetic. These were the main factors found in this search.

Keywords: Algebraic language. Algebra. Teaching and Learning.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Entende-se a Álgebra como parte da Matemática que trabalha a generalização e abstração, representando quantidades através de símbolos.

Para Lins (1997, p.137) “A álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade e desigualdade”. Como essas afirmações, citadas por Lins, são resultados de simplificações e generalizações, exigem um desenvolvimento do pensamento abstrato mais desenvolvido do que aquele utilizado para o pensamento aritmético.

Um menino de sétima série escreveu que a Álgebra “é muito difícil e, apesar de muito instrutiva, noventa por cento das vezes é muito frustrante. Significa horas de aulas que nem chegamos perto de entender” (HOUSE, 1995, p.1).

Apesar de a Álgebra conter um certo formalismo em sua linguagem e necessitar a utilização de procedimentos não muito simples, exigindo um maior grau de abstração, é importante lembrar que a forma de o professor trabalhar estes conceitos e procedimentos algébricos pode estar dificultando ainda mais a sua aprendizagem, fazendo, com que o aluno tenha verdadeiro horror à Matemática, já que não consegue compreendê-la. O fato de o aluno ter dificuldades para apropriar-se de seus conceitos faz com que, ao resolver um problema prefira a matemática não-formalizada - envolvendo uma grande seqüência de cálculos - como estratégia de resolução.

Acredito que um dos objetivos do estudo da Álgebra é que o aluno, tendo a compreensão dos seus conceitos, seja capaz de utilizá-los em outras situações. Enfim, que o aluno perceba a Álgebra como uma aliada na resolução de problemas em diferentes contextos.

Para que se tivesse um entendimento desta problemática, pensei que seria necessário entender um pouco da história da inserção do estudo da Álgebra no currículo brasileiro. Este estudo é feito na primeira subseção da fundamentação teórica. Na segunda subseção, apoiada nas teorias de Vygotsky, faço um estudo sobre a linguagem e a construção do conhecimento, visto que este trabalho apresenta as dificuldades em um campo da Matemática no qual a linguagem é um dos fatores que pode estar trazendo dificuldades. A terceira subseção apresenta uma relação entre Álgebra e Aritmética e as possíveis dificuldades que estão relacionadas entre as rupturas e as continuidades destes dois campos da Matemática. Por último, na subseção que encerra a fundamentação teórica deste trabalho, faço uma reflexão sobre o estudo da Álgebra e de como este está sendo apresentado no currículo escolar.

O presente trabalho foi realizado através de uma pesquisa eminentemente qualitativa, observando e analisando as dificuldades encontradas na aprendizagem de Álgebra e as suas possíveis razões. Foram realizadas observações e entrevistas com alunos de 7ª série de uma escola em Porto Alegre da rede privada de ensino. Juntamente com as observações, foram aplicados três blocos de testagem. Após a coleta dos dados da testagem, realizei entrevista com alguns alunos que obtiveram desempenhos diferentes, a fim de ter um entendimento melhor de suas dificuldades. Também foram entrevistados professores de 7ª série, além do professor da turma observada, objetivando saber o ponto de vista do professor sobre as dificuldades no ensino da Álgebra.

Ao concluir este trabalho, percebo o quanto o papel do professor é fundamental para que realmente exista a construção do conhecimento, já que partem dele as propostas a serem realizadas em sala de aula, assim como os questionamentos que devem desacomodar, impulsionando e tornando o aluno curioso em busca de respostas.

Quanto à linguagem, fundamental para a construção do conhecimento, precisa produzir significados, pois, se não for significativa, não tiver relação com nada na vida do aluno, muito provavelmente cairá no esquecimento. Noto que se faz necessário propiciarmos momentos para que nossos alunos explicitem as suas formas de raciocínio. Sendo assim, oportunizaremos que a construção do conhecimento seja efetiva e a riqueza da troca de idéias.

2 PERCURSO METODOLÓGICO

Com o objetivo de detalhar, de forma minuciosa todo o processo percorrido na realização deste trabalho descrevo nesta seção, o caminho utilizado, bem como os instrumentos e a forma de tratamento para os dados. Na primeira parte desta seção, faço uma justificativa para este trabalho assim como a sua contextualização, descrevendo qual o problema que investiguei, as questões de pesquisa e os fatores que me motivaram na escolha deste tema. Em seguida, defino os objetivos da pesquisa. Tendo os objetivos definidos, trato do tipo de abordagem utilizada nesta investigação, justificando-a. Na última subseção, faço a descrição dos sujeitos de pesquisa.

2.1 Justificativa e Contextualização

Este trabalho de pesquisa foi motivado por uma inquietação minha, enquanto professora de Matemática de 7ª série, com relação às dificuldades que meus alunos apresentam com os procedimentos que fazem parte do contexto algébrico.

Outro aspecto preocupante que está estritamente ligado às dificuldades apresentadas é o fato de o aluno detestar a Matemática. Entendo que a Matemática traz consigo um formalismo que, aliado à dificuldade de abstração faz com que o aluno se distancie de seu estudo, até porque diversas vezes os conceitos e procedimentos apresentados não são entendidos de imediato, e talvez nem em uma segunda explicação, fazendo com que o aluno se desmotive para seu estudo. Essa preocupação com aprendizagem de Matemática é mundial, já que se procura por alternativas de solução para o baixo aproveitamento em Matemática em vários países. Existe um cuidado para que o ensino de Matemática seja eficaz e mostre resultados melhores dos que são apresentados hoje. De acordo com essa idéia, Onuchic e Allevato (2004) afirmam que

> [...] gente de todo o mundo está trabalhando na reestruturação da Educação Matemática. Ensinar bem Matemática é um empenho complexo e não há receitas fáceis para isso. Não há um caminho único para se ensinar e aprender Matemática (p. 214).

Acredito que não só o formalismo e a dificuldade de abstração são os únicos culpados das dificuldades que nossos alunos encontram no estudo da Álgebra. Devemos considerar outros fatores que também podem estar concorrendo para este fracasso. A forma como se desenvolve o conteúdo e até problemas sociais e culturais podem contribuir para esta problemática.

Cabe lembrar que a Matemática, de um modo geral, trabalhada na escola, possui um grande estranhamento com a Matemática da rua, da vida do aluno. De acordo com essa idéia, D'Ambrosio (1998) afirma:

> A matemática dos sistemas escolares é congelada. São teorias em geral antigas, desligadas da realidade. Foram concebidas e desenvolvidas em outros tempos, outros espaços. Será que essa matemática, que chamamos de acadêmica, é importante para todos os povos? Sem dúvida. A sociedade moderna não funciona sem essa matemática, a tecnologia moderna não se aplica sem essa matemática, as teorias científicas não podem ser trabalhadas sem essa matemática. Mesmo as artes e as humanidades estão impregnadas dessa matemática (p. 3).

Creio que entendemos estar impregnados de matemática, mas talvez ainda não encontramos a forma de levar essa matemática da vida para a sala de aula, levando em conta que os conceitos que construímos com os alunos não foram criados de uma hora para outra. Foi um processo bastante lento. De acordo com Telles (2004a), ao longo dos séculos e superando muitas dificuldades, os matemáticos foram lentamente aprendendo a substituir as palavras por letras e por pequenos sinais: =, +, -, :, etc., surgindo assim as noções da Álgebra – as equações expressas totalmente em símbolos como as conhecemos hoje: a Álgebra simbólica. Hoje a Álgebra tem muitas aplicações mostrando-se muito útil como estratégia de resolução de problemas, mas assim como os outros campos da Matemática, a sua aprendizagem apresenta dificuldades. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs de Matemática), "a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas. Nos resultados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), por exemplo, os itens referentes à álgebra raramente atingem um índice de 40 % de acertos em muitas regiões do país" (Brasil, 1998, p.115-116).

Percebo que o aluno tem uma grande dificuldade em compreender os procedimentos que fazem parte do estudo algébrico. Existem erros que se repetem e persistem de um ano para outro. Estes conceitos que envolvem a Álgebra são enfatizados na 7ª série do Ensino Fundamental e serão utilizados até o final do Ensino Médio. Então, é importante que o aluno consiga apropriar-se deles para que possa aplicá-los nas mais diversas situações.

Este trabalho traz uma análise dos dados coletados tentando responder ao problema inicial que gerou esta pesquisa: <u>Por que os alunos apresentam tantas dificuldades na aprendizagem de Álgebra?</u>

A partir do problema, como questões norteadoras da pesquisa, surgiram os seguintes questionamentos:

<u>A relação entre Álgebra e Aritmética pode estar contribuindo para as dificuldades apresentadas?</u>

<u>Existe dificuldade na tradução do problema para a linguagem algébrica? Quais as possíveis causas para as dificuldades encontradas?</u>

<u>Que alternativas poderiam diminuir o fracasso no estudo da Álgebra?</u>

A partir do problema central apresentado e das questões de pesquisa que partem deste, foram projetados os objetivos que seguem.

OBJETIVO GERAL

Este trabalho pretende **compreender das dificuldades encontradas pelos alunos de 7ª série no entendimento dos conceitos e procedimentos que envolvem o estudo de Álgebra e propor alternativas de solução**, e como:

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Analisar as dificuldades apresentadas na utilização da linguagem simbólica e na sistematização das propriedades envolvidas na aprendizagem de Álgebra.
- Relacionar as dificuldades encontradas na utilização da linguagem algébrica com Aritmética.
- Verificar como se dá a passagem da linguagem corrente para a algébrica.
- Levantar as razões das dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra na visão do professor.
- Analisar a fala dos alunos sobre as suas dificuldades no aprendizado da Álgebra.
- Encontrar alternativas de solução que possibilitem uma melhor compreensão dos conceitos e procedimentos algébricos.

Tendo o entendimento de que os métodos de pesquisa são os diversos modos de abordar a realidade, e tendo definido os objetivos do trabalho, busquei escolher o método mais adequado para a realidade da minha pesquisa.

2.2 Abordagem da pesquisa

Este trabalho foi orientado por uma abordagem eminentemente qualitativa, ou seja, naturalístico-construtiva, pois, segundo Moraes (s. d.), busca compreender a problemática do ensino e aprendizagem que investiga, examinando o próprio contexto em que ocorre. De acordo com este mesmo autor, a abordagem assume a realidade construída pelos sujeitos. Partindo da impossibilidade de acesso ao concreto, procura trabalhar com mundos humanos, focalizando a percepção desses, trabalhando com seus conhecimentos implícitos, nos quais estão inclusos os valores, crenças e conhecimentos prévios do próprio pesquisador.

Entendendo a valorização dos conhecimentos implícitos nessa abordagem, tanto dos participantes quanto do pesquisador, acredito que é impossível a neutralidade. De acordo com essa idéia, Moraes (s. d., p.1) cita:

> Os modos de fazer ciência dos pesquisadores e os resultados de suas pesquisas refletem a sua visão de mundo, suas concepções de realidade e seus paradigmas. Quer se entenda isso num sentido de posse individual de teorias e crenças, quer num sentido de imersão em um discurso coletivo e cultural, essas idéias prévias são decisivas na forma em que os fenômenos são percebidos e interpretados.

Na visão de Lüdke e André (1986), esta abordagem é chamada de naturalística, pois o estudo-problema acontece no ambiente em que ele ocorre e sem qualquer intenção de manipulação pelo pesquisador.

Os dados coletados nesta pesquisa são predominantemente descritivos, pois, de acordo com Bogdan e Biklen (1994) o material é rico em descrições pessoais e de situações, incluindo transcrição de entrevistas e depoimentos além de outros documentos. Esses autores entendem que a pesquisa qualitativa ou naturalística envolve a obtenção de dados que são obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, sendo importante o pesquisador estar atento ao maior número de elementos presentes na situação estudada mesmo que no momento possa parecer pouco importante, pois mais tarde pode revelar-se uma informação totalmente relevante.

Entendendo a importância de coletar o maior número de dados possíveis, esta pesquisa também analisa dados quantitativos, fazendo uma combinação de dados quantitativos e qualitativos. De acordo com Flick (2004), a pesquisa qualitativa e a quantitativa não são opostos incompatíveis que não devam ser combinados. Essa combinação foi orientada no sentido de transformar dados quantitativos em qualitativos, objetivando o enriquecimento da pesquisa. Nessa perspectiva, Flick (2004) afirma que

> [...] a análise da freqüência de determinadas respostas nas entrevistas pode acabar oferecendo *insights*[1] adicionais para essas entrevistas, a explicação suplementar quanto às razões que fazem com que determinados padrões de resposta possam ser encontrados em grande quantidade nos questionários requer a coleta e o envolvimento de novos tipos de dados (entrevista, observação de campo) (p. 276).

[1] Grifo do autor.

Penso que muitas das idéias que o pesquisador tem sobre a coleta de dados da sua pesquisa aparecem após algumas análises dos dados já coletados. Aparecem, a partir daí, mais questionamentos que podem transformar-se em mais dados a partir de entrevistas ou observações como o autor acima declara.

Este tipo de pesquisa depende das observações da reação e do comportamento do indivíduo, na qual estas, juntamente com as entrevistas, são fundamentais. Pode-se dizer que a pesquisa qualitativa ou naturalística lida e dá atenção às pessoas e ao que elas pensam, procurando sempre dar sentido aos seus discursos que por muitas vezes são silenciosos. Busca dar significado aos acontecimentos no ambiente natural em que estes ocorrem.

De acordo com Araújo e Borba (2004), a triangulação[2] de uma pesquisa qualitativa consiste na utilização de procedimentos variados e diferentes para a obtenção de dados. Quando checamos dados obtidos em uma entrevista com atas de uma reunião sobre o mesmo assunto, estamos realizando uma triangulação de fontes. Agora, se observamos o trabalho de um grupo de alunos e depois fazemos uma entrevista com os componentes do grupo sobre a atividade desenvolvida, estamos realizando uma triangulação de métodos.

> Fazendo assim, o pesquisador, ao invés de construir suas conclusões apenas a partir de observações, pode utilizar as entrevistas para checar algum detalhe ou para compreender melhor algum fato ocorrido durante as observações, promovendo uma maior credibilidade de sua pesquisa (ARAÚJO e BORBA, 2004, p. 35-36).

Acreditando que, dessa forma, com uma variedade de instrumentos de pesquisa aumentam a validade dos resultados, utilizei neste trabalho, além de observações e testagem, entrevistas com os alunos, a fim de esclarecer e compreender melhor algumas informações que foram coletadas nos dois primeiros instrumentos citados.

---

[2] Utilização de diferentes procedimentos para a obtenção de dados, de acordo com Alves-Mazzotti, 1998; Lincoln & Cuba, 1985 apud Araújo e Borda, 2004, p. 35.

Para escolher os alunos que deveriam ser entrevistados, classifiquei o percentual de acertos das questões da testagem em três categorias sendo:

- categoria A, de 71 % a 100 % de aproveitamento;
- categoria B, de 41% a 70 % de aproveitamento, e
- categoria C, até 40 % de aproveitamento.

A amostra para a entrevista foi composta de 10 alunos selecionados da seguinte maneira:

- 3 da categoria A,
- 4 da categoria B, e
- 3 da categoria C.

Os alunos foram escolhidos para a entrevista de forma que os três níveis de aproveitamento fossem contemplados e, sendo assim, pude analisar alunos com desempenhos diferentes.

2.3 Sujeitos da pesquisa

A pesquisa foi realizada no ano de 2007, em uma escola da rede privada de ensino que se localiza na cidade de Porto Alegre – RS e são sujeitos da pesquisa alunos e professores de 7ª série do Ensino Fundamental, pois nesta série há uma ênfase em Álgebra.

Os alunos que compõem essa turma de 7ª série são de classe média, moram nas proximidades da escola, sendo levados para a mesma pelos pais ou por transporte escolar. Com um poder aquisitivo bom, todos possuem acesso à internet. Pude observar nesta turma uma arrogância por parte de alguns alunos em relação à prestação de serviços da escola. Possuem o entendimento de que o professor está ali sendo pago para ensinar e normalmente perturbam o início da aula. Estes alunos desafiam as regras básicas estabelecidas pela escola e pelos professores. Contestam muito as exigências e demonstram desinteresse em aprender regras para um bom convívio. A idade média destes alunos é 13 anos.

A escola conta com laboratórios de física, química, biologia e informática; um auditório, biblioteca, audiovisual, playground, pátios de recreio, cantina, ginásio de esporte e mais duas quadras cobertas. Constituem a escola 1644 alunos, 85 professores, 32 funcionários. A escola possui 28 salas de aula.

A escolha desta escola para realização da minha pesquisa foi determinada pelo fato de eu fazer parte do quadro de professores e trabalhar com 7ª série. Dessa forma, penso que tenho informações, como planejamento, funcionamento da sua estrutura, disciplina, que me dão base para enriquecer a pesquisa. A escola se mostrou aberta para a mesma, dando-me liberdade para fazer as observações e a aplicação da testagem colocando-se a disposição para ajudar no que fosse necessário.

Caracterizado o procedimento metodológico, inicio agora a fundamentação teórica.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção faço um estudo sobre inserção a da Álgebra no currículo brasileiro; a construção do conhecimento através da linguagem e, a partir das concepções de Álgebra e educação algébrica, trato da linguagem algébrica como parte da linguagem matemática e da tradução de situações-problema para a linguagem algébrica. Faço, também, uma relação entre Álgebra e Aritmética e as implicações desta relação nas dificuldades encontradas. A seção é concluída com algumas questões voltadas para o ensino algébrico dentro do currículo atual e a sua aprendizagem.

3.1 Alguns Aspectos da História do Ensino da Álgebra no Brasil

O objetivo desta subseção é ter uma visão histórica do estudo algébrico no currículo brasileiro, assim como compreender de que forma se deu a implantação do estudo deste campo da Matemática, as mudanças ocorridas e quais as implicações destas mudanças nos dias atuais. Em seguida perpassa-se pelas concepções de Álgebra e de educação algébrica.

O ensino da Matemática sofreu muitas mudanças que, na maior parte das vezes, foram lançadas pelo governo, e as escolas, preparadas ou não, teriam que enfrentá-las. Assim, a Álgebra entrou no currículo escolar, deixando de ser privilégio de poucos estudiosos e tornado-se uma disciplina que é considerada pré-requisito para a formação do cidadão comum (CASTRO, 2003).

Os problemas enfrentados nos dias atuais no ensino da Álgebra no Brasil podem ser um reflexo da evolução da Álgebra desde a sua inclusão no currículo até os dias atuais. É necessário que se faça um estudo, mesmo que breve, da sua história no currículo brasileiro, para que se compreenda melhor o que ocorre hoje.

De acordo com Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), a preocupação legal em introduzir a Álgebra no ensino brasileiro ocorre com a Carta Régia de 19 de agosto de 1799. A Álgebra seria introduzida na forma de aulas avulsas, ao lado de outras disciplinas como a Aritmética, a Geometria e a Trigonometria que já faziam parte do ensino. Estas áreas do conhecimento eram trabalhadas em compartimentos estanques.

E foi no início do século XIX que, pela primeira vez, o estudo de Álgebra é introduzido no ensino secundário brasileiro.

Em 1927, Euclides Roxo, diretor do Externato Pedro II, propôs à congregação do colégio uma alteração radical no ensino da Matemática. Conforme Valente (2002), no documento Euclides Roxo coloca a urgência de adotar métodos de ensino da Matemática Elementar introduzidos na Alemanha, destacando que parte da orientação era acabar com a divisão da Matemática em partes distintas e separadas como vinha sendo trabalhada. O autor afirma que "[...] o conteúdo de todo o documento é, praticamente, o de reafirmação da necessidade de unificar os ramos da matemática" (p.17).

Em 1929, é oficializado o aceite da proposta encabeçada por Euclides Roxo, mas, apesar de o Colégio Pedro II ser referência para o ensino secundário do país, estas modificações deveriam ser obrigatoriamente seguidas apenas pelo Colégio Pedro II (MIORIM, 1998 citado por VALENTE, 2002).

De acordo com Valente, em 1930, Francisco Campos assume o recém criado Ministério da Educação e Saúde e no ano seguinte faz reformulações no ensino, e no que diz respeito à Matemática, acata as idéias modernistas de Euclides Roxo. Então, após a reforma de Francisco Campos em 1931, os quatro campos do ensino - Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria - recebem a denominação Matemática (VALENTE, 2002).

Para Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), desde o início do estudo da Álgebra até o início da década de 60, quando se inicia o Movimento da Matemática Moderna, o seu ensino era predominantemente de caráter mecânico e reprodutivo, sem clareza alguma, já que seu ensino era, na maioria das vezes, apresentado por meio de procedimentos que conduziam a uma aprendizagem mecânica. De acordo com essa idéia, segue um exemplo de Dumont, em seu livro Álgebra Elementar, na explicação da divisão de monômios:

“Para se dividir dois monômios: 1.º observa-se a regra de sinais; 2º dividem-se os coeficientes; 3º escrevem-se uma só vez as letras do dividendo com o expoente igual à diferença dos expoentes no dividendo e do divisor” (DUMONT, 1938, p. 31).

Percebendo a forma mecânica como era trabalhada a Álgebra e a fragmentação dos campos da Matemática, o Movimento da Matemática Moderna apostava na introdução de elementos unificadores dos campos da Matemática, como a teoria dos conjuntos e as estruturas algébricas.

Nesse período a Álgebra ganhou lugar de destaque em sua concepção moderna, tornando-se o elemento unificador dos campos da Matemática. O Movimento da Matemática Moderna também tinha a preocupação de superar a forma mecânica e reprodutiva do ensino da Álgebra. Sobre as principais alterações no ensino da Matemática durante a implantação da Matemática Moderna, Miorim, Miguel e Fiorentini (1993, p.21) destacam que

> [...] há uma tentativa de superar o caráter pragmático, mecânico e não-justificado do ensino de álgebra, substituindo-o por uma abordagem que enfatiza a precisão da linguagem matemática, o rigor e a justificação das transformações algébricas através das propriedades estruturais; [...].

O movimento modernista não conseguiu dar conta da crise, pois acabou se tornando difuso e diversificado pelas formas diferentes pelas quais foi assimilado em diferentes países, concluem os autores que no caso brasileiro, aos poucos, vai adquirindo um caráter eclético devido às influências que recebeu. A partir do final da década de 70 aparecem alternativas para superar essa situação focando a correção de distorções e excessos cometidos. Uma das distorções foi o esvaziamento do ensino da Geometria, passando a ser este a principal preocupação das novas propostas.

Entendo que as modificações que a Educação Matemática sofreu foram sempre através de influências de outros países, sem um posicionamento crítico sobre estas e sem avaliações do que estava dando certo ou não nestas modificações.

Após a implantação da Matemática Moderna e seu declínio, os educadores movimentaram-se para recuperar o ensino da Geometria, e a Álgebra acaba perdendo o seu lugar de destaque, que havia adquirido com o Movimento da Matemática Moderna, através dos elementos unificadores, indicando uma tendência de a Geometria ocupar este lugar. Com estas novas propostas, a Álgebra parece retornar ao papel exercido anteriormente, conforme o citado abaixo:

> Mas se, por um lado, na proposta da CENP (Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas) a Geometria passa a dar sustentação à metodologia do ensino da Aritmética e da Álgebra, por outro lado, o próprio ensino de Álgebra não apenas perde aquelas características que a Matemática moderna lhe havia atribuído como também parece retomar – sem, é claro, aquelas regras e aqueles excessos injustificáveis do algebrismo - o papel que ele desempenhava no currículo tradicional, qual seja o de um estudo introdutório – descontextualizado e estático – necessário à resolução de problemas e equações (MIGUEL, FIORENTINI E MIRIOM, 1992, p.51).

A Álgebra, nos dias de hoje, ocupa um lugar privilegiado nos livros didáticos, mas acredito que as reflexões realizadas sobre o seu ensino ainda não foram suficientes para minimizar o problema das dificuldades de compreensão dos seus conceitos e procedimentos.

3.1.1 As concepções de Álgebra e Educação Algébrica

De acordo com Baumgart (1992), a palavra Álgebra é uma variante latina da palavra árabe *al-jabr*, usada no título de um livro *Hisab al-jabr w'al-muqabalah*, escrito em Bagdá por volta do ano 825 pelo matemático árabe Mohammed ibn-Musa al-Khowarizmi. Uma tradução literal do título do livro é “ciência da restauração (ou reunião) e redução”, mas matematicamente seria melhor “ciência da transposição e cancelamento”, ou ainda talvez a melhor tradução fosse “a ciência das equações”.

