FACULDADE DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

JORGE VILAIR DOS SANTOS OLIVEIRA

INVESTIGAÇÃO DO RECURSO PLANILHA COMO INSTRUMENTO DE MEDIAÇÃO NO ENSINO DE FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO PARA ALUNOS COM DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

Porto Alegre
2009

JORGE VILAIR DOS SANTOS OLIVEIRA

INVESTIGAÇÃO DO RECURSO PLANILHA COMO INSTRUMENTO DE MEDIAÇÃO NO ENSINO DE FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO PARA ALUNOS COM DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Orientador: Dr. Lorí Viali

PORTO ALEGRE

2009

O48i Oliveira, Jorge Vilair dos Santos

Investigação do recurso planilha como instrumento de mediação no ensino de funções no ensino médio para alunos com dificuldades de aprendizagem / Jorge Vilair dos Santos Oliveira. – Porto Alegre, 2009.

131 f.

Diss. (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, PUCRS.

Orientador: Prof. Dr. Lorí Viali.

1. Matemática – Ensino Médio. 2. Aprendizagem. 3. Informática na Educação. 4. Métodos e Técnicas de Ensino. 5. Planilhas Eletrônicas (Computação). I. Viali, Lorí. II. Título.

CDD 371.39445
510.7

JORGE VILAIR DOS SANTOS OLIVEIRA

INVESTIGAÇÃO DO RECURSO PLANILHA COMO INSTRUMENTO DE MEDIAÇÃO NO ENSINO DE FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO PARA ALUNOS COM DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovado em 27 de março de 2009, pela Banca Examinadora.

BANCA EXAMINADORA:

Dr. Lorí Viali (Orientador - PUCRS)

Dr. Guilherme Luís Roehe Vaccaro (UNISINOS)

Sayonara S Costa

Dra. Sayonara Salvador Cabral da Costa (PUCRS)

Agradecimentos

A Deus, pelo dom da vida, pelas pessoas e pelo aprendizado que elas proporcionam;

Ao Professor Dr. Lorí Viali, pelo auxílio, orientação e providencial colaboração que tornaram possível a concretização deste trabalho;

Aos professores que participaram do exame deste trabalho, desde sua qualificação até a contribuição para conclusão: professora Dra. Sayonara Salvador Cabral da Costa e Prof. Dr. Guilherme Luís Roehe Vaccaro;

A cada professor com quem cursei as disciplinas do Programa, pelas contribuições certamente essenciais para a elaboração deste trabalho;

À Coordenação e Secretaria do curso, pela gentileza e empenho no pronto atendimento às solicitações;

À equipe diretiva do CEFET-RR, pela liberação, e aos colegas professores, pela colaboração durante este período, tornando possível minha permanência no curso e a conclusão desta dissertação de Mestrado.

À equipe diretiva da Unidade do CEFET-RS em Sapucaia do Sul, pela receptividade e apoio;

Ao Professor José Augusto Freire Fogaça e aos alunos da turma 1A, que tornaram possível o desenvolvimento da pesquisa de campo;

Às pessoas que têm lugar especial em minha vida: os pais, em memória, Basílio de Oliveira e Elisa Zeneida dos Santos Oliveira; a esposa Luzia e as filhas, Soraia, Melissa e Yamile, que me ajudaram a vencer mais esta etapa;

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES/PICDT), pela bolsa de Mestrado.

Assim como os instrumentos de trabalho mudam historicamente, os instrumentos do pensamento também se transformam historicamente. E assim como novos instrumentos de trabalho dão origem a novas estruturas sociais, novos instrumentos do pensamento dão origem a novas estruturas mentais.

Edvard E. Berg

RESUMO

Este trabalho investiga a aprendizagem em matemática, com foco no conceito de função, em turmas do 1º ano do Ensino Médio, utilizando-se do recurso planilha. Tem-se como objetivo investigar contribuições do uso de planilhas na construção do conceito de função. Investigam-se também a presença de estímulos que possam proporcionar melhor desempenho na aprendizagem de matemática com o uso da planilha e a socialização das informações no ambiente do laboratório. Para tanto, são criados vários instrumentos, como as atividades desenvolvidas na forma de um roteiro, inicialmente trabalhadas com lápis e papel e, posteriormente, na planilha. Realizou-se uma revisão da literatura do Ensino de Matemática e, especialmente, da evolução histórica do conceito de função, da Informática na Educação e da utilização da planilha. Em uma dinâmica interativa, buscaram-se recursos didáticos inovadores em uma visão de ensino e aprendizagem, sob uma configuração socioconstrutivista, desenvolvendo-se estratégias coerentes com essa perspectiva. Através das contribuições da teoria do desenvolvimento de Vygotsky, são trabalhados os componentes aluno-aluno, aluno-professor e aluno-professor-computador, tendo-se a planilha como instrumento de mediação e de auxílio na construção do conhecimento matemático em um meio socio-histórico-cultural. Nessa prática, a relevância é determinada por composição interativa entre professor, alunos, ambiente computacional e sistemas de signos, favorecendo a aprendizagem, o desenvolvimento de competências e as relações sociais. Constatou-se relevância no uso da planilha como instrumento de auxílio no ensino de funções, demonstrando-se ser esse um recurso viável, que apresenta aceitabilidade entre os educandos e que fortalece a interação grupal.

Palavras-chave: Aprendizagem. Matemática. Ensino com a planilha. Teoria sociointeracionista.

ABSTRACT

This work has investigated Mathematics learning, focusing on the concept of function, in High School first-grade groups using the spreadsheet resource. It aims at investigating contributions of the use of spreadsheets towards the construction of the concept of function. The presence of stimuli that favor a better performance in Mathematics learning with the use of spreadsheet, and the socialization of information in the laboratory environment have also been approached. To this end, several tools have been devised, such as activities developed as a script, initially worked on with the use of paper and pencil and later with the application of the spreadsheet. A review of literature of Mathematics teaching has been carried out, with special attention to the historical evolution of the function concept, informatics in education, and spreadsheet use. In an interactive dynamics, innovative didactical resources have been sought, according to a perspective of teaching and learning in a social-constructivist configuration, developing strategies that are coherent with that perspective. Grounded on contributions of Vygotsky's theory of development, the following components have been considered: student – student, student – teacher, and student – teacher – computer, regarding the spreadsheet as both mediation and an aid tool in the construction of mathematical knowledge in a social-historical-cultural environment. In this practice, relevance has been determined by an interactive composition of teacher, students, computational environment, and sign systems, thus enabling learning, the development of competences, and social relationships. The use of spreadsheet as an aid to teach functions has proved its relevance as a viable resource that is accepted by students and strengthens group interaction.

Key Words: Learning. Mathematics. Teaching with the use of spreadsheet. Social-interactionist theory.

SUMÁRIO

ÍNDICE DAS TABELAS

ÍNDICE DAS FIGURAS

ÍNDICE DOS APÊNDICES

ÍNDICE DOS ANEXOS

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho investiga a aprendizagem em matemática, com foco no conceito de função, em uma turma do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública federal. O recurso planilha foi integrado a uma metodologia fundamentada na teoria socio-histórica de Vygotsky, utilizando-se o tema norteador: *Investigação do Recurso Planilha como Instrumento de Mediação no Ensino de Funções no Ensino Médio para Alunos com Dificuldades de Aprendizagem.*

Dispondo-se de um ambiente rico para promover a mediação entre os sujeitos, estimulamos a investigação e a construção de conceitos e significados constitutivos de uma função, com relevância determinada por composição interativa entre professor, alunos, ambiente computacional e sistema de signos, favorecendo as relações sociais. Verificamos, inicialmente, a aprendizagem dos alunos adquirida em estudos anteriores, com a aplicação de uma avaliação diagnóstica e, por último, com uma avaliação final; todo o processo desenvolvido foi acompanhado por avaliação formativa.

Inicialmente, no desenvolvimento das atividades, apresentamos alguns recursos básicos da planilha e conceitos fundamentais para sua utilização. Em uma dinâmica interativa, buscou-se desenvolver o procedimento de transladar expressões da matemática para o Excel; construíram-se domínio, imagem e a lei de formação desta relação para observação e análise de seu comportamento, como crescimento, decrescimento, zeros da função, simetria, ponto de máximo e de mínimo.

Criamos e desenvolvemos todo o material didático-pedagógico, apresentado aos alunos na forma de um roteiro com as orientações a serem desenvolvidas, em papel digitado. Exploramos situações-problema, modelando-as em veículo tradicional (lápis e papel) para, posteriormente, propor a investigação em veículo informatizado (planilha). Com isso, proporcionamos tratamento progressivo de dificuldades e variabilidade ao estabelecer relações entre situações práticas e o conceito de função, bem como propiciamos a interação entre os grupos. Ao serem detectadas dificuldades nas atividades desenvolvidas através de situações-problema, estas eram remodeladas e reapresentadas com nova roupagem, explorando-se inicialmente a atividade com lápis e papel e, posteriormente, trabalhando-se com a planilha.

Esperamos, com esta proposta, proporcionar meios alternativos que possam contribuir com a aprendizagem em matemática e, assim, mudar as concepções dos alunos acerca dessa disciplina como sendo altamente reprovativa, de difícil entendimento dos conteúdos e, portanto, destinada a poucos.

1.1. Origem da idéia e relação com o histórico do autor

Durante o ano de 2004, em turmas do 3º ano do Ensino Médio, sentimos a necessidade de propiciar aos alunos um meio acessível que disponibilizasse o contato com o conteúdo visto em sala de aula em horários extraclasse, permitindo uma retomada dos exercícios de matemática resolvidos. Esse acesso aos exercícios deveria ser cativante, possibilitando uma releitura dos conceitos e técnicas que haviam sido utilizados em sala de aula na resolução de exercícios, no ritmo do próprio aluno e a sua disposição no momento em que desejasse, auxiliando-o na construção de seu conhecimento. Tal projeto foi baseado em um anterior, em que fitas VHS com gravações das correções dos exercícios foram disponibilizadas aos alunos. Com a aquisição de PCs mais robustos e dotados de *hardware* necessário a um empreendimento mais moderno, foi abandonado o modelo de gravação, investindo-se na utilização de computador e CD.

Juntando-se a experiência da gravação das fitas VHS, a afinidade pela informática e pela matemática e a necessidade de inovar na busca de alternativas que ajudassem os alunos com dificuldades na compreensão dos conteúdos de matemática, surgiu o projeto de gravação de CD. Para facilitar o acesso aos exercícios, os CDs gravados eram autoexecutáveis e organizados de maneira que fosse possível, de forma simples, qualquer aluno encontrar o exercício desejado, sem que para isso necessitasse de algum pré-requisito em informática.

Esboçamos o esquema do CD e partimos para sua criação, sem a preocupação de um planejamento sistemático. Isso fez com que houvesse readaptação em vários momentos, o que, felizmente, conseguimos superar de maneira satisfatória. Foram criados dois instrumentos de trabalho: apostila de matemática e o próprio CD, ambos sendo desenvolvidos ao longo do ano letivo. Em vários momentos, houve atropelo no desenvolvimento do trabalho, pois o material gravado deveria estar sempre adiantado em relação ao conteúdo ministrado em sala de aula. O trabalho desenvolvia-se aos sábados, domingos, feriados e praticamente em todos os dias da semana em que houvesse horário disponível. Assim, realizava-se gravações em CDs, que eram distribuídos aos alunos com atualizações periódicas, conforme as páginas eram criadas e à medida que os exercícios iam sendo desenvolvidos. Para facilitar o acesso, os exercícios eram organizados pelo número da página da apostila e depois por assunto; por exemplo, os exercícios de uma mesma página, ainda que pertencessem a assuntos distintos, seriam enumerados em uma sequência em ordem crescente, permitindo fácil localização de determinada página e, posteriormente, de um exercício específico no CD.

Depois da idéia da resolução dos exercícios, começamos a incorporar ao CD planilhas do Excel de vários assuntos da matemática, com o objetivo de auxiliar no cálculo e na comprovação dos resultados encontrados pelos alunos na resolução dos exercícios. Por exemplo, para encontrar o coeficiente angular de uma determinada reta ou de dadas três retas, r, s e t, através de suas equações, o programa classificava-as como concorrentes, paralelas ou coincidentes e, no caso de serem paralelas, fornecia a distância entre elas. Foram incorporadas planilhas praticamente de toda a geometria analítica (reta, circunferência e cônicas), números complexos e um pouco de polinômios.

Constatou-se que a simples utilização de uma planilha como meio de comparar resultados, embora ajudasse, não conferia uma aprendizagem eficaz, pois o educando recebia tudo pronto, cabendo-lhe apenas a repetição exaustiva dos exercícios. Avançando-se nessa proposta, tendo-se como horizonte o aprofundamento das relações entre tecnologia e educação, especialmente no uso de planilhas para construção do conhecimento pelo educando, de forma a permitir processos mais eficazes e novas maneiras de promover a produção do saber matemático, propusemo-nos a investigar a eficácia da utilização de planilha como instrumento na construção do conhecimento no ensino de matemática. Essas reflexões coadunam-se com as de Pinheiro, Silveira e Bazzo (2007, p. 77), que ressalta:

> Dessa forma, aluno e professor reconstroem a estrutura do conhecimento. Em nível de prática pedagógica, isso significa romper com a concepção tradicional que predomina na escola e promover uma nova forma de entender a produção do saber. É desmistificar o espírito da neutralidade da ciência e da tecnologia e encarar a responsabilidade política das mesmas. Isso supera a mera repetição do ensino das leis que regem o fenômeno e possibilita refletir sobre o uso político e social que se faz desse saber. Os alunos recebem subsídios para questionar, desenvolver a imaginação e a fantasia, abandonando o estado de subserviência diante do professor e do conhecimento apresentado em sala de aula.

1.2. Direcionamento do estudo

Na prática docente como professor de matemática, após alguns anos, inicialmente ministrando aulas da 6ª à 8ª série, Ensino Médio (EM) e pós-médio, constatou-se que os alunos encontravam dificuldades em vários tópicos. Porém, um tópico destacava-se por sua relevância, tanto no EM quanto no Ensino Superior (ES): o conceito de função.

Encontramos profundas deficiências nesse tema entre alunos do EM e pós-médio. Por exemplo, no início do ano letivo de 2004, ao aplicarmos um teste-sondagem em uma turma do 4ª ano do EM (pós-médio), detectamos alunos que, quando solicitados a construir o gráfico de uma função do 1º grau, esboçavam uma linha curva qualquer; ao solicitar-se um gráfico de uma função do 2º grau, traçavam um segmento de reta.

Essas representações possivelmente demonstram ausência de conhecimentos necessários às representações gráficas, como: (a) números reais (especialmente a disjunção e distinção entre racionais e irracionais); (b) conceito de variável, domínio e imagem; (c) conceito e tipos de relações; (d) coordenadas cartesianas e os correspondentes pontos dos eixos perpendiculares associados aos números reais e sua localização; (e) existência da relação biunívoca entre pontos do plano e pares ordenados correspondentes. Retamal (1998, p.16) assim se refere ao constatar deficiências na aprendizagem em matemática:

> En general, las respuestas analizadas muestran deficiencias conceptuales y falta de coordinación entre los registros algebraico, gráfico y lenguaje natural. Esto es una posible consecuencia de la enseñanza recibida por esos estudiantes. También se detecto la dificultad para relacionar; los estudiantes están poco familiarizados en las funciones de coordinar la lectura de un hecho expresado en un registro determinado y en la expresión o formulación en lenguaje natural y, a la inversa, expresar un enunciado dado en lenguaje natural en términos de otro registro, y por supuesto los traslados del registro gráfico al algebraico. La preparación es insuficiente en este tipo de tareas; estas traducciones y traslados requieren aprendizaje, como ya se ha mencionado; no surgen como acciones espontáneas del sujeto.

Essas deficiências foram verificadas naquela turma e em outras, através de constatação própria, do relato de professores sobre as dificuldades apresentadas em matemática nos semestres iniciais em curso superior e de pesquisas, como as do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) e INAF (Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional).

Segundo estudo do IBGE, que apresenta uma síntese de indicadores sociais de 2008, das crianças de 8 a 14 anos de idade, 1,3 milhão não sabe ler e escrever, apesar de 1,1 milhão dessas crianças frequentar a escola. A taxa de analfabetismo funcional[1] é um indicador que considera a faixa etária de 15 anos ou mais de idade, com menos de quatro anos completos de estudos. De acordo com o IBGE (2008), essa taxa era de 21,7% em 2007, correspondendo ao percentual da população (aproximadamente 30 milhões de pessoas) que não concluiu o Ensino Fundamental.

Outro importante indicador, fornecido pelo Instituto Paulo Montenegro, em parceria com a ONG Ação Educativa, é a criação e execução do Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional – INAF. Distinguindo-se de outros indicadores, o INAF abrange, com suas pesquisas, todo o território nacional, incluindo alunos que estejam ou não matriculados em uma escola, na faixa dos 15 aos 64 anos de idade; o foco da pesquisa está na investigação das habilidades de leitura e escrita e de matemática.

Conforme o INAF (2007), esse indicador, em relação àqueles que precederam o do ano de 2007, estabelece algumas mudanças principais. Enquanto os indicadores de anos anteriores a 2007 buscavam informações de dois em dois anos, sendo alternadamente um ano para as habilidades de leitura e escrita e outro para as de matemática, o indicador 2006, publicado em 2007, ajusta as duas habilidades em escala única de alfabetismo (alfabetismo funcional propriamente dito), medindo e condensando as habilidades de leitura, escrita e matemática. Essas alterações, que darão mais consistência e credibilidade às pesquisas, são devidas à Teoria da Resposta ao Item (TRI)[2].

Para a avaliação das habilidades matemáticas, são estabelecidos diferentes níveis de dificuldades (Anexo A – Níveis de alfabetismo: INAF / BRASIL 2007), desde a leitura e identificação de números simples até tarefas mais complexas que exijam maior grau de elaboração e análise. São considerados os seguintes níveis: Analfabetismo, Alfabetismo nível rudimentar, Alfabetismo nível básico e Alfabetismo nível pleno. Da aglutinação dos dois primeiros, surge o grupo dos analfabetos funcionais, e, dos dois últimos, os funcionalmente alfabetizados.

---

[1] Indicador criado pela UNESCO e utilizado para avaliar o nível educacional.

[2] [...] TRI – Teoria da Resposta ao Item, uma técnica estatística que propõe modelos teóricos que representam o comportamento das respostas atribuídas a cada uma das questões como uma função da habilidade do indivíduo. Em outras palavras, cada questão do teste tem seu grau de dificuldade definido *a priori*, e a pontuação (proficiência) de cada indivíduo respondente varia de acordo com o grau de dificuldade das questões que foi capaz de responder corretamente (INAF, 2007, p.5).

Tabela 1: INAF / Brasil (2001-2007)

	% de 1ª a 4ª série	% de 5ª a 8ª série	% Ensino Médio	% Ensino Superior ou mais	% Total Brasil (com alguma escolaridade)	% Total Brasil (inclui pessoas sem escolaridade)
Analfabeto	12	1	0	0	4	11
Rudimentar	52	26	8	2	26	26
Básico	31	53	45	24	41	37
Pleno	5	20	47	74	29	26
Analfabetos Funcionais	64	27	8	2	30	37
Funcionalmente Alfabetizados	36	73	92	98	70	63

Fonte: INAF / Brasil 2007 – Adaptado.

Segundo o INAF (2007), a maioria dos brasileiros (64%) que estudaram até a 4ª série é declarada como analfabeta funcional (analfabetos, mais alfabetizados rudimentares); destes, 18,8% compõem-se de analfabetos absolutos. Os constituintes do grupo de analfabetos funcionais conseguem, no máximo, abranger a compreensão para a localização de informações em textos curtos ou realizar operações matemáticas simples.

Constata-se (Tabela 1) que, do grupo que compõe o Ensino Fundamental (5ª a 8ª série), 26% estão situados no nível rudimentar, com restritas limitações de leitura, escrita e cálculos simples. A maioria (53%) pertence ao nível básico, considerado funcionalmente alfabetizado, mas apresenta reduzida capacidade operatória diante de novos obstáculos que ofereçam maior dificuldade ou embaraço ao envolverem maior número de elementos operatórios, acréscimo de novas fases ou relações. Apresentam, conforme o INAF (2007), essas mesmas características (alfabetismo básico) 45% dos alunos que frequentam o Ensino Médio, sendo que 8% dos pesquisados permanecem no nível rudimentar[3].

Conforme a Tabela INAF / BRASIL – Alfabetismo por regiões (Anexo B), os dados têm indicado crescentes avanços, com a redução da proporção da população nos níveis analfabetismo e alfabetismo rudimentar na faixa etária e período pesquisado. No entanto, o nível básico e pleno está mais relutante em ceder às ações implementadas, incidindo no básico o maior crescimento proporcional da população contida nos níveis pesquisados, evidenciando-se aumentos (40% em 2007) da proporção de brasileiros que não atingem o nível pleno de alfabetização.

[3] Capacidade de realizar operações simples, como o manejo de pequenas quantias em dinheiro para pagamento ou medições utilizando fita métrica.

As relações matemáticas como noção básica ao desenvolvimento de outros conceitos e como solução de problemas no cotidiano mostram-nos que a matemática não é justaposição de conhecimento, conforme é a crença de alguns professores. De acordo com Gomes (1998), esses educadores têm como preceito a cultura do pré-requisito ancorada na justificativa da não-aprendizagem. Nessa práxis, a justificativa frequentemente utilizada que explica a reprovação é a ausência de domínio de conteúdos; como consequência, a aprendizagem matemática só acontece, como é apontado por boa parte dos professores, diante da superação dos pré-requisitos.

Nas operações fundamentais, em termos de pré-requisitos, Gomes (1998) relata a concepção de professores que admitem serem a adição e a subtração precedentes à multiplicação, e esta, à divisão; a memorização da tabuada precede a multiplicação, e esta, a noção de área. O ensino em matemática não obedece necessariamente a uma linha sequencial rigorosa que, em hipótese alguma, pode ser ignorada. Assim, após alguns momentos de divagações sobre a divisão e a utilização de uma planilha como meio de investigação subtrativa, ocorreu-nos a possibilidade original: para efetuar a divisão de 22 por 9, podemos optar por subtrair: 22 – 9 – 9 – 9 = – 5, quociente 2 e resto 4. O quociente e o resto foram encontrados da seguinte forma:

a) como foram utilizados três noves até encontrar o primeiro resultado negativo (utilizando 22 – 9 – 9, o resultado é positivo), o quociente é 3 – 1 = 2 (três noves que foram usados e um valor negativo “– 5”. Caso usássemos dois valores negativos, como em 22 – 9 – 9 – 9 – 9 = – 14, teríamos 4 – 2 = 2; quatro noves que foram usados, obtendo-se dois valores negativos “–5” e “–14”);

b) como a divisão não é exata, o resto igual a 4 na divisão pode ser encontrado ao somar-se o primeiro resultado negativo ao divisor: – 5 + 9 = 4 ao usarmos três noves; –14 + 2(9) = 4, quando usarmos quatro noves e assim sucessivamente.