Os PCNs de Matemática (Brasil, 1998) trazem as diferentes interpretações da Álgebra como: Aritmética Generalizada, Funcional, Equações e Estrutural. Já, conforme o Minidicionário Luft (2000), Álgebra é a parte da Matemática que generaliza as questões aritméticas, representando quantidades através de símbolos.

Miorim, Miguel e Fiorentini (1993) afirmam que durante a história do ensino da Matemática, as principais concepções para educação algébrica foram as que seguem. Numa primeira concepção praticamente predominante durante todo o século XIX e primeira metade do século XX, tanto no Brasil como em outros países, prevalecia a crença de que a aquisição, ainda que mecânica, das técnicas requeridas pelo transformismo algébrico – obtenção de expressões equivalentes mediante o emprego de regras e propriedades válidas – seria suficiente para que o aluno fosse capaz de resolver problemas, ainda que estes fossem quase sempre artificiais. Essa concepção chamava-se lingüístico-pragmática.

Com o Movimento da Matemática Moderna, veio uma nova concepção para educação algébrica, que foi denominada pelos autores como fundamentalista - estrutural. Nesta concepção o papel pedagógico da educação algébrica é o de fundamentar os vários campos da matemática escolar. Acreditava-se que a introdução de propriedades estruturais das operações que justificassem cada passagem presente no transformismo algébrico capacitaria o aluno a aplicar essas estruturas nos mais diferentes contextos. Por fim, uma terceira concepção, a qual foi chamada pelos autores de fundamentalista-analógica, tenta fazer uma síntese das concepções anteriores, procurando recuperar o valor instrumental da Álgebra, mantendo o caráter fundamentalista de justificação, mas agora não mais de forma lógico-estrutural, e sim, na maioria das vezes, em recursos analógicos geométricos e, portanto, visuais (MIORIM, MIGUEL E FIORENTINI, 1993).

De acordo com Ponte (2005), há duzentos anos poderíamos dizer que os objetos fundamentais da Álgebra seriam certamente as equações, mas hoje esta resposta já não satisfaz. A melhor forma de indicar os grandes objetivos da Álgebra, ao nível escolar, é dizer então que visa ao desenvolvimento do pensamento algébrico. É importante lembrar que não existe um consenso no que se refere à concepção de Álgebra entre os estudiosos no assunto. Em outras situações, definimos o que poderia fazer parte da Álgebra ou não, mas até aí existem dúvidas como: “[...] gráficos são ou não parte da álgebra?” (LINS E GIMENES, 1997, p.89).

Esta falta de consenso sobre a sua concepção e até por definir tópicos que fazem ou não parte do estudo da Álgebra acabam trazendo dúvidas quanto a importância destinada a cada um destes, no estudo algébrico.

Como seqüência da fundamentação teórica, faço um estudo sobre a linguagem e a construção do conhecimento.

3.2 A Linguagem e a Construção do Conhecimento

Considerei importante destacar a linguagem e a construção do conhecimento nesta seção por este trabalho tratar de uma linguagem específica, rígida, formal. Sendo assim, faço um estudo sobre a importância da linguagem na construção do conhecimento, apoiada nas teorias de Vygotsky.

Na teoria proposta por Vygotsky, a linguagem ocupa um papel fundamental no crescimento intelectual da criança, já que este depende de seu domínio dos meios sociais e do pensamento, isto é, da linguagem. Para Vygotsky "[...] o desenvolvimento do pensamento é determinado pela linguagem, isto é, pelos instrumentos lingüísticos do pensamento e pela experiência sócio-cultural da criança" (VYGOTSKI, 1998, p.62).

De acordo com Moysés (2006), para Vygotsky, o homem em interação com o meio modifica-o e modifica a si mesmo. O instrumento que mediatiza o homem e o meio social é chamado de signo, que pode ser a linguagem, os vários sistemas de contagem, os sistemas de símbolos algébricos, mapas, diagramas, desenhos e todo o tipo de signos convencionais.

Entendo que a aquisição da linguagem acontece inicialmente com a interação com os outros, com uma função interpessoal, desenvolvendo a linguagem socializada. No momento em que a linguagem é interiorizada, a criança busca solução para os seus problemas por si mesmo, enquanto inicialmente procurava outras pessoas. Dessa forma a linguagem passa a possuir uma função intrapessoal. Nessa perspectiva, a linguagem é uma ferramenta fundamental na construção do pensamento e nas relações sociais, marcando fusão entre as funções comunicativas e representativas (LA ROSA, 2006).

La Rosa (Ibid.) afirma que a maior mudança que acontece na capacidade da criança, quando ela passa a usar a linguagem para solucionar problemas, ocorre quando ela internaliza a fala socializada, aquela que inicialmente era utilizada para dirigir-se a um adulto. Nessa fase, ao invés de procurar um adulto para solucionar o problema, busca em si mesma uma solução.

Para Moysés (2006), na linguagem matemática, por exemplo, o sistema simbólico algébrico já se encontra estruturado quando o aluno chega à escola. É necessário que o aluno consiga compreender os procedimentos que regem esse sistema e esse é o papel da escola, que através da mediação do professor, das atividades que propõe e de suas intervenções, consiga propiciar momentos em que o aluno internalize esses procedimentos.

A internalização desse sistema de linguagem – signo – e das regras que regem esse sistema acontece através de um processo de transformação e não de transferência. Dessa maneira, para Moysés (2006), a passagem do plano externo para o plano interno não se dá como uma simples cópia, ao contrário, essa passagem transforma o próprio processo e muda sua estrutura e funções. Vai acontecer a partir da interação social, de modo que o processo de internalização inicia com uma atividade externa, sendo reconstruída pelo indivíduo. Neste ponto pretendo ressaltar a importância da linguagem na comunicação professor-aluno.

Assim como o processo de internalização, outro ponto dos estudos de Vygotsky que ilustra esta pesquisa é a zona de desenvolvimento proximal, que foi definida por ele como a distância entre o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento proximal. Sendo o primeiro, a capacidade da criança de resolver um problema sem ajuda, já o segundo é a capacidade de resolução deste problema com a ajuda de um adulto ou em colaboração de outros mais capazes. Desta forma, penso que é importante a interferência, a mediação do professor, assim como também é fundamental oportunizar atividades em pares ou em grupos. Moysés (2006) ilustra minha discussão quando afirma:

> As investigações de Vygotsky e as de seus colaboradores também os levaram a perceber que aquilo que uma criança não é capaz sozinha poderá

> desempenhá-la com a ajuda de um adulto (ou de alguém mais adiantado do que ela). Perguntas-guia, exemplos e demonstrações constituem o cerne dessa ajuda (MOYSÉS, 2006, p.34).

De acordo com a mesma autora, quando o professor cria zonas de desenvolvimento proximal, está impulsionando o aparecimento de funções superiores ainda não completamente desenvolvidas.

A formação de conceitos insere-se nos trabalhos de Vygotsky como uma extensão das suas próprias pesquisas sobre o processo de internalização. Este autor propõe a distinção entre conceitos espontâneos e científicos, considerando os primeiros aqueles que a criança aprende no seu dia-a-dia, nascidos do contato que ela possa ter tido com determinados objetos, fatos, fenômenos etc.. E os últimos como sendo aqueles sistematizados, os que são transmitidos intencionalmente, são, por excelência, os conceitos que se aprendem na escola (MOYSES, 2006).

Para Vygotsky (1998), existe uma interação entre os dois tipos de conceitos e elos que os unem em um sistema total de conceitos, durante o desenvolvimento intelectual da criança.

No que diz respeito à formação de conceitos, Vygotsky (Ibid., p.104) afirma que

> [...] um conceito é mais que uma soma de certas conexões associativas formadas pela memória, é mais do que um simples hábito mental; é um ato real e complexo do pensamento que não pode ser ensinado por meio de treinamento, só podendo ser realizado quando o próprio desenvolvimento mental da criança já tiver atingido o nível necessário.

Os conceitos científicos são aqueles elaborados intencionalmente, ao contrário do conceito espontâneo, e por trás de qualquer conceito científico sempre existe um sistema hierarquizado do qual ele faz parte. Para que o aluno construa esse tipo de conceito, a principal tarefa do professor é a de levá-lo a estabelecer um enlace indireto com o objeto por meio de abstrações em torno de suas propriedades e da compreensão das relações que ele mantém com um conhecimento mais amplo. A situação escolar é propícia à aquisição desse tipo de conceito. A apreensão deste exige que seja intencionalmente trabalhado num processo de interação professor/aluno (MOYSÉS, 2006).

De acordo com Moysés (Ibid., p.37), Vygotsky resume o que seria um ensino voltado para a compreensão:

> a) "*trabalhando com o aluno*". A preposição *com* já revela uma atitude de interação. Trabalham professor e aluno. E o que é esse trabalho? O autor prossegue discriminando inicialmente o trabalho do professor.
>
> b) "*explicou*" e "*deu informações*". Explicar é muito mais do que fazer uma mera exposição. É buscar na estrutura cognitiva dos alunos as idéias relevantes que servirão como ponto de partida para o que se quer ensinar. É caminhar com base nessas idéias, ampliando os esquemas mentais já existentes, modificando-os ou substituindo-os por outros mais sólidos e abrangentes. Nesta tarefa desempenham papel fundamental e exemplificação e o enriquecimento do que está sendo explicado com um número suficiente de informações.
>
> c) "*questionou e corrigiu o aluno*", isto é, procurou verificar se sua fala havia sido compreendida e, diante de possíveis erros, vai corrigindo-os.

Mais uma vez, de acordo com o que é um ensino voltado para a compreensão proposto por Vygotsky, percebo a importância das atividades propostas pelo professor, assim como as intervenções e questionamentos que faz, para que realmente aconteça a construção do conhecimento.

Com o entendimento de que aprender não está ligado a uma simples transmissão de conhecimentos, e sim à produção de significados que o aluno consegue fazer de diferentes situações e que é manifestado através da linguagem, as teorias de Vygotsky dão suporte a estas reflexões sobre o aprendizado e desenvolvimento como processo sociocultural, já que para ele o ensino direto de conceitos não é eficaz. O professor que tenta trabalhar dessa forma não consegue mais do que repetição de palavras (VYGOTSKY, 1998). Então, apoiada nestas teorias, subdivido esta subseção em: *A linguagem matemática, Linguagem algébrica e Tradução de um problema real para a linguagem algébrica.*

3.2.1 A Linguagem Matemática

Penso que a Matemática possui uma universalidade em sua linguagem que é bastante peculiar e que esta desenvolveu-se sintética no intuito de facilitar a comunicação da mesma entre as pessoas. Esta simbologia, que podemos dizer de caráter universal, possui formalismos que acabam afastando o aluno, com uma idéia que pertence somente ao mundo dos matemáticos, e, o que é pior, tornado-se um instrumento excludente. Dienes (1975, p.131) ilustra está discussão quando diz:

> Particularmente através dos últimos cem anos mais ou menos, a linguagem matemática tornou-se tão rica que nem mesmo os matemáticos podem familiarizar-se com toda ela. O homem da rua foi deixado tristemente para trás e um leigo ouvindo dois matemáticos discutindo um problema intrincado poderia muito bem supor estar ouvindo uma língua estrangeira [...].

Além de a linguagem matemática ser extremamente rica e formal, penso que muitas vezes acentuamos as dificuldades com o seu simbolismo quando não nos preocupamos em trabalhar a compreensão dos símbolos, de clarear os seus significados. Acabamos abusando do seu uso e conseqüentemente dificultamos o processo de aprendizagem.

Escrever e se comunicar por meio da linguagem matemática, assim também como ler e entender é mostrar-se portador dessas habilidades. Podemos dizer que comunicar-se em Matemática é comunicar-se em outra forma de linguagem que não a materna. Diferentemente da língua materna que é uma linguagem natural, a linguagem matemática é uma linguagem construída. E, assim como a linguagem materna, a Matemática é uma forma de comunicação. Através da Matemática analisamos, interpretamos dados da vida.

Hoje em dia as pessoas reconhecem o quanto é importante o conhecimento matemático para que se possa compreender uma série de coisas, já que esta ciência faz parte do nosso dia-a-dia, apesar de todo este rigor que está impregnado na linguagem matemática, por outro lado a temos como uma ferramenta eficiente para o entendimento de muitas situações. É através dela que representamos e resolvemos uma série de problemas da vida real. Pode ser que falte a nós, professores, colocarmo-nos no lugar de nossos alunos, lembrar que muitas vezes não se aprende não por que faltou comprometimento ou vontade, mas sim porque muitas vezes aquilo que é evidente para o professor não é visto da mesma forma pelo aluno.

Klüsener (2001, p.177) destaca:

> Aprender matemática é, em grande parte, aprender e utilizar suas diferentes linguagens – aritmética, geometria, álgebra, gráfica, entre outras. Na atualidade, as linguagens matemáticas estão presentes em quase todas as áreas do conhecimento. Por isso o fato de dominá-las passa a constituir-se um saber necessário considerando o contexto do dia-a-dia.

Para Malta (2004), muitas das dificuldades encontradas no estudo da Matemática estão intimamente ligadas à deficiência do uso da linguagem escrita, pois parte do pressuposto de que expressar de forma clara o raciocínio é equivalente à capacidade de entender resultados. O desenvolvimento da capacidade de expressar o seu próprio raciocínio irá promover o desenvolvimento da capacidade de compreensão da Matemática. E vai além:

> Sem o desenvolvimento do domínio da linguagem necessária à apreensão de conceitos abstratos (e, portanto extremamente dependentes da linguagem que os constrói) nos seus diversos níveis, não pode haver o desenvolvimento do pensamento matemático (também em seus diferentes níveis) (MALTA, 2004, p. 44 e 45).

O fato de hoje utilizarmos uma linguagem matemática formal, como já dissemos, foi para sintetizar a comunicação. Fazer com que o aluno seja sabedor disso, e de que a Matemática nem sempre utilizou uma simbologia tão formal, talvez o faça entender que houve uma necessidade para que isso acontecesse, pois, como linguagem universal, deve procurar estar livre de interpretações.

Oportunizar esse momento de reflexão pode fazer com que o aluno entenda a razão deste processo e, por que não, se interessar por ele.

3.2.2 A Linguagem Algébrica

A linguagem algébrica dentro da Matemática, é uma linguagem muito específica, cheia de formalismos que, como já foi dito, é tão sintética que aos olhos do aluno parece incompreensível. Sendo assim, faço nesta parte da subseção um estudo sobre a evolução da notação simbólica que muito tempo foi necessária para que chegássemos à álgebra simbólica utilizada atualmente.

Na estrutura curricular do Ensino Fundamental, o estudo da Álgebra é fundamental. É a partir da apropriação dos seus conceitos que podemos fazer abstrações e generalizações e isso em um grau maior que o realizado no estudo da Aritmética. É importante a compreensão da linguagem algébrica na tradução de problemas reais para a linguagem matemática, a fim de resolvê-los.

Baumgart (1992) afirma que o desenvolvimento da notação algébrica obteve a sua evolução através de três estágios: o *retórico* ou verbal (tudo escrito com palavras), o *sincopado* (eram usadas abreviações) e por último o *simbólico* (uso de símbolos). O simbolismo moderno começou a despontar por volta de 1500. Para mostrar o processo de desenvolvimento, seguem alguns exemplos que mostram não apenas a diversidade posterior dos símbolos, mas também os graduais aperfeiçoamentos e a padronização da notação.

Cardano (1545): cubus $\bar{p}$ 6 rebus aequalis 20.
$x^3 + 6x = 20$

Bombelli (1572): $\overset{6}{\smile}\!\!\!\!\text{I} \cdot \text{p} \cdot \overset{3}{\smile}\!\!\!\!8 \cdot$ Eguale à 20.
$x^6 + 8x^3 = 20$

Viète (1591): I QC − 15 QQ + 85 C − 225 Q + 274 N aequatur 120.
$x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 225x^2 + 274x = 120$

Harriot (1631): aaa − 3bba ═══ +2 · ccc.
$x^3 - 3b^2x = 2c^3$

Descartes (1637): $x^3 - 6xx + 13x - 10 \propto 0.$

Wallis (1693): $x^4 + bx^3 + cxx + dx + e = 0.$

(BAUMGART, 1992, p.12 e 13)

De acordo com esta idéia, para Schoen (1995, p. 138):

> [...] o desenvolvimento histórico do simbolismo algébrico começou com um período de álgebra verbal ou retórica, que durou pelo menos três milênios. Ao período retórico surgiu um outro, de mais um milênio, em que o discurso algébrico caminhou gradualmente da fase retórica para a simbólica.

Sendo a Matemática expressa por um conjunto de símbolos, exige do aluno um entendimento sobre o significado destes. Essa linguagem formal e sintética muitas vezes acaba assustando o aluno, pois parece muito mais difícil do que realmente é. Penso que, talvez, ao serem introduzidos os símbolos que fazem parte do cenário da Matemática, se esses viessem dentro de um contexto para que o aluno pudesse fazer relações, tornaria o seu significado mais claro. O que também pode ser válido é a exploração das palavras que, além de pertencerem ao contexto matemático, também pertencem ao contexto não-matemático. A clarificação desses significados pode facilitar o seu recolhimento dentro do contexto matemático. Danyluk ilumina nossa discussão quando diz:

> Se a Ciência Matemática tem a peculiaridade de ser expressa em uma linguagem simbólica, pode-se afirmar que, ao ler um texto de matemática, o homem envolve-se com simbolismos. Para ler um texto de matemática, o leitor deve familiarizar-se com os símbolos mostrados no discurso matemático. Por outro lado, é preciso considerar, também, que o leitor deve encontrar sentido nos símbolos matemáticos [...] (DANYLUK, 1993, p. 39).

E continua, afirmando:

> Ao ler um símbolo matemático, é preciso entender o significado atribuído a ele. O símbolo traduz uma idéia e se refere a alguma coisa. É importante que o leitor reconheça um símbolo e faça uso de notações adequadas para expressar idéias. Mas somente usar e reconhecer sinais indica que a pessoa tenha compreendido ou atribuído um significado para o mesmo. Isso pode ser considerado uma atividade mecânica se não houver compreensão (DANYLUK, 1993, p. 40).

Então, é necessário que o trabalho com conceitos e procedimentos algébricos também seja gradual, passando por uma fundamentação verbal, a fim de que os alunos tenham se apropriado deles de uma forma efetiva.

3.2.3 A Tradução de um Problema Real para a Linguagem Algébrica

Nesta parte da subseção abordo a passagem de uma situação-problema na linguagem corrente para a linguagem algébrica, entendendo que esta passagem é um fator que causa dificuldades no estudo algébrico.

Tendo a Matemática uma linguagem própria, com uma grande variedade de símbolos, podemos fazer uma codificação desta simbologia para a tradução de um problema na linguagem escrita para a linguagem matemática e observo que uma das barreiras enfrentadas pelos alunos no estudo da Álgebra está na hora de fazer a passagem de uma situação-problema na linguagem corrente para a linguagem algébrica. Sendo assim, faço um estudo nesta parte da subseção sobre a dificuldade de formalizar as informações em uma situação-problema.

No estudo de Álgebra, o aluno utiliza muito esta codificação já que este envolve uma interpretação exigindo a tradução da linguagem escrita para a linguagem matemática, e muitas vezes as dificuldades apresentadas pelos alunos na tradução de situação da linguagem corrente para a linguagem formal residem na interpretação. Não sendo capaz de interpretar, o aluno não conseguirá representar formalmente a situação. Segundo Lochhesd e Mestre (1995) muitos alunos possuem dificuldades na resolução de problemas algébricos bastante simples, principalmente quando estes necessitam da tradução da linguagem corrente para a linguagem formal. Em uma pesquisa realizada com alunos de um curso de engenharia, no qual deveriam interpretar problemas algébricos, os autores verificaram que, embora com um nível de ensino superior, não conseguiram interpretá-los de forma correta. Conforme estes mesmos autores, “Sem a capacidade de interpretar expressões, os alunos não dispõem de mecanismos para verificar se um dado procedimento é correto” (LOCHHESD e MESTRE, 1995, p.148).

Com minha experiência em sala de aula, noto que essas dificuldades persistem ano após ano, podendo ser um fator que implicará o fracasso e abandono escolar. Aqueles que continuam trazem consigo muitas lacunas na aprendizagem matemática.

Para Lins e Gimenes (1997, p.17):

> Quando falamos de fracasso, não se trata, naturalmente, de fracasso dentro dos muros da escola. Embora em muitos casos o fracasso seja completo, isto significa que o aluno não aprende o que a escola lhe propõe, há um outro fracasso, igualmente preocupante, que é a farsa de tantas pessoas que aprendem o que é ensinado na escola, mas somente para a escola.

Acredito que o papel da escola é tornar o aprendizado significativo, que este não seja importante apenas para passar nas provas e obter uma aprovação no final do ano. Mas que o aluno seja capaz de relacionar o que aprendeu na escola com fatos de sua realidade, conseguindo aplicar este aprendizado nas mais diversas situações.

3.3 A Relação Entre Álgebra e Aritmética

Acredito que seja necessário fazer um estudo das rupturas e continuidades existentes entre Álgebra e Aritmética, para poder compreender melhor uma parte das dificuldades apresentadas no estudo algébrico.

Na experiência que tenho vivenciado, além da tradução de um problema real para a linguagem algébrica, a resolução de um problema vai exigir que o aluno utilize os conhecimentos que fazem parte dos procedimentos algébricos. Esta nova fase, que tem início na 6ª série do Ensino Fundamental e aprofunda-se na 7ª série, em que o aluno se depara com um cenário totalmente novo e algumas vezes esses procedimentos são contraditórios aos dos procedimentos aritméticos, aos quais estava acostumado, também é um fator que gera grandes dificuldades.

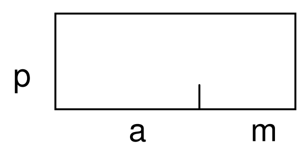
Segundo Booth (1995), a Álgebra é uma fonte de confusões e de atitudes negativas consideráveis entre os alunos. Este sentimento faz parte da vida de qualquer professor de Matemática.

Para Klüsener (2001), o fato de poder representar um conjunto de valores e também poder manipulá-lo de forma simples, faz com que a Álgebra tenha uma grande utilidade, mas os alunos não chegam a compreender e a aproveitar este benefício.

Quando o aluno não é capaz de apropriar-se dos conceitos e procedimentos algébricos, não consegue aplicar este conhecimento na resolução de problemas que desses necessitam. Esta é a principal questão que gera um desgosto pelo seu estudo. O fato de não compreendê-la afasta o aluno da Álgebra.

Percebo que, dentre alguns fatores influentes na apropriação do conceito algébrico, está a sua relação com a Aritmética. Para Oliveira (2002), algumas barreiras se configuram na Álgebra pelo fato de o aluno trazer para o contexto algébrico dificuldades herdadas do aprendizado no contexto aritmético ou por estender para o estudo algébrico, procedimentos aritméticos que não procedem.

Nos trabalhos realizados em sala de aula, percebo que uma das dificuldades herdadas do contexto aritmético que se estende para o algébrico é o uso de parênteses. Os alunos tendem a pensar que é a seqüência que determina a ordem em que se deve resolver uma expressão. Ainda muitas vezes, o aluno determina a ordem dos cálculos conforme o contexto ao qual a expressão está ligada. Booth (1995) exemplificou esta situação com o exemplo no qual mostra um retângulo com as medidas dos lados representados por *a + m* e *p*:



A tendência é que o aluno dê como resposta para a representação da área dessa figura p x m + a, ignorando a necessidade de parênteses.

> Conseqüentemente, escrevem-se incorretamente expressões algébricas que necessitam de parênteses (por exemplo, *p x a + m* em vez de *p x* (*a + m*)), o que pode acarretar outros erros quando a expressão é simplificada (por exemplo, *p x a + m* poderá então ser reescrita, erradamente nesse contexto, como *pa + m*). Nesse caso o erro é fruto menos de concepções algébricas erradas do que de uma visão incorreta da representação aritmética (BOOTH, 1995, p. 34).

Como exemplo de procedimento aritmético que não procede no contexto algébrico é a justaposição que em Álgebra indica uma multiplicação, como mn, estaríamos indicando a multiplicação de m por n, ou seja m x n. Já esta multiplicação a partir da justaposição não se aplica ao contexto numérico, no qual 23 não que dizer 2 x 3. Grande parte da simbologia utilizada no contexto algébrico, já foi anteriormente utilizada no estudo da Aritmética e, em alguns casos, com significados diferentes.

A Aritmética busca respostas numéricas, já a Álgebra é diferente, pois esta estabelece relações representando-as de forma geral e simplificada. Parte das dificuldades também se atribui à interpretação dos símbolos operatórios. “Em aritmética, símbolos como + e = são interpretados geralmente em termos de ações a serem efetuadas, de maneira que + significa efetivamente realizar uma operação, e = significa escrever a resposta” (BERR, ERLWANGER E NICHOLS[3], 1980; e GINSBURG[4], 1997 citados por BOOTH, 1995, p.27).

Um erro bastante comum entre os alunos é de simplificar uma expressão como 2a + 5b para 7ab. Percebe-se que o aluno não aceita 2a + 5b como resposta válida, existindo a dificuldade em “aceitar a ausência de fechamento” (COLLINS[5], 1975 citado por BOOTH, 1995, p. 27).

Outra grande diferença entre Álgebra e Aritmética está no uso de letras para indicar valores. “A letra *m*, por exemplo, pode ser utilizada em aritmética para representar metros, mas não para representar o *número* de metros, como em álgebra” (BOOTH, 1995, p.30). Essa mudança pode ocasionar uma confusão por parte do aluno que até uma época do seu estudo tinha uma letra para representar algo conhecido, ou seja, neste caso a unidade de medida. Então, o aluno pode imaginar que a letra deva representar algo que comece com ela, como no exemplo anterior *m* representaria *metros*, só que agora ela representa um valor ainda desconhecido, e dependendo da expressão, esta letra ainda pode variar o seu valor.

É fundamental propiciar a discussão destes significados. É necessário que o aluno perceba que 3*m*, por um lado, significa a etiqueta que resume a palavra metros, e em outra situação pode representar 3 x *m* (KLÜSENER, 2001).

[3] BEHR, Merlyn, ERLWANGER, Stanley e NICHOLS, Eugene. **How Children View the Equals sing**. Mathematicas Teaching 92, 1998. 13-15.

[4] GINSBURG, Herbert. **Children’s Arithmetic: The Learning process**. Nova Iorque: Van Nostrand, 1997.

[5] COLLINS, Kevin F.. **A study of Concrete and Formal Operations in School Mathematics: A Piagetian Viewpoint**. Melbourne: Australian Council for Educational Research, 1975.

Para Usiskin (1995), muitas vezes se associa o estudo de Álgebra com o estudo de variáveis, o que não está correto já que nem sempre representações feitas por letras estão associadas à idéia de variação. Mais um ponto complicador no uso das letras é a sua equivocada interpretação, pois muitas vezes são referidas como variáveis ou incógnitas sem diferenças, o que é incorreto. Em muitas das expressões comuns no estudo da Matemática, podemos observar diferentes sentidos para a idéia de variável. Usiskin (1995) exemplifica esta situação:

(i) $A = b \cdot h$, neste caso chamamos de fórmula a fórmula da área do retângulo.

(ii) $40 = 50x$, neste caso o valor de x não pode variar, é uma incógnita e a expressão uma equação para ser resolvida, ou seja, é preciso encontrar o valor de x.

(iii) $\operatorname{sen} x = \cos x \cdot \operatorname{tg} x$, aqui temos uma identidade que relaciona o seno e o co-seno de um mesmo arco.

(iv) $1 = n \cdot \frac{1}{n}$, esta expressão representa uma propriedade.

(v) $y = kx$, aqui sim, temos a idéia de variável, já que o valor de y depende do valor que x assumir.

Para que realmente aconteça a aprendizagem de Álgebra, o aluno deve ter a compreensão da idéia de variável. Segundo Klüsener (2001, p. 186): “ O uso de variáveis tende a confundir-se com o simples uso das letras x, y, z ... manipulando-as naturalmente, sem chegar a valorar a sua complexidade, nem os seus múltiplos significados”. A autora acredita que, para que se adquira o conceito de variável, supõe-se a conjunção de dois processos: a generalização e a simbolização. O primeiro é o que permite a passagem de situações concretas para algo comum a todas elas, e o segundo é expressar de forma abreviada essa característica comum em todas as situações.

A idéia de variável acaba ficando pouco clara e, mesmo quando o aluno interpreta a letra como a representação de um número, terá uma grande propensão a dar um valor fixo para esta letra (KUCHEMANN[6], 1981 citado por BOOTH, 1995). Talvez, parte desta confusão se dê por falta de experiências que permitam ao aluno construir o conceito de variável. Se fossem propiciadas situações nas quais o aluno pudesse constatar a variabilidade de uma representação a idéia de variável poderia ser diferente. De acordo com esta idéia:

> Não adiantará pôr uma variável à frente de uma criança até que esta a veja variar. Quando a variável tiver realmente variado na experiência da criança, então haverá sentido colocar o nosso *número escolhido*, em lugar de todos os números diferentes que já representaram o nosso número escolhido, e não será necessário muito tempo para convencê-la de que, como economia de expressão, pode usar-se uma letra-código para o nosso *número escolhido* (DIENES, 1974, p.70).

Para este mesmo autor, é necessário que exista uma riqueza de experiências concretas para que o aluno possa recolher esta idéia de variabilidade.

Nas experiências que tenho tido, verifico a necessidade de explorar os diferentes significados das letras no contexto matemático, para que o aluno perceba que uma letra não necessariamente está representando um número. Na Geometria, por exemplo, as letras maiúsculas representam pontos, vértices de ângulos. Usiskin (1995) ainda lembra que uma variável, não necessariamente tenha que ser uma letra. E é essa a idéia do aluno que tende a acreditar que uma variável sempre é uma letra. O autor ainda acrescenta que esta concepção é reforçada pelo professor. De acordo com essa idéia, poderíamos usar qualquer simbologia para representar um valor que não é conhecido, não obrigatoriamente uma letra.

Penso que as relações entre Álgebra e Aritmética podem estar trazendo dificuldades para o estudo algébrico. No momento em que acontece a continuidade entre estes dois campos da Matemática, ou seja, quando os procedimentos aritméticos procedem no contexto algébrico, o aluno traz consigo as dificuldades que já havia na Aritmética. Já nas rupturas existentes, o aluno acaba confundindo-se com os novos procedimentos que divergem do contexto a que estava acostumado. Esta é uma

---

[6] KUCHEMANN, Dietmar E.. **“Álgebra”. Em children’s Understanding of Mathematics**: 11-16, editado por K. Hart, pp. 102-19. Londres: Murray, 1981.

tarefa, talvez não muito simples para o professor. Acredito que no início do trabalho com Álgebra seja necessário uma parada para explorar estas diferenças.

3.3 O Ensino da Álgebra

Faço, nesta subseção, uma análise do ensino da Álgebra, pois entendo que a prática pedagógica tem uma relação direta com o sucesso da construção do conhecimento.

Lins e Gimenes (1997) afirmam que a Álgebra consiste em um conjunto de ações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações. Estando de acordo com esta definição de Álgebra, faço um estudo nesta subseção do ensino da Álgebra nos dias atuais, perpassando pelo lugar ocupado pela Álgebra no currículo atual e, fazendo uma discussão sobre a atividade algébrica.

Entendo que, para que realmente se construam conceitos e se aproprie de forma efetiva dos procedimentos algébricos, é fundamental que se consiga produzir significados para o seu estudo, no entanto percebo que o trabalho com o estudo algébrico não vai muito adiante de manipulações de símbolos que na maioria das vezes não possuem nenhum significado, sendo o seu estudo desenvolvido de forma mecânica.

Esta forma de ensino tem sido limitadora, nela o papel do aluno se restringe à memorização de regras já que não propicia relação dos procedimentos algébricos com situações reais. De acordo com os PCNs Introdução:

> [...] para que a aprendizagem possa ser significativa é preciso que os conteúdos sejam analisados e abordados de modo a formarem uma rede de significados. Se a premissa de que compreender é apreender o significado, e de que para apreender o significado de algum objeto ou acontecimento é preciso vê-lo em suas relações com outros objetos ou acontecimentos, é possível dizer que a idéia de conhecer assemelha-se a idéia de tecer uma teia (BRASIL, 1998, p. 75).

Observo que muitas vezes o único recurso didático utilizado pelo professor em sala de aula é o livro didático. É deste que ele retira as explicações e os exercícios a serem propostos para a turma e também se informa de alguma novidade dentro do ensino da Matemática. Sendo o recurso didático fundamental em sala de aula, e de acordo com Molina: "É ainda, objeto familiar a todo aluno, podendo-se afirmar que, muitas vezes, é um elemento tão presente na sala de aula quanto o próprio professor" (MOLINA[7], 1998 citado por TELLES, 2004b, p.2). Deve-se refletir sobre o fato de o livro didático ser o principal recurso de sala de aula já que ele, na maioria das vezes, traz os conteúdos sem significação, apresentando-os com uma explicação (técnica) e propondo uma lista de exercícios (prática). Essa proposta dos livros didáticos, chamada de *letrista* por Lins e Gimenez (1997), não se baseia em investigação ou reflexão de natureza ou profundidade, apenas em uma tradição que já se mostrou ineficaz e perniciosa à aprendizagem. Para esses autores,

> Por um lado, é verdade que ainda precisamos que as editoras e as universidades colaborem mais, para produzir material que ofereça alternativa ao que domina hoje, mas, por outro lado, é mais do que provável que a repetição dessa prática por tanto tempo, aliada ao fato de que o livro representa uma voz que se reveste de *autoridade*[8], termine por constituir, para a maioria dos professores, a noção de que atividade algébrica é "cálculo literal"[...] (LINS E GIMENES, 1997, p.106).

Acredito que o professor precisa ter uma postura crítica e reflexiva para decidir o tipo de atividade e as intervenções mais adequadas para o estudo da Álgebra, sendo capaz de mostrar que muitas vezes o uso apenas do livro didático pode ser limitador. Essa é uma questão que requer reflexão, estudo individual ou coletivo. O ideal seria uma formação continuada, mas sabemos que esse estudo esbarra em uma série de fatores complicadores, impedindo que o professor esteja constantemente se atualizando e se capacitando.

Entendo que o papel do professor é fundamental, pois é dele que partem as tarefas que propiciam que o aluno faça relações, ou seja, produza significado para aquele estudo. É do professor que partem as intervenções, a fim de explorar situações

---

[7] MOLINA, Olga. **Quem engana quem: professor x livro didático**. Campinas-SP: Papirus, 1998.

[8] Grifo do autor.

em sala de aula que podem ser muito proveitosas para a construção do conhecimento. Assim, para melhor fundamentar esses aspectos abordados, divido a secção em duas. Na primeira, abordo como a Álgebra vem sendo apresentada no currículo escolar e as implicações desta apresentação. Na segunda faço uma reflexão sobre as atividades algébricas, o quanto são ou não são significativas, tomando por atividade algébrica a definição dada por Lins e Gimenez (1997).

3.4.1 A Álgebra no Currículo Escolar Atual

A Álgebra ocupa um lugar de destaque no currículo escolar, mas observo que, mesmo com um grande tempo de estudo destinado a está área da Matemática, os alunos possuem uma deficiência grande no que se refere aos conceitos e procedimentos que fazem parte do contexto algébrico.

Na 6ª série, e com ênfase na 7ª série, há um marco na vida do educando com o início do estudo algébrico, depois de muitos anos de estudo da Aritmética. Conforme os PCNs de Matemática:

> Para uma tomada de decisões para o ensino da Álgebra, deve-se ter, evidentemente, clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o conhecimento matemático, principalmente quanto à variedade de representações. Assim é mais proveitoso propor situações que levem o aluno a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo da Álgebra apenas enfatizando as "manipulações" com expressões e equações de forma meramente mecânica (BRASIL, 1998, p. 116).

Noto que por muitas vezes este trabalho se dá fragmentado, sem fazer relações com o que o aluno já aprendeu em outros contextos, sendo trabalhado de forma linear. Em muitos livros didáticos ainda encontram-se atividades que dão ênfase ao trabalho mecânico, mostrando a técnica e oferecendo uma lista de exercícios e professores que privilegiam o estudo do cálculo algébrico e das equações, o que muitas vezes acontece sem problematização nenhuma.

Dessa forma o trabalho acaba sem propiciar relação alguma com a vida real do aluno, não facilitando em nada o estudo algébrico. Assim fica muito difícil para que o aluno consiga perceber as diferentes funções da Álgebra e também as suas utilidades.

De acordo com os PCNs de Matemática, para que se garanta o desenvolvimento do pensamento algébrico, é necessário que sejam oferecidas aos alunos atividades que inter-relacionem as diferentes concepções de Álgebra, permitindo ao aluno analisar as suas diversas funções ao invés de simplesmente oferecer o contato com a técnica e a operatória:

> Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relações entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a “sintaxe” (regra para a resolução) de uma equação (BRASIL, 1998, p. 50 e 51).

Penso que realmente é de extrema importância que se proponha uma interligação entre os conteúdos estudados, propiciando ao aluno um ensino gradativo dos conceitos trabalhados. Assim, o aluno irá ampliando seu conhecimento aos poucos, mas de forma efetiva.

É interessante que o estudo da Álgebra inicie nas séries iniciais do Ensino Fundamental de maneira informal, sendo trabalhada juntamente com aritmética, e assim quando o aluno chegar às séries finais, com mais facilidade estes tópicos serão ampliados e formalizados, dentro de uma proposta de sempre fazer uma relação do que se está aprendendo com conhecimentos já existentes. Os PCNs de Matemática partem do pressuposto de que, para que o aluno possa entender álgebra simbólica, é necessário que os professores considerem já nas séries iniciais o estudo da Álgebra (BRASIL, 1998).

Lins e Gimenez (1997, p. 157) acreditam que “[...] começar a educação algébrica o quanto antes é fundamental, para que mais tarde não nos queixemos de como os alunos não conseguem ‘largar a aritmética’”. Quando se propõe o início do ensino algébrico antes, este ensino não terá a abordagem formal com o simbolismo algébrico, mas sim a exploração de situações que propiciem ao aluno a percepção de regularidades em diversas situações, como aritmética e geométrica; comparação de situações com aspectos variantes com outros que não variam. Acredito que este seria um bom começo, para que, ao chegar à 7ª série, o formalismo algébrico, este que contém a síntese de um longo processo de evolução, seja mais facilmente entendido.

3.4.2 A Atividade Algébrica

Nesta parte da subseção, faço uma análise dos tipos de atividades algébricas, tomando com diretriz para este trabalho a definição de Lins e Gimenes (1997, p. 137), que afirmam que "A atividade algébrica consiste no processo de produção de significados para a álgebra". É nessa perspectiva que se entende o estudo algébrico com efetiva construção de conhecimento. Aquele estudo que é capaz de produzir significado.

Acredito que a exploração de situações-problema seja uma forma bastante eficaz para o desenvolvimento de alguns conceitos algébricos pelo aluno. A partir de uma situação-problema, ele pode obter idéias a fim de resolvê-lo ou explicá-lo.

É interessante que estas problematizações sejam bastante diversificadas, com a investigação de padrões em sucessões numéricas ou geométricas; cálculo de áreas, volume e perímetros; preenchimento de planilhas; análise de gráficos.

De acordo com Ponte;

> [...]no *pensamento algébrico*[9] dá-se atenção não só aos objetos mas também às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre estas relações tanto quanto possível de modo geral e abstrato. Por isso, uma das vias privilegiadas para promover este raciocínio é o estudo de padrões e regularidades (PONTE, 2005).

Através destas atividades, os alunos terão oportunidade de reconhecer regularidades, fazer generalizações e assim desenvolver a sua linguagem algébrica e

[9] Grifo do autor.

o pensamento algébrico. É importante permitir ao aluno expor as suas idéias ao grupo explicitando-as.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) apontam como elementos que caracterizam o pensamento algébrico:

> [...] a percepção de regularidades, a percepção de aspectos invariantes em contraste de outros que variam, as tentativas de expressar ou explicar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização (p.87).

Esta troca de possíveis resoluções ou explicações para o problema proposto é muito rica, pois podem surgir inúmeros tipos de soluções ou explicações diferentes. É importante que o aluno possa argumentar sobre as suas idéias, ouvir as idéias dos colegas e pensar sobre as mesmas, favorecendo o desenvolvimento do pensamento algébrico.

De acordo com a idéia acima,

> Pelo diálogo argumentativo e a produção de significados ocorre a sintonia permanentemente entre aluno, professor e objeto de estudo. Por esta sintonia estabelece-se uma confiança mútua, que motiva os alunos a confiarem em suas potencialidades, em seus saberes prévios e na capacidade de seus pares. Isso favorece a liberdade de argumentação para a construção conceitual, a elaboração de conjecturas, suas validações, refutações, e, por conseguinte, sua representação por meio de linguagem simbólico-formal (SCHWANTES, 2004, p. 500).

Dentro desta proposta, é importante salientar a importância do papel do professor neste processo. É dele que devem vir os questionamentos, despertando a curiosidade do aluno.

Vejo que temos muito a analisar no que possa estar envolvido nas dificuldades hoje encontradas na compreensão dos conceitos e procedimentos que fazem parte do estudo algébrico. Refletir sobre a história da inserção da Álgebra no currículo brasileiro acredito que tenha esclarecido um pouco dos problemas enfrentados no seu ensino, já que a sua introdução e modificações sempre aconteceram sem uma reflexão prévia sobre o impacto das mesmas.

Neste trabalho, além das reflexões feitas sobre a inserção do estudo algébrico no currículo do nosso país, fiz um estudo das teorias de Vygotsky, entendendo que, por se tratar das dificuldades relacionadas com o um tipo de linguagem, as teorias propostas por ele dariam suporte para alguns esclarecimentos. Parece-me que um ponto que deva ser considerado importante é a existência de uma linguagem clara entre professor e aluno, já que, de acordo com Vygotsky, através da linguagem são manifestadas situações que devem produzir um significado. E, também, através da linguagem devem ser feitas intervenções e questionamentos por parte do professor a fim de que a construção do conhecimento seja efetiva, já que a linguagem matemática e mais especificamente a linguagem algébrica possuem uma linguagem simbólica que, sem a compreensão do seu significado fica muito distante do aluno. Dessa forma penso que seu ensino deva ser gradual e com uma diversidade de situações-problema, objetivando que o aluno consiga apropriar-se dos seus significados, e dessa forma, possa aplicá-los nas mais diversas situações.

Assim como a inserção da Álgebra no currículo, e a linguagem na construção do conhecimento, a passagem do estudo aritmético para o estudo algébrico também é um fator que merece atenção neste estudo. Muitas dificuldades que observo residem nesta passagem. Com este entendimento penso que, além de o estudo algébrico ser iniciado já nas séries iniciais, devemos explorar as diferenças existentes entre esses dois campos matemáticos no que se refere aos procedimentos, assim como os diferentes significados de uma letra.

Neste processo de explorar as diferenças e os significados, acredito que são decisivos para um aprendizado efetivo os tipos de atividades e as intervenções propostas pelo professor. Penso que estas atividades devem dar oportunidade para que os alunos consigam se familiarizar com situações em que a Álgebra assume as diferentes funções, tornando-se significativa para o aluno.

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Esta seção apresenta a análise de dados coletados na realização da pesquisa com alunos e professores. Os instrumentos aplicados para o estudo foram elaborados com a finalidade de analisar as dificuldades apresentadas na utilização da linguagem simbólica e na sistematização das propriedades envolvidas na aprendizagem de Álgebra, verificar como se dá a passagem da linguagem corrente para a algébrica e relacionar as dificuldades encontradas na linguagem algébrica com a aritmética. Estes dados foram analisados quantitativa e qualitativamente, estando divididos em quatro subcapítulos, os quais apresentam a descrição das observações em aula, os dados coletados nas entrevistas com alunos e com professores e, por fim, os dados obtidos no teste.

A primeira subseção traz a descrição das observações realizadas em sala de aula, com informações gerais sobre o ambiente observado, a postura dos alunos frente às atividades propostas pela professora, os tipos de atividades propiciadas pela mesma e as suas intervenções. Na segunda subseção, apresento os dados coletados na testagem que foi realizada em três blocos de atividades, apresentando também a análise destes dados. Para cada questão que compõe a testagem, existe uma justificativa quanto ao objetivo da mesma. A entrevista com os professores assim como a sua análise apresento na terceira subsecção. Na quarta e última, exponho os dados coletados nas entrevistas com os alunos, bem como a análise destes. As análises apresentadas nas subsecções que foram descritas têm caráter eminentemente qualitativo.

4.1 Descrição e análise das observações

Transcrevo[10] aqui as observações que fiz em pouco mais de 2 meses na turma de 7ª série observada. Utilizo (A) para indicar a fala de alunos, (P), a fala do professor, (Q) para indicar as informações que foram escritas no quadro-negro. Os meus comentários ficam entre colchetes. Estas observações que foram feitas com freqüência semanal precisaram ser interrompidas por duas semanas: 1ª semana a turma estava realizando avaliações trimestrais e na 2ª semana a escola realizou o conselho de classe. Durante o conselho de classe, os alunos são dispensados das aulas, participando de projetos esportivos. No dia do conselho da turma, são convidados alguns representantes da mesma para participarem do momento inicial do conselho.

É importante ressaltar aqui que houve uma tentativa de uso de gravador, mas, em função do barulho causado pela turma na maior parte do tempo, a identificação das falas ficou difícil e então os registros foram feitos manualmente. Dessa forma não foi possível registrar todos os comentários orais, tanto do professor como dos alunos, infelizmente, mas tentei registrar a maior parte das informações que achei relevantes para a pesquisa, entendendo que este fato não trouxe prejuízos à pesquisa.

Esta turma observada é formada por trinta e dois alunos. No início da pesquisa eram trinta e três, mas um passou para o turno da manhã. A sala de aula é ampla, arejada e bem iluminada, com espaço para que a professora circule entre as classes. Possui cortinas e ventiladores de teto. As classes e paredes são limpas. A escola possui uma estrutura muito boa. Nos corredores há auxiliares de disciplina sempre à disposição dos professores e alunos.

Data: 17/04/07 Horário: 14 h 40 min – 15 h 30 min 3º período

[A professora inicia a aula, justificando a minha presença na sala, apresentando-me e aguarda silêncio]

P: *Peguem régua, caderno e lápis de cor.*

[Como muitos alunos não haviam trazido a régua, a professora solicita que formem grupos por aproximação.]

Q: 17/04/07

Representação algébrica

4 cm

5 cm

[10] Para esta transcrição foi utilizada a linguagem usual tanto do professor quanto dos alunos.

7 cm

[É proposto, pela professora uma atividade de construção de figuras geométricas a partir de 3 medidas diferentes.]

P: *Vamos representar cada medida dessas por um símbolo.*

A: *Pode ser as letras a, b e c?*

P: *Pode, então 4cm será representada por a, 5cm por b e 7 com por c.*

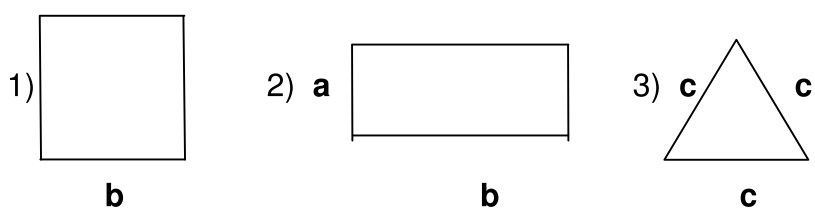
[Feita a combinação, a atividade a ser realizada é desenhar.]

Q: Desenhar:

1) quadrado de lado b
2) retângulo utilizando a e c
3) triângulo eqüilátero de medida b

[Para a atividade 3, a professora relembra o que é um triângulo eqüilátero. Durante a realização da atividade, existe uma conversa moderada, até mesmo em função da troca de material (régua).]

Q:



P: *Como poderia ser representado numericamente o perímetro da 1ª figura?*

A: *4b.*

[A professora repete a pergunta, enfatizando o numericamente]

A: *4 x 6, ou seja, 6 + 6 + 6 + 6 = 24 cm.*

P: *Qual a representação algébrica do perímetro da figura?*

A: *4p.*

P: *Qual a representação da área dessas figuras?*

A: $b \cdot b \cdot b \cdot b$

A: $b \cdot b$ *, que é 2b.*

P: *Qual é a diferença entre de 2b e* b^2.