Evidentemente, seria mais lógico encontrar o resto ao subtrair 18 de 22, assim como utilizar, nesse exemplo, apenas dois noves, ao invés de três. Podemos assim proceder: 22 – 9 – 9 = 22 – 18 = 4. Como foram utilizados dois noves (e não há resultado negativo), o quociente da divisão é 2, e o resto é 4. Optamos por mostrar aquela operação, embora didaticamente mais complexa, como forma de enriquecimento e exploração de possibilidades. Mostramos também que a operação de divisão, embora inversa da multiplicação, não a sucede, conforme o ensino difundido na escola fundamental.

Entretanto, o processo exposto acima, ensinado da forma tradicional, além de complexo, não é significativo para o aluno, pois não partiu dele a conjectura de possibilidades para a divisão. Mas, ao ser desafiado a investigar e induzido às suas próprias descobertas, com motivação suficiente, o aluno não só poderá chegar às mesmas conclusões, como também poderá superá-las em complexidade e profundidade.

Demo (1998) estabelece paralelo em *O Mundo de Sofia* como ambiente favorável às "habilidades básicas de saber pensar", onde, em Cenário I, o autor diz:

> Torna-se clara a posição maiêutica desse tipo de professor, cuja função principal não seria, jamais, substituir, simplificar, facilitar, banalizar a aprendizagem do aluno, mas torná-la viável e tanto mais profunda e qualitativa. Instiga, motiva, desafia, inquieta, instabiliza... Não dá nada pronto. Ao contrário, após cada vitória, arma desafios ainda maiores e mais complexos (DEMO, 1998, p.35).

Diante dessas constatações, para o entendimento de aspectos do meio em que estamos inseridos e da afinidade deste autor pelo tópico, resolvemos averiguar com maiores detalhes a evolução histórica e suas barreiras epistemológicas (entendemos barreiras epistemológicas como a ausência de encadeamento de conexão entre conceitos, em que a ausência do entendimento de um conceito impede ou dificulta a apreensão de outro conceito concatenado), além de investigar e propor a inserção da planilha como ferramenta mediadora no ensino-aprendizagem de funções no ensino de matemática no EM, caminhando na contramão da zona de conforto. Para Vygotsky (1999, p. 72),

> A função do instrumento é servir como um condutor da influência humana sobre o objeto da atividade; ele é orientado externamente; deve necessariamente levar a mudanças nos objetos. Constitui um meio pelo qual a atividade humana externa é dirigida para o controle e domínio da natureza.

Assim, procedeu-se à investigação Matemática, visando ao ensino de funções em turmas do 1º ano do Ensino Médio, com foco na compreensão do significado desse e de outros conceitos correlatos, através do esquadrinhamento na planilha.

Através da análise dos resultados obtidos, esperávamos confirmar resultados significativos na aprendizagem dos alunos com o uso da planilha e entender os não-confirmados, constituindo-se em fundamentos dos pressupostos da transformação articulada teoria/prática, necessária a uma receptiva compreensão de nossa práxis.

Nessa perspectiva, buscamos caminhos alternativos, fundamentados em teorias que privilegiassem o ensinar-aprender Matemática, proporcionando maior interação e participação ativa dos alunos para que “[...] mais gente saiba Matemática e a saiba bem” (ONUCHIC e ALLEVATO, 2005, p. 213).

Com isso, esboça-se reação à postura que privilegia o método expositivo, valendo-se unicamente de exercícios de padrão repetitivo e raciocínios já prontos. Tal postura, muitas vezes, configura uma aprendizagem de memorização restrita ao seu momento, mecanizada e de utilidade vencida. Não há adesão, nesses casos, nem reconhecimento da aprendizagem colaborativa mediante o uso do computador como instrumento mediador na apropriação, significação e construção de conhecimento com maior proficuidade. Magalhães relata que o processo educacional,

> [...] presencial ou mediado por essas novas tecnologias, passa a adquirir dimensões que, se não são totalmente novas podem agora ser profundamente inovadoras. As relações educativas tornam-se pluridirecionadas e dinâmicas, possibilitando a todos os interessados interagir no próprio processo, rompendo com velhos modelos pedagógicos que só conhecem a comunicação unilateral que privilegia o emissor, ou seja, o professor onisciente e onipotente desconsiderando as peculiaridades do receptor, ou seja, do aluno. O velho receptor deixa de ser aquele que deve apenas aceitar ou não a mensagem proposta pelo professor para tornar-se sujeito da própria educação numa comunidade educacional interativa (MAGALHÃES, 2001, p.71).

Nesse contexto, o presente trabalho encaminha-se para o ensino de função com a utilização de recursos tecnológicos, tendo como referencial a teoria sociointeracionista de Vygotsky. Nessa prática, a relevância é determinada de forma interativa entre professor, alunos, ambiente computacional e sistemas de signos, proporcionando relações sociais, despertando a curiosidade, favorecendo a motivação e permitindo surgir o aprender a aprender. Portanto, conforme preceituam os PCNS, a aprendizagem ocorre “[...] na medida em que o professor proporcionar um ambiente de trabalho que estimule o aluno a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar idéias” (BRASIL, 1997, p.31).

1.3. Objetivos

Objetivo geral

Investigar contribuições do uso de planilha na construção do conceito de função, a partir da abordagem metodológica com base na teoria sociointeracionista de Vygotsky, aliada ao uso da planilha.

Objetivos específicos

- Pesquisar as contribuições do uso de planilhas na construção do conceito de função;

- Avaliar o aprendizado de funções com o uso de planilhas;

- Investigar estímulos que possam proporcionar melhor desempenho na aprendizagem de matemática com o uso da planilha;

- Proporcionar ambiente em laboratório de informática que possa promover a socialização da informação;

Questões de pesquisa

- Como o uso de planilha como instrumento mediador contribui para a aprendizagem na formação de conceitos em matemática?

- De que forma o uso de planilhas pode favorecer a aprendizagem dos alunos?

- De que forma a estrutura sintática própria das planilhas constitui obstáculo à aprendizagem dos alunos?

- De que forma o ambiente em laboratório de informática é relevante para a socialização da informação?

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1. Educação Matemática: percursos e trajetos

Conforme Onuchic e Allevato (2005), a Matemática tem desempenhado um papel central no desenvolvimento de nossa sociedade, sendo a aritmética e a geometria linguagens utilizadas desde a antiguidade. Considera-se como origem da matemática atual, conforme Lins (2005, p. 96), a matemática de Euclides[4] (330 – 275 a.C.), que, diferentemente da atual, é composta de definições, com "[...] descrições do que já é [...]", isto é, não há evidências de processos de elaboração mental com a preocupação de (e não poderia ser diferente, considerando que representa a base da matemática) construção de propriedades evidenciando as características dos objetos. Na matemática grega, nessa proximidade, desconhece-se a existência do zero e da unidade como constituintes de categorias numéricas, pois a determinação de utilidade da matemática elegia o número como "o resultado de se medir uma coleção de coisas com uma unidade, de modo que zero não é nada, e um – assim como metade de terço – não é número. Número são 2, 3, 4" (LINS, 2005, p. 96).

Portanto, conforme Onuchic e Allevato (2005) e Lins (2005), a principal finalidade inicial da matemática era resolver problemas do cotidiano, e não "ficar entendendo o que as coisas eram 'em sua essência'" (LINS, 2005, p. 97). Hoje, a matemática apresenta-se complexa e distanciada de sua finalidade inicial, com ramificações em inúmeros campos de atuação e auxílio a outras áreas do conhecimento, como a física e a informática. Discute-se hoje, porém, sobre sua relevância nas transformações sociais. Se, por um lado, o desenvolvimento proporcionado pela matemática intensifica a comodidade e o bem-estar, por outro, contribui para que se ultrapassem os limites do suportável, com a violência em todas as suas formas, como consequente efeito atrelado a essa evolução. Conforme D'Ambrósio (1994, p.443)[5], citado por Skovsmose (2005, p. 31),

> Nos últimos cem anos, temos presenciado enormes avanços no conhecimento da natureza e no desenvolvimento de novas tecnologias. (...) Apesar disso, este mesmo

---

[4] Euclides de Alexandria, geômetra grego que viveu no século III a.C.

[5] D'AMBRÓSIO, U. Cultural Framing of Mathematics Teaching and Learning. In BIEHLER, R.; SCHOLZ, R. W.; STRÄSSER, R. & WINKELMANN, B. (eds.). Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.

> século tem nos mostrado um comportamento humano abominável. Meios de destruição em massa nunca vistos, insegurança, novas doenças terríveis, fome injustificável, abuso de drogas e decadência moral são equiparados somente por uma destruição irreversível do meio ambiente. [...] A maioria dos meios para alcançar essas maravilhas e, também, esses horrores da ciência e da tecnologia tem a ver com os avanços na Matemática.

De acordo com D'Ambrósio (2004), o ensino em matemática somente obtém maior reconhecimento no sentido de sua essencialidade prática ao final do século XIX, quando John Dewey[6] (1859-1952), em 1895, no livro *Psicologia do número*, sugere integração das disciplinas e maior aproximação entre aluno e professor e propõe valorização à forma em detrimento do caráter formalístico. Em 1901, surgem conflitos entre matemáticos e educadores, conforme comentam D'Ambrósio (2004, p.71):

> "[...] o cientista John Perry diz ser imensamente importante considerar que a adoção de um método de ensino elementar deve satisfazer um jovem, entre mil, que gosta de raciocínio abstrato, mas que é igualmente importante que os demais não sejam prejudicados". Com essa afirmação, gerou-se uma crise que serviu para despertar o interesse de pesquisadores matemáticos de renome que passam a envolver-se com a educação, que irá mais tarde desencadear com reforma.

Em 1908, conforme D'Ambrósio (2004), novas ideias e eventos integram o avanço da educação matemática com o lançamento do livro *Matemática elementar de um ponto de vista avançado*, do matemático Félix Klein (1849-1925), e o surgimento da Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI), sob liderança de Klein, durante o Congresso Internacional de Matemáticos em Roma. O Congresso é marco inicial para a busca de espaço apropriado à educação matemática. No livro, surgem argumentos defensores da importância das bases psicológicas e dos processos psíquicos do aluno, bem como da acessibilidade ao conteúdo, como fatores preponderantes da motivação, despertando o interesse no educando e configurando uma proposta de maior aproximação professor-aluno.

Conforme Onuchic e Allevato (2005), o século XX foi o palco de vários movimentos de mudança na educação matemática mundial, impulsionados por acontecimentos na esfera dos debates e levados a efeito por várias transformações até os dias de hoje. De acordo com os autores, ensinar matemática de forma adequada e eficiente é um processo laboral intrincado, existindo múltiplas possibilidades para sua realização.

Inicialmente, acreditava-se (e ainda hoje há quem acredite) que a repetição exaustiva era o método mais adequado vinculado à aprendizagem matemática, valorizando-se em excesso um

---

[6] Filósofo e educador norte-americano, professor nas Universidades de Michigan, Chicago e Columbia, defensor da democracia e um dos educadores que mais têm influenciado o pensamento pedagógico brasileiro.

único aspecto: a memorização. Posteriormente, de acordo com Onuchic e Allevato (2005), deu-se ênfase à compreensão do tema exposto, salientando-se o entendimento de complexas fórmulas e a dedução de extensos teoremas como recursos ao entendimento do conteúdo e à sua respectiva fixação – não deu certo, isto é, é válido para poucos e insuficiente para muitos.

2.2. Descompasso entre o ensino e a aprendizagem

A partir da década de 1960 o Ensino de Matemática ganha impulso na direção de novas pesquisas e conquistas com a realização dos Encontros Internacionais de Educação Matemática e da atuação do ICMI (Comitê Internacional de Instrução Matemática). No Brasil, várias tentativas em melhorar a qualidade do ensino têm sido feitas nas últimas décadas. Na década de 1980, segundo Rosar (1995) e Stock (2004), o Centro Integrado de Educação Pública do Estado do Rio de Janeiro (CIEPs) surge como meta principal de melhorar a escolarização, aumentando a carga horária e retirando das ruas os menores infratores.

Segundo Stock (2004), programas como o EDURURAL (Programa de Expansão e Melhoria do Ensino Rural), o Ciclo Básico (CB), nos Estados de São Paulo, Minas Gerais e Rio de Janeiro, e o Programa de Formação Integral da Criança (PROFIC), entre outros, dividem opiniões e provocam polêmicas acerca de suas finalidades e resultados, apesar dos esforços direcionados na tentativa de aprimorar a aprendizagem, reduzir a evasão escolar e a repetência, aumentando a clientela escolar e, ao mesmo tempo, reduzindo o índice de analfabetismo e o número de menores afastados da escola. O EDURURAL, custeado em parte pelo Banco Mundial, surge como uma tentativa do Governo Federal para ampliar o número de escolas e melhorar o ensino rural nos Estados da Região Nordeste. Vale ressaltar, conforme Stock (2004), que a Universidade Federal do Ceará e a Fundação Carlos Chagas, mediante avaliações, mostram que esse programa não alcançou as metas estabelecidas.

A escola sinaliza com vagar aos anseios educacionais quando confrontada com as exigências atuais. A modernização econômica, o fortalecimento dos direitos da cidadania e a disseminação tecnológica, subprodutos parciais da globalização, exigem adequação a uma educação expressa através da escola, que pouco sinaliza para uma adaptação mais coerente com essas exigências. Um exemplo disso, entre muitos outros, é o retardo no avançar das modificações necessárias na estrutura mantida para a formação de professores, principalmente para a educação básica.

Para Mello (2000), os professores, quando ingressam no ensino superior, fazem-no com a perspectiva de serem biólogos, geógrafos, matemáticos, sem pretensão e entusiasmo suficiente para serem “professores de...”. A autora cita, ainda, o fato de os maiores interesses de professores de instituições prestigiadas estarem mais direcionados para a pesquisa do que para o ensino em geral e que o setor privado tem maior demanda em relação ao setor público na formação de professores para a educação básica. Daí as afirmações de Perrenoud (2002, p.12), dizendo que “não é possível formar professores sem fazer escolhas ideológicas” e que a escolha e determinação do tipo de professor que queremos (ou precisamos) estão atreladas ao modelo de sociedade e de ser humano que sustentamos e apoiamos.

Nesse sentido, a disseminação do conhecimento através da escola pode servir tanto ao progresso alcançado nas transformações e revoluções tecnológicas quanto à redução das desigualdades sociais. Podemos inferir, com Miskulin, que:

> [...] a função da política educacional não pode constituir-se em proporcionar uma Educação que pressuponha um ensino que priorize indivíduos repetidores de conhecimento de outrem, indivíduos submissos e conformados com as desigualdades sociais, mas sim, uma Educação que pressuponha um ensino voltado à criação de indivíduos conscientes e livres, conhecedores de seus direitos e deveres, indivíduos que possam ajudar na construção de uma nação cada vez mais digna e justa e, dessa forma, contribuam para minimizar as diferenças sociais (MISKULIN, 1999, p. 55).

O ensino-aprendizagem de matemática vem passando por transformações, exigindo adequação das propostas de ensino, amparadas por pesquisas que buscam compreender os processos envolvidos na aprendizagem. O acompanhamento educacional no desenvolvimento obtido pelo avanço tecnológico, principalmente nas últimas décadas, justifica a busca por novos caminhos que possam conduzir a soluções mais eficazes, em sintonia com as demandas atuais.

A inserção de inovações tecnológicas é renovada diariamente, presente na maioria dos lugares e momentos de nossas vidas, como as tecnologias da mobilidade – redes sem-fio, computação portátil e telefonia móvel, com Sistema de Posicionamento Global (GPS). Essas novidades lançadas no mercado invadem e afetam nosso modo de ser e de agir com o outro, provocando alterações na forma como visualizamos nossa realidade, ditando novos comportamentos e exigindo novas atitudes na sociedade, especialmente na educação. Essas transformações, de acordo com Paviani (2003), impõem novos ritmos à atividade docente e adesão a procedimentos perceptivos mutáveis, e seu papel se transforma junto com a sociedade. Daí a necessidade de o profissional de educação permanecer em constante estado de alerta e de adequação ao surgimento de recentes e promissoras descobertas como forma de atualização e de busca de respostas aos seus questionamentos, inseridos num contexto tecnológico e suscetível às transformações correlacionadas à prática pedagógica eficaz.

À escola cumpre desempenhar seu papel ao proporcionar condições para a efetiva realização da aprendizagem de forma acessível a todos. No caso da matemática, esse conhecimento deve estar relacionado com o cotidiano do aluno, mostrando formas de ser detectadas em ações das mais simples, como o instintivo ato relacional entre conjuntos, até conceitos mais complexos e não facilmente detectáveis, como é o caso do conceito de função.

Freire ([1998?], p.2) nos diz que a matemática se faz presente a cada movimento – mesmo ao "[...] despertar os primeiros movimentos, lá dentro do quarto, são movimentos matematicizados". Assim, a matemática interiorizada e não-consciente deve ser despertada no aluno, partindo-se de suas experiências prévias e relacionando-as com o cotidiano de forma a fazerem sentido para o educando e para construir conhecimento por meio da aprendizagem.

2.3. Função: evolução histórica

A evolução do conceito de função ao longo de sua história é marcada por várias barreiras impeditivas ao seu conhecimento, como, por exemplo, funções citadas por Lins (2005, p. 98), dizendo: "[...] funções estranhas, como a função característica dos irracionais e a função sen(1/x) na vizinhança do zero [...]", que serviram como entraves em determinado momento em sua evolução.

Serão abordados os fatos mais relevantes nos períodos históricos da Idade Média e da Modernidade, fundamentais para a fundamentação desse conceito. Abordaremos também, utilizando algumas fontes bibliográficas, relatos de dificuldades encontradas na compreensão desse tema. Mais adiante, usaremos esses fatos para entender as dificuldades demonstradas por alunos no EM, detectando obstáculos à aprendizagem. Com o auxílio da teoria sociointeracionista de Vygotsky e do recurso planilha, serão construídos caminhos e métodos mais adequados que possam contribuir para facilitar a aprendizagem, contemplando o ensino e aprendizagem de funções.

Da idade Média aos dias atuais

As primeiras representações gráficas de função são atribuídas a Nicole Oresme (1323-1382), ao desenvolver estudos relacionados a entidades físicas. Oresme representa intensidades através de segmentos, como as velocidades, representadas por segmentos verticais, e o tempo, representado por segmentos horizontais.

Era de se esperar, no entanto, que Oresme não priorizasse a importância qualitativa da variabilidade de funções devido à ausência, no momento, de complementos que fundamentassem essa visão, como a experimentação proporcionada pelo aparecimento dos instrumentos de medida, fato este favorecido cerca de dois séculos mais tarde e representado por Galileu Galilei (1564-1642).

A partir do século XVI e principalmente no século XVII, surgem avanços direcionados ao rumo construtivo do conceito de função. Galileu valoriza o quantitativo nas representações gráficas provenientes de quantidades constatadas por meio da experiência, enquanto que Oresme valorizava o qualitativo dessas relações. Galileu busca relações entre causa e efeito expressas de forma quantitativa, contribuindo significativamente para a evolução desse conceito, mais tarde retomado por Descartes (1596-1650) e por Fermat (1601-1665).

Constata-se, portanto, a necessidade de transcorrerem-se praticamente dois séculos para que houvesse alterações significativas, com evidências nesse avançar cognitivo-evolutivo sobre funções, levando-se em conta apenas uma epistemologia progressista de significados qualitativos para o quantitativo no desenvolvimento desse conceito. Pode-se depreender também que o favorecimento desse avanço só é possível, nesse contexto, pelo advento de instrumentos de medida, fato que pode ser vinculado ao surgimento do computador, que futuramente também poderá ser considerado instrumento-ponte, proporcionando o avanço educacional-tecnológico buscado.

A noção sobre o conceito de função avança a passos lentos e aproxima-se do significado contemporâneo, alcançado em 1775, divulgado por Euler, como decorrência de discussões a respeito do problema da vibração das cordas sonoras, onde não mais é interpretada como simplesmente uma expressão analítica. A acepção abordada por Euler induz a uma nova concepção com relação ao conceito de função até então absorvido, unificando os termos “contínuos” e “descontínuos” ao trato de função. Em 1763, conforme Correia (1999), Euler anuncia suas concepções sobre utilização das funções contínuas em análise, formulando o princípio de continuidade.

Vários séculos após os primeiros passos dados em direção à cognição do conceito de função, Correia (1999) diz que o século XVIII permanecia em estado de agitação e confusão quanto ao entendimento desse conhecimento, a julgar pela abundância combatente de termos originários de campos distintos, como geometria, álgebra, mecânica, e da análise como "algébrica", "transcendente", "mecânica", "descontínua", "produzida por um movimento livre da mão". Utilizava-se a mesma palavra em situações expressas por mesma classe de funções e distintos termos que expressavam igual classe.

O marco inicial da Matemática Moderna, conforme D'Ambrósio (2004, p. 72), é considerado a partir de uma frase de efeito, "Abaixo Euclides", pronunciada em 1959 por Jean Dieudonné[7] (1906-1992), conceituado matemático. Segundo os autores, Dieudonné reivindicava mudanças nos métodos da geometria trabalhados na época.

Esse desenvolvimento não segue, necessariamente, uma linha de tempo lógica e ordenada, conforme o que se pode depreender acima, tampouco é tributo de esparsos grupos de cientistas renomados. Pelo contrário, é construção coletiva, de geração após geração, fundamentada em uma solidificação de base em que esse conceito se vale de outros conceitos para a consolidação de sua essência, conforme Caraça (2000, p.118), que diz:

> O leitor, instruído pelos exemplos anteriores, não esperará, decerto, que esse instrumento tenha saído dum jacto, pronto e acabado; que aos cientistas se tenha apresentado a questão assim: — temos aqui uma multidão de leis quantitativas, vamos criar o instrumento próprio de estudo. Muito longe disso! Deu-se uma gestação lenta em que necessidade e instrumento interactuaram, ajudando-se e esclarecendo-se mutuamente.

Essa evolução, segundo Caraça (2000), mostra que o conceito nasce no desenvolvimento inicial prático de número natural, que surge como necessidade imediata do contar, evoluindo para a precisão do medir com os racionais e justificando e consolidando operações matemáticas com os reais.