[Há muito barulho na sala.]

[A resposta $b \cdot b \cdot b \cdot b$ não foi ouvida pela professora.]

A: *2b é a mesma coisa que b + b*

P: *E* b^2*?*

A: b^2 *é b vezes b.*

[Feita a representação algébrica, a professora juntamente com a turma determina o valor numérico da expressão.]

A: *6 por 6*

Q: $6 \times 6 = 36\ cm^2$.

P: Representam a área e o perímetro da 2ª figura e o perímetro da 3ª figura.

[Foi feita a correção pela professora e logo a seguir o cálculo do valor numérico, com a participação da turma.]

[A professora inicia uma nova atividade, entregando a cada aluno uma folha A4 em branco e 6 figuras geométricas diferentes que tinham sido pintadas por eles mesmos na aula anterior. Alguns alunos reclamaram de não receberem as figuras que pintaram, pois a professora entregou-as aleatoriamente. A professora explicou que não faria diferença]

[É feita uma combinação para que sejam coladas as figuras na folha em branco em uma ordem que é determinada pela professora.]

P: *Silêncio, para que eu possa explicar!*

[A professora aguarda o silêncio.]

[A professora chama um aluno por vez e pede a este que escolha uma letra para a figura pedida.]

P: *Esta letra representará a medida do lado da figura.*

[Mesmo no retângulo, a letra foi a mesma para a representação de todos os lados. Acredito que a professora não tenha percebido esse erro. No final dessa aula, a primeira que observei, ela me confessou estar um pouco nervosa com a minha presença.]

[Determinados os símbolos para representar a medida dos lados, a professora solicitou uma representação a cada figura.]

Data: 07/05/07 Horário: 14 h 40 min – 15 h 30 min 3º período

[A turma está bastante agitada no início do período enquanto a professora coloca no quadro o roteiro.]

[Alguns alunos mexem em trabalhos que estão sobre a mesa da professora. Quando ela percebe, chama a atenção reforçando o quanto é inadequada esta atitude. Faz combinações com a turma sobre um trabalho feito na aula anterior.]

[A professora coloca no quadro exercícios sobre redução de termos semelhantes para serem realizados na próxima aula, na qual ela estará fazendo um atendimento e um colega a substituirá. A professora explica a atividade para a turma, relembrando alguns conceitos já estudados.]

[A professora pede silêncio.]

Q:

dia	**Bactéria**
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32

[A professora faz a leitura de um material, o qual os alunos receberam na aula anterior. O material refere-se a reprodução de bactérias conforme mostra o quadro.]

P: *Existe uma lógica nas informações contidas na tabela?O que está acontecendo com o número de bactérias a cada dia que passa? Existe uma lógica?*

A: *Sim, é o dia multiplicado por dois.*

[A professora faz a verificação desta hipótese juntamente com a turma, demonstrando que não estava correto.]

A: *A lógica é 2 elevado ao dia.*

P: *Façam o cálculo do 1ª ao 5º dia para ver se está certo.*

A: *Sim, está certo.*

P: *Calculem a quantidade de bactérias no 7º e 11º dias.*

[No meio de muito barulho, pois todos queriam participar, a professora fez a correção dos valores.]

P: *Como poderíamos representar o número de bactérias no* ***n*** *dia?*

A: *Como no n dia?*

P: *Se não soubéssemos o dia...*

[Enquanto esta atividade é realizada, há muito barulho na sala de aula. Um aluno, no fundo da sala, tenta participar o tempo inteiro, mas não é ouvido pela professora.]

A: 2^n

[Alguns alunos conseguiram chegar à resposta correta]

[No encerramento da aula, a professora ainda explica a resposta para quem não tinha entendido.]

Data: 14/05/07 Horário: 14 h 40 min – 15 h 30 min 3º período

[Esta aula iniciou com o professor substituto, pois a professora estava em atendimento.]

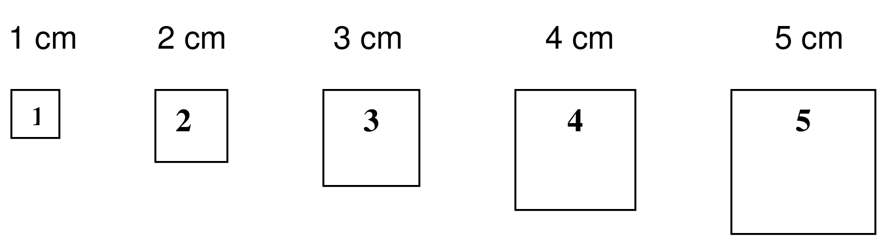
[Os alunos realizaram as atividades que foram copiadas na aula anterior já com este propósito.]

[Durante a realização da tarefa, a turma permaneceu em silêncio, não parecendo ter dúvidas. Assim que a atividade foi completada, alguns alunos começam a fazer o tema de outros componentes curriculares e conversar.]

[A professora retorna do atendimento.]

P: *Boa tarde, turma. Vamos aproveitar os últimos minutos da aula com esta atividade.*

Q:



•••

Figura	Área
1	
2	
5	
7	
n	

[Os alunos participaram da construção da tabela com o cálculo das áreas.]

A: *Professora, não tem a figura 7!*

P: *Qual seria a medida do lado da figura 7? Temos condições de saber?*

A: *Sim, o lado da figura 7 é 7 cm.*

P: *O que vocês completaram na última linha?*

A: *É n vezes n?*

P: *Sim, mas eu posso escrever de uma forma mais simples?*

A: *Ah,* n^2.

[A atividade foi finalizada quando a turma chegou à generalização da seqüência.]

Data: 21/05/07 Horário: 14 h 40 min – 15 h 30 min 3º período

P: *Boa tarde!*

[A turma está bastante agitada.]

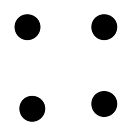
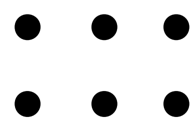
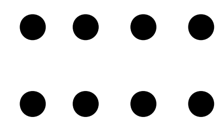
[Estavam em aula de educação artística e gostariam de continuar a atividade na aula de Matemática.]

[A professora aguarda o silêncio.]

P: *Estou esperando silêncio.*

[Quando a turma se acalma, a professora combina que no final da aula permitirá que eles concluam o trabalho de educação artística, mas que primeiro dará a atividade proposta para a aula.]

Q: 1- Observe a seqüência de figuras e responda:

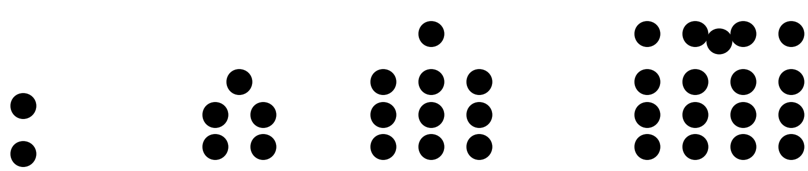
			
1ª figura	2ª figura	3ª figura	4ª figura

a) Quantos pontos terão na 5ª figura? E na 10ª figura?

b) Complete a tabela:

Figura	N.º Pontos
1ª	2
2ª	
5ª	
7ª	
n	

2- Observe o número de bolinhas em cada posição. Você saberia calcular quantos pontos terá na 7ª posição?



(1) (2) (3) (4)

Que quantidade de bolinhas terá na posição x?

P: *Eu não quero conversa!*

[Os alunos recebem uma folha com esta atividade.]

[Alguns alunos rapidamente completam a folha e começam a conversar e outros tentam explicar para o colega que não conseguiu entender.]

P: *Turma, observando a 1ª seqüência, quantos pontinhos teria na 5ª figura?*

A: *10*

A: *11*

A: *Não é 11, é 10. É sempre o dobro!*

P: *Quem disse que é 10?*

[Mais de um aluno levanta o dedo. A professora pede que um explique como pensou.]

P: *Pode explicar como tu chegou à resposta?*

A: *Está indo de 2 em 2.*

A: *É sempre o dobro. Na 1ª figura tem 2, na 2ª figura tem 4.*

P: *E quantos pontos teria na figura 10?*

A: *20*

[A professora completa a tabela com a participação da turma.]

P: *Como ficou a resposta da última linha?*

A: *n vezes dois*

A: *2n*

P: *Podemos corrigir as respostas da 2ª atividade?*

A: *Sim*

P: *Quem conseguiu identificar a lógica desta segunda seqüência?*

[Muitos alunos falam juntos. Não chegaram a uma resposta em comum.]

A: *Na segunda figura soma 3, na segunda soma 7...*

P: *Vamos fazer uma tabela para facilitar:*

Figura	**N.º Pontos**
1ª	2
2ª	5
3ª	10
5ª	

P: *Quantos pontos teria a 5ª figura?*

A: *25*

A: *26*

P: *Quem respondeu 26, como pensou?*

A: *5 vezes 5 mais um.*

P: *E na 7ª figura?*

A: *7 vezes 7 mais um.*

P: *E se a figura fosse x. Na verdade não sabemos qual é o número da figura.*

A: *É x vezes x + 1*

P: *Podemos escrever...*

A: $x^2 + 1$

Data: 28/05/07 Horário: 14 h 40 min – 15 h 30 min 3º período

Q: Correção do tema

Exercícios

[A professora espera silêncio.]

P: *Boa tarde. [Nós vamos primeiro fazer a correção do tema e depois uma atividade no livro.]*

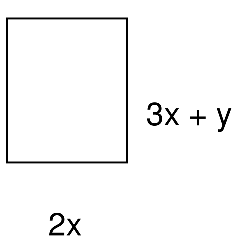
A: *Não tinha tema!*

A: *Tinha tema sim!*

[A professora pede que um aluno leia a primeira questão e coloque-a no quadro]

A: *Qual o polinômio que representa a área da figura a seguir?*

Q: [feito pelo aluno]



$2x\,(3x + y)$

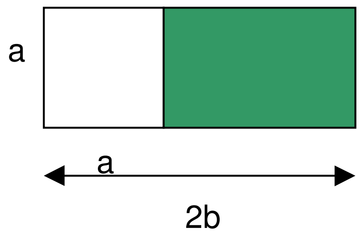
$6x^2 + 2xy$

[Assim que o aluno termina, a professora coloca um certo ao lado da resposta]

[A professora chama outro aluno para ler e fazer no quadro a questão 2]

A: *Determine a área pintada da figura:*

Q: [Feito pelo aluno]



R: $a \cdot a = a^2$

P: *A representação feita foi da parte pintada?*

P: *Qual é a altura da parte pintada?*

A: *a*

P: *Qual é a base da parte pintada?*

A: *Não diz!*

A: *É só fazer 2b menos a*

[A professora pede que o aluno que deu a resposta correta explique para todos como pensou]

P: *Como tu pensou?*

A: *que do total tem que diminuir a.*

P: *Por quê?*

A: *Por que não tá pintado.*

P: *Então como fica?*

[A professora resolve a atividade com a participação da turma.]

Q: $a(2b-a)$

$2ab-a^2$

P: *A questão 3. Qual o volume de uma caixa com dimensões x^2, 3x e (2x + 5)?*

[A professora escolhe um aluno para resolver.]

A: *Dá primeiro* $3x^2(2x+5)$.

P: *Quando tu multiplicou $3x^2$ por 2x, como fica a parte literal?*

A: *Tem que somar os expoentes.*

A: *Fica $3x^3$*

[A professora conclui no quadro a multiplicação com a participação do aluno.]

Q: $3x^3(2x + 5)=$

$6x^4 + 3x^3$

A: *Agora tem que somar.*

P: *Tu podes somar x^4 com x^3?*

A: *Não pode?*

A: *Não pode, eles não são semelhantes.*

[A professora determina um valor para x e pede o cálculo do valor numérico.]

[É escolhido outro aluno para participar da correção. Quando a turma começa a responder junto, a professora pede que deixem o colega pensar.]

[É interessante que a professora dá tempo para o aluno pensar, não o interrompendo.]

P: *A próxima atividade é no polígrafo, página 54. Podem fazer duplas por aproximação.*

[A atividade proposta no polígrafo é um quebra-cabeça retangular, formado de vários quadrados. Em cada lado do quadrado, há uma resposta ou uma multiplicação. Os quadrados devem ser colados dentro do retângulo de forma que sempre uma multiplicação fique ao lado da sua resposta.]

P: *Observem as expressões que são multiplicações. Circulem-nas. São estas para resolver.*

[Há uma conversa moderada na turma, mas constante.]

A: *Mas como eu vou saber?*

P: *Observa quais expressões estão indicando uma multiplicação. Se não está indicando uma multiplicação, é uma resposta.*

[A professora circula entre a turma e vai dando explicações individualizadas.]

[Alguns alunos sentam-se em duplas. Outros resolvem fazer individualmente.]

A: *Professora, não dá para resolver $x^2 + 2x$. É uma soma e eles não são semelhantes!*

P: *As expressões para serem resolvidas são as que indicam uma multiplicação. Será que essa expressão não é uma resposta?*

[Durante todo o tempo em que realizam a atividade, há conversa na sala.]

[Alguns alunos perguntam suas dúvidas para o colega.]

[A professora verifica os livros dos alunos que terminam a atividade.]

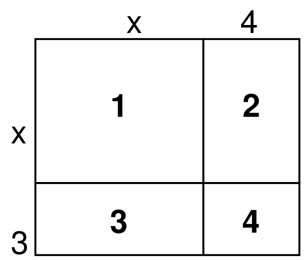
Data: 05/06/07 Horário: 14 h 40 min – 15 h 30 min 3º período

Q: Exercícios sobre multiplicação de polinômios.

P: *Boa tarde!*

[A professora comenta sobre o dia do meio ambiente e o desperdício do papel e do giz com as brincadeiras.]

Q:



Soma	Produto

[Enquanto a professora escrevia soma e produto, um aluno disse que a soma seria o perímetro e o produto seria a área.]

Como a professora faz as representações de área e perímetro para contextualizar o estudo algébrico, talvez propor uma forma de cálculo de área chamando de soma pode ocasionar uma confusão se não for entendido que essa soma é a das áreas das figuras que compõem a figura maior. Acredito que esta proposta, com a melhor das intenções, para facilitar pode gerar um obstáculo, mas a professora deveria ter expressado com clareza que é a soma das áreas. De acordo com Pinto e Fiorentini (1997), "Os obstáculos de origem didática estão diretamente envolvidos com as escolhas metodológicas feitas pelos professores, em função do modelo de ensino adotado/construído" (1997, p.63).

P: *Quem pode me dizer uma forma de calcular a área dessa figura?*

A: $(x+4)\cdot(x+3)$

P: *Como fica essa multiplicação?*

A: $x^2+3x+4x+12$

[A professora pergunta para outro aluno se é possível fazer uma redução na resposta.]

A: *É. Dá para somar* $3x + 4x$ *. São semelhantes.*

Q: $x^2 + 7x + 12$

P: *De que maneira, aplicando a soma, eu posso chegar ao mesmo resultado do produto?*

A: *Somando todos os números.*

[Muitos alunos falam junto.]

A: *Somando cada área.*

P: *Qual é a área da figura 1?*

[A professora pede para um aluno responder.]

A: x^2

P: *E da figura 2?*

A: $4x$

P: *Das figuras 3 e 4?*

A: $3x$ e 12

P: *Chegamos à mesma resposta?*

A: *Sim*

[Quando a professora mostra esta outra forma de calcular a área, denominando-a soma, talvez tenha complicado um pouco para o aluno, já que ela vem trabalhando com o perímetro e ele já associou que o perímetro é a soma dos lados.]

[Um aluno diz que não entendeu essa outra forma de calcular e a professora repete a explicação para ele, fazendo com que ele participe.]

[Enquanto a professora explica, a turma conversa muito.]

P: *Agora eu vou colocar a multiplicação e vocês vão construir a figura. Observem as medidas, elas devem ser proporcionais.*

Q: $(a + 5) \cdot (a + 3)$

A: *Por que a medida é x + 4?*

[A turma conversa durante a realização da atividade.]

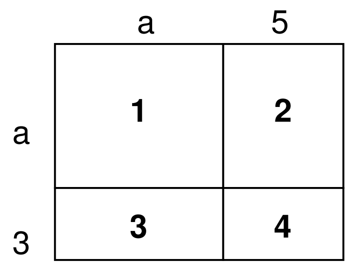
[O aluno que perguntou refere-se à atividade anterior.]

A: *Porque do lado do x tem outro pedaço que é 4.*

P: *Porque a base é formada de duas partes. Uma representada pelo x e outra representada por 4.*

[A professora pede que um aluno faça no quadro o desenho.]

Q: Feito pelo aluno.



[A professora comenta que a figura está proporcional em relação ao 3 e ao 5.]

[Pede que alguém faça o cálculo pela soma.]

[Muitos falam junto e a professora escolhe um para responder.]

A: *Área 1* = a^2

Área 2 = 5a

Área 3 = 3a

Área 4 = 15

Área total = $a^2 + 8a + 15$

P: *Certo*

P: *Quem pode resolver no quadro pela multiplicação?*

[Um aluno vai até o quadro para colocar a resposta.]

Q: Feito pelo aluno

$(a+5)\cdot(a+3)$

$a^2 + 3a + 5a + 15$

$a^2 + 8a + 15$

P: *A resposta é a mesma?*

A: *Sim.*

[A professora encerra a aula, dizendo que não haverá tema e relembra que na próxima aula haverá prova.]

Data: 11/06/07 Horário: 14 h 40 min – 15 h 30 min 3º período

[A funcionária do setor de disciplina entra na sala para dar um recado e precisa aguardar um tempo para que a turma faça silêncio.]

P: *Boa tarde.*

[A professora pede que os alunos peguem os cadernos e faz algumas combinações com eles.]

[Enquanto a professora fala, os alunos conversam e poucos prestam atenção.]

Q: Revisão para avaliação.

1- Marque a resposta correta:

* O resultado de $xy \cdot (-x) \cdot (xy)$ é:

$a) x^3y^2$ $b) 6xy$ $c) -x^3y^2$ $d) -3xy^2$

* O resultado de $-x \cdot (-3x^2) \cdot (-2x^2)$ é:

$a) 6x^5$ $b) 6x^6$ $c) -6x^5$ $d) -6x^6$

* O produto de $(0{,}2a^3) \cdot (0{,}3a^2)$ é:

$a) 0{,}6a^5$ $b) 0{,}6a^6$ $c) 0{,}06a^5$ $d) 0{,}06a^6$

2- Efetue:

$a) 2y \cdot 3y$

$b) 5y^2 \cdot 5y$

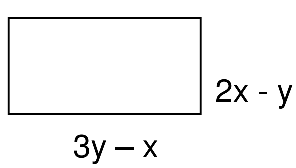
$c) x(x-1)$

$d) x^2(x^3 + x^2 + 1)$

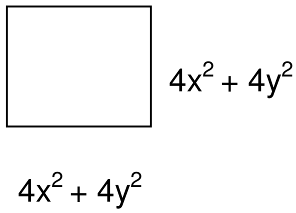
$e) xy(3x + 2y)$

3- Escreva o polinômio que representa a área de cada uma das figuras abaixo:

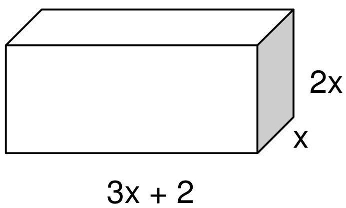
a)



b)



4- Represente o volume da figura:

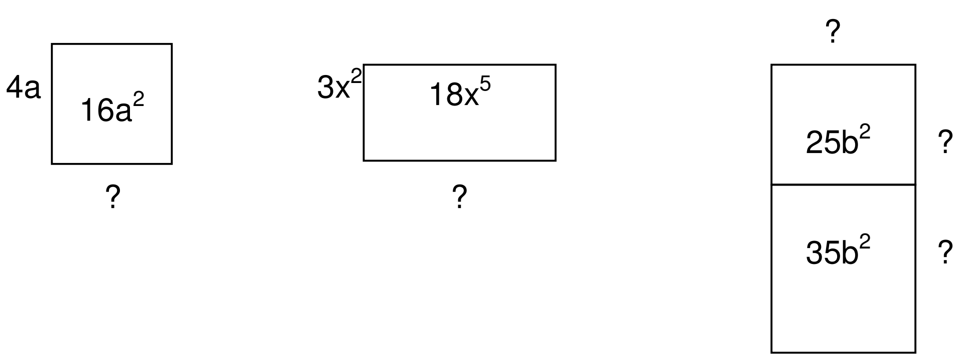


[Quando a professora começa a passar no quadro a atividade, a conversa diminui.]

[Essa atividade não foi realizada em aula. Os alunos copiaram para fazer na próxima aula enquanto a professora estiver em atendimento com pais e a turma, com um professor substituto.]

[Enquanto a professora sai da sala para buscar material, alguns alunos jogam bolinha de papel.]

Q: Divisão de polinômio por monômio



[Estas figuras foram anexadas no quadro em cartazes pela professora.]

P: *Atenção, chegou de conversa, prestando atenção.*

P: *Qual é o inverso da multiplicação?*

A: *Divisão*

P: *Vamos relembrar as propriedades da potência:*

Q: $b^2 \cdot b^3$
$b^4 \div b^2$

P: *O que se faz quando temos bases iguais na multiplicação?*

A: *Soma os expoentes.*

P: *E na divisão?*

[A professora chama um aluno para responder questões referentes à primeira figura. Combina com a turma que quer ouvir a resposta apenas do aluno a quem chamou, explicando que tem muita gente que não participa.]

A: *Nesta primeira figura se a área é* $16a^2$ *, um dos lados é* $4a$ *, qual deve ser a medida do outro lado que está sendo pedido?*

A: $4a$

P: *Como tu pensou?*

A: *Que* $4 \cdot 4$ *é 16 e que* $a \cdot a$ *é* a^2*.*

[Outro aluno complementa a resposta.]

A: *Nem precisava fazer, é um quadrado tem que ter lados iguais.*

[A professora explica que, como a divisão é a operação inversa da multiplicação, pode-se descobrir o lado dividindo área pelo lado que foi informado e fazer a prova real com a multiplicação.]

Quando a professora chama um aluno para responder, a turma faz silêncio, e a situação é muito mais proveitosa já que se alguém falar será ouvido com certeza, diferentemente da situação em que todos falavam juntos. O aluno é questionado e tem tempo para pensar. Em nenhum momento a professora dá a resposta ou faz algum sinal que o leve à resposta. Ela propicia que ele pare e pense sobre a situação.

[A professora chama outro aluno para responder.]

P: *Na segunda figura, qual é a medida do lado que está sendo pedida?*

A: $6x^3$

P: *Como tu fez?*

A: *18 dividido por 3*

P: *18 o quê? Banana, abacaxi?*

A: $18x^4 \div 3x^2$

A: $6x^3$

[A professora faz a prova real através da multiplicação e chama outro aluno para responder questões sobre a 3ª figura.]

P: *Quais são os lados do pedaço pequeno dessa figura?*

A: *Deve ser* 5a

P: *Como tu pensou?*

A: *É um quadrado, então os lados são iguais.*

[A professora chama outro aluno.]

P: *Visualizando a outra parte que compõe a figura que tem área igual a* $35b^2$*, um dos lados nos já achamos, qual é?*

[O aluno demora para responder.]

A: *Não sei.*

[Um outro aluno levanta o dedo para responder.]

P: *Visualizando a figura, qual é o lado que já sabemos?*

A: 5b

P: *Se* $35b^2$ *é a área da figura, qual é o outro lado?*

A: $35b^2 \div 5b$
$7b$

[Mostrando a mesma figura, a professora pergunta qual é a medida desse lado todo.]

A: *5b mais 7b*

A: $12b^2$

P: $12b^2$*? Então, quando adicionamos monômios somamos a parte literal?*

A: Não, é só 12 b.

P: Só somamos monômios semelhantes e conservamos a parte literal.

Q: $12b \div 5b$

[A professora chama outro aluno para resolver.]

P: *Quanto dá 12b dividido por 5b?*

A: Não é exata.

[A professora faz a conta no quadro com a ajuda do aluno.]

A: *2,4*

P: *Então como fica 12 b dividido por 5b?*

A: *2,4?*

P: *O que vai acontecer com b dividido por b?*

A: *Vai ficar* b^0.

P: *E* b^0 *é igual a quanto?*

A: *1*

A: *A resposta final é 2,4.*

Data: 18/06/07 Horário: 14 h 40 min – 15 h 30 min 3º período

P: *Boa tarde.*

[Alguns alunos percebem a presença da professora e começam a se acomodar e a maioria continua conversando.]