Função: Movimento inovador – Colégio Pedro II

O processo de disciplinarização como importante movimento inovador na Educação Matemática é subsidiado por referendo na década de 30, através de uma reforma educacional. As

---

[7] Matemático francês pertencente à liderança do grupo intitulado Bourbaki.

inovações são respaldadas pelo avanço científico e por uma trajetória milenar de adaptações advindas com a evolução do conceito de função.

Segundo Braga (2003) e Valente (2002), a introdução do conceito de função como ideia primordial na educação deveu-se a Felix Klein, que defendeu as vantagens de sua utilização como instrumento unificador do ensino da matemática, em 1893, em Chicago, no Congresso Internacional de Matemática. No Brasil, somente em 1931 o conceito de função é instituído, com a reforma Francisco Campos, incluindo-se seu ensino nas séries iniciais do nível secundário após substanciais modificações no ensino propostas por Euclides Roxo à Congregação do Colégio Pedro II.

Vigoroso defensor do tópico função como ponto primordial do ensino, Roxo trava combate em artigos no *Jornal do Comércio* em oposição às suas ideias inovadoras. Entre as alterações indicadas, estão presentes a introdução do tema função e do cálculo infinitesimal no teor escolar secundário e a proposta de aglutinação das matérias Aritmética, Álgebra e Geometria em uma única disciplina, denominada matemática.

Costa (2005) e Felicetti (2007) relatam que, a despeito das apelações de Almeida Lisboa e do Padre Arlindo Vieira em defesa da matemática clássica comungando com a teoria positivista de Augusto Comte, Euclides Roxo vence a disputa. Aprovadas as mudanças propostas por Roxo, estas passam a vigorar a partir de 1929, conforme Braga (2003), o que se torna marco inicial das mudanças implementadas, pois, de acordo com a legislação da época, todas as escolas deveriam seguir os mesmos programas do Colégio Pedro II.

2.4. Função: dificuldades na aprendizagem

O conhecimento formal matemático que hoje conhecemos é resultado do desenvolvimento lento e gradual ocorrido ao longo dos tempos, acompanhando a evolução do homem, durante certo período, em aprendizado espontâneo e informal; em outro, em saberes formalizados, muito além das suas necessidades circunstanciais. Esse conhecimento, construído através de interações do homem diante de seu contexto, resultantes de sua necessidade imediata de adaptação ao meio e de respostas a indagações existenciais fundamentais, por vezes estagnadas durante várias gerações, aguarda o momento propício para surgir e, aos poucos, encontrar o domínio em aplicações práticas. O conceito não nasce de um único momento, como normalmente é exposto nas salas de aula, onde prevalece o excesso de formalismo e a preocupação em cumprir os conteúdos programáticos, no lugar da valorização dos processos e etapas de evolução de modo a garantir uma aprendizagem significativa e eficaz. Caraça (2000, p.118) revela que:

> [...] é o número natural, surgindo da necessidade da contagem, o número racional, da medida, o número real, para assegurar a compatibilidade lógica de aquisições diferentes. É natural, portanto, esperar que, de coisa tão importante para o entendimento e explicação da Realidade como é a lei quantitativa, surja também o conceito matemático próprio para o seu estudo; esperar aqui, ainda, que a necessidade crie o instrumento.

De certa forma, justificam-se dificuldades encontradas por alunos do EM e Superior quanto à assimilação do conceito de função, considerando-se o tempo evolutivo marcado por múltiplos obstáculos e suas transformações gradativas evidenciadas por avanços e retrocessos ao longo da história da matemática. Também se considera, conforme Rocha (2006), a forma como o conceito é repassado aos alunos, que, por sua vez, evidenciam periodicidade no ensino quando se tornam professores.

O conceito de função, da forma como na maioria das vezes é repassado aos alunos, não segue seu caminho evolutivo, nem mesmo expressa ou demonstra as necessidades históricas e sociais provenientes de seu contexto, exigências necessárias à transposição dos obstáculos vivenciados. Muitas vezes, quando há uma preocupação do professor em cumprir com o programa, a ênfase incidirá na expressão analítica, sem que seja oportunizado adequadamente seu conceito e aplicações gráficas. Ao agir assim, o professor estará simplesmente disponibilizando um amontoado de informações desconexas, e o aluno não será capaz de fazer as ligações necessárias – portanto, não entenderá o conceito proposto. Os livros didáticos, por sua vez, muito têm contribuído para a escassa disseminação desse conceito quando, por exemplo, enfatizam em excesso a expressão analítica em detrimento de suas outras formas ou a sugerem como um caso particular de uma relação entre dois conjuntos, não explorando e relacionando, conforme Borba e Penteado (2007), as várias possibilidades representativas, como a algébrica, a gráfica e a tabular.

Temos como consequência da forma inadequada da abordagem desse conceito, além de sua não-assimilação, a confusão que os alunos fazem entre os conceitos de equação, função e seu significado analítico e geométrico. No caso da função, temos dois campos que, durante muito tempo, foram considerados separados: o conceito analítico e o conceito geométrico. Na verdade, são apenas duas formas distintas de representação do mesmo conceito. Há que se diferenciar, no entanto, o conceito de equação do de função: enquanto que o primeiro é dado por uma sentença matemática aberta expressa por variável, o segundo é uma relação existente entre dois conjuntos, determinada por lei matemática. Ficará evidente a diferença entre os dois conceitos quando a existência da equação independer de condição de existência de conjuntos; já na função, é intrínseca e condicional a relação funcional entre eles.

Embora seja correto admitir o conceito de função como um caso particular de relação entre conjuntos, isso não é prático nem tampouco o mais adequado para a sala de aula. Esse conceito é muito mais do que um simples caso de relação. Têm mais significado e importância os inúmeros exemplos do cotidiano que refletem e exemplificam esse conceito do que uma simples e fria relação descrita entre conjuntos.

Esse conceito, quanto ao seu grau de complexidade, engloba vários outros conceitos: variável; conjuntos numéricos, com suas relações de pertinência e inclusão; conjunto de partida e de chegada; domínio e imagem; representações gráficas; representações algébricas; representações por diagrama de flechas; codificação e decodificação da linguagem natural para a linguagem matemática e vice-versa; significado, interpretação e uso dos signos matemáticos e a compilação da lei matemática que define a relação. Disso decorre, conforme Chaves e Carvalho (2004), ser compreensível a ausência de conhecimentos práticos e teóricos pelos estudantes do EM e Superior da forma como são ministrados os conteúdos e o modo como os alunos os concebem.

Além disso, há pesquisadores como Vergnaud[8], que, segundo Moreira (2002), menciona a exigência de longo período para o domínio de um “campo conceitual” (MOREIRA, 2002, passim). Segundo o autor, situações onde são envolvidos problemas cuja forma, estrutura ou aparência se mostra modificada em relação à anterior exigem sucessivas etapas, adquiridas durante vários anos em gradativo processo de desenvolvimento até atingir um amplo domínio.

Considerando-se a complexidade do envolvimento de conceitos subjacentes ao conceito de função, de “[...] nada serve tentar contornar as dificuldades conceituais; elas são superadas na medida em que são encontradas e enfrentadas, mas isso não ocorre de um só golpe” (MOREIRA, 2002, p.8).

Cumpre ao professor a tarefa de oportunizar situações adequadas, situando o aluno e a aprendizagem no centro do processo educativo, criando situações para que surja o elaborar

[8] Gérard Vergnaud, psicólogo francês discípulo de Piaget, diretor do Centro Nacional de Pesquisa Científica (CNRS – França).

colaborativo e proporcionando o desenvolvimento de postura reflexivo-investigativa. O professor deve auxiliar na construção da autonomia de pensamento e de ação, direcionados para a independência do educando, tornando-o sujeito crítico e preparado para atuar em seu contexto. Necessita conquistar a simpatia ao praticar e conduzir suas ações perceptíveis aos educandos como um esforço direcionado ao aprender, utilizando recursos de forma eficaz e planejado. Assim, entendemos que:

> Nas situações do cotidiano os alunos devem ser encorajados a utilizarem exemplos do dia-a-dia, transferi-los para representações computacionais (através de gráficos, quadros, diagramas, objetos ou qualquer um dos modelos de representações já estudados, sejam eles manuais ou automatizados), explorá-los e interpretar os resultados obtidos. Os alunos devem, além de compreender como a automação se aplica ao mundo real, também observar como ela surge do mundo que nos rodeia, pois, aprender é uma gradativa e contínua transformação das estruturas do pensamento, não necessariamente visíveis e mensuráveis (NUNES, 2005, p.62).

Desmistificar a matemática para o aluno é uma obrigação do professor. Caso este não o faça, isso poderá acarretar significativos impedimentos para uma aprendizagem dócil (no sentido de aprender com facilidade) e sequencial. Apesar de a matemática ser considerada uma ciência exata, não significa que seus resultados sejam sempre definitivos e que nada é imutável: uma verdade hoje poderá não o ser amanhã. Portanto, não é tarefa do professor contribuir para a mistificação da matemática; ele estará fazendo isso sempre que a capacidade de aprendizagem dos alunos estiver muito aquém dos temas trabalhados ou quando forem valorizados em demasia aspectos notacionais da linguagem matemática em detrimento de outros mais significativos para o contexto e a aprendizagem.

Função: desempenho fragilizado

Nas últimas décadas, a fragilização do desempenho obtido por alunos do EM e Superior tem despertado o interesse de pesquisadores da educação matemática, reunindo esforços na busca por respostas ao desempenho insatisfatório na aquisição do conhecimento matemático, em especial, no conceito de função, por caminhos que possam amenizar distorções constatadas. Nesse sentido, pesquisas recentes são favoráveis a responder a esses e outros questionamentos, visando a diagnosticar as principais causas e propondo alternativas para a solução ou abrandamento dessa situação.

Mendonça e Oliveira (1999) relatam o desenvolvimento de estudos que mostram dificuldades no conceito de função com alunos entre 14 e 16 anos. Os autores mostram falhas na aquisição desse conceito, considerando dois aspectos: a definição de função e seus elementos na linguagem escrita; e a representação gráfica, algébrica, o uso de tabelas e a representação por diagrama de flechas.

Os pesquisadores constataram dificuldades de vários estudantes na associação de valores do domínio no eixo horizontal e dos correspondentes valores da imagem no eixo vertical como consequência de ausência de vinculação entre elementos de definição da linguagem escrita e os respectivos componentes da representação gráfica. Constataram também, quando da apresentação na forma algébrica, dificuldades na determinação da imagem e de pares ordenados, pois estes exigem etapas ignoradas em seu desenvolvimento. Na determinação da imagem de uma função, salientam o envolvimento de três operações: "a) verificar se o número pertence à imagem; b) calcular a pré-imagem e c) verificar se a pré-imagem pertence ao domínio" (MENDONÇA; OLIVEIRA, 1999, p.39).

Acreditamos ser desnecessária a condição do item "a", pois, no caso de o valor não pertencer à imagem da função, a dificuldade do aluno não se refere à função, e sim à relação de pertinência entre elemento e conjunto e ao domínio adquirido na diferenciação dos conjuntos numéricos existentes; no caso de o valor pertencer à imagem, torna-se inútil sua verificação. Assim, reestruturamos ordenadamente, em etapas a serem vencidas, as operações necessárias à comprovação de que um dado valor pertence ou não à imagem de uma função: a) identificação adequada da variável; b) substituição do valor numérico na variável identificada; c) efetuação das operações necessárias de forma correta, resultando em um valor numérico ou algébrico, conforme o nível de profundidade exigido; d) verificação e identificação do campo existencial do domínio da função dada; e e) assegurar-se de que o valor numérico encontrado pertence ao campo existencial. Assim, o desenvolvimento de competências do aluno na aquisição de conhecimentos necessários aos trabalhos no âmbito do conceito de função, levando-se em conta somente a forma algébrica, por si só, torna-se por demais complexo, envolvendo cinco etapas de domínios distintos. Com isso, há possibilidades acentuadas de erros, desde um ou mais lances que podem ser ignorados (lances que o aluno deixa de praticar quando há ausência em sua estrutura mental das etapas a serem identificadas e seguidas no domínio do conceito de função, cometendo o erro) até o conflito existente entre os mesmos, passando também por possíveis erros que envolvem as operações fundamentais e a não menos problemática regra dos sinais.

Pretendemos evidenciar, no momento oportuno, dificuldades existentes nas etapas acima. No entanto, podemos visualizar (a partir da experiência em sala de aula) a existência de tais dificuldades. Assim, seja a função $f(x) = x - 1$. Ao solicitarmos para o aluno que verifique se o valor 0 está na imagem da função, esse valor pode ser interpretado como domínio ao invés da imagem quando substituído por "x" no lugar de "f(x)". É compreensível essa atitude, uma vez que ainda não estão consolidados nem os conceitos de domínio e imagem, nem suas representações.

Desse modo, a substituição pode ocorrer na variável x, no lugar de igualar f(x) a zero. Caso a inversão da substituição ocorra, o cálculo equivocado do aluno seria: $f(0) = (0) - 1 = -1$. Neste caso, houve a inversão dos conceitos de imagem e de domínio, sendo as possíveis causas: a) uma identificação inadequada da variável; b) ausência de relacionamento simbólico entre a expressão "f(x)" e seu significado representativo de imagem da função.

Situação idêntica ocorreria se o aluno fizesse a substituição no local adequado, encontrasse o resultado correto, porém seu esforço representasse uma ação mecânica, uma ocorrência de substituição da variável por coincidência, sem a convicção do saber fazer. Isso igualmente representa ausência de domínio dos conceitos de função, incidindo como possível causa o item "b", acima referido.

2.5. Informática na Educação

A Informática na Educação no Brasil, segundo Valente e Almeida (1997) surge de experiências iniciadas na UFRJ, UFRGS e UNICAMP, no início da década de 1970. Também nessa época tem início a *World Wide Web* (Rede de Alcance Mundial), reduzida a poucos pontos e ainda não desenvolvida para ambientes gráficos, animações e sons, como hoje a conhecemos. Nesse período de utilização da Informática na Educação, percebem-se mais mudanças na estrutura física da escola do que resultados pedagógicos significativos, mesmo em países como Estados Unidos e França, precursores da Informática na Educação.

Houve um período de acirrados debates acerca dos benefícios ou prejuízos que o uso da informática na educação poderia proporcionar. Alguns defendiam, segundo Borba e Penteado (2007), o simples ato de apertar teclas e seguir orientações da máquina, sem contribuição alguma para a aprendizagem; outros temiam a perda de seus empregos. Segundo relatam os autores, argumenta-se que, se o computador realiza a ação de raciocinar matematicamente, a inteligência do aluno não é desenvolvida, pois não cabe a este o ato do raciocínio. Ledo engano, pois é da natureza própria do homem não ser submisso. Ele questiona, analisa e deduz conclusões. Portanto, é uma questão de direcionamento de atividades, cabendo ao professor fazer essa condução e obter do aluno o raciocínio desejado.

Possibilidades e recursos da planilha

Planilha é uma ferramenta eletrônica que permite o armazenamento e manipulação de informações através das operações matemáticas e de estrutura sintática própria do Excel. Permite também a construção de gráficos de diversos formatos. Entre as planilhas conhecidas, destacam-se: Ms-Excel (componente do pacote de escritório Office da Microsoft) e Cal (parte do pacote de escritório OpenOffice.org[9]).

A primeira planilha foi o Visicalc, que, segundo Saad (2003), surgiu na década de 1970, idealizada por Dan Bricklin e Bob Frankston, destinada à comunidade empresarial. Sua finalidade era atender e dar suporte a processos de planejamento estratégico. Sua utilização sofre resistência durante algum tempo, mas, aos poucos, passa a dominar no ramo das empresas e, mais tarde, estende-se para outras finalidades.

A planilha compõe-se de uma estrutura matricial dispostas em linhas e colunas. As linhas são numeradas do valor[10] 1 a 65 536; as colunas são identificadas por letras em ordem alfabética de A a Z, seguindo, após o Z, pela junção de duas letras, iniciando por AB (na ordem: AB, AC, AD, ..., IV), totalizando 256 colunas. A intersecção de uma linha com uma coluna origina a unidade fundamental: a célula. Cada célula possui um endereçamento que permite fazer referência a uma ou mais células ou a um ou mais documentos. Assim, o encontro da linha 1 com a coluna A origina a célula de endereço A1. Em um único documento, são possíveis 255 planilhas. Esses valores podem ser ampliados indefinidamente ficando restritos, em princípio, à capacidade de armazenamento e de processamento da CPU, considerando-se que podemos utilizar referências de fórmulas e valores entre documentos distintos.

---

[9] http://www.openoffice.org

[10] Na versão do Microsoft® Office Excel 2003

Contribuições do recurso planilha na aprendizagem da matemática

A utilização dos recursos da planilha de forma planejada e direcionada para ações investigativas em matemática desenha os contornos de padrões e propriedades existentes com a simulação de situações-problema[11], como instrumento perceptível e facilitador da aprendizagem dos alunos. Exige, contudo, o enfrentamento de uma série de investigações e investidas ao delimitar e enfrentar um contexto de ação e reflexão para superar obstáculos, encontrar solução e construir o conhecimento.

A utilização da planilha, aliada à simulação de problemas, mostra-se como excelente instrumento de apoio ao ensino, possibilitando uma aprendizagem com maior facilidade, em que os conceitos são internalizados pelo próprio aluno a partir da experimentação, observação e análise através da investigação. Além disso, a exploração de determinadas características pode gerar a discussão e a exploração de outras, conforme relatam Borba e Penteado,

> [...] destacada a dinâmica de como um problema pode remeter a outro, bem como a possibilidade de gerar conjecturas e idéias matemáticas a partir da interação entre professores, alunos e tecnologia. A experimentação se torna algo fundamental, invertendo a ordem de exposição oral da teoria, exemplos e exercícios bastante usuais no ensino tradicional, e permitindo uma nova ordem: investigação e, então, a teorização (BORBA; PENTEADO, 2007, p.41).

A planilha apresenta como um de seus diferenciais a ausência de compromisso com a rigorosidade, tão focados e presentes no ensino tradicional. Há uma redução significativa da exigência de um domínio de conhecimento específico de um conteúdo para que outro possa ser aprendido, pois a planilha interpõe-se como ferramenta de cálculo que multiplica, fornece respostas e exibe gráficos como resultado de ações executadas. Isso não significa, no entanto, um ensino fútil, supérfluo e descompromissado com o ensino da matemática. Ao contrário, significa respeito pelo ritmo do aluno, valorização da ausência à aversão ao aprender matemática e não-linearidade dos conteúdos padronizados no ensino tradicional.

Não se trata, porém, de um recurso insigne, como se agora todos os problemas de aprendizagem em matemática pudessem ser resolvidos nessa nova modalidade. Determinadas dificuldades normalmente presentes no ensino tradicional como, por exemplo, as regras dos sinais (que dificultam a aprendizagem e contribuem para o surgimento de barreiras impeditivas ao avançar na aprendizagem, tornado-a custosa e lenta), serão minimizadas com a planilha. Dessa

[11] Entendemos como situação-problema um recurso didático disponibilizado aos alunos na forma de tarefa e retirado de seu contexto, onde a solução não é inicialmente visível.

forma, o esforço do aluno estará livre para as operações em si (sem o constrangimento do errar e a sensação do não conseguir normalmente presentes no ensino tradicional) e, aos poucos, ser direcionado para a redescoberta do esquema que determina a existência das referidas regras ou operações.

Inicialmente, há uma "perda de tempo" ao usar a planilha. É necessária uma ênfase maior na assimilação de conceitos básicos à sua utilização e manejo, mas, posteriormente, isso será recompensado com ganhos de motivação, interesse e desprendimento da repulsa pela matemática. Ganham-se também processos interativos e colaborativos mais intensos, comparados aos do sistema tradicional, proporcionados não só pela propriedade lúdica inerente ao computador, mas também pelo prazer advindo da realização do que se espera, da satisfação em perceber que as respostas proporcionadas pelo *software* às suas ações são visíveis, convertíveis e instantâneas.

Em um meio colaborativo de aprendizagem e de interação com o computador, os alunos podem usufruir o experimentar com possibilidades de erros e acertos mais naturais, pois o "deletar" é mais leve e menos lastimoso do que o "apagar", utilizando-se da borracha. Dispõe-se de modo imediato e correto dos resultados das operações efetuadas e sem o "sacrifício" entediante da aplicação dos algoritmos apresentados na forma tradicional, mas com nova roupagem, mais suave, proveniente da rapidez dos cálculos e da facilidade em (re)fazer e investigar.

Ao monitor, cabe a tarefa de instigar dúvidas, pois é o periférico que fornece o *feedback* das ações executadas, proporcionando a colaboração entre os pares mais facilmente do que a prática no uso do lápis e papel, mantendo e fixando a atenção constante e simultaneamente. Com isso, a aprendizagem flui de modo espontâneo com a participação e envolvimento dos grupos, desde que o trabalho inicialmente conduzido desperte interesse e suficiente motivação.

Amorim (2005, p. 90) relata que "[...] alunos valorizam e aprendem a partir das respostas de seus pares. Nesse contexto, a colaboração precisa ser projetada com algum propósito dentro das atividades e tarefas de um curso". Entendemos que a apresentação de situação-problema que desperte no aluno a curiosidade e o estimule à investigação, aliada à planilha e à conveniente condução do professor, servem como ingredientes iniciais que irão propiciar a busca de respostas, assim servindo como meio que intensifica a motivação, facilita a interação grupal e faz acontecer a aprendizagem.

2.6. Principais Contribuições da Teoria Sociointeracionista de Vygotsky

Lev Semenovich Vygotsky (1896-1934), psicólogo soviético, professor e pesquisador contemporâneo de Piaget, nasceu em Orsha, uma pequena cidade da Bielo-Rússia, em 17 de novembro de 1896. Acometido de tuberculose, veio a falecer em Moscou em 11 de junho de 1934, vivendo apenas 37 anos. Sua família, de origem judaica, de certa forma, contribuiu para que Vygotsky sofresse retaliações, a contar da dificuldade para o ingresso na universidade e da publicação tardia de suas obras, como o livro *Psychology of Art*, escrito em 1925 e só publicado em 1965.

O reconhecimento de Vygotsky como pesquisador que contribui significativamente para as ciências ocorre diuturnamente. Sua teoria foi elaborada na antiga União Soviética entre as décadas de 1920 e 1930, sendo seus trabalhos publicados somente em 1934, após a sua morte. Vygotsky foi reconhecido no Ocidente em 1958, e só em 1984 é publicada a primeira edição brasileira do seu livro *A formação social da mente* e, em 1987, a obra *Pensamento e Linguagem*. Conforme Rego (1995) e Moysés (2007), Vygotsky desenvolveu uma abordagem genética do desenvolvimento humano com base na prática social das crianças, sendo que muitas delas apresentavam defeitos congênitos.

A produção de estudos científicos de Vygotsky tem como uma de suas características a abordagem de vários campos do conhecimento, sem, no entanto, completar nenhum deles. Apesar disso, suas contribuições determinam forte influencia no contexto educacional vigente. Marcado pela interdisciplinaridade, o trabalho de Vygotsky voltou-se para várias áreas, entre elas, arte, literatura, linguística, filosofia, psicologia, pedagogia, direito e medicina. Muitas dessas áreas permitiram-lhe contato com outras línguas, como alemão, latim, hebraico, francês e inglês, além das traduções russas, o que lhe conferia a possibilidade de estar atualizado com questões conjunturais de temas importantes de sua época. Sua atenção, no entanto, estava voltada para o estudo da gênese dos processos psicológicos.

Em sua teoria, Vygotsky (1999) refere que a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) evidencia a colaboração entre sujeitos com diferentes graus e condições de conhecimentos, interagindo no desenvolvimento e na aprendizagem e obtendo benefício mútuo. As diferenças entre os sujeitos, embora sempre presentes, asseguram a compreensão ao permitir respostas oportunas entre cada um, com suas experiências próprias elaboradas no convívio coletivo, que, compartilhadas e discutidas, enriquecem a ação pedagógica e facilitam o ato de aprender.

Vygotsky (1999) percebe as interações sociais como elemento gerador do processo de aprendizagem, sendo esta construída nas interações entre os seres. Nessa perspectiva, o conhecimento não é propriedade nem do sujeito, nem do objeto, mas na interação proporcionada entre ambos. Em um processo dialético de ação e reação que se desenvolve, o homem amplia seu conhecimento e a capacidade de conhecer ao conferir novos significados aos objetos, ocorrendo transformações em ambos, pois nem um, nem outro são os mesmos seres iniciais após essas trocas.

Para Vygotsky (1999), as interações que ocorrem entre as pessoas ou intermediadas por ferramentas exercem influência no pensamento e no raciocínio, o que caracterizará o processo de desenvolvimento obtido no convívio em um grupo social. O desenvolvimento do ser humano, portanto, realiza-se em etapas, com suas ações e pensamentos sendo construídos em ambiente social e histórico. Durante seu desenvolvimento, a criança, segundo o autor, estabelece interações com os adultos e outras crianças mais experientes, construindo seus conceitos e entendimento do mundo que a cerca.

Em um contexto socio-histórico, o conhecimento é mediado por interposição de relações entre sujeito, objeto e atribuição de significados que são impressos e, posteriormente, sob novas relações, são ressignificados, alcançando nova dimensão da compreensão. Constantemente, interagimos em nossas relações com as pessoas e os objetos em nosso meio através da mediação de significados e de ressignificados, o que constitui o processo humano complexo do conhecimento. Muitas vezes, nessa construção, os processos se dão por analogia entre uma situação vivenciada ou experimentada e outra posterior, numa tentativa de encaixe com a reutilização parcial daquilo que for similar e adaptável. Significa, portanto, que o conhecimento gera conhecimento em um contexto interativo entre aprendiz e objeto focalizado; que aprender pressupõe estabelecer conexões e significados entre aquilo que se sabe e o que se pretende saber, em um processo lento, gradual e irradiado.

Imagino, para este contexto, por exemplo, quais significados e mediações seriam propiciados aos pensamentos e ações de quimérico vivente do século XV, caso lhe apresentássemos um computador portátil e, em poucas palavras, explicássemos suas funções essenciais utilizadas por nós. Isso nos remete ao contexto explicado por Vygotsky de que a aprendizagem ocorre no sujeito com o auxílio do outro. Para que ocorra, o aprendente deve possuir significados não-completos ou até mesmo equivocados, mas que não sejam suficientes para abarcar o conceito pretendido. Nessas condições, o conhecimento será ressignificado ou complementado pelo auxílio do conhecimento proporcionado pelo outro. Em outras palavras, não se pode aprender aquilo de que absolutamente nada se sabe na inexistência de interação ou mediação.

Se, no entanto, para aprender algo, necessitamos de subsídios, então, a aprendizagem estará relacionada tanto ao tipo e qualidade dos subsídios existentes, quanto à complexidade do tema abordado. Nosso aprendente do século XV certamente não é uma tábula rasa. Sua geração comparticipa de centenas de anos de desenvolvimento tecnológico. No entanto, é passível que uma criança do nosso tempo de poucos anos de idade aprenda mais rápido e intensamente do que o nosso vivente, pois a qualidade e quantidade de subsídios deste são menores e menos intensos do que na criança.

De acordo com Vygotsky, a aprendizagem é envolvida pela significação dos signos que medeiam as relações inter e extra pessoais. Na evolução, através das relações e do estabelecimento de signos, o homem cria ferramentas como extensões de sua limitada capacidade e como representação daquilo que estabelece existir aos seus propósitos. Assim aconteceu com a primeira ferramenta que surgiu – provavelmente, um simples osso, como mostrado no filme 2001: A Space Odyssey[12] (2001: Uma odisséia no espaço), que ampliou a extensão do braço e distinguiu aqueles que o possuíam. A manipulação do objeto permitiu, em determinado momento, a criação de símbolo, o que deu sentido e significado tanto ao seu descobridor quanto àqueles que interagiam com ele, transformando-se em objeto social; com o surgimento de analogias, houve a diversificação de instrumentos e a transformação do homem.

Essa transformação modifica o homem, mas também o objeto. O homem modifica-se tanto em nível relacional quanto intelectual, alterando suas funções mentais, que, conforme a teoria de Vygotsky, passam por um processo socio-histórico de construção. Portanto, homem e ferramenta caminham e evoluem juntos, causando e sendo causadas modificações, comparticipando significações e ressignificações. Nesse sentido, o homem constitui-se em sujeito cognitivo, inacabado e envolto por processo contínuo, que transforma conhecimento através das

[12] Realizado pelo cineasta nova-iorquino Stanley Kubrick, na década de 1960. Baseado na obra *The Sentinel*, de Arthur C. Clarke, o filme aborda a evolução do homem desde seus ancestrais, quando provavelmente surgiram as primeiras ferramentas, até a era espacial.

ações que exerce sobre o meio circundante. Vygotsky (2000) defende a idéia de que a relação homem-mundo não é uma relação unidirecional, mas uma relação especialmente mediada por ferramentas (instrumentos) e signos, que, além de auxiliarem a atividade humana, atuam como modificadores dessa relação, determinando e reorganizando estruturas mentais em estruturas mentais originais. Entendemos, portanto, que,

> Assim como os instrumentos de trabalho mudam historicamente, os instrumentos do pensamento também se transformam historicamente. E assim como novos instrumentos de trabalho dão origem a novas estruturas sociais, novos instrumentos do pensamento dão origem a novas estruturas mentais (BERG[13], apud VYGOTSKY, 1999, p.177).

Nesse sentido, a ferramenta computador é um instrumento de auxílio à aprendizagem, onde o aluno pode dar significado apropriado aos conteúdos das aulas orientadas e bem conduzidas. Vygotsky (2000) atribui o significado de mediação ao investigar como as ferramentas exercem influência nas atividades desempenhadas pelas pessoas. Constatou que a utilização de ferramentas pode favorecer a ampliação tanto das informações quanto das experiências vivenciadas, colaborando no evoluir e qualificar de forma gradativa os processos mentais.

Para o autor, as mudanças históricas transcorridas no meio social elegem a ferramenta como instrumento potencializador para aquisição de novos conhecimentos, que abalam e criam novos vínculos significativos. Segundo ele, “os próprios seres humanos influenciam sua relação com o ambiente e, através desse ambiente, pessoalmente modificam seu comportamento, colocando-o sob seu controle” (VYGOTSKY, 1999, p. 68).

Portanto, as ferramentas são extensões do homem que auxiliam na comunicação, no medir e no contar. Elas permitem interagir e ressignificar, contribuindo para a construção do conhecimento e proporcionando alterações sociais e o desenvolvimento cultural.

Conforme Demo (2002), Freire (1996) e Perrenoud (2002), a intensidade da aprendizagem definida nos objetivos do ambiente escolar, alicerçada em bases de trocas e de colaboração, está diretamente relacionada com a participação compactuada do aluno, com a atuação eficaz do professor e a qualidade das informações compartilhadas.

Paviani (2003) relata que o ato de ensinar não implica imposição e que a aprendizagem só ocorre com o consentimento do sujeito. O aprender, por sua vez, requer resignação e ressignificação, determinação e possibilidade de escolha, com maior ou menor motivação do

[13] Edvard E. Berg, “Vygotsky´s Theory”, pp. 45-46.

sujeito. Portanto, o aprender permite interferência, de certa forma, parcial, e as teorias “[...] da aprendizagem apenas validam certos aspectos e certas formas de aprender, mas jamais conseguem dar uma explicação completa, radical e definitiva” (PAVIANI, 2003, p.15).

3. METODOLOGIA

Esta pesquisa caracteriza-se como um estudo exploratório, conduzido através do método qualitativo de análise, através da busca de dados descritivos mediante relacionamento direto e interativo do pesquisador com o objeto de estudo. Busca-se, portanto, entendimento fenomenológico conforme perspectiva dos participantes do objeto de estudo, complementando a interpretação dos fenômenos estudados através das nossas investigações e do retorno das análises. Neste enfoque da pesquisa, segundo Moreira,

> Os interpretacionistas enxergam a vida humana como ativamente construída pelas pessoas em contato com as outras. O comportamento humano é visto como interativo e interpretativo. [...] o estudo do comportamento humano é o estudo das experiências vividas de cada um e a experiência humana estriba-se nos sentidos, interpretações, atividades e interações das pessoas (MOREIRA, 2001, p.46).

A investigação concretizou-se no laboratório de informática, onde são ministradas aulas preferencialmente com formação de pares, valendo-se da interação proporcionada por esses grupos, professor e computador. As aulas são planejadas, organizadas e transcritas para o papel com o objetivo de facilitar e orientar as atividades executadas pelos alunos. Nessas aulas, são abordados inicialmente conceitos básicos referentes ao manuseio da planilha, necessários para sua efetivação. Posteriormente, aos poucos, são introduzidos termos, expressões e fórmulas, estabelecendo-se maior contato e familiaridade com a planilha e buscando-se evidenciar suas características mais marcantes, como a facilidade e prontidão de cálculos, o que, quando bem programado, apresenta a vantagem do “estar pronto”.

Na busca de recursos didáticos inovadores, procuramos focalizar a prática da sala de aula, a visão de ensino e aprendizagem numa perspectiva socioconstrutivista, possibilitando o planejamento e o desenvolvimento de estratégias coerentes com essa perspectiva.

A cada dia, possibilidades oriundas do computador intermedeiam recursos didáticos inovadores, exigindo atitude tecnológica afeiçoável e mudança na relação professor-aluno. Novas informações são disseminadas, e novidades tecnológicas são lançadas periodicamente, não permitindo, muitas vezes, a adaptação às anteriores. A educação deve estar direcionada, conforme sugere Brasil (1997), para a formação de cidadão crítico, capacitado para coexistir com a nova realidade em que vive e para lidar com ela, bem como para construir e aplicar eficiente e adequadamente seu próprio conhecimento como resposta às aprendizagens adquiridas.

A representação de objetos matemáticos, como gráficos, permitida por programas computacionais específicos, pode favorecer o processo de construção cognitiva conceitual desses objetos. Contudo, enfatizamos que o simples emprego da tecnologia não é suficiente para garantir um aprendizado eficiente. A qualidade das tarefas propostas e o desenvolvimento de estratégias num ponto de vista sociointeracionista, aliados ao emprego oportuno e eficiente da tecnologia computacional, surgem como uma proposta viável que certamente fará o diferencial educacional.

Sujeitos da pesquisa

Para o desenvolvimento e aplicação do trabalho, realizou-se uma pesquisa em documentos (artigos, teses, trabalhos científicos, entre outros) com o propósito de reunir elementos que estabelecessem relações entre o ensino de função no ensino médio e a utilização da planilha, com base na metodologia sociointeracionista de Vygotsky, tendo como sujeitos da pesquisa vinte e cinco alunos do primeiro ano do EM, em uma escola localizada em Sapucaia do Sul – RS.

Instrumentos e indicadores

Através da análise das atividades desenvolvidas na turma, dando-se ênfase à utilização de planilha como instrumento mediador do conhecimento, buscamos averiguar a aceitação deste instrumento pelos alunos e as possibilidades de aprendizagem com o uso do recurso e da cooperação grupal.

Foram utilizados questionários com questões abertas e/ou fechadas, com o intuito de uma percepção global da turma, detectando aspectos pessoais, sociais, educacionais e familiares. Empregaram-se também entrevistas e resultados avaliativos, a fim de identificar principalmente diferenças, semelhanças, condução e aversão expostas pelo método proposto.

Ao trabalharmos com a planilha, partimos de conceitos essenciais ao seu uso, como de endereçamento, fórmula e a operação necessária para cópia, a correspondência entre os sinais de operação na matemática e na planilha, seleção e significados das várias possibilidades e ações distintas do ponteiro do *mouse*, assumidas quando posicionado no interior ou sobre a borda da célula, com ou sem a adição de teclas de comando. Após esses conceitos e pequenas ações introdutórias, pratica-se a utilização dos conceitos com exemplos de situações simples que, aos poucos, são introduzidas e ampliadas ao longo das atividades desenvolvidas.

A essência das atividades propostas tem foco no conceito de função, alcançável pela introdução de situações-problema que exemplifiquem situações existentes no contexto do aluno, com o objetivo de despertar o interesse e a curiosidade e favorecer as interconexões necessárias ao seu entendimento.

Antecedendo o problema, com a principal finalidade de subsidiar a investigação proposta na planilha, desenvolvem-se atividades utilizando-se lápis e papel, com foco nas questões cruciais do problema proposto, o que permite a realização de conexões com a investigação do problema por proporcionar analogia entre as situações apresentadas. Podemos inferir, com Demo (2002, p. 3), em relação à a sala de aula, que

> Não faz parte deste ambiente necessariamente a eletrônica, mas é o instrumento mais fecundo de informação. Ou seja, não é formativa, mas pode ser exuberantemente informativa, podendo aproximar-se do desafio reconstrutivo, se for conjugada adequadamente com o saber pensar.

Busca-se, com isso, propiciar o surgimento e detecção de padrões existentes nas relações apresentadas e a descoberta de outras que possam favorecer a aprendizagem, com base na colaboração entre os pares e na interação aluno-professor e aluno-computador. Nesse contexto, a aprendizagem, de acordo com Demo (2002), está fundamentalmente vinculada a dois fatores primordiais: o comprometimento do aluno em reedificar seus conhecimentos e a direção impressa pelo professor e a forma como a administra.

3.1. Caracterização da turma

A pesquisa desenvolveu-se em uma turma do 1º ano do EM. Todos os alunos estavam com dependência em matemática, e alguns, também em outras disciplinas, como física, química, língua portuguesa.

A turma era composta por vinte e cinco alunos matriculados. As aulas de matemática são compostas por período duplo, nas quintas e sextas-feiras. No primeiro dia, aplicou-se uma avaliação diagnóstica no primeiro período; no segundo, realizamos o reconhecimento da sala de informática e apresentação do Excel, utilizando um *datashow*.

Para fazer frete às exigências, principalmente dos efeitos da globalização, o Ensino Médio entra em processo de extinção nos CEFETS (Centro Federal de Educação Tecnológica), com a substituição ao Ensino Técnico. Com isso, a turma ora em questão é única em sua modalidade e remanescente de outras turmas, composta pela totalidade dos alunos em dependência de matemática. Esta turma caracteriza-se atipicamente por sua seleção ter sido efetivada, em parte, mediante ingresso por prova escrita e, em parte, por sorteio. A Tabela 25 (Anexo C – Caracterização da Turma), mostra a relação entre as formas de ingresso da turma.

Buscamos também as notas e faltas desses alunos referentes ao primeiro trimestre letivo da disciplina de matemática, conforme Tabela 26 (Anexo C – Rendimento dos alunos no primeiro trimestre), com o propósito de posterior comparação com os rendimentos obtidos na pesquisa. Apesar de as duas mensurações terem finalidades distintas, servem como instrumento de comparação e análise adicionais, caracterização da turma e como instrumento parcial de detecção de dificuldades apresentadas em matemática.

Os valores expressos das notas referentes ao primeiro trimestre indicam baixo índice de aprovação em matemática, onde apenas 20,0% dos alunos obtêm nota superior ou igual a seis pontos (60% de rendimento), permanecendo a média da turma em 3,2 pontos (ver Tabela 24 – Apêndice Q).

Apresentado questionário de identificação e qualificação da turma, determinou-se faixa etária entre 15 e 18 anos de idade. Todos declararam dependência em matemática e a maioria afirma conhecer o Excel e possuir computador em casa. Questionados sobre seu programa de computador favorito, os estudantes citaram, entre outros, os seguintes: “Orkut”; “MSN”; “Internet”; “Messenger”.

Iniciamos as atividades, portanto, com a detecção do nível de desenvolvimento real dos alunos através da aplicação da avaliação diagnóstica. Em seguida, a partir das possibilidades individuais apresentadas, partimos para o auxílio e valorização das possibilidades alcançáveis, conforme pressupostos da teoria sociointeracionista de Vygotsky, de forma sequencial e crescente dos níveis de dificuldades apresentados.

3.2. Avaliação diagnóstica

As questões a seguir relacionadas encontram-se disponíveis em Apêndice A – Avaliação Diagnóstica.

Questão um:

A primeira questão aborda as relações de pertinência entre elementos e conjuntos dos números naturais, números inteiros, números racionais, números irracionais e números reais. Fornecidos sete números (dois naturais, três inteiros, cinco racionais e dois irracionais; ao todo, sete reais), os alunos deveriam preencher os espaços destinados para essa finalidade, com três exemplos de cada conjunto, deixando vazio o espaço em que não houvesse correspondente adequado.

Questão dois:

A segunda questão compõe-se de três equações, sendo:

a) 2x = 4; b) x – 4 = 6x e c) $3(x^2 - 1) = -(x + 2)^2$

Verificamos, através da apresentação de três equações, sendo as duas primeiras do primeiro grau, e a última, do segundo, o conhecimento das estratégias e procedimentos dos alunos acerca da resolução de equações nas modalidades apresentadas.

Na terceira equação apresentada, buscou-se verificar, através do desenvolvimento impresso pelos alunos na sua solução, além do desenvolvimento propriamente dito da equação, pistas que evidenciassem o grau de comprometimento nos temas que são ministrados na sétima série do ensino fundamental: os produtos notáveis nos seus dois casos – diferença de dois quadrados e quadrado da soma de dois termos.

Questão três:

Exploramos, na questão três, dados o domínio e a lei que define a função, a determinação da imagem. Assim, estabelecidos o conjunto A = {–1, 0, 1} e a função f(x) = – x, com $f : A \rightarrow B$, exploramos a concepção dos alunos frente à identificação dos conjuntos A e B juntamente com seus significados, a leitura e interpretação da linguagem matemática referente à notação matemática simbólica de função e o cálculo algébrico necessário para a determinação da imagem correspondente.

Questão quatro:

A questão quatro aborda o tema função do primeiro grau na forma tabular ao fornecer quantidade e custo de produção de duas fábricas. Esta questão desdobrou-se em dois questionamentos: a) Qual quantidade em que as duas fábricas têm mesmo custo? b) Em qual fábrica poderá haver um prejuízo maior se os funcionários entrarem em greve?

3.3. Atividades com os sujeitos da pesquisa

As atividades foram desenvolvidas em dois tempos de aula, com exceção da atividade A03, em que foi utilizado um tempo, pois no segundo os alunos participaram de uma palestra. As atividades ficaram dispostas conforme mostra a Tabela 2:

Tabela 2: Relação sequencial das atividades aplicadas

Atividade	Aplicação	Apêndice
A01	Avaliação diagnóstica	A
A02	Início da utilização na planilha	B
A03	Introduzindo expressões iniciais	C
A03	Reaplicação da atividade A03	C
A04	Planilha modificada	D e E
A05	Retomada das expressões trabalhadas	F
A06	Situação-problema (duas paredes)	G
A07	Situação-problema (uma parede)	H
A08	Situação-problema - fábrica de calçados	I
A09	Situação-problema - fábrica de automóveis	J
A10	Aula expositiva	K
A11	Avaliação final	L
A12	Entrevista	

Buscamos, nas atividades trabalhadas, adequar a utilização da planilha aos conteúdos do ensino sobre funções com significação prática, evidenciando características que facilitem a construção do conhecimento dos educandos, desenvolvendo na planilha atividades de forma que haja relação de significado entre realidade e conhecimento matemático.

Objetivos propostos

– Aplicar expressões e operações matemáticas na planilha, bem como investigar a relação domínio-imagem na função, explorando o crescimento e o decrescimento de valores;

– Examinar o domínio e a imagem da função como uma relação entre conjuntos que associa a cada valor x (coluna A) o correspondente valor y (coluna B), associando-os a análise e investigação de situação-problema, oportunizando a colaboração e a interação entre os alunos;

– Simular com lápis e papel representações com dois ou três lados de um retângulo que somem comprimento fixo e a respectiva determinação da área, permitindo posterior analogia com situação-problema desenvolvida com a planilha;

– Estabelecer, na planilha, relacionamento entre os coeficientes *a*, *b* e *c* da função $y = ax^2 + bx + c$ com a imagem da função na coluna B, fixando a coordenada x do vértice como ponto médio do domínio, estabelecendo simetria tabular e gráfica para quaisquer funções do segundo grau ao ser inserido em célula própria, os referidos coeficientes;

– Construir o gráfico da função em uma planilha;

– Averiguar aceitação/repulsão ao uso da planilha;

3.3.1. Aplicações com a planilha – atividade A02

Esta aula foi composta por um roteiro em documento de duas páginas impressas, subdividido em oito tópicos, com finalidade de orientar e estabelecer o desenvolvimento das atividades em uma planilha (Apêndice B).

Objetivos propostos

– Trabalhar setas de direção e conhecer referenciamento de endereços na planilha;

– Investigar a relação entre domínio-imagem, constatando e identificando valor de máximo e de mínimo na função;

– Associar crescimento/decrescimento ou decrescimento/crescimento da imagem da função ao coeficiente positivo/negativo do termo x de grau 2;

– Examinar domínio e imagem da função como uma relação entre conjuntos que associa a cada valor x (coluna A) o correspondente valor y (coluna B);

– Observar o par ordenado em que y assume valor máximo/mínimo.

Atividade A02-1

Imediatamente após digitar em A1 o valor “1”, as células A2:A20 automaticamente completam a sequência: “2, 3, ... , 20”. Em B2, solicitou-se a inserção de uma fórmula, utilizando estrutura sintática própria do Excel, que transforme o valor contido em A1 ao quadrado, sendo exibindo o valor “1” (pois $1^2 = 1$); a seguir, solicitou-se que a fórmula seja copiada no endereço

B1:B20. No item cinco da atividade A02-1, trabalhamos a alteração de valores na célula A1, substituindo sequencialmente os valores 2, 3, 4, 5 e 6. Cada valor testado reflete prontamente alterações na coluna B, de acordo com fórmula ali contida.