[A professora tem certa dificuldade de iniciar a aula, pois a turma está extremamente agitada.]

P: *Vamos fazer três filas duplas. Peguem os cartazetes do tema.*

[A professora explica que fará um jogo. Para este, solicitou na aula anterior que cada aluno fizesse um cartazete contendo uma potência ou uma raiz quadrada com monômios.]

[São feitas as combinações para o jogo. O quadro foi dividido em três partes, uma parte para cada uma das filas que foram denominadas filas A, B e C.]

P: *Eu vou chamar três alunos para o início do jogo. Um de cada fila. O aluno da fila A escreve no quadro da fila B a questão. O da fila B escreve a questão para o colega da fila C e o colega da fila C escreve a questão para o da fila A.*

[A professora inicia o jogo chamando três alunos, que vieram até o quadro com os seus cartazetes. Em um primeiro momento escreveram a questão para o colega responder e depois responderam à questão que lhes cabia responder. Assim que todos terminaram, a professora fez a correção com o auxílio da turma. Nesta primeira jogada, todos acertaram as respostas. Em alguns momentos a turma se desentendia, alguns sempre achavam que os colegas que estavam sentados diziam a resposta].

[Em situações em que a resposta para a questão estava errada, o colega que escreveu a questão explicava para a turma qual tinha sido o erro e qual seria a resposta correta.]

Observei que esta atividade envolveu bastante a turma, desde o tema, já que cada um trouxe uma questão sobre o conteúdo que estava sendo trabalhado. Neste jogo, que durou um período praticamente, toda a turma foi ao quadro.

A professora tem o hábito, como pode se observar, de questionar as respostas, dando tempo para que o aluno pense e se posicione quanto ao resultado obtido, muitas vezes explicitando para a turma qual foi a sua linha de raciocínio.

Segundo Moysés (2006), o questionamento e a correção por parte de quem ensina desempenham um relevante papel na aprendizagem. Questionamentos que provocam o desequilibro na sua estrutura cognitiva do aluno fazendo-o avançar para uma nova e mais elaborada reestruturação. Completando o questionamento, está a ação de correção que não se resume em simplesmente indicar o erro e substituí-lo pela resposta correta e complementa afirmando:

> Ao pedir que o aluno explique, o professor pode detectar se está havendo, no plano intrapsicológico, uma reestruturação das relações que ocorrem no âmbito interpsicológico. Para isso é necessário que o aluno consiga expor com suas próprias palavras o assunto tratado, deixando perceber possíveis relações com outros temas; que exemplifique com dados tirados do seu cotidiano; que faça generalizações; etc (p. 38).

Acredito que esse tipo de intervenção não é apenas produtivo para o aluno que explica como fez, e estabelece relações, mas também para os seus colegas, que irão comparar a sua linha de raciocínio com a que acabaram de ouvir e ainda fazer questionamentos sobre esta, o que é muito mais rico ainda.

Penso que a professora traz para aos alunos atividades que propiciam a reflexão e o desenvolvimento do pensamento algébrico. Muitas foram as atividades com situações-problema nas quais os alunos foram questionados, tornando o ambiente desafiador e investigativo, e sempre proporcionando um diálogo no qual o aluno expôs o que pensa. Essa interlocução é muito rica, tanto professor-aluno como aluno-aluno. É assim que se pode compartilhar idéias, aprimorá-las, pensar sobre o que o colega pensa e que até então não se tinha pensado. Schwantes ilumina essa discussão quando afirma:

> A exploração dialógica de cada situação-problema traz subjacente a sua existência funcional, padrões numéricos, geométricos, entre outros, que possibilitem por meio das regularidades intrínsecas a exploração de generalidades. Estas generalidades trazem em seu bojo a possibilidade da representação matemática e isto contribui para o desenvolvimento e elaboração do pensamento algébrico (SCHWANTES, 2004, p. 501).

Acredito que nesta busca por um entendimento da situação apresentada e na tentativa de traduzi-la, como diz o autor, há um desenvolvimento e amadurecimento do pensamento generalizante e este desenvolvimento propicia um melhor aprendizado de Álgebra e que a linguagem tem um papel fundamental.

4.2 Apresentação e análise dos dados coletados no teste

Esta subseção traz a apresentação juntamente com a análise da testagem aplicada à turma investigada. São, também, esclarecidos os objetivos de cada uma das atividades que fazem parte da testagem desta pesquisa.

A pesquisa foi realizada em três etapas, sendo aplicados blocos de atividades que se diferenciavam pelo seu grau de dificuldade. Em cada etapa foi aplicado um bloco de atividades. A partir dessa testagem foi analisado o tipo de dificuldade encontrada pelo aluno no estudo algébrico. De posse dos dados coletados e com embasamento teórico, foram feitas as análises qualitativa e quantitativa e elaborado um texto interpretativo.

Os instrumentos da coleta de dados consistem em três blocos de atividades divididos por grau de dificuldade.

Bloco I: formado por duas questões divididas em três itens. APÊNDICE A – atividade de pesquisa 1.

Bloco II: formado por três questões, sendo a primeira e a terceira divididas em três itens. APÊNDICE B – atividade de pesquisa 2.

Bloco III: formado por uma questão, com um maior grau de abstração. APÊNDICE C – atividade de pesquisa 3.

4.2.1 Análise do bloco I

Este bloco é formado por duas questões. Em cada questão o aluno deve representar algebricamente três situações. O objetivo dessa questão é identificar dificuldades na tradução de uma situação para a linguagem algébrica. O aluno pode visualizar o objeto que está sendo representado por uma letra através de uma figura.

QUESTÕES:

Observe as figuras abaixo e o símbolo que representa cada uma delas e faça o que se pede:

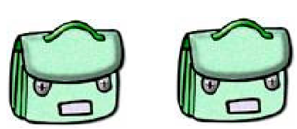
g

d

a

1- Represente simbolicamente cada uma das situações abaixo.

2- Escreva estas representações na forma reduzida, se possível.

a) 

b) 

c)

A tabela 1 e a figura 1 indicam o percentual dos resultados obtidos na realização da questão que propõe a representação algébrica de situações, a partir da visualização de figuras.

Tabela 1 – Análise dos acertos das questões 1 e 2 – bloco I

Questão	Alunos	% de alunos
1-a	32	100
1-b	32	100
1-c	32	100
2-a	31	96,87
2-b	31	96,87
2-c	31	96,87

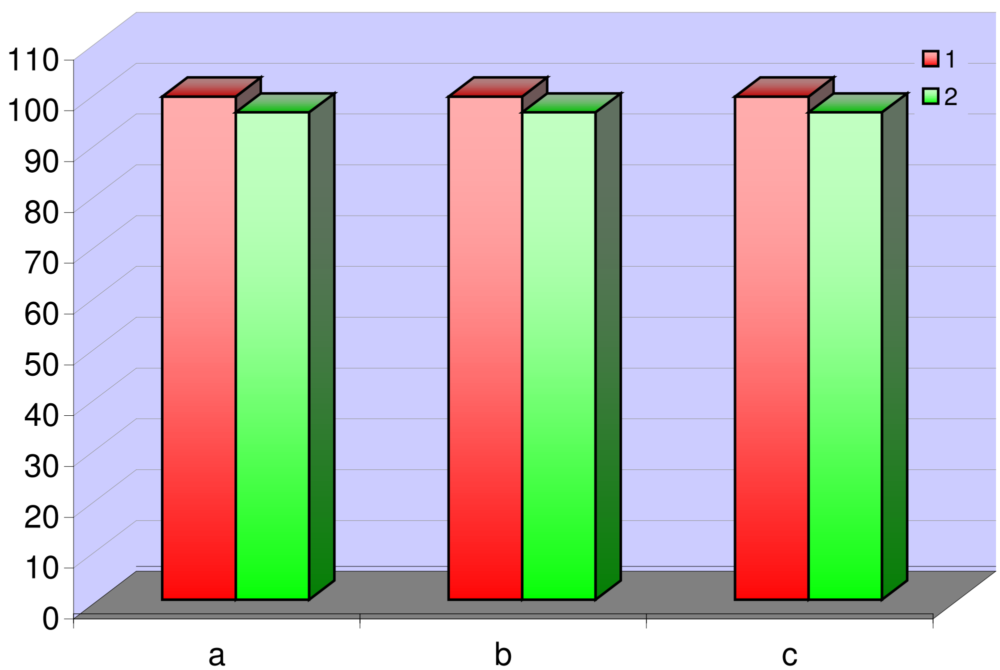


Figura 1 – Análise dos acertos das questões 1 e 2 - bloco I

Como se pode observar na tabela e figura 1, a questão 1: *representar simbolicamente cada uma das situações*, foi resolvida facilmente pelos alunos, sendo obtido 100% de acertos. A questão 2: *escreva estas representações na forma reduzida, se possível*, não foi resolvida com tanta facilidade pelos alunos, apresentando um resultado inferior em relação à primeira questão. Percebe-se que a redução de uma expressão algébrica traz dificuldade já que nem sempre esta representação terá um fechamento. A questão 1 mencionada está representada na figura pela cor vermelha e a questão 2, pela cor verde.

4.2.2 Análise do bloco II

Este bloco está formado por três questões. Na primeira questão, o aluno deve fazer a representação algébrica de situações simples. Na segunda questão, com um maior grau de dificuldade, o aluno deve representar o perímetro de uma figura que tem a medida de alguns lados determinada, e de outros, apenas a representação algébrica. E por fim, na terceira questão, o aluno deve representar a área de uma figura cujos lados são definidos da mesma maneira que na atividade anterior. Esta atividade já envolve a operação de multiplicação, além da operação de adição.

QUESTÕES:

Questão 1: Represente simbolicamente cada uma das situações abaixo:

a) Simoni comprou duas calças neste fim de semana.

b) Fábio comprou três calças e duas camisetas.

c) A compra de Fábio mais a compra de Simoni.

A tabela 2 e a figura 2 indicam o percentual dos resultados obtidos na realização da questão que propõe a representação algébrica de situações, a partir da linguagem corrente.

Tabela 2 – Análise dos acertos da questão 1 - bloco II

Questão	Alunos	% de alunos
a	29	90,63
b	29	90,63
c	24	75,00

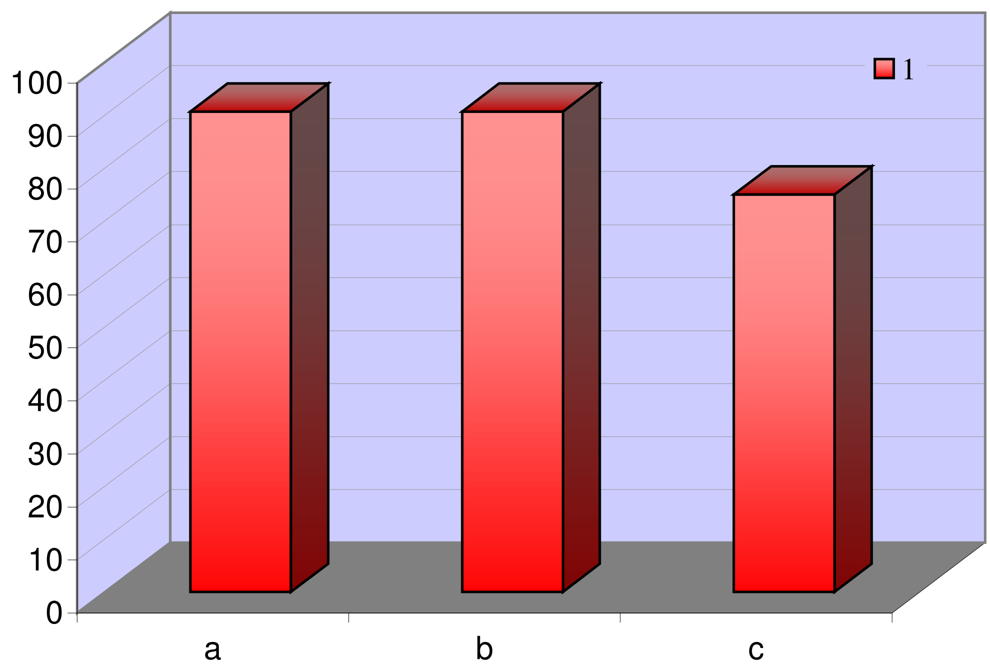


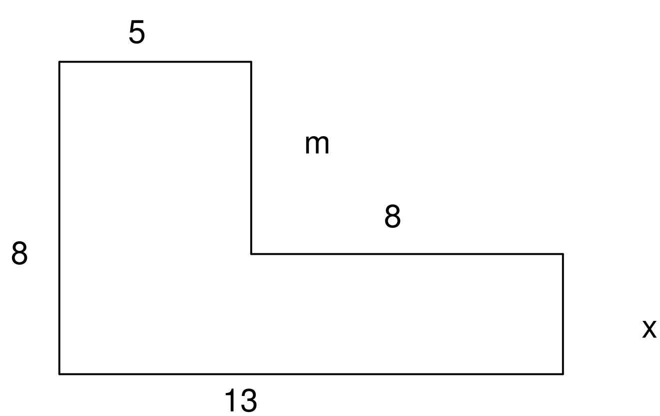
Figura 2 – Análise dos acertos da questão 1 - bloco II

A primeira questão proposta no bloco II tem o mesmo objetivo das atividades propostas no bloco I, diferenciando-se apenas na visualização que não está disponível. Apesar de o desempenho da turma ser considerado bom, este foi inferior ao obtido nas atividades do bloco I. O fato de visualizar os objetos que está sendo representados algebricamente pode estar tornando o processo mais fácil.

O maior índice de erro foi no item c: *A compra de Fábio mais a compra de Simoni*, em que o aluno deve fazer uma redução das expressões encontradas anteriormente. Um dos fatores influentes na dificuldade dessa questão é o fato de a representação não ter fechamento. O aluno evidencia dificuldade de entender a “ausência de fechamento”[11], tendo em vista que, quando chega à 7ª série, passou por anos de estudo no contexto aritmético no qual esta propriedade procedia. A Aritmética busca respostas numéricas, já a Álgebra é diferente, pois ela estabelece relações representando-as de forma geral e simplificada. Parte das dificuldades também se atribui à interpretação dos símbolos operatórios.

Outro fator relevante percebido na questão 1 do bloco II é a dificuldade de interpretação. O aluno não consegue entender o que está sendo solicitado. Não sendo capaz de interpretar, o aluno não consegue representar formalmente a situação.

Questão 2: Qual a expressão algébrica que representa o perímetro desta figura?



A tabela 3 e a figura 3 indicam o percentual dos resultados obtidos na realização da questão que propõe a representação algébrica do perímetro de uma figura.

[11] Já comentado na subseção: 3.3 A relação entre Álgebra e Aritmética.

Tabela 3 – Representação algébrica do perímetro

Dificuldade apresentada	Alunos	% de alunos
Responderam corretamente	21	65,63
Deixaram em branco	4	12,50
Propriedade de fechamento	6	18,75
Erro de cálculo	1	3,13
Total	32	100,00

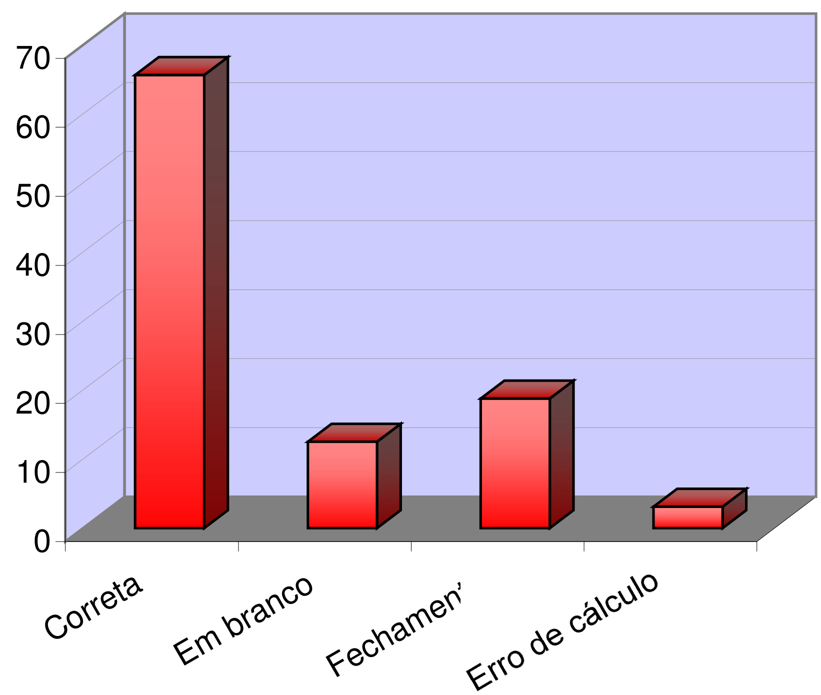


Figura 3 – Representação algébrica do perímetro

Essa atividade proposta, que também exige o conceito de perímetro, mostrou assim como na questão 1 do bloco II as dificuldades na ausência de fechamento com 18,75 % de erro e na interpretação, já que 12,50 % dos alunos deixaram em branco.

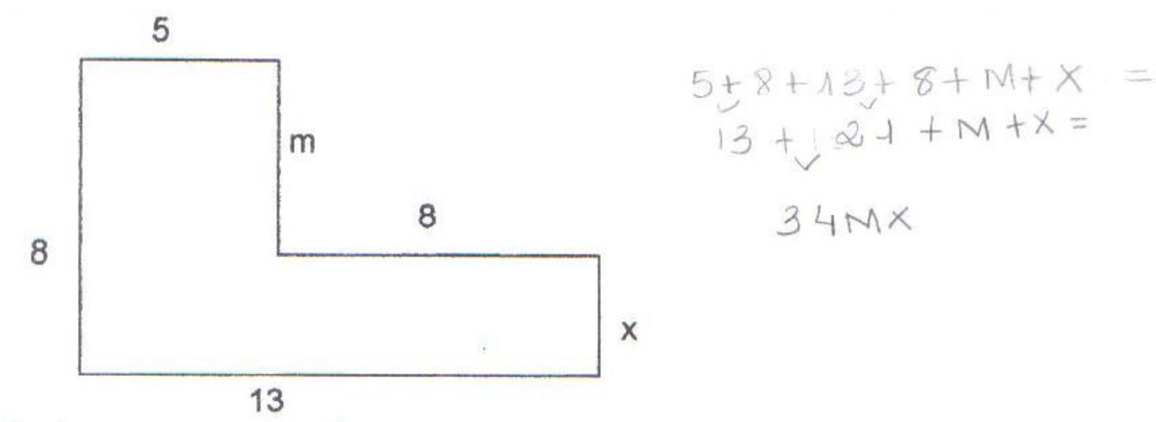
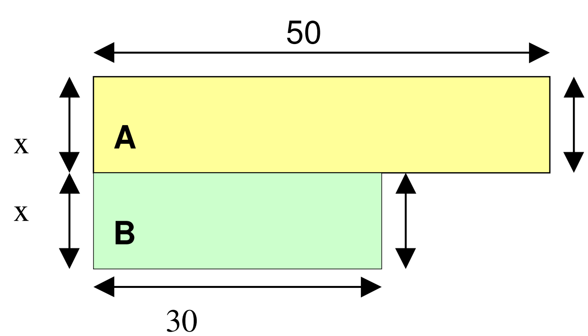


Figura 4 – Dificuldade na ausência de fechamento

Na figura 4 pode-se observar a dificuldade de aceitar *34 + m + n* como resposta válida.

Questão 3: Um terreno no qual estão indicadas as medidas dos seus lados tem a forma da figura abaixo:



Como você pode observar, o terreno está dividido em dois lotes retangulares **A** e **B**. Qual a expressão algébrica que representa:

a) a área do lote A? b) a área do lote B? c) a área total do terreno?

A tabela 4 e a figura 5 indicam o percentual dos resultados obtidos na realização da questão que propõe a representação algébrica da área de uma figura.

Tabela 4 – Representação algébrica da área

Questão	Alunos	% de alunos
A	16	50,00
B	16	50,00
C	5	15,63

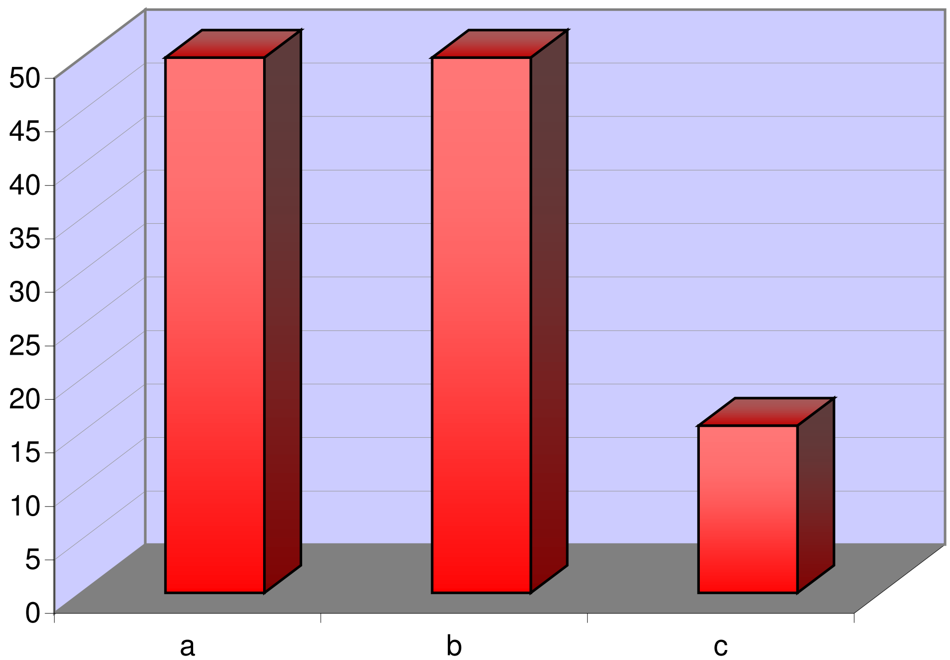


Figura 5 – Representação algébrica de área

Na tabela 4 e figura 5 pode-se observar que no item a: *represente a área do lote A* e no item b: *represente a área do lote B*, 50 % dos alunos responderam corretamente. Já o item c: *represente a área total do terreno*, apenas 15,63 % obtiveram êxito no resultado. Esse último item exigia uma interpretação maior. Os alunos já haviam representado as áreas de cada lote, no entanto não relacionaram as mesmas com a área total do terreno.

Analisei as dificuldades dos alunos que não acertaram os itens “a” e “b”, visto que nestes itens a ordem era a mesma, de representar a área. Constatei que os erros observados eram os mesmos nos dois itens. Desta mesma forma, foi feita a análise com as dificuldades encontradas no item “c”.

A tabela 5 e a figura 6 indicam o percentual das dificuldades apresentadas na realização dos itens a e b da questão que propõe a representação algébrica da área de uma figura.

Tabela 5 – Análise dos itens “a” e “b” da questão 3 - bloco II

Dificuldade apresentada	Alunos	% de alunos
Deixaram em branco	5	31,25
Fizeram o perímetro	4	25,00
Representaram a variável x ao quadrado	3	18,75
Somaram as partes identificadas	4	25,00
Total	16	100,00

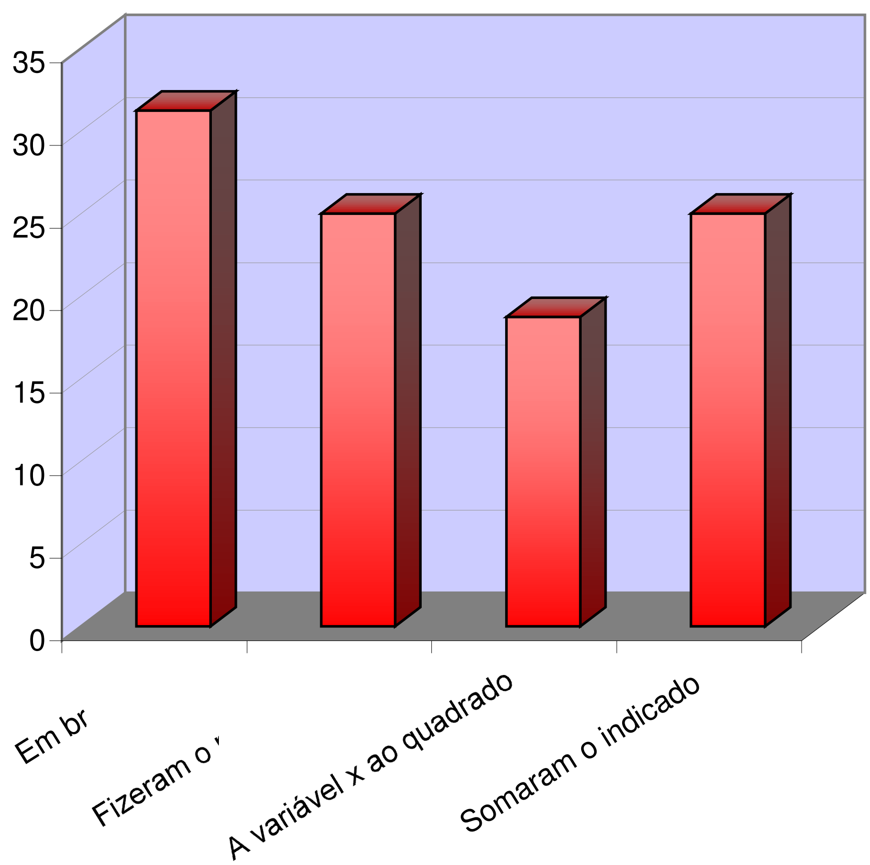


Figura 6 – Análise dos itens “a” e “b” da questão 3 - bloco II

Dos 16 alunos que não acertaram essa questão, 31,25 % não a responderam. Vinte e cinco por cento, ao invés de representar a área, representaram o perímetro, demonstrando uma confusão sobre esses conceitos. Talvez não tenham lido com atenção o enunciado da questão. Uma parcela dos alunos, mais precisamente 18,75 %, acrescentou a resposta "quadrado", ou seja, respondeu a variável x elevada ao quadrado. Esse erro pode ser causado pela confusão com a unidade de medida de área. Outra dificuldade observada em 25 % dos alunos é que os mesmos somam apenas os lados que possuem suas medidas identificadas na figura O conceito de perímetro para esses alunos não está bem definido.

A tabela 6 indica o percentual das dificuldades apresentadas na realização do item c da questão que propõe a representação algébrica da área de uma figura.

Tabela 6 – Análise do item "c" da questão 3 - bloco II

Dificuldade apresentada	Alunos	% de alunos
Deixaram em branco	5	31,25
Fizeram o perímetro	4	25,00
Representaram a variável x ao quadrado	3	18,75
Somaram as partes identificadas	4	25,00
Total	16	100,00

Percebe-se, como mostra a tabela 6, que 31,25 % dos alunos não conseguiu compreender o item c: *represente a área total da figura*, já que deixaram a questão em branco. Pode-se observar que 25 % dos alunos representaram o perímetro da figura e também 25 % tentaram representar o perímetro, mas não obtiveram sucesso por não terem formado esse conceito, somaram apenas as medidas que estavam identificadas na figura. Ainda podemos observar que alguns alunos ao final da resposta elevaram a variável x ao quadrado. Pode ter ocorrido uma confusão com a unidade de medida de área.

A partir do que se observa no resultado deste bloco, penso que são vários os fatores influentes nas dificuldades aqui apresentadas. À medida que o grau de abstração vai aumentando, a dificuldade aumenta. Além da dificuldade de interpretação, e de "ausência de fechamento" como já foi citado, o fato de não terem esclarecido conceitos como área e perímetro, e muitas vezes a falta de atenção na leitura de alguns enunciados podem ter contribuído para as dificuldades observadas.

4.2.3 Análise do bloco III

Este bloco é formado de uma questão na qual o aluno deve identificar a regularidade existente em uma seqüência, generalizá-la e, por fim, representá-la algebricamente. Esta questão apresenta um grau de abstração maior.

QUESTÃO:

Observe a seqüência de triângulos.

Complete a tabela com os dados referentes a esta seqüência:

Número de triângulos	1	2	3	4	5	n
Quantidade de palitos	3					

Quantos palitos seriam necessários para fazer 10 triângulos?

A tabela e figura 7 indicam o percentual dos resultados obtidos e dificuldades percebidas na realização da questão que propõe a generalização e representação algébrica de uma seqüência.

Tabela 7 - Generalização e representação algébrica

Dificuldade apresentada	Alunos	% de alunos
Responderam corretamente	6	18,75
Identificaram regularidade – representaram errado	19	59,38
Não representaram	7	21,88
Total	32	100,00

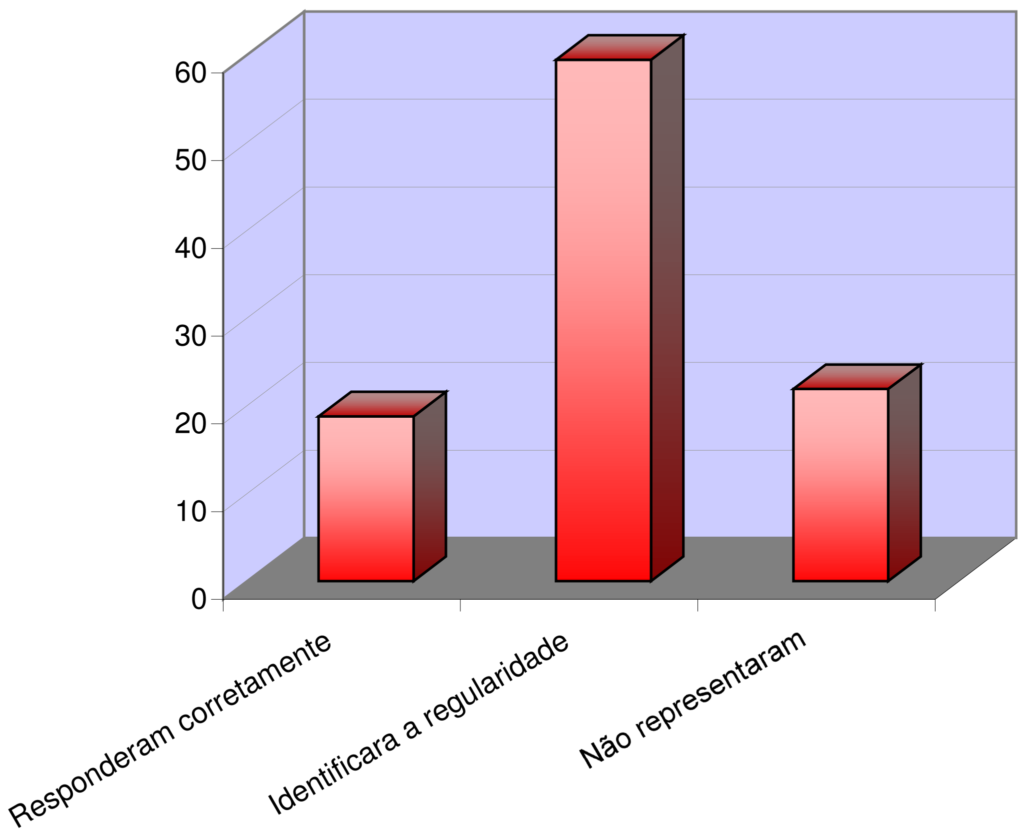


Figura 7 – Generalização e representação algébrica

Todos os alunos da turma tentaram resolver essa questão, mostrando habilidade em organizar as informações em tabelas. A tabela 7 e o gráfico 6 mostram que 59,38 % dos alunos identificaram a regularidade existente na seqüência, ao representá-la com a expressão algébrica n + 2 como mostra a figura 8.

Número de triângulos	1	2	3	4	5	n
Quantidade de Palitos	3	5	7	9	11	n+2

Figura 8 – Dificuldade de generalização

Dessa forma deduzo que houve a percepção de que a cada triângulo são necessários mais dois palitos. Observa-se que 21,88 % dos alunos não representaram essa situação através de uma expressão algébrica, somente organizaram os dados na tabela e 18,75 % dos alunos conseguiram representar corretamente em linguagem algébrica, 2n + 1 que generaliza a situação apresentada.

Acredito que há dificuldade no que se refere à abstração das regularidades que estão implícitas nas seqüências. O fato de não abstrair a regularidade presente impossibilita o aluno de fazer a representação da mesma através da linguagem algébrica.

4.3 Apresentação e análise das entrevistas com os professores

Nesta subseção é apresentada a entrevista feita com professores de 7ª série e, ao final da apresentação dos dados, é feita uma análise dos mesmos. Para enriquecer e tornar mais compreensível o posicionamento dos professores entrevistados, foram colocados no texto fragmentos da nossa conversa. De acordo com essa idéia Flick (2004) afirma que

> [...] as interpretações na pesquisa qualitativa, bem como os resultados dessa pesquisa, tornam-se transparentes e compreensíveis para o leitor somente

> através do entrelaçamento de citações "ilustrativas"[12] extraídas das entrevistas ou de protocolos de observação (p. 229).

A idéia inicial seria entrevistar, além de alguns alunos, a professora da turma observada. Mas como em uma pesquisa o planejamento não é rígido e deve se adaptar sempre que sentir necessidade, resolvi saber o ponto de vista de outros professores sobre a problemática estudada, entendendo que, com mais estes dados analisados e relacionados às observações, entrevistas e testagem com os alunos, enriqueceria e daria mais credibilidade a esta pesquisa. Para identificar os professores, foram usadas as letras A, B, C e D. A professora C, além da entrevista, propiciou observações em sua sala de aula. Nesta análise, para ilustrar a discussão, foram utilizados trechos das entrevistas[13] feitas com os professores.

Com o objetivo de conhecê-los melhor, além das perguntas relativas ao estudo da Álgebra, elaborei outras 7 questões que foram feitas aos professores. São questões sobre a sua formação pessoal, como: Há quanto tempo se formou? Qual a sua formação? Em que Instituição? Tem alguma pós-graduação? Há quanto tempo trabalha? Quando começou a dar aula para 7ª série? Usa livro didático?, que acreditei serem significativas para a análise.

Seguem os dados coletados com a entrevista de cada professor.

PROFESSORA A

A professora A concluiu a Licenciatura Plena em Matemática em 1991 na Faculdade Portoalegrense de Educação Ciências e Letras, em Porto Alegre. Atualmente leciona em duas escolas da rede pública: uma da rede municipal na qual trabalha 35 horas e outra da rede estadual onde trabalha 20 horas semanais. As duas escolas situam-se na grande Porto Alegre . Trabalha com a educação há 25 anos, sendo desses 12 com 7ª série. Quanto ao fato de gostar de trabalhar com 7ª série, a professora diz que gosta, por preferir trabalhar com alunos mais velhos a trabalhar com os pequenos de 5ª e 6ª séries, mas que também gosta de trabalhar com Álgebra.

---

[12] Grifo do autor.

[13] Nos fragmentos das entrevistas apresentadas foi reproduzida literalmente a linguagem das professoras.

Não adota livro didático, por achar que estes não iniciam o estudo de um conteúdo da maneira que acha mais adequada e que na maioria das vezes o tipo de exercício proposto não é o que gosta de trabalhar. Utiliza-os para pesquisa. Quando inicia um conteúdo, gosta de falar sobre a sua aplicação, de forma que o aluno possa refletir sobre a utilidade da Matemática como uma ferramenta que se aplica em diversas áreas. Acha que o estudo da Álgebra é um desafio. Gosta de iniciar o estudo da Álgebra desafiando o aluno a entender que nem sempre 1 + 1 é 2, dando exemplos do tipo:

[...] quanto é 1 estrela mais 1 carro e eles ficam te olhando e param para raciocinar isso e vê que realmente 1 mais 1 nem sempre é 2. Vai somar uma estrela com um carro e fica estranho. Tem aluno que te diz: é 1 estrela mais 1 carro.

Quando se fala nas dificuldades que os alunos possuem no estudo da Álgebra, a professora diz que o grande problema está na falta de conhecimentos que o aluno tem sobre Geometria. Ela relaciona as dificuldades na Álgebra com o fato de as escolas trabalharem pouco a Geometria.

[...]quando tu trabalha com a Geometria e o aluno, depois que ele já está calculando a área e tu passa de um valor de unidade para a letra, eles deduzem fórmulas, fórmulas de cálculo de área sozinhos. E aí é que eles acham interessante. Acho que a dificuldade tá nisso. Acho que a grande revolução para mim na Matemática deveria ser mudar tudo. Começar com Geometria.

A sua prática em sala de aula não foi sempre assim. A professora diz que era totalmente tradicional e, quando tentava alguma coisa diferente, o próprio aluno resistia pelo fato de querer tudo pronto. Quando começou a trabalhar com a Geometria, depois de determinado tempo, percebeu que o aluno começava a achar interessante, e a entender que com a compreensão dos conceitos não é necessário tanto trabalho braçal. Observou que o aluno estava trabalhando com mais prazer de forma que passou a sentir-se melhor como profissional.

Hoje eu me vejo outra pessoa, outro profissional, quando eu resolvi mudar isso. Ainda mais quando tu tem o retorno do aluno agradecendo pelo que tu ensinou. É difícil isso. O aluno geralmente volta para te agradecer quando tu foi um professor legal, é difícil o aluno reconhecer o teu trabalho como profissional [...].

Quanto às maiores dificuldades no ensino da Álgebra, a professora entende que está na interpretação, e que muitas vezes o aluno não tem maturidade para entender a Álgebra. Acha que o conteúdo da Álgebra muitas vezes é difícil para o aluno de 7ª série. Para a professora: “Às vezes ele está na 7ª série e não tem maturidade para entender a Álgebra, isso para mim também é um fator importante.” Além da maturidade para entender um conteúdo abstrato como a Álgebra, percebe que o fato dos alunos não terem formado conceitos de séries anteriores também é um fator que compromete o estudo de Álgebra. Quando se fala em tornar o aprendizado de Álgebra mais fácil, a professora ignora se há alguma forma além do trabalho associado à Geometria. “Basicamente é isso. Geometria está totalmente associada à Álgebra. Claro que depois tu também pode trabalhar a problematização.”

PROFESSORA B

A professora B licenciou-se em Ciências, licenciatura de 1ª grau em 1995, pela Faculdade Portoalegrense de Educação Ciências e Letras (FAPA) e concluiu a licenciatura plena em Biologia em 1998, pela Pontifícia Universidade Católica, em Porto Alegre. Em 2003 cursou uma pós-graduação em Metodologia do Ensino de Matemática, também pela FAPA. Leciona, atualmente, na mesma escola municipal que a professora A, cumprindo uma carga horária de 40 horas semanais e em uma escola da rede pública estadual, na qual cumpre 20 horas semanais, ambas escolas situadas na grande Porto Alegre. Trabalha há mais de 15 anos com a educação e há 12 anos com 7ª série. Gosta de trabalhar com a 7ª série porque consegue desenvolver muitos trabalhos com eles e porque eles gostam também. Não utiliza livro didático, faz uma seleção de exercícios de vários livros.

A professora não percebe dificuldades na aprendizagem de Álgebra e entende que, se o conteúdo for bem explicado e com uma quantidade grande de exercícios, eles não têm tantos problemas. São percebidas pela professora dificuldades com relação a conteúdos de séries anteriores que acabam por dificultar em algumas vezes o estudo de Álgebra. “O que eu vejo na 7ª série aquela parte toda que volta um pouco atrás. Então, se não é bem fixo isso, eles não conseguem e tu tem que retomar todo o conteúdo com eles”. O fator mais importante, gerador de dificuldades que são percebidas, é o desinteresse do aluno.

Atenção é o principal para mim e interesse. Porque aquele que tem atenção demonstra interesse e participa, flui normalmente. Agora aqueles que deixam, fazem um ou outro exercício e deixa para lá não fixa aquilo, eles são muito avoados, eles não param para fazer as coisas. Mas para mim a maior dificuldade é o interesse e a atenção.

Tenta diversificar as atividades com questões objetivas e cruzadinhas. Quanto a um trabalho contextualizado, a professora diz que já viu algo como o trabalho ser desenvolvido juntamente com Geometria, mas que nunca aplicou.

Até já vi alguma coisa desse tipo em um livro, mas nunca trabalhei assim. Primeiro eu teria que fazer para ter segurança em trabalhar assim com o meu aluno.

PROFESSORA C

A professora C leciona em uma escola particular e também em uma escola pública atuando como supervisora escolar. Licenciou-se em Ciências Licenciatura de 1º grau em 1987. Iniciou a Licenciatura Plena em Matemática e Pedagogia, mas não concluiu nenhum dos dois cursos. Em 2001 cursou uma pós-graduação em Educação Matemática. Trabalha há 20 anos com a educação e 12 anos lecionando para 7ª série. Gosta de trabalhar com 7ª série, por entender que o conteúdo da 7ª série possibilita um trabalho com o concreto em que os alunos conseguem visualizar o que estão aprendendo. Utiliza em suas aulas um polígrafo de atividades, sendo estas elaboradas por ela juntamente com duas outras professoras de 7ª série da escola. Optou por esse material para ter uma proposta diferente, com exercícios variados e contextualizados dentro da Geometria e com o conteúdo que realmente vai se trabalhar na 7ª série. Gosta de iniciar o conteúdo, fazendo um diagnóstico sobre o que a turma já sabe sobre o que vai ser trabalhado e desenvolvê-lo através de uma problematização. A professora entende que com a Geometria o entendimento fica mais fácil. Percebe dificuldade no ensino e, no início do seu trabalho, apenas atribuía estas dificuldades à falta de pré-requisitos que faltavam aos alunos, depois de um tempo passou então a retomar esses conteúdos que estavam causando dificuldades no aprendizado de Álgebra.

[...] o pré-requisito para mim não pode ser tão importante como eu achava que era. Eu penso que se ele não sabe eu vou trabalhar em cima do que ele não sabe. Vou ver o que ele não sabe, porque ele não sabe, e aí trabalhar a Álgebra.

Vê como uma grande dificuldade no estudo de Álgebra a interpretação dos problemas e situações. Uma alternativa para minimizar as dificuldades é desenvolver um trabalho contextualizado com a Geometria:

[...] trabalhar a Álgebra junto com a Geometria, aí eles conseguem visualizar o que estão fazendo.

Terminamos a entrevista com uma reflexão da professora sobre o desejo do estudo quando diz:

O que eu percebo muito nos nossos alunos é uma falta de motivação pelo estudo da Matemática. Mesmo que se faça uma contextualização. Eles acham o conteúdo chato. Existe uma preguiça de interpretar, de pensar.

Pensa que devemos despertar o interesse do aluno, motivá-lo a ver o conteúdo e aprender.

PROFESSORA D

Licenciou-se em Ciências Licenciatura Plena Matemática em 1997 pela FAPA em Porto Alegre. Em 2000 cursou uma pós-graduação em Metodologia do Ensino da Matemática, também na FAPA. Leciona atualmente em uma escola da rede privada de Porto Alegre. Trabalha com a educação há 24 anos e há 4 anos com 7ª série. Utiliza livro didático por solicitação da escola, mas não é favorável a este tipo de recurso. Acha que com a utilização há uma acomodação por parte do professor. Busca atividades em outros livros e explica o conteúdo sem se deter no livro. Acha que no livro o conteúdo é introduzido de forma mecânica (decorar), não promovendo o raciocínio. Gosta de trabalhar com a 7ª série porque esta série dá ênfase à Álgebra. "[...] gosto desta parte abstrata da Matemática". Percebe dificuldades dos alunos na interpretação, na tradução de uma situação para a linguagem algébrica. Além da dificuldade de interpretação, a professora também aponta a falta de pré-requisitos como uma das causas das dificuldades. Acredita que, para que haja uma compreensão dos conceitos algébricos, é necessário que o aluno faça conexões com o que já foi aprendido. Que é preciso parar e pensar:

Como esse conteúdo é bastante abstrato, o aluno na 7ª série não quer pensar, ele prefere uma situação direta. No momento em que ele tem que parar e pensar, ele não tem vontade. Os interesses são outros. Ele tem que compreender e formalizar os conceitos. É uma série que o aluno tem que parar e fazer conexões com conteúdos já estudados e nisso ele não tem muitas vezes maturidade para fazer estas ligações, o interesse dele, no momento é outro.

Parte da filosofia de que o aluno deve entender o significado dos conceitos que fazem parte da Álgebra, como do termo algébrico e as regras da potenciação e que é necessário que o professor tenha uma linguagem muito clara. O aluno deve entender o porquê. Acredita que uma linguagem clara por parte do professor é fundamental. Deve se desenvolver cada processo demonstrando-o. Trabalhar a Álgebra através da Geometria e problematizar situações diversas. O objetivo principal da professora, independentemente da série, é que o aluno não decore, que ele entenda o porquê.

CONSIDERAÇÕES SOBRE AS ENTREVISTAS

Dos quatro professores entrevistados, três utilizam-se da Geometria para contextualizar o estudo de Álgebra, entendendo que assim facilita a compreensão dos alunos sobre conceitos que fazem parte do estudo algébrico. De acordo com essa idéia, Oliveira (2002) destaca que

> [...] pretendemos enfatizar a importância de uma metodologia de ensino que permita aos alunos construírem significados para a álgebra, lidando com diferentes contextualizações para coeficientes, monômios, expressões, equações, etc. Escolhemos a abordagem no contexto geométrico para as questões algébricas propostas, não por desconsiderarmos a importância de outras significações, inclusive não-matemáticas. Mas por entendermos que a geometria possibilita expressivamente que se estabelecem conexões em vários tópicos da matemática (OLIVEIRA, 2002, p.39).

A idéia de trabalhar com a Geometria aparece com destaque na entrevista com a professora A, que parece preocupar-se bastante com o significado dentro do conteúdo de Álgebra. Tem como objetivo mostrar o quanto a Matemática é uma aliada e está presente nas mais diversas situações. Esta professora defende o uso da Geometria. Para ela um dos fatores, talvez o principal de os alunos possuírem muitas dificuldades em Álgebra, é o fato de as escolas estarem trabalhado muito pouco com Geometria. Para esta professora,

[...] quando tu trabalha com a Geometria e o aluno depois que ele já está calculando a área e tu passa de um valor de unidade para a letra eles deduzem fórmulas, fórmulas de cálculo de área sozinhos. E aí é que eles acham interessante. Acho que a dificuldade tá nisso.

Para Castro (2003), “[...] a Geometria, desde os tempos dos gregos, desenvolveu aspectos da Álgebra, e que hoje, nas atividades escolares, a Geometria está impregnada de Álgebra, não podendo prescindir dela”. O uso da Geometria propiciará um estudo em que se produz significado e estas atividades de Geometria podem desenvolver o pensamento algébrico.

É interessante que a professora B não percebe dificuldades na aprendizagem de Álgebra, dando ênfase à explicação e quantidade de exercícios, que na maioria das vezes acaba tornando o aluno um mero repetidor das técnicas que foram ensinadas pelo professor. Essa professora utiliza questões de múltipla escolha, jogos, cruzadinhas para diversificar os exercícios, mas este trabalho se dá sem produção de significado, é uma outra maneira de propor exercícios. Para ela o estudo de Álgebra não possui maiores dificuldades, basta que o conteúdo seja bem explicado e que se desenvolva uma quantidade grande de exercícios. Complementando essa idéia, para Castro (2003), “A mecanização de procedimentos na educação algébrica gera a sensação de que não existem dificuldades em seu aprendizado, o que determina problemas maiores nos últimos ciclos da escola básica” (CASTRO, 2003).

Na fala da professora D aparece uma questão bastante importante que não foi mencionada pelas outras entrevistadas. Essa professora aponta o uso de uma linguagem clara utilizada pelo professor como um dos fatores fundamentais para construção de conceitos. Complementado a idéia da professora, penso que a utilização de uma linguagem clara e objetiva facilita o recolhimento de conceitos já que faz com que conceitos não tenham interpretações distorcidas ou até mesmo dúbias. De acordo com Zuffi (2000), o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) tem uma preocupação em estimular a preparação dos professores de Matemática, no que diz respeito ao uso da linguagem de forma mais clara e significativa.

Uma questão que é unânime nas falas de todas as professoras entrevistadas é a falta de pré-requisitos, conceitos que foram estudados em séries anteriores e não foram efetivamente compreendidos pelos alunos. Estas dificuldades de outros contextos acabam interferindo no aprendizado de Álgebra. De acordo com essa idéia, Oliveira (2002) diz que algumas barreiras encontradas no estudo de Álgebra acontecem pelo fato de o aluno trazer para o contexto algébrico dificuldades remanescentes do trabalho no contexto aritmético. As professoras entrevistadas enfatizam que quando estas dificuldades começam a aparecer, é necessário retomar esses conceitos, esclarecê-los para que se possa ir adiante.