Atividade A02-2

Na atividade A02-2, são livres as colunas A e B, da linha 1 à linha 20. Procura-se, com a liberação da coluna A, proporcionar ao aluno maior participação na elaboração da sequência numérica que fora restringida na atividade anterior.

3.3.2. Aplicações com a planilha – atividade A03

Estabelecemos relação entre a função $f(x) = x^2 - 4x + 3$ e a construção do domínio e imagem na planilha definidos por $\mathrm{A}_n^2 - 4\mathrm{A}_n + 3 = \mathrm{B}_n$, com n ∈ {1,2,...,27}, onde A_n representa os valores do domínio pertencentes à coluna A, contidos nas linhas *n*, e B_n, a imagem correspondente fixada na coluna B (Apêndice C).

Objetivos propostos

– Construir, em uma planilha, uma sequência de valores na coluna A, estabelecendo relação quadrática com a coluna B;

– Estabelecer, na planilha, relacionamento entre os coeficientes a, b e c da função $y = ax^2 + bx + c$ com a imagem da função na coluna B;

– Determinar a simetria da parábola conforme variação dos valores em C2;

– Reconhecer a existência de um valor mínimo ou máximo e associar com o coeficiente “a”;

– Observar que Yv é um ponto de simetria da imagem;

– Fixar o Xv na coluna A como ponto médio dos valores do domínio, reconhecendo sua posição como média aritmética entre os valores das raízes;

– Constatar que, para y = 0 (coluna B), correspondem as raízes ou zeros da função na coluna A;

Atividade A03-1

A linha 14 (colunas A e B) permite demarcar a linha média das colunas A e B trabalhadas (Figura 1). Assim, conforme os valores 2, 3,..., –8 são digitados em A1, altera-se a sequência na coluna A e os correspondentes valores na coluna B. Esta possibilidade disponibilizada pela planilha assemelha-se a um gráfico onde são percorridos seus pontos no plano e os correspondentes valores x e y, dando-nos uma visão exclusiva dos pares (x,y) percorridos ao longo dos braços da parábola, na extensão inicial em A1 e final em A27, com intervalo de variação determinado por C2.

A linha 14 da planilha trabalhada determina a posição média entre os valores do domínio, nem sempre coincidindo com o valor da coordenada x do vértice. Isto é evidenciado com a função $y = x^2 - 7x - 8$. Neste caso, a coordenada x do vértice desta função é 3,5 (Figura 2 – com a fixação da coordenada x do vértice na célula A14), e o valor apresentado na linha 14 é 2 (Figura 1 – sem a fixação da coordenada).

Para correção desta distorção, inserimos na célula A14 a fórmula "=–E2/(2*D2)". Esta ação fixa esta coordenada na referida célula, independentemente dos coeficientes da função que sejam inseridos nas células D2, E2 e F2.

Para estabelecer sincronismo entre os elementos do domínio, inserimos na célula A13 a fórmula "=A14–$C$2", copiando para o endereço A13:A1. O símbolo "$", antecedido à letra C e ao número 2, fixa o endereço quando o ato da cópia for efetivado. Repete-se este processo para o endereço A15:A27.

Com estas três alterações, garantimos a fixação (de forma variável) do domínio da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ na coluna A e a existência de simetria correspondente na coluna B. Assim, a coordenada x do vértice estará fixada em A14, e C2 determina o intervalo de variação entre dois valores constantes da coluna A, sem interferir na simetria, conforme ilustra a Figura 2.

	A	B
1	-11	-190
2	-10	-162
3	-9	-136
4	-8	-112
5	-7	-90
6	-6	-70
7	-5	-52
8	-4	-36
9	-3	-22
10	-2	-10
11	-1	0
12	0	8
13	1	14
14	2	18
15	3	20

Figura 1 – Domínio e Imagem da função y = $x^2 - 7x - 8$; A1 = –11 e C2 = 1

	A	B
1	-16	-360
2	-14,5	-303,8
3	-13	-252
4	-11,5	-204,8
5	-10	-162
6	-8,5	-123,8
7	-7	-90
8	-5,5	-60,75
9	-4	-36
10	-2,5	-15,75
11	-1	0
12	0,5	11,25
13	2	18
14	3,5	20,25
15	5	18
16	6,5	11,25
17	8	0

Figura 2 – Domínio e Imagem da função y = $x^2 - 7x - 8$; C2 = 1,5

3.3.3. Aplicações com a planilha – reaplicação da atividade A03

Nesta aula, foi reaplicada a atividade A03 devolvendo-se aos alunos as folhas não-preenchidas, considerando-se a entrega em branco na aula anterior.

Como consequência da complexidade das expressões trabalhadas, decidiu-se auxiliá-los através da projeção proporcionada por um *datashow* e da explicação expositiva, com auxílio do quadro-branco. O auxílio foi desenvolvido passo a passo com o uso do *datashow,* comentando-se e acrescentando-se no quadro-branco as relações entre as expressões digitadas na planilha e as equações matemáticas correspondentes.

3.3.4. Aplicações com a planilha – atividade A04

Esta atividade (Apêndice D), diante do resultado insatisfatório obtido nas duas atividades anteriores, é reformulada, reduzindo-se a quantidade de conteúdo e introduzindo-se questões que possam detectar possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos.

A proposta desta atividade é proporcionar contato com expressões mais simples, inserindo mais tarde as mais complexas, valendo-se de tempo adicional para uma melhor familiarização e adaptação com a planilha. Buscamos também questionar os alunos acerca de suas dificuldades quanto ao uso da planilha e examinar a intensidade da colaboração dos colegas nas atividades desenvolvidas.

Atividade A04-1

Solicitamos a digitação nos endereços C2, D2, E2 e F2, respectivamente, os valores 1, 1, –6 e 5; em E5, a fórmula "=E2^2–4*D2*F2". Esta construção garante que o discriminante da equação $ax^2 + bx + c = 0$ seja calculado automaticamente e atualizado no endereço E5 sempre que os valores dos coeficientes da referida equação forem alterados.

Atividade A04-2

Nesta planilha, solicitamos a digitação, nos endereços D2, E2 e F2, dos valores 1, –4 e 4, respectivamente. Como esses endereços correspondem aos coeficientes *a, b* e *c* da função $y = ax^2 + bx + c$, os valores digitados determinam, na coluna B da referida planilha, a imagem da função $y = x^2 - 4x + 4$, correspondente aos valores contidos na coluna A, no endereço A1:A27.

Atividade A04-3

Investigam-se as concepções que os alunos têm sobre o uso da planilha e suas aplicações como auxílio à aprendizagem de matemática, suas dificuldades e sugestões.

A maioria dos alunos concluiu a atividade A04 antes do final do primeiro tempo. Para completar os dois períodos, usamos parte da aula que seria aplicada na aula seguinte, denominando-a atividade A04-4.

Atividade A04-4

Esta atividade completa os dois períodos relativos a atividade A04 (Apêndice E).

Abordamos novamente as expressões que determinam as coordenadas do vértice. Nos endereços D7 e D8, identificamos as referidas fórmulas, inserindo em E7 a fórmula que determina a coordenada x e, em E8, a da coordenada y do vértice. Sua construção permite determinar automaticamente os valores x_v e y_v quando inseridos na planilha, nos correspondentes endereços, os coeficientes da equação $ax^2 + bx + c = 0$. Portanto, fica determinada, pelo relacionamento entre as expressões e os referidos coeficientes *a, b* e *c*, a determinação automática das coordenadas dos vértices sempre que forem digitados os valores dos coeficientes da equação nos correspondentes endereços na planilha. Vale ressaltar que as atividades se desenvolvem no campo dos reais; portanto, será mostrado o erro "#NÚM!" sempre que o discriminante for negativo (embora não seja o objetivo desta atividade, é possível programar o Excel para que exiba, no lugar do erro, por exemplo, a expressão “raiz imaginária” ou que sejam exibidas as raízes não-reais).

No endereço E7 inserimos a fórmula que determina a coordenada x do vértice; em E8, a coordenada y. Dessa forma, sempre que forem digitados valores reais para os coeficientes *a*, *b* e *c*, E7 e E8 exibirão automaticamente os resultados correspondentes das coordenadas dos vértices x_v e y_v.

Essa construção vale-se das seguintes finalidades: a) exibir automaticamente os valores das coordenadas dos vértices; b) utilizar a fórmula do x_v, através do endereço E7, como ponto central determinante do domínio da função, permitindo manter a simetria da imagem e da construção gráfica; c) identificar, na imagem, através do endereço E8, os valores de máximo ou de mínimo, servindo como elementos de comparação e de relacionamento ao coeficiente do termo de grau dois, estabelecendo vínculo e as condições de existência de máximo/mínimo; d) servir como instrumento semiótico no processo de transladar expressões, articulando a interdependência entre essas linguagens e significados, reforçando-os, auxiliando na modificação de conceitos existentes e permitindo o surgimento de novos.

3.3.5. Aplicações com a planilha – atividade A05

Como parte da atividade que estava programada para esta aula foi utilizada na aula anterior e seu desenvolvimento ocorreu com sucesso, resolvemos abordar novamente a atividade antes desenvolvida com resultado insatisfatório, trabalhada em A03. Para isso, reformulamos a atividade, a seguir descrita.

Nesta atividade (Apêndice F), retomamos a construção do domínio e da imagem nas colunas A e B, utilizando uma nova planilha. Fixamos o Xv no endereço A14, e os coeficientes *a, b* e *c* da função $y = ax^2 + bx + c$, nos endereços D2, E2 e F2. Em C2, é fixado o incremento ao intervalo de valores que é estabelecido no domínio.

Nos endereços D2, E2 e F2, são digitados os valores 1, –3 e –10, respectivamente, obtendo-se, na coluna B, a imagem da função $y = x^2 – 3x –10$, correspondente ao domínio fixado na coluna A, limitado inferiormente por A1 e superiormente por A27.

Com isso, pretende-se dispor aos alunos variações da função em termos de coeficientes e discriminante, disponibilizando possibilidades de conexão entre os valores digitados e as referidas variações. Investigamos possíveis dificuldades encontradas pelos grupos, participação e confirmação da execução correta da atividade evidenciada pelos valores em A14 (x_v), B14 (y_v) e E5 (discriminante). A seguir, invertem-se os sinais dos valores contidos em D2, E2 e F2, confirmados em A14, B14 e E5. Disponibilizam-se, assim, possibilidades de conexão entre os valores digitados em D2 (coeficiente *a*) e a existência de valor máximo, conforme valor negativo contido em D2.

Solicitamos a construção do gráfico da função $y = -x^2 + 3x + 10$, conforme modelo disponibilizado através de uma apresentação no *PowerPoint* que orienta nas etapas a serem seguidas para sua realização. Após a construção do gráfico, solicitamos novamente a troca dos sinais em D2, E2 e F2 e a observação dos efeitos produzidos graficamente. Altera-se para a função $y = x^2 + x - 4$, invertendo em seguida os sinais dos valores contidos em *a*, *b* e *c* (D2, E2 e F2, respectivamente), explorando-se a mudança do valor de mínimo para o de máximo. Colhem-se também, informações sobre a opinião dos alunos quanto ao uso da planilha, dificuldades encontradas e sugestões.

Construção gráfica

O gráfico da função $y = x^2 - 3x - 10$ é determinado pelos valores da coluna B (B1:B27), correspondente ao domínio contido na coluna A (A1:A27). A imagem, portanto, fica atrelada aos coeficientes *a*, *b* e *c* (D2, E2 e F2), e a célula C2 determina o valor do intervalo entre dois valores consecutivos do domínio (coluna A). Conforme o valor contido nesta célula é alterado, o domínio é restringido ou expandido, com valores mais próximos ou mais distantes da coordenada x do vértice. Este processo causa uma aproximação ou expansão gráfica, funcionando como "*zoom in*" ou "*zoom out*".

3.3.6. Aplicações com a planilha – atividade A06

Na atividade A06, dada uma situação-problema, parte-se de simulações mais simples (com a exploração de lápis e papel), envolvendo o cálculo da área e dos lados de um retângulo, preparando e insinuando aos alunos informações que os habilitem a fazer conexões entre estas situações mais simples e o problema posteriormente proposto. Depois dessas situações de preparação para a atividade seguinte, utilizando-se uma planilha, constroem-se simulações de possibilidades de áreas distintas correspondentes ao valor do comprimento de dois lados inseridos nas colunas A e B, de forma que a soma desses dois lados resulte em 60 metros. Pretende-se, com essa simulação, desenvolver a condição de tentativa – erro eletrônico que possa desencadear no educando conexões conceptivas e de solução com a situação-problema.

Inicialmente, os alunos são instigados a identificar os dados fornecidos pelo problema no item um e, no item dois, apresentamos esquema onde os lados desconhecidos são generalizados por “x” e “y”, e é solicitada a determinação dos lados e da área formada.

No item três, simulamos situações para a determinação de um dos lados e a respectiva área. Fornecidos o comprimento total do arame e o comprimento de um dos lados desconhecidos, os alunos são encaminhados a encontrar o outro lado e a área.

No item quatro, após a atividade anterior, em que as questões são trabalhadas com lápis e papel, formulamos atividade semelhante com o desenvolvimento em uma planilha, oportunizando a comparação entre as duas situações distintas vivenciadas, onde a primeira subsidia a segunda, facilitando a interpretação e abordagem do tema tratado.

A atividade compreende a construção de uma sequência (0, 2, 4, ... , 60) na coluna A; na coluna B, é inserida a fórmula “= 60 – A_n", onde A especifica a coluna e *n* pertence ao conjunto {1, 2, ... , 31}, que designa a linha da coluna A onde a fórmula faz referência; na coluna C, a fórmula “=A_n*B_n” irá determinar a área correspondente às colunas A e B, na linha *n*. Destacamos, na simulação da planilha, o valor máximo obtido ao inserir a fórmula “=máximo(C1:C31)”, e são destacados os valores dos lados correspondentes à área máxima alcançada. Para a detecção da correta utilização das expressões, solicitamos o retorno em células específicas que atestam seu emprego apropriado.

O item cinco, busca esclarecer o significado percebido pelos alunos quanto à construção da área na coluna C e o significado que concebem na linha cinco, referente às colunas A e B (investigamos se as colunas A e B representam, no entendimento do aluno, os lados de um retângulo).

No item seis, trabalhamos a construção gráfica na planilha, tendo como imagem a coluna C, correspondente às áreas obtidas do retângulo de lados nas colunas A e B. Assim, os alunos têm uma visualização gráfica do comportamento e variação das respectivas áreas, além do destaque representativo do valor máximo.

O item sete, busca corroborar e identificar o valor máximo da função A = y = x(60 – x) e o valor dos lados que determinam a área máxima (a função mencionada, na planilha, transforma-se em: "=A_n*B_n", onde $B_n = 60 – A_n$, com n pertencente ao conjunto {1, 2, ... , 31}). Indagamos sobre a importância do uso da planilha para o aluno na resolução do problema, solicitando a avaliação sobre o seu uso, com atribuição de valores na escala de 1 a 10 e busca por sugestões.

3.3.7. Aplicações com a planilha – atividade A07

Esta atividade é continuidade da anterior (atividade A06), na qual o problema proposto destacava o aproveitamento de duas paredes; em um processo gradativo de dificuldades, focalizamos nesta o aproveitamento de apenas uma. Assim, abordamos o tema maximização da função sob dois enfoques: maximização da área de um cercado com o aproveitamento de duas paredes (Apêndice G – A06) e com o aproveitamento de apenas uma (Apêndice H – A07). Proporcionamos tratamento progressivo de dificuldades e variabilidade ao estabelecer relações entre situações práticas e o conceito de função, bem como propiciamos a interação entre os grupos aluno-aluno, aluno-professor-aluno e aluno-computador.

Na situação-problema proposta, estabelecemos o aproveitamento de uma parede, originando variabilidade de formação de retângulos, dependentes da definição dos três lados. Dessa forma, ao delimitarmos sua soma, um dos lados é função dos outros dois, onde inicialmente exploramos as possibilidades de formação de retângulos de forma simples com lápis e papel e, posteriormente, transladamos e ampliamos a investigação em uma simulação na planilha.

No item um, os alunos são orientados a identificar os dados fornecidos pelo problema e a elaborar um esquema representativo, atribuindo valores aos lados desconhecidos, de forma que sua soma seja 60 metros.

No item dois é trabalhada algebricamente a determinação de um dos lados, fornecido o valor do outro. Os alunos apresentam dificuldades tanto na parte das operações fundamentais, algoritmo resolutivo de equações de grau um, quanto na propriedade do retângulo, em que os lados opostos paralelos apresentam a mesma medida. Assim, com a abordagem algébrica da situação-problema envolvendo os comprimentos dos lados de um retângulo, auxiliados pela figura-esquema, buscamos fornecer subsídios para a posterior abordagem da situação-problema na planilha, facilitando a apropriação do problema inicialmente proposto e auxiliando em sua interpretação e construção.

O item três simula situações em que são atribuídos valores a um dos lados (sem o fornecimento do esquema), dada a soma dos três e solicitados os outros dois e a área. Estas atividades que antecedem o uso da planilha buscam aclimar os alunos tanto na utilização da planilha, quanto no envolvimento e entendimento da sua solução, primeiro com a utilização de método tradicional e, após, com a utilização do computador.

O item quatro simula, em uma planilha, os comprimentos dos três lados de um retângulo, cuja soma mede 60 metros. As colunas A e B simulam a medida dos lados paralelos, enquanto que a coluna C representa o terceiro lado, complementar aos outros dois. A coluna D determina as áreas correspondentes aos valores simulados em cada linha. A verificação da construção adequada das várias etapas é legitimada através de valores específicos em células preestabelecidas. Assim, de acordo com o valor retornado pelos alunos, sabemos se sua construção está ou não apropriada.

O item cinco auxilia no entendimento que os alunos têm na construção das colunas A, B, C e D, reforçado pelo significado contido na linha cinco nas três primeiras colunas. Na célula F1, verifica-se se há consenso em seu valor máximo representado. Construímos, no item seis, o gráfico correspondente à coluna D como imagem e a coluna C como domínio.

A finalidade do item sete é proporcionar a interpretação da leitura que os alunos fazem da planilha, assim como a sua interpretação das várias etapas de sua construção. Solicitamos, portanto, a identificação do valor máximo obtido das áreas construídas e o valor dos correspondentes lados. Verificamos se, no entendimento do aluno, consta que o cálculo da área se dá pelo produto de dois lados consecutivos do retângulo, e não por seus lados paralelos (questão sete – item “c”). Avaliamos a importância, para os alunos, do uso da planilha na resolução do problema, bem como a mensuração numa escala de 1 a 10 do seu uso e a contribuição com sugestões (questão sete – itens “d”, “e” e “f”).

3.3.8. Aplicações com a planilha – atividade A08

Nesta atividade, em continuidade da anterior, destacamos a situação-problema sob novo enfoque, embora não se diferencie em termos do tema e estrutura abordados anteriormente. Reapresentamos a maximização da função envolta por situação fictícia de uma fábrica de calçados. Estima-se que, ao ser vendido por x reais cada par, serão vendidos 60 – x sapatos mensais. Estabelecemos, assim, uma relação quadrática entre preço e quantidade de sapatos vendidos, onde, através da simulação de preço e quantidade de sapatos, se busca o preço ótimo de venda e o lucro máximo alcançado. Para que haja significação prática, fornecemos o incremento ao domínio para que originasse somente valores inteiros, tanto para o domínio, quanto para a imagem, conforme Apêndice I – Atividade A08.

Através da maximização, os alunos são direcionados a determinar o preço ótimo de venda e lucro máximo que poderá ser obtido. Com isso, buscamos despertar no aluno a curiosidade e o interesse em investigar e interagir através da mediação dos recursos disponibilizados pelo computador, dos colegas e do professor. Espera-se, portanto, propiciar ambiente favorável para estabelecer interação e provocar mudanças nos conceitos anteriormente adquiridos, permitindo a aquisição de novos. Contextualizamos uma situação hipotética estimulante e instigante, ambientada no cotidiano do aluno, dando-lhe sentido, significado e utilidade, conforme preceituam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).

O item um propõe a identificação dos dados do problema, com a prática do lápis e papel, com os seguintes propósitos: verificar a capacidade interpretativa dos alunos, bem como organizar e estabelecer contato com as informações para facilitar a interpretação e a posterior aplicação da situação-problema na planilha, evidenciando as informações fornecidas pelo problema.

O item dois propõe uma simulação do problema utilizando lápis e papel, onde os alunos registram o preço de custo, simulam um valor para venda, determinam a quantidade vendida em função do preço simulado e calculam o lucro. Pretende-se, com essa simulação, além de fornecer tentativas simples de solução do problema, estabelecer contato preliminar à pesquisa realizada posteriormente com a planilha, facilitando sua construção e interpretação.

O item três inicia na planilha a construção de uma sequência de valores na coluna A, com valor inicial igual a quinze e incremento igual a um. Verifica-se a correta construção das expressões e valores contidos nessa planilha com o retorno de valores em células específicas predeterminadas.

Os itens de quatro a nove proporcionam a construção, nas colunas A, B, C, D e E, respectivamente, da simulação de preço de venda, quantidade vendida, valor arrecadado, valor de custo e lucro obtido. A comprovação da eficácia de sua construção dá-se por valores específicos retornados em células predeterminadas.

O item dez identifica a inserção de expressão adequada ao preço ótimo de venda, lucro máximo que pode ser obtido, para quais quantidades de sapatos vendidos há prejuízo e para quais quantidades não há prejuízo nem lucro. Investigamos também o reconhecimento do uso da planilha como instrumento de cálculo e pesquisa para a solução do problema proposto e possíveis contribuições através de sugestões.

3.3.9. Aplicações com a planilha – atividade A09

Repetimos a atividade anterior ao desenvolver um ambiente de simulação em que o aluno possa participar, interagir e reutilizar a base de conhecimentos construídos na atividade anterior, agora focado numa fábrica de automóveis. A escolha dessa atividade pretende reforçar as atividades anteriores, retomando o tema de situação que envolvem quantitativos de porte normalmente não utilizados em sala de aula. Dispomos, assim, contato com valores não-usuais que, por envolverem extensos cálculos, seriam impraticáveis, não fosse o auxílio do computador na simulação da pesquisa proposta.