4.4 Apresentação e análise das entrevistas com alunos

Esta subseção traz a apresentação e a análise dos dados coletados na entrevistas realizadas com 10 alunos da turma selecionada para observação. A escolha dos alunos se deu após a testagem para que pudesse escolher alunos com níveis diferentes de desempenho, como foi esclarecido no percurso metodológico.

A entrevista, além de questões que se referiam ao nível de dificuldade das atividades que foram propostas na testagem, também contou com questões sobre o gosto pelo estudo de Matemática e, particularmente, pelo o estudo de Álgebra.
Questionam o gosto do aluno pelo estudo, seja de Matemática em geral ou, especificamente, do estudo de Álgebra. O objetivo era de estabelecer uma relação entre gosto e compreensão.

A entrevista foi individual, e os alunos tinham acesso às atividades que fizeram para que pudessem avaliar o grau de dificuldade de cada questão, visto que parte da testagem havia sido realizada há algum tempo e poderia ocorrer de os alunos terem esquecido.

Questão 1- Você gosta de estudar Matemática? Por quê?

A tabela 8 e a figura 9 indicam o percentual dos alunos em relação ao sentimento de estudar Matemática.

Tabela 8 – Sentimento de estudar Matemática

Estudar Matemática	Alunos	% de alunos
Gosto muito	2	20,00
Gosto	5	50,00
Mais ou menos	3	30,00
Nem um pouco	0	0,00
Total	10	100,00

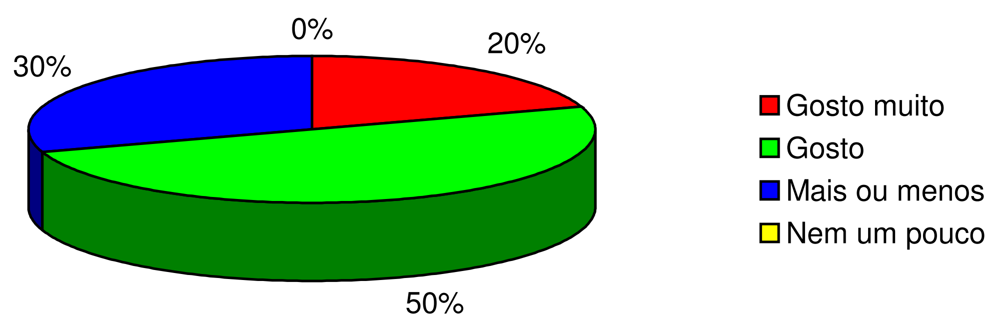


Figura 9 – Sentimento de estudar Matemática

A tabela 8 e figura 9 mostram o quanto o aluno gosta do estudo de Matemática. O que se pode observar é que de um modo geral a turma simpatiza com a disciplina de Matemática, já que 20 % diz gostar muito, 50 % diz gostar e nenhum aluno mostra-se totalmente antipático à mesma. Dos alunos que dizem gostar mais ou menos, representando 30% dos alunos entrevistados, justificam a sua resposta com o fato de acharem difícil. As justificativas foram as seguintes:

Porque é um pouco difícil;

É difícil;

Porque é complicado.

Questão 2- Estudar Álgebra é: Por quê?

A tabela 9 e a figura 10 indicam o percentual dos alunos em relação ao sentimento de estudar Álgebra.

Tabela 9 – Sentimento de estudar Álgebra

Estudar Álgebra	Alunos	% de alunos
Legal	5	50,00
Chato	1	10,00
Difícil	4	40,00
Não serve para nada	0	0,00
Total	10	100,00

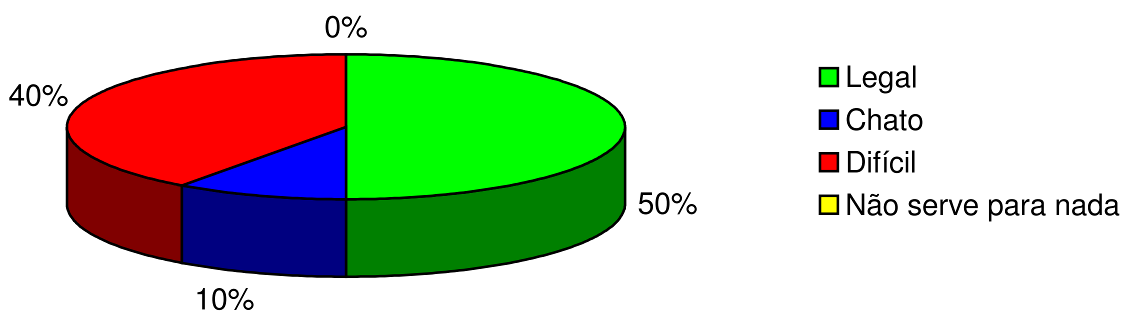


Figura 10 – Sentimento de estudar Álgebra

Na tabela 9 e na figura 10, podemos perceber o sentimento do aluno em relação ao estudo de Álgebra dentro do componente curricular Matemática. Nesta tabela os dados nos mostram que 40 % dos alunos acham o estudo de Álgebra difícil e

10 % acham o seu estudo chato. Em contrapartida, a metade dos alunos entrevistados acham que estudar Álgebra é legal. Penso que muitas vezes o sentimento do aluno em relação ao estudo de algumas áreas da Matemática está intimamente ligado ao fato de entender ou não.

A justificativa dos que acham o estudo de Álgebra difícil foram as seguintes:

Aos poucos vai complicando, e não pode esquecer o que aprendeu antes;

É muito complicado, demorei a pegar o jeito da matéria;

É muito chato;

É muito complicado.

Questão 3 – Representar algebricamente uma situação, você considera:

A tabela 10 e a figura 11 indicam o percentual dos alunos em relação ao sentimento dos alunos no que se refere a representar algebricamente situações.

Tabela 10 – Representação algébrica

Representar algebricamente	Alunos	% de alunos
Legal	5	50,00
Chato	1	10,00
Difícil	4	40,00
Não serve para nada	0	0,00
Total	10	100,00

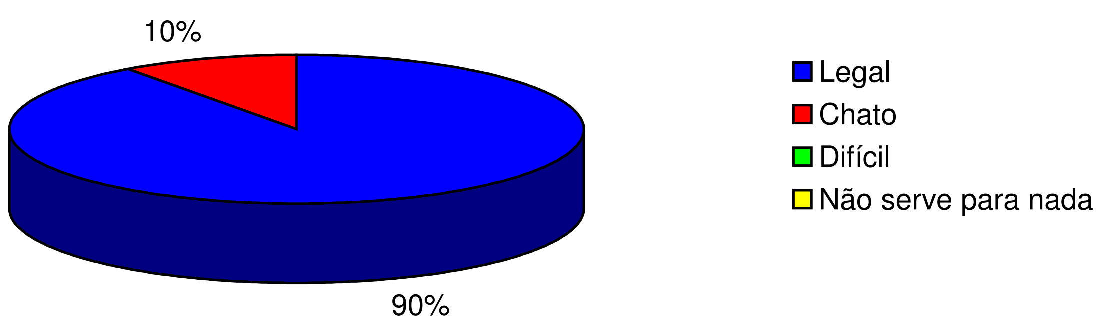


Figura 11 – Representação algébrica

A tabela 10 e a figura 11 apontam para uma simpatia com relação à representação algébrica. Esta pergunta foi formulada desta forma porque, através das observações que fiz na turma, pude perceber que a professora fazia um trabalho muito grande com representações. O início do estudo algébrico na turma foi com uma pesquisa sobre a substituição de letras por valores desconhecidos. Acredito que a turma não teve dificuldades de entender o que é representar situações algebricamente, visto que, além de explicações e pesquisa sobre representação, a professora propiciou uma série de atividades.

Questão 4 – Você acha a Álgebra útil no dia-a-dia? Por quê?

A tabela 11 e a figura 12 indicam o percentual dos alunos em relação a sua percepção sobre a utilidade da Álgebra no dia-a-dia.

Tabela 11 – Utilização da Álgebra no dia-a-dia

A Álgebra é útil no dia-a-dia	Alunos	% de alunos
Muito	2	20,00
Sim	5	50,00
Mais ou menos	2	20,00
Nem um pouco	1	10,00
Total	10	100,00

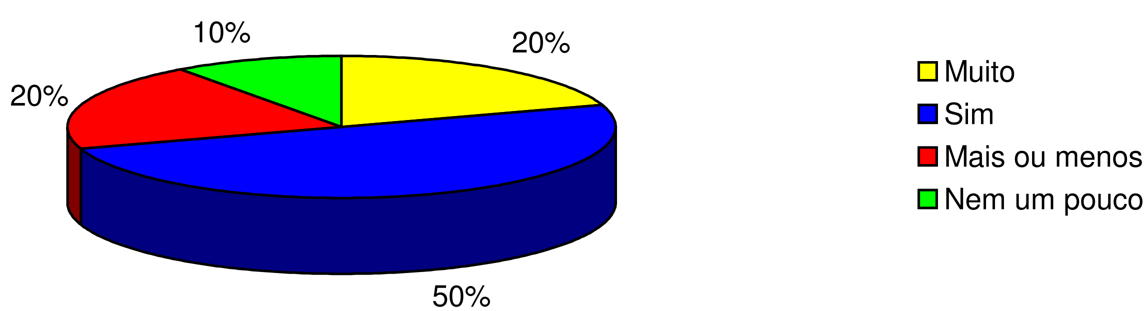


Figura 12 – Utilização da Álgebra no dia-a-dia

A tabela 11 e a figura 12 mostram que, de uma forma geral, os alunos entendem que a Álgebra tem a sua utilidade no dia-a-dia já que 20 % dos alunos diz ser muito útil e 50 % dos alunos diz ser útil. Apesar da maioria da turma ter um entendimento da utilidade da Álgebra, não sabem onde ela poderia ser utilizada. Algumas das respostas obtidas para o porquê da utilidade da Álgebra foram:

Vamos usar no dia-a-dia;

Podemos usar em várias situações;

Pode ter uma situação que tu utilize esse conhecimento;

Não sei explicar;

Não sei. Acho que pode ser usada para várias coisas;

Na faculdade.

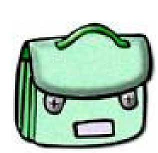
Talvez o entendimento da utilidade da Álgebra na resolução de uma série de problemas de diversas áreas do conhecimento seja ainda muito abstrato para esses alunos, ou, talvez, a linguagem algébrica está dissociada de significado. Eles apenas dizem que é útil, talvez porque tenham escutado muitas vezes da professora, mas não têm a clareza das situações nas quais poderiam ser aplicados esses conhecimentos.

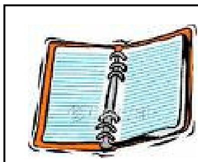
Questão 5 – Após ter realizado as atividades propostas, marque com um x no valor que expressa o seu grau de dificuldade:

BLOCO I

Observe as figuras abaixo e o símbolo que representa cada uma delas e faça o que se pede:


g

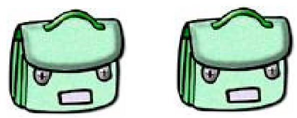

d


a

1- Represente simbolicamente cada uma das situações abaixo.

2- Escreva estas representações na forma reduzida, se possível.

a)



b)

c)

A tabela 12 e a figura 13 indicam o percentual dos alunos em relação a sua percepção sobre o grau de dificuldade das questões do bloco I.

Tabela 12 – Análise do grau de dificuldade do bloco I

Grau de dificuldade do bloco I	Alunos	% de alunos
Muito fácil	5	50,00
Fácil	4	40,00
Médio	1	10,00
Difícil	0	00,00
Muito difícil	0	00,00
Total	10	100,00

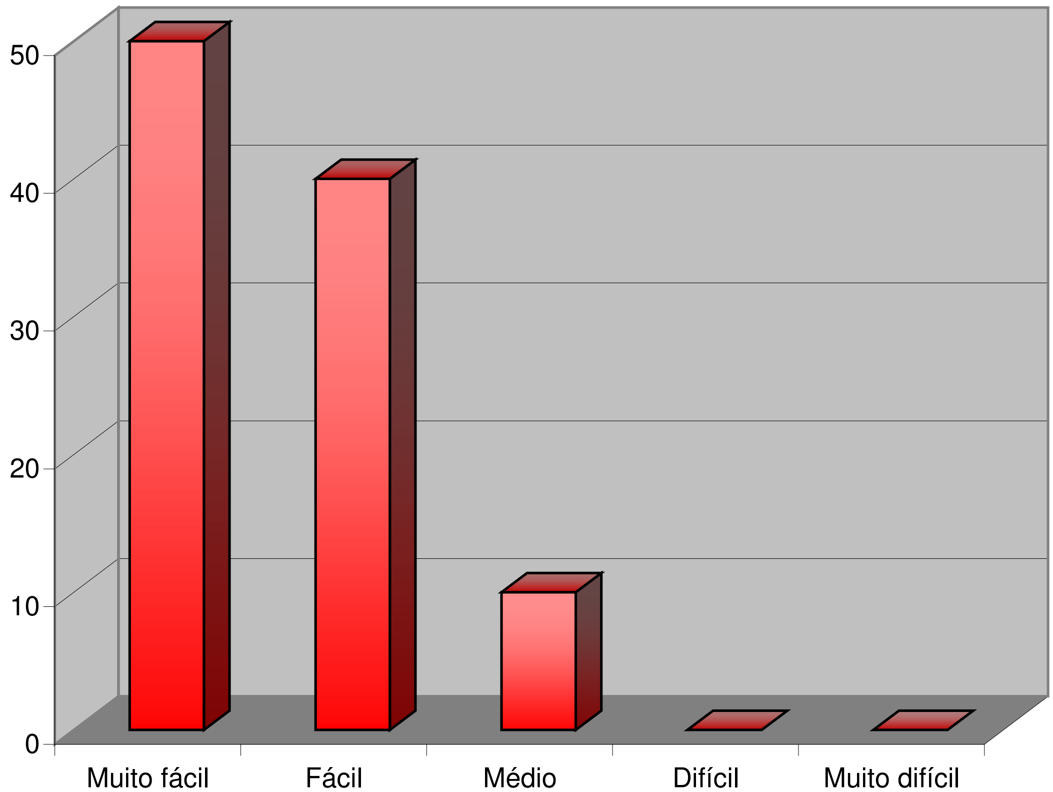


Figura 13 – Análise do grau de dificuldade do bloco I

Na tabela 12 e na figura 13, podemos observar que os alunos acharam as questões que compõem o bloco **I** com um nível fácil de resolução. Este sentimento está de acordo com o sucesso obtido na resolução destas questões, já que 100 % acertaram a questão **a** e 96,87% acertaram a questão **b**.

BLOCO II

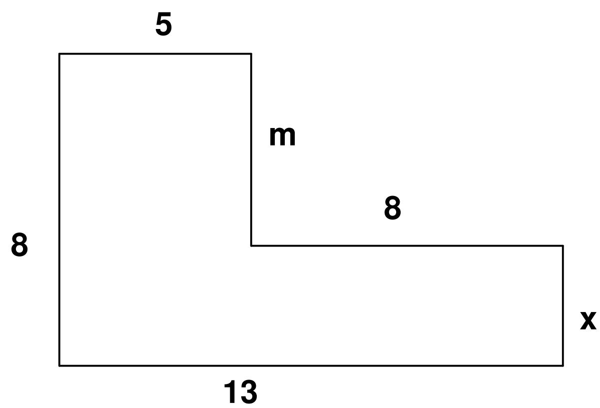
1- Represente simbolicamente cada uma das situações abaixo:

a) Simoni comprou duas calças neste fim de semana.

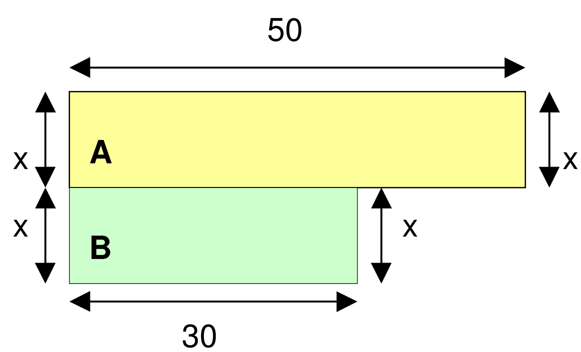
b) Fábio comprou três calças e duas camisetas.

c) A compra de Fábio mais a compra de Simoni.

2- Qual a expressão algébrica que representa o perímetro desta figura?



2- Um terreno no qual estão indicadas as medidas dos seus lados tem a forma da figura abaixo:



Como você pode observar, o terreno está dividido em dois lotes retangulares **A** e **B**. Qual a expressão algébrica que representa:

b) a área do lote A?

c) a área do lote B?

d) a área total do terreno?

A tabela 13 e o gráfico 12 indicam o percentual dos alunos em relação a sua percepção sobre o grau de dificuldade das questões do bloco **II**.

Tabela 13 – Análise do grau de dificuldade do bloco II

Grau de dificuldade do bloco I	Questão1		Questão 2		Questão 3	
	Alunos	%	Alunos	%	Alunos	%
Muito fácil	3	30,00	1	10,00	1	10,00
Fácil	6	60,00	5	50,00	3	30,00
Médio	1	10,00	3	30,00	6	60,00
Difícil	0	0,00	1	10,00	0	0,00
Muito difícil	0	0,00	0	0,00	0	0,00
Total	10	100,00	10	100,00	10	100,00

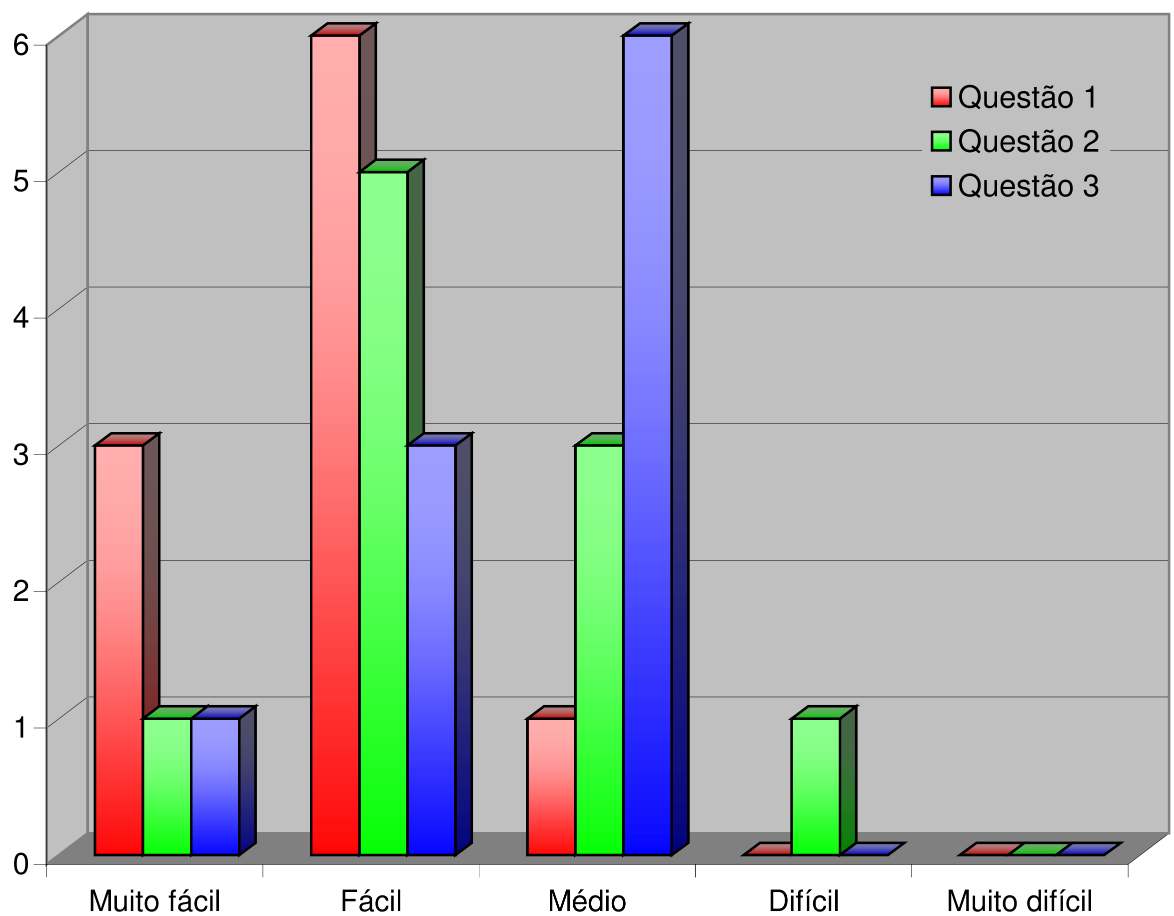


Figura 14 – Análise do grau de dificuldade do bloco II

A tabela 13 e a figura 14 mostram que, de acordo com os resultados obtidos no teste, a maioria dos alunos achou a questão 1 que compõe o bloco II fácil, sendo que 30 % acharam muito fácil, 60 % acharam fácil e 10 % acharam média. A questão 2 foi considerada por 10 % dos alunos muito fácil, 50 % consideraram fácil, 30 % média, e 10 % acharam difícil. Estes dados também estão de acordo com o sucesso obtido na realização da questão já que 65% dos alunos responderam corretamente. A última questão deste bloco foi considerada pela maior parte dos alunos com um grau médio de dificuldade. Dez por cento consideraram a questão muito fácil, 30 % acharam fácil e 60 % consideraram a questão com um nível de dificuldade médio. De acordo com a tabela, 4, 50 % dos alunos responderam esta questão corretamente.

BLOCO III

Observe a seqüência de triângulos.

Complete a tabela com os dados referentes a esta seqüência:

Número de triângulos	1	2	3	4	5	**n**
Quantidade de Palitos	3					

Quantos palitos seriam necessários para fazer 10 triângulos?

A tabela 14 e a figura 15 indicam o percentual dos alunos em relação a sua percepção sobre o grau de dificuldade das questões do bloco III.

Tabela 14 – Análise do grau de dificuldade do bloco III

Grau de dificuldade do bloco III	Alunos	% de alunos
Muito fácil	4	40,00
Fácil	1	10,00
Médio	4	40,00
Difícil	1	10,00
Muito difícil	0	00,00
Total	10	100,00

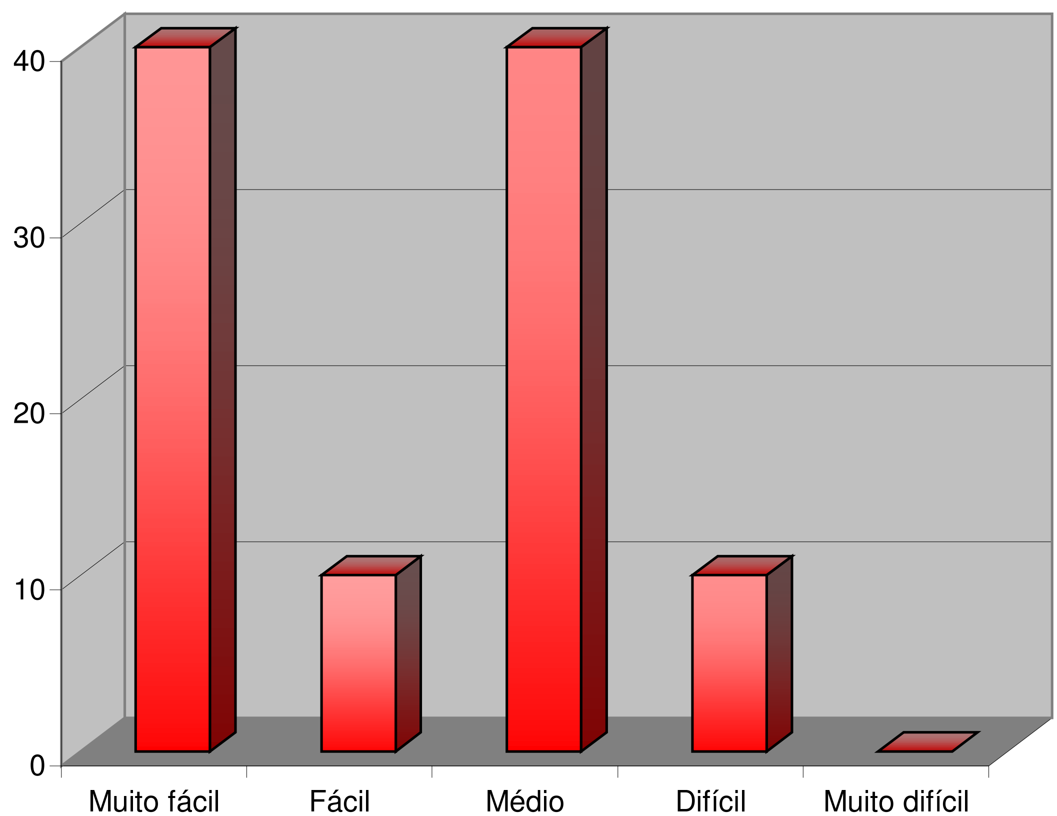


Figura 15 – Análise do grau de dificuldade do bloco III

Na tabela 14 e na figura 15 podemos perceber que com relação à questão que compõe o bloco III, 40 % dos alunos consideraram a questão muito fácil, 10 % acharam fácil, 40 % a consideraram com um grau de dificuldade médio e 10 % acharam difícil. É interessante como ficou dividida a opinião da amostra em relação ao grau de dificuldade desta questão. É ainda interessante a comparação com o que foi apresentado na testagem, já que, de acordo com tabela 6, 18,75 % dos alunos responderam-na corretamente. Penso que, mesmo após a retomada desta questão, alguns alunos ainda não entenderam o que teria que ser feito, ou como teria que ser feito. Durante a entrevista, percebi que alunos que não obtiveram sucesso na sua resposta consideraram a questão fácil.