Envoltos por situação fictícia de uma fábrica de automóveis, os alunos são direcionados a maximizar o lucro e a determinar o preço ótimo de venda. Com isso, através da contextualização e simulação do problema proposto em uma planilha, buscamos que o aluno abdique da recepção passiva do ouvir e do copiar para a atividade do experimentar através da mediação do professor, dos colegas e do envolvimento dos recursos disponibilizados pelo computador.

Simulamos na planilha a construção do domínio e imagem da função $y = x(18.000 - x)$, cuja função estabelece preços e quantidades de automóveis vendidos, respectivamente sendo representados pelo domínio (coluna A) e pela imagem (colunas B). Para que haja significação prática, fornecemos o incremento ao domínio para que originasse somente valores inteiros, tanto para o domínio, quanto para a imagem, conforme Apêndice J – Atividade A09.

A estimativa da quantidade de automóveis vendidos é definida pela expressão “18.000 – x” construída na coluna B (B1:B46), sendo x o preço do automóvel relacionado, respectivamente, ao preço definido na coluna A. A coluna C (C1:C46) determina o valor arrecadado com as vendas relativo à quantidade vendida (coluna B) e ao preço (coluna A). A coluna D (D1:D46) corresponde ao preço de custo relativo à quantidade vendida (coluna B) e ao valor do custo de produção de cada automóvel (R$10.000,00). A coluna E (E1:E46) corresponde ao lucro, obtido com a diferença entre o valor arrecadado (coluna C) e valor de custo (coluna D). Assim, as grandezas preço e quantidade determinam a um preço x uma quantidade 18000–x, de forma tal que exista um x em que o lucro será máximo.

O problema proposto permite realizar uma simulação de valores na planilha, com o objetivo de investigar a variável preço, quantidade vendida, valor arrecadado, preço de custo e lucro. Cada grupo recebeu duas folhas de papel ofício, com instruções e exemplos para guiar os alunos no desenvolvimento das tarefas.

A verificação da construção adequada nas várias etapas da tarefa é constatada através do retorno de valores específicos em células preestabelecidas. De acordo com o valor retornado pelos alunos, sabe-se se a construção das colunas está ou não apropriada.

O item um orienta a construção, na coluna A de uma planilha, de uma sequência de valores determinados pelo valor inicial na célula A1 igual a 9.000 e com variação entre os valores (incremento) igual a 200.

O item dois determina a cópia da fórmula inserida em A2 para o endereço A2:A50, criando a sequência na coluna A.

O item cinco orienta a construção, na coluna B da planilha, de uma sequência de valores que simula a quantidade vendida (18.000 – x). Na célula B1, insere-se a fórmula "=18.000 – A1"; realizada sua cópia para o endereço B1:B50, obtemos a simulação dessa quantidade.

No item seis, simulamos na coluna C o valor arrecadado com as vendas, correspondente ao produto do preço (coluna A) pela quantidade de automóveis vendidos (coluna B). Para tanto, inserimos a fórmula "=A1*B1" em C1 e copiamos para o endereço C1:C50.

No item sete, simulamos na coluna D o valor de custo correspondente a cada quantidade de automóveis vendidos. Assim, inserimos a fórmula "=B1*10.000" em D1 e copiamos para o endereço D1:D50.

No item oito, simulamos na coluna E o lucro correspondente a cada quantidade de automóveis vendidos, correspondente à diferença entre valor arrecadado (coluna C) e valor de custo (coluna D). Assim, inserimos a fórmula "=C1–D1" em E1 e copiamos para o endereço E1:E50.

No item nove, inserimos no endereço G1 a fórmula "=máximo(E1:E50)" que permite determinar o valor do lucro máximo contido na coluna E.

O item dez investiga a percepção dos alunos acerca das tarefas desenvolvidas na planilha. Averiguamos a importância que os alunos atribuem ao uso da planilha como recurso auxiliar na solução do problema proposto (item c) e constatamos, através de uma escala de valores (item d), a receptividade na sua utilização, confirmando ou negando as afirmações contidas no item anterior.

3.3.10. Aula expositiva: *PowerPoint* e animação gráfica – A10

Nesta atividade, reapresentamos alguns conteúdos vistos anteriormente, utilizando uma apresentação de eslaides em *PowerPoint* e *Datashow*.

3.3.11. Avaliação final

A avaliação final consta de: quatro questões de múltipla escolha que abordam a situação-problema de forma semelhante à das atividades trabalhadas anteriormente em sala de aula; uma questão com três subitens trabalhados na atividade A07 e A10; uma questão que aborda cálculo do discriminante e raízes de uma equação trabalhada em várias atividades e reforçada na atividade A10; uma questão auto-avaliativa.

Buscamos, ao longo de todo o processo, a avaliação formativa como forma de orientação e direcionamento no rumo das atividades, fazendo correções sempre que detectada dificuldade na aprendizagem dos alunos. Nestas avaliações, foram focadas experiências vivenciadas na utilização da planilha, valorizando a interação aluno-computador, aluno-aluno e aluno-professor e evitando-se convergir para uma avaliação de medida exclusivamente quantitativa.

Conforme acordo com o professor titular da turma, a nota dos alunos referente ao terceiro bimestre do ano letivo vigente seria formada pelas avaliações realizadas durante o processo efetivo da pesquisa, considerando-se o cumprimento do calendário escolar. Para a composição da nota final, foram levados em conta aspectos mais abrangentes que o simples quantitativo, realizando em dois momentos distintos: a avaliação formativa ao longo do processo e a avaliação final. A nota final foi construída através da média aritmética entre as atividades desenvolvidas em sala de aula e a avaliação final.

Na avaliação das atividades desenvolvidas em sala de aula, atribuiu-se valor 1 para cada uma, somando um total de nove pontos. Converteu-se o total nove para dez, multiplicando-se o valor obtido de cada aluno por 10/9.

A construção da nota final de cada aluno obedeceu à seguinte fórmula: $Nf = \dfrac{Av + \frac{10}{9}At}{2}$, onde *Nf* corresponde à nota final, *Av* é avaliação final, e At é a pontuação obtida com a participação nas atividades (Apêndice P). Com a ocorrência, em alguns casos de *Nf* ser menor do que *Av* devido ao elevado número de faltas, manteve-se a nota *Av*, descartando-se a aplicação da fórmula nesses casos.

3.4. Entrevista

Foi realizada entrevista padronizada em áudio, posteriormente transcrita para o papel, com perguntas predeterminadas aos quinze alunos presentes em sala de aula. Como atividade de encerramento, a entrevista constou de perguntas individuais ao alunos de um roteiro preestabelecido. Gravou-se em áudio e, posteriormente, transcreveu-se para o papel, abordando-se temas como a preferência do trabalho desenvolvido em atividades individualmente ou em grupo e compreensão de algumas atividades trabalhadas na planilha.

Objetivos:

– Proporcionar atualização dos dados investigados e identificar dificuldades apresentadas pelos alunos, permitindo a cooperação nas respostas fornecidas, protegidas pelo anonimato;

– Perceber o envolvimento grupal e o auxílio prestado à realização das tarefas, determinando, na concepção dos alunos, se a colaboração dos colegas foi útil no desenvolvimento das atividades usando o computador, conforme os pressupostos da teoria sociointeracionista de Vygotsky;

– Identificar, através de questionamento oral, o entendimento dos alunos acerca das atividades realizadas na planilha;

Questões da entrevista:

1. Qual sua preferência, trabalhar em grupo ou individualmente?
2. Em sua opinião, o trabalho em conjunto ajudou ou atrapalhou o desenvolvimento das atividades?
3. Dos grupos de que você participou, o colega auxiliou no entendimento da tarefa?
4. Em sua opinião, a ajuda do colega é mais útil com o uso do computador ou sem?
5. A ajuda do professor foi útil para o desenvolvimento das atividades?
6. A tarefa realizada poderia, em sua opinião, ser realizada sem a ajuda do professor? E sem o auxílio do computador? E dos colegas?
7. Como você classifica seu relacionamento com o professor? E do professor com os grupos? E entre os grupos?
8. Na situação-problema do cercado, você saberia encontrar a área máxima sem ajuda do computador? E usando um computador?
9. Você lembra o problema da aula 08 (fábrica de calçados)? Explique.
10. Se o preço do sapato for R$50,00, que quantidade será vendida?
11. Você lembra o significado das colunas A, B, C, D e E?
12. Como faço para localizar na planilha o preço ótimo de venda?
13. O que significa para você "lucro máximo"?
14. O que significa para você "preço de venda" e "preço de custo"?
15. Você lembra o problema da aula 07 (problema do cercado com aproveitamento de duas paredes)? Explique.
16. Se uma parede medir 50 m, quanto medirá a outra? Qual a área?

4. ANÁLISE DE DADOS

4.1. Avaliação diagnóstica

Após a correção da avaliação, constataram-se profundas deficiências nos conteúdos referentes às séries cursadas anteriormente e, consequentemente, na atual. Os alunos demonstraram escassa habilidade e domínio no manejo das regras dos sinais nas operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão), nos conjuntos numéricos e nas equações de grau um com uma variável real, evidenciando aprendizagem e conhecimento fragmentados e descontextualizados.

Considerações sobre a questão um:

A identificação/classificação dos elementos desses conjuntos é essencial ao desenvolvimento de conteúdos que serão vistos posteriormente, podendo servir como obstáculo a um melhor entendimento de temas como domínio e imagem da função; localização dos pontos essenciais à construção gráfica (como zeros e vértice da função); valores fracionários, dízimas periódicas e números irracionais; noção e conceito de intervalo, essenciais principalmente para a interpretação e solução das inequações quociente do 2º grau.

Dos dezoito alunos presentes na avaliação (Tabela 3), 27,8%, obtiveram rendimento igual ou inferior a 50%; 55,6%, rendimento inferior ou igual a 75% e superior a 50%; e 16,7%, apresentaram rendimento superior a 75% e inferior ou igual a 100%.

Tabela 3: Análise dos rendimentos da questão um

Percentual de acertos	Quantidade de Alunos	%
0 ⊢ 50	5	27,8
50 ⊢ 75	10	55,6
75 ⊢⊣ 100	3	16,7
Total	18	100,0

De acordo com as regras determinadas pela escola, a média 6,0 (60%) é condição mínima de aprovação. Com relação à primeira questão, temos sete alunos (38,9%) com rendimento igual ou superior a 60% e onze (61,1%) com rendimento inferior a 60%. Constata-se a inexistência de conhecimentos concordantes com a série frequentada, detectando-se dificuldades na identificação e/ou classificação dos elementos numéricos correspondentes aos respectivos conjuntos.

Considerações sobre a questão dois:

Conforme enunciado da questão dois, não houve resposta expressa pelos alunos que pudesse ser considerada correta, sendo apreciada as respostas parciais. A análise da produção escrita dos alunos permitiu detectar falhas nas operações algébricas, desconhecimento na resolução de equações simples do primeiro grau, produtos notáveis e regras dos sinais.

Na primeira equação, expressa por $2x = 4$, 83,3% dos alunos dão respostas parcialmente corretas[14]; 16,7% demonstram ausência mínima de conhecimentos referentes à resolução de uma equação simples do primeiro grau, sendo que a totalidade dos alunos não expressa o conjunto solução como resposta final.

Destacamos o desenvolvimento e solução apresentados pelos seguintes alunos:

Tabela 4: Desenvolvimento da equação dois – item a

Aluno	Desenvolvimento	Resposta
A	Não tem	R = 2
C	$2x = 4 \Rightarrow 2x - 4 \Rightarrow$	$\frac{4}{2} = 2$
O	x = 4 + 2	x = 6
Q	x = 4 – 2	x = 2
I	x = 2.4 = 8	x = 8

Na segunda equação, definida por x – 4 = 6x, 27,8% dos alunos dão respostas parcialmente corretas; 72,2% demonstram ausência de conhecimentos referentes à resolução de uma equação simples do 1º grau, caracterizando dificuldades em expressar e operar objetos genéricos matemáticos e insuficiência na resolução de problemas, o que indica ausência de pensamento algébrico, com permanência ainda no aritmético.

Embora não tenha sido cobrada a solução com restrição a um conjunto universo, caso o fizéssemos, provavelmente só aumentaríamos o nível de dificuldades, pois a totalidade dos alunos não expressa a solução fornecendo como resposta um conjunto-solução, o que revela ausência de relação entre este e o conjunto universo trabalhado.

Destacamos o desenvolvimento e solução apresentados pelos seguintes alunos:

[14] Consideramos respostas "parcialmente corretas" àquelas em que houve desenvolvimento parcial na direção de uma resposta correta, sem, contudo, finalizar uma solução ou na apresentação de uma resposta inadequada.

Tabela 5: Desenvolvimento da equação dois – item b

Aluno	Desenvolvimento	Resposta
A	$4 = 6x - x$	R=1,25
C	$-6x + x - 4 \Rightarrow -5x - 4$	Não apresentou
F	$6x - x = 4$; $5x = 4$	$x = 5/4$
G	$-6x = - x + 4$; $x - 4 = 6x$; $-4x = 6x$	Não apresentou
H	$x - 4 = 6x$; $6x - x = 4$; $4 = 5x$	$x = 4/5$
I	$6x^2 = - 4$; $x^2 = 6.(-4)$; $x^2 = -24$	Não apresentou
K	$x - 6x = 4$; $- 5x = 4$	$-x = 5/4$
O	$x - 6x = 4$; $5x = 4$	$x = 5/4$
P	$x - 6x = 4$; $7x = 4$	$x = 4/7 = -3$
Q	$x - 6x = 4$; $-5x = 4$	$x = -5/4$
T	$x^2 = 10$	$x = \sqrt{10}$
U	$x - 5x = +4$; $-4x = +4$; $+4x = 4$	$x = 4/4 = 1$
X	$x - 6x = 4$; $-5x = 4$; $x = 4.(-5)$	$x = -20$

Na terceira equação, expressa por $3(x^2 - 1) = -(x + 2)^2$, a totalidade dos alunos não apresentou desenvolvimento nem resposta satisfatória. Diante das soluções e respostas apresentadas nas equações anteriores (equação um e equação dois), é previsível uma maior dificuldade em sua solução. Através das tentativas de solução desta equação, os alunos não demonstram conhecer os produtos notáveis nos seus dois casos apresentados: (a) diferença de dois quadrados perfeitos e (b) quadrado da soma de dois termos.

Considerações sobre a questão três:

A partir das respostas obtidas, constata-se profunda ausência de conhecimentos referentes aos temas função, domínio e imagem. Conforme a Tabela 6, 22,2% dos alunos fornecem respostas satisfatoriamente. Destaca-se o alto índice sem tentativa de solução (61,1%), demonstrando que o conhecimento do assunto abordado está bem distante da maioria dos alunos.

As respostas parciais esboçam tentativa de responder a questão, mas os alunos cometem algum equívoco. Assim, por exemplo, um aluno registra: “D = A” e “Im = A e B”; outro, ainda, faz a representação através do diagrama de Venn, não confirmando nem domínio, nem imagem, sugerindo desconhecimento na identificação dos mesmos. Nenhum aluno fornece uma resposta completa e totalmente satisfatória, em concordância com a questão formulada. No entanto, alguns alunos classificados no grupo das respostas consideradas corretas fornecem respostas à questão de forma duvidosa, deixando traços que permitem identificar lacunas conceituais no trato com funções. A grande maioria (77,8%) não apresenta respostas satisfatórias ou não emite registro.

Tabela 6: Percentual de erros e acertos da questão três

Respostas	%
Corretas	22,2
Parcialmente corretas	5,6
Erradas	11,1
Em branco	61,1
Total	100,0

Considerações sobre a questão quatro

Considerando a aplicabilidade prática e relacional de uma função, tencionávamos que tal conceito fosse identificado e aplicado pelos alunos. No entanto, a maioria dos alunos não o fez. Utilizando um raciocínio relacional distinto do pretendido, identificaram um custo de trezentos reais para as fábricas M e N, sendo que a fábrica M ao produzir cem unidades, e a fábrica N, zero unidades. Com esse entendimento, encontram uma solução para o problema, mas que não condiz com a situação proposta. Neste caso, o caminho para a solução encontrado pelos alunos não passa pela utilização, identificação e conhecimento do conceito de uma função linear.

A seguir, relacionamos algumas respostas apresentadas pelos alunos à primeira parte da quarta questão, demonstrando uma interpretação equivocada do tema tratado:

Aluno A: “Elas não vão ter o mesmo custo porque uma vende mais caro que a outra”;

Aluno C: “As tabelas 1 e 2 têm o início de custo diferente, e, com o aumento de quantidade, o custo aumenta com valores diferentes”;

Aluno F: “A fábrica M será na quantidade 100; na fábrica N, na quantidade 0”;

Não há resposta satisfatória para esta questão: dos dezoito alunos, quinze dão respostas inadequadas, e três não fornecem respostas. Diante das respostas apresentadas, percebemos não haver ligação entre a questão formulada e a existência de concepção de função nos alunos, apesar de todos serem dependentes em matemática e, por conseguinte, terem, no mínimo, um ano de contato com o tema.

Na segunda parte desta questão, os resultados podem indicar uma melhor interpretação dos alunos, com a maioria respondendo satisfatoriamente (acima de 60% de aproveitamento, conforme Tabela 7, item b), mas não convencem em relação às concepções construídas sobre o tema. Há evidência, nas respostas consideradas corretas e em conformidade com a questão formulada, de que a interpretação por parte dos alunos não reflete os resultados obtidos. Da forma como a questão foi estruturada, há respostas que podem ser consideradas corretas ou parcialmente corretas, mas que podem estar bem distantes da interpretação concebida.

A Tabela 7 mostra a inversão dos valores percentuais nos itens "a" e "b", corroborando a afirmação acima:

Tabela 7: Percentual de acertos da questão quatro

Percentual de acertos	Item a	Item b	Questão quatro
0 ⊢ 60	77,8	38,9	83,3
60 ⊢⊣ 100	22,2	61,1	16,7
Total	100,0	100,0	100,0

Assim, apesar de ter sido obtido índice mais apropriado de respostas consideradas corretas, não se pode afirmar que exista conexão entre os valores das tabelas fornecidas e a concepção de função existente nos alunos. A interpretação de alguns alunos parece bastante confusa, demonstrando concepções equivocadas sobre a questão interpretada. Listamos a seguir algumas respostas que mostram o modo de interpretação inapropriada dos alunos nesta questão:

Aluno H: "A fábrica M, pois como os funcionários não estão em greve o custo de produção das canetas já é baixo se houver greve o faturamento da fábrica será 0 (zero)";

Aluno I: "Na fábrica M porque a custo é muito baixo";

Aluno M: "Na fábrica "M", porque essa fábrica produz menos quantidades";

Aluno O: "Fábrica N, o custo irá diminuir muito";

Dificuldades dos alunos na avaliação diagnóstica

Constata-se, por meio das respostas dadas pelos alunos na avaliação diagnóstica, que, apesar de a avaliação apresentar questões elementares de conteúdos anteriormente estudados (sexta, sétima e oitava séries do Ensino Básico), os alunos demonstram dificuldades em dar respostas condizentes com as questões formuladas. Considerando-se a média seis como requisito mínimo para a aprovação, quatro alunos, ou 22,2%, têm êxito em obter 60,0% ou mais de aproveitamento. A grande maioria, correspondendo a 77,8%, apresenta rendimento inferior a 60,0%.

Tabela 8: Rendimento da avaliação diagnóstica

%	Quantidade de alunos	%
0 ⊢ 30	7	38,9
30 ⊢ 60	7	38,9
60 ⊢⊣ 100	4	22,2
Total	18	100,0

Estes resultados apontam para vários fatores desencadeantes, como baixa auto-estima, histórico familiar, histórico escolar, histórico econômico, entre outros, que interagem e provocam resultados não-desejáveis à aprendizagem.

4.2. Atividades

Durante o processo desenvolvido na pesquisa, as atividades são programadas e reprogramadas, de acordo com a avaliação/observação de cada atividade e com as dificuldades reveladas – tanto as referentes ao aspecto metodológico empreendido quanto as expostas pelos educandos.

4.2.1. Atividade A02

A atividade desenvolvida pelos alunos, dispostos em duplas, proporcionou momentos de discussão e de trocas; frequentemente, observava-se um aluno explicando ao seu par o conteúdo que estava sendo trabalhado ou solicitando auxílio para a realização da tarefa. No entanto, apesar de essa atividade ter como finalidade propiciar contato com a planilha e as expressões trabalhadas, os alunos não conseguiram abordar seis dos oito itens programados. Assim, somente dois itens de um total de oito são trabalhados: A02-1 e A02-2.

Com relação à inserção da fórmula em B1 (A02-1 – item dois), os alunos necessitaram ajuda para a tradução de "*em B1, transformar A1 ao quadrado*" em "*=A1^2*"; o item seguinte, "*copiar para o endereço B1:B20*", também foi completado satisfatoriamente após ter sido mostrado como desenvolver a tarefa.

Para o desenvolvimento desta atividade, os alunos necessitaram de auxílio para completá-la.

A seguir, registramos os percentuais correspondentes às respostas dos alunos nas atividades A02-1 e A02-2. A Tabela 9 registra a totalidade de cada tipo de resposta. Assim, obtiveram-se 77,8% de respostas consideradas satisfatórias em todas as questões referentes à atividade A02-1; já na atividade A02-2, constataram-se 51,3%. A média de respostas consideradas satisfatórias, nas duas atividades, foi de 64,6%.

Tabela 9: Percentual das respostas dos alunos na atividade A02

Atividade	S	NS	EB	PS	Total
A02-1	77,8	10,0	7,8	4,4	100,0
A02-2	51,3	17,3	14,7	16,7	100,0
Média	64,6	13,7	11,2	10,6	100,0

S: satisfatório; NS: não-satisfatório; EB: em branco; PS: parcialmente satisfatório – (Representação válida para todas as tabelas).

Na atividade A02-3, somente quatro duplas de alunos fazem uma tentativa de resposta às questões 5a e 5b, deixando as restantes em branco. Diante dos resultados obtidos na atividade A02, reformulamos a próxima atividade numa tentativa de adequá-la ao perfil dos alunos.

4.2.2. Atividade A03

Os alunos demonstraram dificuldades em desenvolver esta atividade. Constata-se um excesso de informações e certa complexidade exigida, referente à fórmula digitada em B1 (=$D$2*A1^2+$E$2*A1+$F$2). Apesar de os alunos terem acompanhado a atividade e trabalhado durante todo o desenvolvimento, eles entregaram as folhas totalmente em branco, somente com seus nomes preenchidos.

4.2.3. Reaplicação da atividade A03

Somente três grupos de alunos completaram parcialmente esta atividade. A entrega das atividades em branco deveu-se, em parte, à utilização da maior parte do tempo disponível para a apresentação do tema tratado, com uso de *datashow* em aula expositiva. Além disso, a escassa produtividade apresentada pelos alunos resultou da redução do número de aulas de dois tempos para um, devido a uma palestra que ocorreria no segundo tempo.

Considerou-se a utilização de apenas um tempo de aula como um entrave às atividades propostas. O tempo útil de uma aula (com atividades semelhantes às que foram propostas), torna-se extremamente escasso, considerados o tempo inicial utilizado para ligar os equipamentos e a respectiva inicialização do sistema operacional. Além disso, perdem-se aproximadamente cinco minutos para o encerramento antecipado da aula, com a finalidade de cumprir o horário para a próxima aula, normalmente agendada no laboratório.

Diante dos resultados obtidos, reformula-se a atividade a ser aplicada na aula seguinte.

4.2.4. Atividade A04

A maioria dos alunos considerou a atividade normal quando questionada se a tarefa era fácil, normal ou difícil. Todos os alunos afirmaram haver participação do colega e consideraram fundamental compartilhar a tarefa para uma melhor compreensão (questões 5 e 5.2 – Tabela 10), corroborando os pressupostos da teoria sociointeracionista de Vygotsky. No entanto, alguns grupos relatam dificuldades no desenvolvimento da tarefa, dizendo: "*trabalhar com o Excel não é fácil, ainda mais misturando a matemática*".

Tabela 10: Percentual das respostas na atividade A04-1 e A04-2

Atividade	Questão 1		Questão 3		Questão 4			Q 5	Q 5.2	Questão 6			
	SIM	EB	N	F	SD	CD	EB	SIM	SIM	S	NS	EB	Total
A04-1	100,0	0,0	66,7	33,3	50,0	16,7	33,3	100,0	100,0	50,0	16,7	33,3	100,0
A04-2	83,3	16,7	83,3	16,7	33,3	16,7	50,0	100,0	100,0	66,7	0,0	33,3	100,0
Média	91,7	8,3	75,0	25,0	41,7	16,7	41,7	100,0	100,0	58,3	8,3	33,3	100,0

N: normal; F: fácil; SD: sem dificuldades; CD: com dificuldades – (Representação válida para todas as tabelas).

Atividade A04-3

A maioria dos alunos é favorável ao uso da planilha para estudar matemática. Dois grupos revelam que a maior dificuldade reside nas fórmulas, enquanto que o grupo GX acredita que a maior dificuldade seja "*usar o Excel sem saber o conteúdo de matemática*".

Tabela 11: Respostas dos alunos na atividade A04-3

Aluno	Questão a	Questão b	Questão c	Questão d
KQ	EB	EB	EB	EB
FM	"É uma maneira mais fácil."	"É, sim, se torna mais simples até."	"A maior dificuldade talvez seja as fórmulas a serem usadas."	EB
GX	"Acho muito complicado. A matemática já é complicada. Usando o Excel, piora um pouco."	"Não, a matemática por si já se torna complicada. Usando o Excel, piora. Eu realmente estou perdida na matéria."	"Usar o Excel sem saber o conteúdo da matemática."	"1ª aula de matemática na sala com todo o conteúdo, depois pôr no Excel o conteúdo aprendido."
LH	"É uma boa opção, até mesmo para ser usada futuramente no mercado de trabalho."	"Sim."	"Nenhuma."	EB
BC	"Bom, a minha opinião é que, com o uso da planilha, fica mais simples de entender."	"Sim, é possível e mais fácil para nós."	"Dificuldades normais, em relação ao Excel."	"Continue assim! As aulas estão bem elaboradas!"
OP	"É interessante, mas complicadas (confusas) as fórmulas."	"Sim."	"As fórmulas."	"Achamos que deveríamos ter uma folha somente das fórmulas para termos mais facilidade no aprendizado."

Nesta atividade, a maioria dos alunos concluiu antes do final do primeiro tempo. Para completar os dois períodos, usamos parte da aula que seria aplicada na aula seguinte (A05), a seguir analisada.

Atividade A04-4

Desenvolveram a atividade (Apêndice E) e responderam às questões dois alunos de modo individual e dois alunos em grupo. Nenhum aluno respondeu satisfatoriamente a questão 11, demonstrando não fazer conexão entre os valores digitados no endereço D2 (coeficiente *a*) positivo ou negativo e as correspondentes possibilidades de valor mínimo ou máximo. Identificaram corretamente, no entanto, a existência de mínimo e de máximo, referente aos itens sete e dez, respectivamente.

Com relação à atividade da construção gráfica, auxiliamos individualmente um aluno que estava adiantado nas atividades em relação aos outros colegas, mostrando-lhe passo a passo a construção. A seguir, deletamos a tarefa e solicitamos que o aluno refizesse a atividade. Constatou-se mais tarde que esse aluno auxiliou na construção do gráfico de dois outros grupos e que a atividade foi concluída satisfatoriamente, estando condizente com o objetivo específico de "proporcionar ambiente em laboratório de informática que possa promover a socialização da informação" e confirmando os pressupostos da teoria sociointeracionista de Vygotsky.

Tabela 12: Respostas dos alunos na atividade A04-4

Aluno	1	3	4	5	6a	6b	7	9a	9b	10	11
H	SIM	N	SD	ID	S	S	S	S	S	S	NS
C	SIM	F	EB	ID	S	S	S	S	S	S	NS
OP	SIM	N	EB	SIM	S	S	S	S	S	S	NS

4.2.5. Atividade A05

Percebe-se certa semelhança quanto ao tipo de erro cometido pelos alunos no uso de lápis e papel e os erros com a utilização da planilha. Em comum às duas situações, temos certa quantidade de informações que devem ser gerenciadas e aplicadas no momento e local oportunos. Enquanto que a primeira situação exige a aplicação de regras e algoritmos das operações matemáticas do domínio de conhecimento do aluno, a segunda exige essas mesmas regras e algoritmos transladados da linguagem matemática para a estrutura sintática própria do Excel. A grande vantagem desta, considerando-se que a planilha aceita o desenvolvimento da maioria dos conteúdos do Ensino Médio, consiste na possibilidade de efetuarem-se cálculos complexos com agilidade e rapidez e na variabilidade de situações que podem ser simuladas e analisadas a partir dos resultados obtidos, redirecionando de modo ágil e prático os erros detectados.

O erro cometido no uso da planilha, portanto, em geral advém da ação de transladar regras e algoritmos de forma inadequada e da leitura, organização e interpretação das informações a serem transcritas do papel para a planilha. Não há esforço na aplicação das regras dos sinais e algoritmos das operações matemáticas, mas de leitura, transcrição de valores e expressões e elaboração mental para as interconexões efetivadas.

Um aluno demonstra sua percepção sobre o inter-relacionamento entre as células, percebendo que há uma relação entre valores e expressões digitadas, relatando no item quatro:

"*Não seria uma dificuldade, mas o que tenho que cuidar bastante é o fato de cuidar para não errar nada, pois alteraria talvez a tabela inteira*".

Na atividade A05-1, a totalidade dos alunos relata a conclusão da tarefa, registrando que a tarefa foi fácil ou normal, não havendo relatos de dificuldades (Questão 3 – Tabela 13).

Mencionam participação do colega na realização da tarefa 88,2% dos alunos (Questão 5 – Tabela 13), e 88,2% consideram a colaboração do colega importante para compreender a tarefa; um aluno não considerou importante a cooperação do colega, pois desenvolveu a tarefa individualmente. Esses dados, além de se harmonizarem com a teoria sociointeracionista de Vygotsky, condizem com os objetivos específicos de "investigar melhor qualidade e quantidade de estímulos, favorecendo a compreensão e desempenho no aprender a aprender" e "desenvolver habilidades que possam maximizar a aprendizagem ao maior número de alunos".

Tabela 13: Percentual das respostas na atividade A05-1

Questões	S	NS	PS	EB	F	N	SD	CD	SIM	NÃO	Total
1	-	-	-	-	-	-	-	-	100,0	-	100,0
3	-	-	-	-	35,3	64,7	-	-	-	-	100,0
4	-	-	-	47,1	-	-	23,5	29,4	-	-	100,0
5	-	-	-	5,9	-	-	-	-	88,2	5,9	100,0
5.2	-	-	-	5,9	-	-	-	-	88,2	5,9	100,0
6	72,5	27,5	0,0	0,0	-	-	-	-	-	-	100,0
7	52,9	47,1	0,0	0,0	-	-	-	-	-	-	100,0
8	0,0	0,0	88,2	11,8	-	-	-	-	-	-	100,0
Média	41,8	24,8	29,4	3,9	-	-	-	-	92,2	-	100,0

Atividade gráfica

Embora tenham construído satisfatoriamente o gráfico utilizando-se de auxílio indicativo das etapas a serem seguidas, os alunos não demonstraram, através das respostas dadas (Tabela 14, questões 3 e 5), fazer conexão entre a mudança dos sinais dos coeficientes *a*, *b* e *c* e a posição da parábola em relação ao eixo horizontal. Presume-se, entretanto, que o maior impedimento esteja mais relacionado com as dificuldades de expressão do que com a capacidade de associar a variabilidade gráfica aos coeficientes. Quando, por exemplo, se refere a mudanças que ocorreram no gráfico, o grupo BJ responde: "*A tabela ficou negativa*"; o grupo RD diz: "*Diminui o valor do delta*", entre outras respostas consideradas não-satisfatórias, como "*Mudou o valor e os sinais*".

A questão três consta de uma única resposta, considerada satisfatória, dada pelo aluno H, que diz: "*A concavidade do gráfico voltou-se para baixo*".

Tabela 14: Percentual das respostas na atividade A05-2

Questões	S	NS	PS	EB	Total
3	5,9	58,8	35,3	0,0	100,0
5	0,0	52,9	23,5	23,5	100,0
6	70,6	17,6	0,0	11,8	100,0
7	52,9	35,3	0,0	11,8	100,0
Média	32,4	41,2	14,7	11,8	100,0

Na questão seis, indagamos se o gráfico "passava" ou não no eixo horizontal, obtendo 70,6% de respostas afirmativas; na questão sete, perguntamos se existia zero da função, sendo retornadas 52,9% de respostas afirmativas. No entanto, essas respostas podem estar mascaradas pela forma como o Excel apresenta seus gráficos, onde o eixo OX não está totalmente definido. Portanto, as respostas referentes às questões seis e sete não permitem afirmar que sua totalidade possa traduzir adequadamente as concepções do aluno sobre o tema.

Respostas dos alunos sobre o uso da planilha

Quanto ao uso da planilha para estudar matemática, 76,5% dos alunos são receptivos.

Quando perguntados sobre a possibilidade de aprender matemática utilizando uma planilha, 76,5% mostraram-se favoráveis (Tabela 15).

Outros não acreditaram na possibilidade de estudar matemática utilizando uma planilha, escrevendo: "*Não, é possível aprender a usar o Excel, a matemática é complicada de aprender*". Percebe-se, neste exemplo, a existência de preconceito relativo à não-aprendizagem da matemática, o que se torna, muitas vezes, motivo de impedimento ou de dificuldade em conceber conceitos. Nesses casos, as pessoas são compelidas à atividade árdua e arrastada de aprendizagem, que as leva à aversão pela disciplina e lhes causa desconforto em frequentar a escola.

Tabela 15: Percentual das respostas na atividade A05-3

Questões	FF	NF	EB	SD	CD	EB	Total
a	76,5	11,8	11,8	-	-	-	100,0
b	76,5	23,5	0,0	-	-	-	100,0
c	-	-	-	47,1	41,2	11,8	100,0
Média	76,5	17,6	5,9	-	-	-	100,0

FF: favorável; NF: não favorável; EB: em branco; SD: sem dificuldades; CD: com dificuldades.

Atividade adicional

Três grupos terminam a atividade A05 antes do tempo previsto (aproximadamente 30 minutos), sendo fornecida a atividade A06, em que os alunos esboçam tentativas de solução, sem, no entanto, obterem resultado satisfatório. Com isso, reformula-se a situação-problema a ser aplicada na aula seguinte.

4.2.6. Atividade A06

Na situação anterior, havia o aproveitamento de apenas uma parede, enquanto que nesta há o aproveitamento de duas. Justifica-se essa alteração por ter sido percebido que, na primeira situação, um comprimento varia em função de dois outros; na segunda, um comprimento varia em função de apenas um. Espera-se, com essa mudança, simplificar e facilitar a análise dos alunos diante da situação apresentada e, posteriormente, na atividade A07, aumentar o grau de complexidade ao apresentar-se o problema com aproveitamento de apenas uma parede, permitindo que seja estabelecida uma analogia com o problema trabalhado anteriormente.

Detectamos grande parte dos alunos que apresentam dificuldades com os textos, principalmente na escrita e interpretação. Essas dificuldades, além de contribuir para uma aprendizagem lenta, em alguns casos, podem favorecer e reforçar a crença de que a matemática é muito difícil e de acesso a poucos.

Os alunos parecem ignorar as unidades do sistema métrico, e raros registram a unidade de comprimento. Não há registro da unidade de superfície em todas as atividades realizadas. No entanto, apesar das deficiências reveladas, percebem-se afinco e dedicação dos alunos na realização das atividades frente ao computador, com o depoimento de muitos deles demonstrando aceitação e satisfação na realização das tarefas e a participação entre os grupos.

Constata-se, portanto, o uso favorável para a aprendizagem em matemática do recurso planilha, harmonizando-se com os objetivos específicos e com a teoria sociointeracionista de Vygotsky.

4.2.7. Atividade A07

A atividade A07, desenvolvida com a participação dos grupos de alunos no laboratório de informática, permite identificar uma relação de interdependência entre alunos, aluno-professor e aluno-computador. Apesar de essa relação variar entre os grupos observados e os resultados alcançados desejáveis serem lentos, percebe-se, a cada dia trabalhado, uma maior aceitação do uso da planilha por parte dos alunos, bem como maior interação aluno-professor-computador, distanciando a dependência aluno-professor com relação ao uso do *software*. Constata-se também a evolução de alguns grupos tanto no manuseio da planilha e na inserção de expressões como recurso de cálculo, quanto na identificação da planilha como meio de simulação das situações-problema que facilita sua resolução, quando comparada com situações em que são usados lápis e papel.

Os alunos agrupam-se por livre escolha. Embora houvesse reforço no sentido da formação de grupos, alguns preferem o trabalho individual. Alguns grupos mantêm sua formação por afinidade, sendo desfeitos, em alguns casos, devido à ausência de um componente no início da atividade. Alguns grupos são ativos e interagem com maior intensidade entre si e com a atividade desenvolvida no computador; outros, mais passivos, necessitam de estímulo ao desenvolvimento da atividade, às vezes, preferindo conversar e utilizar o computador para outras finalidades, como a navegação na Web (*World Wide Web*), a dedicar-se à atividade proposta.

Questão um – A07

Na questão "1a", 84,2% fornecem respostas de forma satisfatória, no entanto, 15,8% não respondem. Não houve, entretanto, uma adequada compreensão/interpretação relativa ao item "1b", em que 52,6% dos alunos não souberam responder de forma satisfatória a quantidade de paredes para cercar; 21,1% não responderam, e somente 26,3% forneceram respostas satisfatórias. Contudo, quando solicitados a elaborar um esquema representativo do problema proposto (item "1c"), a maioria dos alunos demonstra leitura adequada da situação-problema, correspondendo a 94,7% dos que realizaram a tarefa de forma condizente com o solicitado.

Questão dois – A07

Identificamos, nesta questão, grande dificuldade dos alunos em apresentar uma resposta satisfatória relativa aos itens “c”, “d” e “e” (questão 2, Apêndice H), onde nenhum aluno fornece uma resposta adequada.

Percebe-se ausência de leitura/interpretação do enunciado do problema. Como o problema proposto considera o aproveitamento de uma parede para realizar o cercado, os alunos não se dão conta de que sempre haverá, das três paredes restantes, duas delas com a mesma medida. A maioria dos alunos não consegue identificar corretamente a quantidade de paredes para cercar, apesar de o enunciado do problema ser explícito e claro, havendo, ainda, exposição oral no sentido de seu esclarecimento.

Os alunos não visualizam, demonstrando ausência de conexão com as possíveis modificações, duas possibilidades de solução: podemos considerar como base do retângulo, conforme conveniência, o lado maior ou o menor. Portanto, os alunos não percebem que, por exemplo, se o arame medir 10 metros e um dos lados medir 2 metros (como são três lados, pois há o aproveitamento de uma parede), temos as seguintes possibilidades (para valores inteiros): 2m, 2m e 6m ou 2m, 4m e 4m. Esses fatos sugerem evidências de um ensino escolar idealizado nas respostas prontas, em que não há ênfase suficiente no questionamento, na investigação, na análise, na interpretação e na colaboração entre os pares, resultando em uma aprendizagem tênue, direcionada para a especificidade, enfatizando ausência de raciocínio, de interpretação e de conexão entre assuntos estudados.

Entretanto, 84,2% fornecem respostas satisfatórias ao item “a” (questão dois). Se, por um lado, demonstram superação quanto à resolução algébrica da equação, por outro, os baixos índices subsequentes obtidos (2c, 2d e 2e) demonstram, ainda, ausência interpretativa na referida questão. Considerando-se as dificuldades detectadas anteriormente, tanto na avaliação diagnóstica quanto nas atividades desenvolvidas, tal índice de acertos para a equação apresentada é inesperado e interpretamos como a realização de conexões anteriormente ausentes. Manifesta-se, por conseguinte, concordância com os objetivos específicos fixados e com a teoria sociointeracionista de Vygotsky.

Questão três – A07

Apesar de nenhum aluno ou grupo dar uma resposta totalmente correta para esta questão, com alguns omitindo a unidade de comprimento, e de a totalidade dos alunos não ter registrado a unidade de área, consideramos satisfatória a resposta numérica, sem levar em conta a ausência do registro das referidas unidades.

A maioria dos alunos responde apropriadamente esta questão. Entretanto, nenhum aluno resolve adequadamente os itens “f” e “g”. Estes itens abordam raciocínio algébrico e a aplicação das operações necessárias à sua resolução, o que ratifica as hipóteses expostas anteriormente de que os alunos não dispõem de habilidades suficientes para operar algebricamente.

Observe-se que, nas questões envolvendo números (Questão dois: *a*, *b*, *c*, *d* e *e*), do mesmo tipo e estrutura das questões *f* e *g* (Questão três), os alunos obtêm percentual de 73,7% de acertos; esse índice diminui para 0,0% nas questões *f* e *g* quando há uma generalização algébrica, exigindo o conceito de complementar em sua elaboração e noção no campo das operações algébricas simples.

Questão quatro – A07

As respostas dos grupos à questão quatro revelam melhor entendimento nas atividades com a planilha do que com lápis e papel, em comparação com as questões dois e três, anteriormente analisadas. A construção da coluna C é orientada através do item “c” (questão quatro), e é verificada sua construção através do item “d”. Obtemos 63,2% de respostas consideradas satisfatórias. No entanto, para a correta construção dessa coluna, os alunos efetuaram a leitura e a interpretação de texto mais longo e complexo em comparação com os itens “f” e “g” da questão anterior. Diante dos fatos comparados, conjecturamos sensível contribuição da planilha na atividade desenvolvida e subsídios proporcionados pela colaboração entre os grupos, condizendo com os objetivos específicos fixados e a teoria de Vygotsky.

Assim sendo, no item “d” da questão quatro, apesar de algumas respostas conterem erro sintático e algorítmico, os alunos afastam-se do desempenho assistido e, como realização independente, demonstram criatividade quando constroem a fórmula “= ((A1+B1) – 60 . – 1”. Percebe-se, todavia, tentativa de delinear o terceiro lado do retângulo no problema tratado. Neste caso, A1 corresponde a um dos lados; B1, ao segundo; e “= ((A1+B1) – 60 . – 1”, ao terceiro.

Como a soma dos três lados resulta 60 unidades, dada a soma de dois deles (2S), o terceiro será 60 – 2S. Como o aluno inverte a operação, escrevendo 2S – 60, seu resultado seria negativo, o que é corrigido pela multiplicação por "–1", sintaticamente incorreto na estrutura que o Excel exige (pois a multiplicação é reconhecida pelo símbolo "*" e não por "."), mas de extrema importância demonstrativa de reformulação e construção de campo conceitual. Atribuímos a essa criatividade as características disponibilizadas pela planilha, pois suscita o tentar e o experimentar destituídos de preconceitos existentes na prática tradicional do lápis e papel que intimidam e impedem o (re)fazer.

Tabela 16: Percentual das questões 1, 2 e 3 – desenvolvimento com lápis e papel – A07

Questão	S	NS	PS	EB	Total
1	68,4	17,5	0,0	14,0	100,0
2	21,1	71,1	0,0	7,9	100,0
3	52,6	24,8	7,5	15,0	100,0
Média	47,4	37,8	2,5	12,3	100,0

A Tabela 16 apresenta os percentuais relativos às questões com o uso de lápis e papel; a Tabela 17 mostra os percentuais com abordagem das questões na planilha.

Tabela 17: Percentual das questões 4, 5 e 7 – desenvolvimento na planilha – A07

Questão	S	NS	PS	EB	Total
4	71,6	0,0	4,2	24,2	100,0
5	70,2	3,5	3,5	22,8	100,0
7	49,1	21,1	3,5	26,3	100,0
Média	63,6	8,2	3,7	24,4	100,0

Vale ressaltar que o objetivo na separação das atividades (lápis e papel e planilha) era propiciar abordagem dos conteúdos utilizando metodologia com que os alunos já estavam habituados, servindo como ponte para o trabalho desenvolvido na planilha.

Questão sete – A07

A situação-problema desenvolvida na planilha nas atividades A06 e A07 são semelhantes em alguns aspectos, diferenciando, como já foi citado anteriormente, a situação-problema da atividade A07, mais complexa do que a anterior. Portanto, na primeira situação, o comprimento do lado do cercado é função apenas de um lado, enquanto na segunda é função de dois lados.

Diante do exposto, a questão “7b”, nas atividades A06 e A07, investiga o valor dos lados do cercado, de modo que a área seja máxima. Embora o questionamento seja o mesmo, o grau de dificuldade é mais intenso na atividade A07 do que o mesmo questionamento na atividade A06, pois, enquanto que nesta atividade são apenas dois lados considerados para a maximização da área, naquela, são envolvidos três lados. Contudo, o índice de respostas satisfatórias é distinto, prevalecendo resultados mais significativos na atividade mais complexa do que na mais simples, o que concorda com os objetivos específicos e com o sociointeracionismo de Vygotsky.