Questão 6 – As primeiras explicações da professora são suficientes para que você entenda o conteúdo de Álgebra, ou você tem necessidade que ela explique mais vezes para que você consiga resolver os exercícios?

A tabela 15 e a figura 16 indicam o percentual dos alunos em relação a sua percepção sobre a necessidade de mais explicações quando se inicia um novo tópico dentro do estudo de Álgebra.

Tabela 15 – Necessidade de explicações

Necessidade de mais explicações	Alunos	% de alunos
Não necessita	4	40,00
Às vezes	3	30,00
Muitas vezes	3	30,00
Total	10	100,00

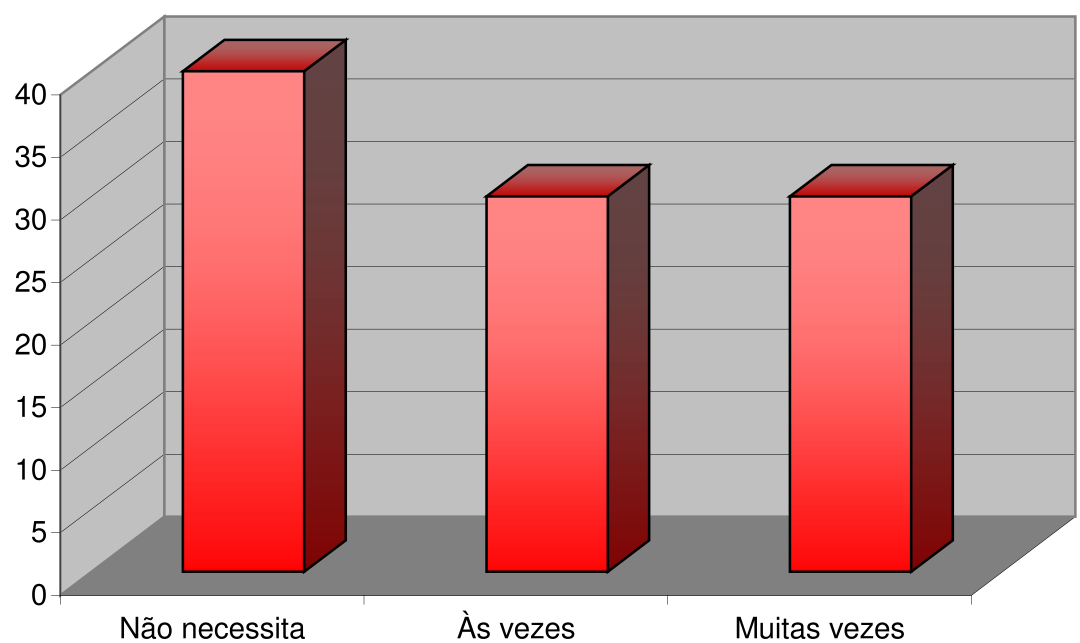


Figura 16 – Necessidade mais explicações

Como podemos observar na tabela 15 e na figura 16, a opinião sobre a necessidade de mais explicações se dividem. Alguns alunos com maior facilidade dizem entender sempre na primeira explicação da professora e esses representam 40 % da amostra. Os 30 % que dizem precisar mais explicações e os 30 % que necessitam de mais explicações muitas vezes, nem sempre pedem que a professora explique. Alguns dizem que pedem que os colegas expliquem e um aluno pede explicação para a mãe, quando faz as atividades de tema.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta seção apresento minhas considerações finais, o que percebi ao longo da realização deste trabalho, os entendimentos que tive para as minhas questões de pesquisa e algumas inquietações que ainda tenho.

Na construção desta pesquisa, com o objetivo de entender as dificuldades que os alunos possuem na aprendizagem da Álgebra, inquietação que se instalou em mim desde o primeiro ano no qual comecei a lecionar, passei por momentos que me fizeram sentir o quanto valeu a pena estar realizando-a, pois não me deparei em nenhum momento, em minhas observações, com um quadro que simplesmente mostrava um exemplo e uma lista de exercícios exigindo apenas uma forma de raciocínio. Este fato me causou uma satisfação, já que, em minha experiência como professora, muitas vezes observei mestres trabalhando assim, em uma prática pedagógica que simplesmente faz o aluno repetir o modelo, fato que me entristece muito, pois falo de um campo matemático bastante abstrato e que precisa ter um significado para que seja compreendido.

Também passei por momentos de desilusão, ao observar o quanto a escola está longe de ser o foco de interesse de alguns de nossos educandos, que não sentem desejo de aprender. Para eles falta o sentimento que me motivou a realizar este trabalho, a vontade de ir além. O que será que está faltando para que nossos alunos ambicionem mais do que construímos na escola? Como podemos fazer com que entendam que é maravilhosa a sensação da descoberta, que o saber é alimento da alma?

O que não previa nesta jornada à procura de entendimentos para as minhas inquietações é que o fato de observar uma colega trabalhando com sua turma, me faria refletir tanto sobre minha prática pedagógica. Por muitos momentos questionei a minha postura enquanto professora. Imersa nestas reflexões, mais uma vez tive a certeza da escolha certa da minha profissão, pois escolhi-a por ter um encantamento com a Matemática, e muito mais ainda, com o fato de poder construí-la com outras pessoas, e quem sabe poder contagiá-las com o meu encantamento.

Na busca de respostas para os questionamentos que deram início a esta pesquisa, e com uma fundamentação teórica, acompanhei uma turma de 7ª série, semanalmente, durante um pouco mais de dois meses. Nesse tempo, apliquei blocos de atividades e, com esses dados em mãos, escolhi alguns alunos para entrevistar, para que pudesse ter um entendimento melhor de suas respostas e dificuldades. Achei necessário, também, ver do ponto de vista dos professores de 7ª série as dificuldades no ensino de Álgebra. Sendo assim, além do professor da turma observada, entrevistei mais três professores. Todos esses dados coletados foram analisados qualitativamente.

Acredito que são muitos os pontos que devem ser avaliados sobre as dificuldades que temos no ensino de Álgebra nos dias atuais. O estudo feito sobre alguns aspectos da história da inserção da Álgebra no currículo brasileiro penso que tenha esclarecido alguns problemas enfrentados no seu ensino hoje, pois a forma como houve a sua introdução e as suas modificações com o passar dos anos, sem reflexão alguma, já nos dava indícios de que teríamos problemas na sua aprendizagem.

Além de uma análise histórica, fiz também um estudo apoiada nas teorias de Vygotsky, por este trabalho se tratar de uma linguagem específica, que requer uma comunicação clara entre professor e aluno para que seu entendimento não seja ainda mais difícil, pois, de acordo com o autor a linguagem é fundamental para a construção do conhecimento, já que é através dela que são manifestadas situações que devam produzir um significado. É, também, através da linguagem que o professor faz as suas intervenções, com o objetivo de desacomodar, impulsionando à busca de respostas.

Ainda, dentro da linguagem, perpassei pela tradução da linguagem corrente para a linguagem algébrica. Essa tradução requer uma interpretação. Observei nos resultados da testagem que muitas vezes as dificuldades apresentadas pelos alunos na tradução de situações-problema para a linguagem formal, residem na interpretação. Não conseguindo formalizar as informações, o aluno não resolverá o problema.

Além da tradução da linguagem corrente para a linguagem algébrica, a resolução de um problema vai exigir que o aluno utilize os conhecimentos que fazem parte dos procedimentos algébricos. O estudo algébrico, que tem início na 6ª série do Ensino Fundamental, e aprofunda-se na 7ª série, constitui uma nova fase na aprendizagem do aluno. É nesse momento que o educando se depara com um cenário totalmente novo e algumas vezes contraditório aos procedimentos aritméticos aos quais estava acostumado. De acordo com essa idéia, Lins e Gimenez (2005, p.11) afirmam que "[...] a introdução da álgebra é o grande momento de corte na educação matemática escolar, e que a reação usual é deixar para depois, ao invés de antecipar essa introdução". Penso que, além do estudo algébrico ser iniciado já nas séries iniciais, devemos explorar as diferenças existentes entre esses dois campos matemáticos no que se refere aos procedimentos, assim como os diferentes significados de uma letra. Dessa forma podemos clarificar para o aluno essas diferenças, minimizando as dificuldades encontradas.

Na averiguação que fiz das dificuldades do ensino de Álgebra na visão dos professores, percebi que um fator que aparece em todas as falas é a falta de pré-requisitos. Nesta passagem entre Álgebra e Aritmética, quando existe a continuidade, procedimentos aritméticos que procedem no contexto algébrico, os alunos trazem consigo as dificuldades da Aritmética. Em minha percepção, quando estas dificuldades aparecem, tornando-se barreiras para o sucesso no estudo de outros tópicos matemáticos, é hora de rever essas dificuldades. Nestas entrevistas, um fator que me trouxe grande contentamento foi o fato de todas as professoras entrevistadas darem um destaque para um trabalho que produza significado, trazendo como contexto a Geometria.

Entendo que o professor precisa ter uma postura crítica e reflexiva para decidir o tipo de atividade e as intervenções mais adequadas para o estudo de Álgebra, sempre objetivando uma produção de significados, e não simplesmente a reprodução de um modelo. Pois o que não tem sentido acaba no esquecimento. Nesse sentido Alves (2003, p.24) ilustra a discussão quando afirma:

> Dentro de pouco tempo quase tudo aquilo que lhes foi aparentemente ensinado terá sido esquecido. Não por burrice. Mas por inteligência. O corpo não suporta carregar o peso de um conhecimento morto que ele não consegue integrar com a vida.

Essa é uma questão que requer reflexão, estudo individual ou coletivo, sendo capaz de mostrar que muitas vezes o uso apenas do livro didático pode ser limitador.

Quanto às questões feitas na entrevista com os alunos, no que se refere ao sentimento de estudar Matemática, Álgebra, e fazer representações algébricas, os alunos demonstraram uma simpatia e percebi nas respostas que o fato de não gostar está ligado ao fato de não compreender. Com relação às questões que se referiam à dificuldade da testagem, mais especificamente no bloco III, atividade que exigia um grau maior de abstração e em que a maioria da turma não obteve sucesso, a opinião dos alunos ficou dividida, e uma grande parte deles considerou-a fácil. Parece-me que não conseguiram entendê-la, interpretá-la.

Acredito que grande parte da dificuldade de interpretação está relacionada com o fato do aluno ter uma deficiência na linguagem escrita. Talvez falte propiciarmos um espaço para que nossos alunos expliquem as suas formas de raciocínio. Explicitando-as terão de organizar as idéias para que possam ser entendidos, desenvolvendo, assim, a linguagem. Malta (2002, p.216) ilumina essa discussão quando afirma que

> [...] o desenvolvimento da capacidade de expressão do próprio raciocínio promove o desenvolvimento da capacidade de compreensão matemática. O desenvolvimento da capacidade de expressão está acoplado ao desenvolvimento da capacidade de leitura[...].

Desta forma, a explicação contribuirá para a construção do conhecimento e ainda tornará a aula mais rica com essa troca de idéias.

Encerro esta pesquisa com as respostas para as minhas inquietações iniciais, mas com muitas outras questões que surgiram durante esta jornada, acreditando que deixo pontos a serem analisados, pois não acredito em receitas prontas e, sim, que devemos estar constantemente avaliando a nossa prática pedagógica.

REFERÊNCIAS

ALVES, Rubem. **A alegria de ensinar**. Campinas: Papirus, 2003.

ARAÚJO, Jussara de Loiola; BORBA, Marcelo de Cravalho. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. In: ARAÚJO, Jussara de Loiola; BORBA, Marcelo de Cravalho. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BAUMGART, John K. **Tópicos de História da Matemática para o Uso em Sala de Aula: Álgebra**. São Paulo: Atual, 1992.

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa e Educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BOOTH, Lesley R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. **As idéias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CASTRO, Mônica Rabelo de. Educação Algébrica e Resolução de problemas. Disponível em:<http://tvebrasil.com.br/salto/boletins2003/eda/index.htm>. Acesso em 23 maio 2007.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Matemática e Educação Matemática:** O problema da convergência. Palestra Proferidas em 1998. Disponível em: http://vello.sites.uol.com.br/palestras.htm. Acesso em 28 abr. 2006.

DANYLUK, Ocsana S. **Alfabetização Matemática:** o cotidiano da vida escolar. Caxias do Sul: EDUCS, 1993.

DIENES, Z. P. **Aprendizado Moderno Da Matemática**. Rio De Janeiro: ZAHAR EDITORES, 1974.

______. **O Poder da Matemática**. São Paulo:EPU; Brasília, INL, 1975.

DUMONT, Isidoro. **Álgebra Elementar**: para uso dos colégios, ginásios e aspirantes a todas as escolas superiores. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1938.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela e MIGUEL, Antônio. Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar. **Pró-Posições**, v. 4, n. 1(10), p. 78-91, mar. 1993.

FLICK, Uwe. **Uma introdução à pesquisa qualitativa**. Porto Alegre: Bookman, 2004.

HOUSE, Peggy A. Álgebra: Idéias e questões. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. **As idéias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

KLÜSENER, Renita. Ler, Escrever e Compreender a Matemática, ao Invés de Tropeçar nos Símbolos. In: NEVES, Iara et al. **Ler e Escrever:** Compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: Editora da Universidade, 2001. p. 177 – 191.

LA ROSA, Jorge de. **Psicologia e Educação:** O significado de aprender. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2006.

LINS, Rômulo Campos e GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética a álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

LOCHHEAD, Jack; MESTRE, José P.. Das Palavras à Álgebra: corrigindo concepções erradas. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. **As idéias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

LÜDKE, M.; André, M. E. D. **Pesquisa em Educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MALTA, Iaci. Sobre um Método não Tradicional para Aprender Cálculo. In: CARVALHO, L. M.; GUIMARÃES, L. C. (org.). **História e Tecnologia no Ensino de Matemática**, vol 1. Rio de Janeiro: IME - UERJ, 2002.

______. Linguagem, leitura e matemática. In: CURY, Helena Noronha (org.). **Disciplinas Matemáticas em Cursos Superiores**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004.

MIGUEL, Antônio; FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. Álgebra ou Geometria: Para onde Pende o Pêndulo? **Pró-Posições**, v. 3, n. 1(7), p. 39 – 54, mar. 1992.

MINIDICIONÁRIO Luft. São Paulo: Ática, 2000.

MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antônio; FIORENTINI, Dario. Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro. **Zetetiké**, São Paulo, ano 1, n. 1, p. (19 – 39), 1993.

MORAES, Roque. **Da noite ao dia**: tomada de consciência de pressupostos assumidos dentro das pesquisas sociais. (s.d.). Disponível em: <http://br.groups.yahoo.com>. Acesso em: 10 abr. 2006.

MOYSÉS, Lucia. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática.** Campinas, SP: Papirus, 2006.

OLIVEIRA, Ana Teresa de C. C. Reflexões sobre a aprendizagem da álgebra. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo: SBEM, ano 9, n. 12, p. (35 – 39), jun. 2002.

ONUCHIC, I.; ALLEVATO, N. S. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (orgs.). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. (213 – 231).

PINTO, Renata Anastácio; FIORENTINI, Dario. Cenas de uma aula de Álgebra: Produzindo e negociando significados para a "coisa". **Zetetiké**. Campinas, SP: UNICAMP, 1997, p. (45 – 72).

PONTE, João Pedro. **Números e álgebra no currículo escolar**:. Disponível em: < http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/05-Ponte(Caminha).rtf > Acesso em: 26 nov. 2006.

SCHOEN, Harold L. A resolução de problemas em álgebra. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. **As idéias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

SCHWANTES, Vilson. Uma Reflexão Sobre O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico Discente no Ensino Fundamental. In: SANTIAGO, Anna Rosa Fontella (org.). **Educação Nas Ciências:** Pesquisas discentes 2003. Ijuí: Editora Ijuí, 2004. p.497-518 .

TELLES, Rosinalda Aurora de Mello. A Aritmética e a álgebra na matemática escolar. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo: SBEM, ano 11, n. 16, p. 8 -15, maio 2004a.

______ A Relação Entre a Aritmética e a Álgebra na Matemática Escolar: a Influência da Compreensão das Propriedades da Igualdade e o Conceito de Operações Inversas na Resolução de Equações Polinomiais do 1º Grau. **Anais VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Recife, jul. 2004b. CD-ROM

USISKIN, Zalman. O Que É Álgebra da Escola Média? In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. **As idéias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

VALENTE, Wagner. Educação Matemática e Política: a escolarização do conceito de função no Brasil. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo: SBEM, ano 9, n.12, p. 16 – 20, jun. 2002.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

ZUFFI, Edna; Pacca, Jesuína. Sobre Funções e a Linguagem Matemática de Professores do Ensino Médio. **ZETETIKÉ –** CEPEM – FE/ UNICAMP – v.8, n.13/14, p.7-26, jan./dez. 2000.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Atividade de Pesquisa 1

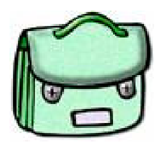
Prezado Aluno:

Esta atividade faz parte do trabalho de pesquisa que estou realizando no curso de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática da PUCRS com o objetivo de compreender as dificuldades encontradas na aprendizagem de Álgebra. Com base nisso, conto com a sua colaboração e agradeço desde já sua atenção.

Katia Henn Gil

Observe as figuras abaixo e o símbolo que representa cada uma delas e faça o que se pede:

g

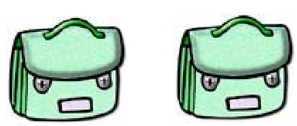


d

a

1) Represente simbolicamente cada uma das situações abaixo.

2) Escreva estas representações na forma reduzida, se possível.

a) 

b) 

c) 

APÊNDICE B – Atividade de Pesquisa 2

Prezado Aluno:

Esta atividade faz parte do trabalho de pesquisa que estou realizando no curso de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática da PUCRS com o objetivo de compreender as dificuldades encontradas na aprendizagem de Álgebra. Com base nisso, conto com a sua colaboração e agradeço desde já sua atenção.

Katia Henn Gil

Nome ____

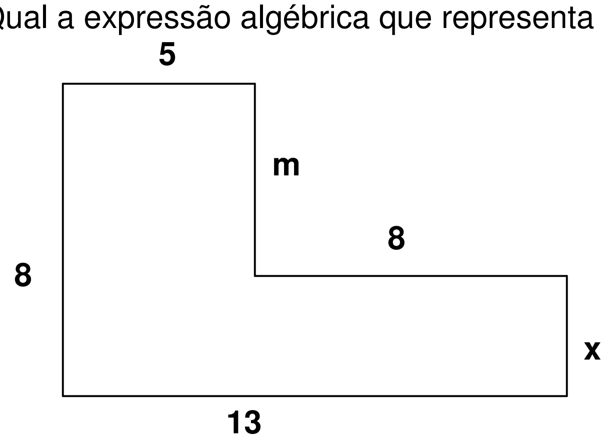
1- Represente simbolicamente cada uma das situações abaixo:

a) Simoni comprou duas calças neste fim de semana.

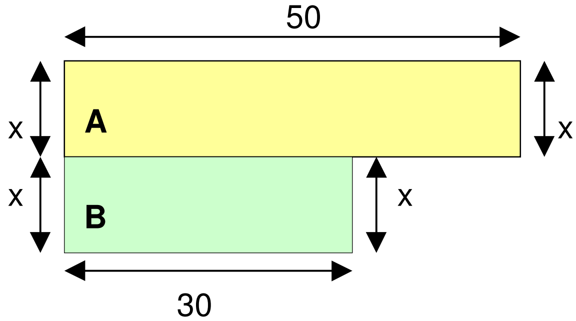
b) Fábio comprou três calças e duas camisetas.

c) A compra de Fábio mais a compra de Simoni.

2- Qual a expressão algébrica que representa o perímetro desta figura?



2- Um terreno no qual estão indicadas as medidas dos seus lados tem a forma da figura abaixo[14]:



Como você pode observar, o terreno está dividido em dois lotes retangulares **A** e **B**.
Qual a expressão algébrica que representa:

b) a área do lote A?

c) a área do lote B?

d) a área total do terreno?

[14] Atividade adaptada de Giovanni e Giovanni Júnior, 7ª série (2005, p.174)

APÊNDICE C – Atividade de Pesquisa 3

Prezado Aluno:

Esta atividade faz parte do trabalho de pesquisa que estou realizando no curso de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática da PUCRS com o objetivo de compreender as dificuldades encontradas na aprendizagem de Álgebra. Com base nisso, conto com a sua colaboração e agradeço desde já sua atenção.

Katia Henn Gil

Observe a seqüência de triângulos[15].

Complete a tabela com os dados referentes a esta seqüência:

Número de triângulos	1	2	3	4	5	**n**
Quantidade de Palitos	3					

Quantos palitos seriam necessários para fazer 10 triângulos?

[15] Atividade adaptada de Imenes e Lellis, 6ª série (2002, p.195)

APÊNDICE D – Roteiro das entrevistas
Entrevista com aluno

1- Você gosta de estudar Matemática?
( ) gosto muito ( ) gosto ( ) mais ou menos ( )nem um pouco
Por quê?

2- Estudar Álgebra é
( ) legal ( ) chato ( )difícil ( ) não serve para nada
Por quê?

3- Representar algebricamente uma situação, você considera
( ) legal ( ) chato ( )difícil ( ) não serve para nada

4- Você acha que a Álgebra é útil no dia-a-dia?
( )muito ( )sim ( ) mais ou menos ( ) nem um pouco
Por quê? ____
____

5- Após ter realizado as atividades propostas, marque com um x o valor que expressa o seu grau de dificuldade:
1 para muito fácil;
2 para fácil;
3 para médio;
4 para difícil e
5 para muito difícil.

	Questão	1	2	3	4	5
Bloco I						
Bloco II	1					
	2					
	3					
Bloco III						

6- As primeiras explicações da professora são suficientes para que entenda o conteúdo de Álgebra, ou você tem necessidade que ela explique mais vezes para que você resolver os exercícios?

Caso tenha respondido que necessita de mais explicações, responda:
6.1 Sempre que você tem dúvidas pergunta para a professora? Pede que ela explique novamente?

Entrevista com professor

1-Você gosta de trabalhar com a 7ª série? Por quê?

2- Você gosta de ensinar Álgebra? Por quê?

3- Como faz para iniciar um novo tópico dentro do ensino de Álgebra?

4- Quando inicia um novo tópico dentro do ensino de Álgebra, dá exemplos do cotidiano?

5- No estudo de Álgebra quais as maiores dificuldades percebidas?

6- No seu ponto de vista, qual ou quais as causas para estas dificuldades?

7- Na sua opinião, o que pode ser feito para que o aprendizado de Álgebra se torne mais fácil?