Tabela 18: Percentual das respostas na atividade A07 – Questão 7

Questões	S	NS	PS	EB	SIM	NÃO	EB	Total
a	73,7	0,0	0,0	26,3	-	-	-	100,0
b	73,7	0,0	10,5	15,8	-	-	-	100,0
c	0,0	63,2	0,0	36,8	-	-	-	100,0
d	-	-	-	-	78,9	0,0	21,1	100,0
Média	49,1	21,1	3,5	26,3	-	-	-	100,0

O percentual nulo de respostas satisfatórias obtido na questão “7c” é expressivo. Essa questão indaga sobre o motivo de serem usados os endereços A1 e C1 ou B1 e C1, e não A1 e B1, na fórmula do cálculo da área. Os alunos não conseguem justificar que o cálculo da área se dá pelo produto de dois lados não-paralelos (ou consecutivos), assemelhando-se ao item analisado em “Análise da questão dois – A07 com relação à base do retângulo, p.80”.

Constatou-se, nas observações realizadas durante a realização das atividades e, posteriormente, na entrevista, que a maioria dos alunos não tem o domínio no cálculo de áreas das figuras planas, mesmo as mais simples, como as do triângulo, quadrado e retângulo. Em parte, fica esclarecido o não-entendimento da atividade “7c” realizada na planilha.

A aceitação do uso da planilha, conforme as atividades são desenvolvidas, é boa e melhora a cada atividade. Constatamos índice de 78,9% dos alunos aderindo ao uso da planilha e relatando que sua utilização foi importante na resolução do problema proposto. Em média, obtemos 8,3 pontos favoráveis atribuídos ao uso da planilha, numa escala de 1 a 10 pontos.

4.2.8. Atividade A08

As respostas dos alunos ao questionário formulado traduzem, em alguns casos, interpretação equivocada. As dificuldades detectadas na atividade realizada referem-se à não-identificação dos dados do problema e significações impróprias.

Percebe-se, no entanto, que as dificuldades básicas de cálculo e da regra dos sinais desaparecem quando os alunos utilizam a planilha como instrumento de cálculo para a realização da primeira parte da atividade. Constata-se contínuo progresso de desenvolvimento dos alunos a cada tarefa vencida. Apesar de não interpretarem adequadamente algumas questões, os estudantes exibem bons resultados ao responderem outras, demonstrando também maior empenho e interesse na resolução das atividades propostas.

Questão um – A08

Todos os alunos respondem satisfatoriamente aos quesitos "*a*", "*b*" e "*d*" (Tabela 19). Entretanto, apresentam elevado índice de respostas parciais aos itens "*e*" e "*f*". Estes itens exigem a realização de operações (além da interpretação do enunciado do problema) para serem respondidos adequadamente, pois a resposta coerente com o item "*e*", por exemplo, está atrelada ao item "d" e a expressão "60-x", constante do enunciado do problema (Apêndice I). Isto explica o alto índice de respostas não satisfatórias (NS) nos itens "*e*" e "*f*".

Tabela 19: Percentual das respostas na atividade A08 – Questão 1

Questões	S	NS	PS	EB	Total
a	100,0	0,0	0,0	0,0	100,0
b	100,0	0,0	0,0	0,0	100,0
c	78,9	21,1	0,0	0,0	100,0
d	100,0	0,0	0,0	0,0	100,0
e	21,1	78,9	0,0	0,0	100,0
f	0,0	78,9	10,5	10,5	100,0
Média	66,7	29,8	1,8	1,8	100,0

Questão dois – A08

Alguns grupos atribuem ao preço de custo (a_1, b_1, c_1 e d_1) o valor sugerido para venda; outros o identificam corretamente. Alguns grupos atribuem ao preço de venda (a_2, b_2, c_2 e d_2) um valor casual; outros o registram corretamente.

A maioria dos alunos (59,2%) não associa à quantidade vendida (a_3, b_3, c_3 e d_3) a condição “60–x” do enunciado do problema. Temos, portanto, um baixo índice de acertos (média de 38,2%) na simulação do problema proposto com a utilização de lápis e papel. No entanto, obtemos um índice médio de 50,0% nas questões de número quatro a nove e 52,6% na questão dez (ambas praticadas com a utilização da planilha). Constatamos, portanto, um melhor aproveitamento dos alunos quando a atividade é desenvolvida na planilha, confirmando e adequando-se aos objetivos específicos propostos.

Tabela 20: Percentual das respostas na atividade A08 – Questão 2

Questões	S	NS	PS	EB	Total
Preço de custo	53,9	46,1	0,0	0,0	100,0
Preço de venda	50,0	50,0	0,0	0,0	100,0
Quantidade vendida	40,8	59,2	0,0	0,0	100,0
Lucro	7,9	89,5	2,6	0,0	100,0
Média	38,2	61,2	0,7	0,0	100,0

As atividades desenvolvidas na planilha exigem atenção e cuidado para uma adequada interpretação das atividades propostas. A tradução e transferência para o endereço correto, a identificação e leitura dos dados solicitados retornando para o registro no papel possibilitam equívocos. Conjecturamos, como causas possíveis do erro detectado no uso da planilha, a leitura e/ou identificação do endereço equivocado; outra possibilidade seria a leitura de um valor na planilha e, por distração, o registro de um valor diferente na folha de respostas.

Itens quatro e cinco – A08

As considerações descritas acima se devem principalmente aos itens quatro e cinco desta atividade. Nestes itens, as respostas da segunda coluna construída na planilha (item cinco) são dependentes da primeira (item quatro), isto é, correspondem, respectivamente, ao domínio e imagem da função $y = 60–x$.

Considerando-se a dependência entre as variáveis “domínio” e “imagem”, investigamos qual motivo levaria um grupo a responder corretamente o valor da imagem, tendo errado o valor do domínio. Encaixa-se nesta situação um grupo que responde corretamente a coluna B (imagem – questão cinco) e fornece como resposta para a coluna A (domínio – questão quatro) o valor

"39", quando o correto seria "53". Coincidentemente, o valor "39" é o mesmo da linha que contém o valor do domínio, isto é, o endereço A39.

Portanto, há indícios de que ao menos parte dos erros cometidos nas respostas fornecidas pelo uso da planilha seja devida às ações de transferência de valores da planilha para o papel, ao identificarem-se equivocadamente valores e endereço.

Item seis – A08

Este item, estabelece a inserção de fórmula que permite determinar o valor arrecadado com as vendas relativas ao preço dos sapatos inseridos na planilha (coluna A) e a quantidade vendida (coluna B). Dois grupos de alunos escrevem "=A1.B1", utilizando inadequadamente o sinal da operação de multiplicação para a planilha; outros dois escrevem "=A1+B1", encaixando-se na situação anterior quanto ao tipo de erro cometido, porém de maior gravidade, pois é utilizado o sinal da adição no lugar da multiplicação. Outro grupo insere o valor "R$756,00" como resposta à fórmula. Neste caso, parece-nos, num primeiro momento, que tal resposta é um despropósito ao tema tratado, considerando que o enunciado do questionamento é inconfundível.

Item sete – A08

No item sete, a maioria dos alunos (89,5%) não responde corretamente. Neste caso, torna-se difícil saber em que etapa os alunos cometem o erro. Muitos alunos (78,9%) dão como resposta o valor 720, quando o correto é 640. No entanto, se mudarmos o valor do A1 para 11 (o valor sugerido no início da atividade é 15), o resultado expresso pelos alunos se "encaixa" na resposta solicitada. Constatamos mais um caso evidente em que o "erro cometido" pelos alunos não é unicamente originado pela ação inadequada do uso de fórmula, mas, conforme evidências, pela desatenção às orientações prestadas.

Item oito – A08

Na análise do item oito, percebemos que vários alunos dão como resposta o valor 391, quando o valor correto seria 399. Substituímos o valor do A1 por 11, e, neste caso, o valor 391 está correto como resposta. Portanto, fica prejudicado o percentual obtido de respostas satisfatórias (Tabela 21), sendo mascarados seus resultados e evidenciando aprendizagem superior aos índices registrados.

Tabela 21: Percentual das respostas na atividade A08 – Questões 4 a 9

Questões	S	NS	PS	EB	Total
4	63,2	36,8	0,0	0,0	100,0
5	78,9	21,1	0,0	0,0	100,0
6	47,4	10,5	42,1	0,0	100,0
7	10,5	89,5	0,0	0,0	100,0
8	10,5	89,5	0,0	0,0	100,0
9	89,5	10,5	0,0	0,0	100,0
Média	50,0	43,0	7,0	0,0	100,0

A seguir, apresentamos uma figura ilustrativa da situação-problema construída na planilha. As linhas 6 e 46 limitam o lucro obtido, e a linha 26 determina, respectivamente, nas colunas A, B, C, D e E, preço ótimo de venda, quantidade ideal de sapatos vendidos, valor arrecadado com as vendas, preço de custo dos sapatos vendidos e lucro máximo obtido.

	Preço	Quant	V Arr	P Custo	Lucro
	A	B	C	D	E
4	18	42	756	840	-84
5	19	41	779	820	-41
6	20	40	800	800	0
7	21	39	819	780	39
8	22	38	836	760	76
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
24	38	22	836	440	396
25	39	21	819	420	399
26	40	20	800	400	400
27	41	19	779	380	399
28	42	18	756	360	396
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
44	58	2	116	40	76
45	59	1	59	20	39
46	60	0	0	0	0

Figura 3 – Atividade A08 – Pesquisa na planilha: preço, quantidade, valor arrecadado, custo e lucro obtido com a venda de sapatos.

Questão dez – A08

O item "a" questiona sobre o preço ótimo de venda, cujo valor correto retornado pela planilha é 40 (linha 26, Figura 3). Apesar de somente 21,1% dos alunos responderem corretamente, 42,1% fornecem como resposta o valor "30", correspondente ao valor máximo arrecadado com as vendas (R$900,00), evidenciando equivoco interpretativo e/ou leitura inadequada dos dados da planilha.

Situação análoga ocorre com o item “b” (questão 10), onde é solicitado o lucro máximo. Por desatenção, acontece a substituição do lucro máximo pelo valor máximo arrecadado com as vendas. Confirma-se ação ambígua desenvolvida na planilha decorrente de leitura/interpretação inadequada dos dados.

O item “e” questiona sobre a importância do uso da planilha na resolução do problema. A totalidade dos alunos concorda com sua utilização, achando-a importante. O item “f” solicita a atribuição de valores ao uso da planilha na escala de 1 a 10, tendo sido aferida média nove.

4.2.9. Atividade A09

Percebe-se sensível melhora das respostas dos alunos às questões formuladas. Estas respostas se diferenciam em dois grupos: no primeiro, as respostas referentes às questões de número 1 a 9 confirmam a construção adequada das colunas A, B, C, D e E; no segundo, referente às questões 10a, 10b, 10c e 10d, abordam-se questões de análise e de interpretação referentes às colunas construídas. Constata-se a superação de grande parte das dificuldades no que se refere ao encaminhamento da solução do problema proposto com a utilização da planilha, porém, persistem as dificuldades interpretativas, exigindo maior atenção e encaminhamento específico para dirimi-las.

Itens quatro a nove – A09

A maioria dos alunos (81,7%) fornece respostas satisfatórias às questões, demonstrando que a construção das colunas A, B, C, D e E foi elaborada adequadamente. Decresce expressivamente o percentual de questões não respondidas e de respostas não-satisfatórias, evidenciando maior domínio no trato com a planilha e, consequentemente, uma maior aproximação com a matemática.

Tabela 22: Percentual das respostas na atividade A09 – Questões 4 a 9

Questões	S	NS	PS	EB	Total
4	90,0	0,0	0,0	10,0	100,0
5	70,0	30,0	0,0	0,0	100,0
6	70,0	10,0	20,0	0,0	100,0
7	80,0	10,0	10,0	0,0	100,0
8	90,0	10,0	0,0	0,0	100,0
9	90,0	0,0	0,0	10,0	100,0
Média	81,7	10,0	5,0	3,3	100,0

A seguir, apresentamos, na Figura 4, ilustração da situação-problema construída na planilha. As linhas 6 e 46 limitam o lucro obtido, e a linha 26 determina, respectivamente, nas colunas A, B, C, D e E, preço ótimo de venda, quantidade ideal de automóveis vendidos, valor arrecadado com as vendas, preço de custo dos automóveis vendidos e lucro máximo obtido.

	Preço	Quant	V. Arrec	V. Custo	Lucro
	A	B	C	D	E
5	9.800	8.200	80.360.000	82.000.000	-1.640.000
6	10.000	8.000	80.000.000	80.000.000	0
7	10.200	7.800	79.560.000	78.000.000	1.560.000
8	10.400	7.600	79.040.000	76.000.000	3.040.000
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
24	13.600	4.400	59.840.000	44.000.000	15.840.000
25	13.800	4.200	57.960.000	42.000.000	15.960.000
26	14.000	4.000	56.000.000	40.000.000	16.000.000
27	14.200	3.800	53.960.000	38.000.000	15.960.000
28	14.400	3.600	51.840.000	36.000.000	15.840.000
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
44	17.600	400	7.040.000	4.000.000	3.040.000
45	17.800	200	3.560.000	2.000.000	1.560.000
46	18.000	0	0	0	0
47	18.200	-200	-3.640.000	-2.000.000	-1.640.000

Figura 4 – Atividade A09 – Pesquisa na planilha: preço, quantidade, valor arrecadado, custo e lucro.

Os alunos conseguem construir na planilha a simulação do problema proposto. No entanto, percebe-se certa dificuldade referente à interpretação e localização dos valores solicitados. Acredita-se que parte dessa dificuldade se deva ao domínio insuficiente de leitura e interpretação de textos, a conceitos específicos da matemática não suficientemente desenvolvidos e às dificuldades enfrentadas pelos praticantes em seu uso inicial da planilha. Por outro lado, comparando-se com as primeiras atividades e levando-se em conta o curto espaço de tempo disponível, percebe-se gradativo processo de transformação, manifestado tanto pelas respostas às questões indagadas quanto pela aceitação expressa nos valores atribuídos ao uso da planilha e ao comportamento observado em sala de aula, afinando-se com os objetivos específicos e com a teoria sociointeracionista de Vygotsky

4.2.10. Aula expositiva - A10

A apresentação, por si só, não tem significado expressivo para os alunos, pois a aula visual, embora colorida, organizada e apresentável, não substitui o fazer-aprender realizado pelos alunos, mas diversifica e revigora o tema anteriormente trabalhado. Utiliza-se, portanto, da apresentação como instrumento de revisão e reforço, tendo-se em vista as dificuldades detectadas, a fim de disponibilizar variabilidade técnica e de recursos, com o uso do *datashow*, *PowerPoint* e animação gráfica.

Retomamos a questão dois da atividade A07, que a maioria dos alunos não havia resolvido satisfatoriamente. Utilizando a apresentação, mostramos a dependência de um lado em relação aos outros dois, dada a soma dos três; e a resolução algébrica do problema utilizando uma equação do 1º grau com duas variáveis, dado o comprimento de um lado para encontrar os outros dois. Mostramos apresentação animada (construção própria), onde um ponto percorre automaticamente a diagonal de um quadrado formando, em cada posição percorrida, retângulos determinados pela projeção desses pontos sobre o lado esquerdo e o lado superior do quadrado, conforme Apêndice N.

4.2.11. Avaliação final

O rendimento não foi satisfatório, uma vez que apenas sete alunos (33,3%) obtiveram nota com valor superior ou igual a seis. No entanto, comparando-se com a avaliação diagnóstica aplicada no primeiro dia de aula, apesar de finalidade e conteúdo distintos, considera-se ter ocorrido progresso, já que apenas quatro alunos (22,2%) obtiveram nota com valor superior ou igual a seis, com a média da turma aumentando de 4,0 para 4,4.

Parte desse resultado pouco significativo atribui-se a uma ausência profunda de pré-requisitos em matemática e dificuldades de leitura/interpretação de textos. Apesar de terem sido formuladas questões do nível do 5º ano do ensino fundamental, alguns alunos não conseguem identificar uma resposta adequada para a questão proposta. A baixa assiduidade contribui significativamente para um desempenho lento ou pouco eficiente, transformando-se em potencial indicador de desinteresse e desmotivação para estudar. Considerando as nove atividades, cada aluno teria nove pontos, caso não faltasse a nenhuma, totalizando 216 pontos correspondentes aos 24 alunos participantes. No entanto, obtivemos 130, originando em média 5,4 pontos de um total de nove, ou seja, obtivemos 60,2% de presença nas atividades desenvolvidas. Dos 24 alunos, 41,7% estiveram ausentes em 66,7% das aulas, e somente dois alunos não faltaram a nenhuma atividade.

4.3. Entrevista

Os alunos, em geral, não conseguem se expressar de forma clara nas linguagens oral e escrita. Nesta entrevista, detectamos dificuldades dos alunos em se expressar na linguagem oral, deixando, em muitos momentos, dúvidas sobre onde reside a maior dificuldade: se na linguagem oral ou se no tema que estava sendo tratado. É perceptível, em alguns casos, que a dificuldade prevalece na linguagem oral; em outros, entretanto, não sabemos em qual das duas situações há maior ênfase.

De qualquer forma, confirmam-se dificuldades encontradas nos alunos em vários temas, especialmente aqueles relacionados com a matemática, como as operações fundamentais de adição, subtração e multiplicação, principalmente. Percebe-se, na entrevista, em alguns casos, o desconhecimento de noções sobre cálculo de áreas, mesmo as mais simples, como a área do triângulo e do retângulo. Outro tema que também se fez presente e surgiu como pré-requisito dos temas tratados é a noção de complementar. Os alunos têm dificuldades em determinar o lado de um cercado (problema trabalhado), dados o comprimento do arame e de um de seus lados.

Conforme expressado nos depoimentos, em sua maioria, os alunos preferem o trabalho em grupo, afinando-se com os pressupostos da teoria sociointeracionista de Vygotsky. Alguns casos, entretanto, citam restrições quanto ao tema tratado e características do grupo formado (como na Questão um, Aluno B e Aluno H, p.92). Estes alunos, segundo seus depoimentos, preferem o trabalho individual sempre que a formação do grupo não for favorável aos objetivos propostos do trabalho a ser desenvolvido ou quando a matéria a ser estudada exige maior concentração; no entanto, expressam sua preferência pelo trabalho em grupo com a planilha, sinalizando este artefato como recurso que se molda ao sociointeracionismo de Vygotsky.

Diante dos depoimentos prestados, das observações realizadas em sala de aula e dos resultados obtidos através das avaliações, percebe-se que a busca dos objetivos propostos é extremamente lenta e que, essencialmente, depende da postura do professor e do longo e gradativo esforço impresso por este no sentido de despertar interesse e motivação suficiente nos alunos para que possam realizar conexões e, assim, aprender.

Deve-se ressaltar que, embora haja esforço, muitas vezes este não é perceptível, mas certamente contribui para construir uma base de conhecimentos para futuras conexões. Torna-se indispensável, portanto, para o êxito das atividades realizadas pelo professor, não só o conhecimento e uso de ferramentas de apoio que possam servir como alavanca ao ensino-aprendizagem, acolhidas com a aprovação dos estudantes, como também o embasamento em teorias da aprendizagem, como, por exemplo, a teoria proposta por Vygotsky com destaque para o sociointeracionismo.

Respostas dos alunos:

Apresentamos a seguir algumas respostas que foram classificadas como mais significativas e esclarecedoras no sentido explicativo do contexto pesquisado.

Questão 1: Qual sua preferência, trabalhar em grupo ou individualmente?

Aluno B:

— Bom, depende, né? Prefiro trabalhar em grupo quando é tipo... trabalhos legais. Agora, quando é uma coisa em que tu te concentras mais, esse eu prefiro fazer individual. O trabalho é, vamos supor, de história, eu prefiro individual, mas, quando é umas matérias assim... que não tem assim muito... o grupo é muito melhor. Uma coisa mais interativa, mais dinâmica, eu prefiro trabalhar em grupo.

P: — E no caso das nossas aulas?

— É, em dupla, é legal. Porque daí, quando a gente não sabe, a gente pede ajuda para o colega. O colega ensina, daí, a gente vai aprendendo.

P: — E isso aconteceu?

— Acontece, acontece, eu... A minha dupla era muito o "J". Ele sabe muito mais do que eu. Ele me ajudava assim... Daí, eu... Coisas que ele não sabia, quando ele faltava a aula, eu explicava pra ele. Daí, isso acontecia. Daí, quando a gente não sabia, a gente pedia ajuda muito pro senhor, né? Pois é, era muito mais legal, porque...

Aluno H:

— Em grupo.

P: — Você acha melhor em grupo?

— Em algumas situações. Porque tem outras em que eu prefiro trabalhar individualmente, porque, daí, eu me concentro mais. Tipo que nem montar aquela planilha lá. Eu prefiro trabalhar em grupo, porque naquilo eu não me dei muito bem. Daí, eu consegui trocar umas ideias com o colega, aí dá uma ideia, sabe? Mas que nem pra resolver alguns problemas, eu prefiro trabalhar sozinha.

Aluno M

— Eu prefiro trabalhar em grupo, mas tem determinadas horas, assim, em que eu prefiro trabalhar individualmente, porque, daí, me concentro mais.

Questão 2: Em sua opinião, o trabalho em conjunto ajudou ou atrapalhou o desenvolvimento das atividades?

Aluno K:

— É, ajudou, mas depende com quem a pessoa está sentada, né? Se a pessoa está sentada com uma pessoa que quer fazer, é melhor, né? Mas, se a pessoa está sentada com outra pessoa que não quer fazer...

Aluno M:

— É que, dependendo do... do teu grupo, assim, tem vez que atrapalha. Agora, tem vezes que devem passar.

Questão 3: Dos grupos que você participou, o colega auxiliou no entendimento da tarefa?

Aluno K:

— Sim. Eu sentei mais com o T ali. Ele é esperto.

Questão 4: Em sua opinião, a ajuda do colega é mais útil com o uso do computador ou sem?

Aluno W:

— Depende, umas vezes é, outras... Depende do assunto.

Questão 5: A ajuda do professor foi útil para o desenvolvimento das atividades?

Aluno H:

— Sim, muito importante pra mim.

Questão 6: A tarefa realizada poderia, em sua opinião, ser realizada sem a ajuda do professor? E sem o auxílio do computador? E dos colegas?

Aluno T:

— Acho que não, porque tem coisas ali que ficam complicadas.

P: — E sem o auxílio do computador?

— Acho que não. Naqueles casos ali, ia ser bem mais complicado sem a ajuda do computador, sem o Excel.

P: — E dos colegas?

— Acho que também não, porque alguns... Às vezes, um sai mais um pouco, daí, vai tentando e...

Questão 7: Como você classifica seu relacionamento com o professor? E do professor com os grupos? E entre os grupos?

Aluno B:

— Muito bom.

P: — E do professor com o grupo?

— Muito bom também.

P: — E entre os grupos?

— Muito bom também, né, "sor"...

Questão 8: Na situação-problema do cercado, você saberia encontrar a área máxima sem ajuda do computador? E usando um computador?

Aluno B:

—Essa daí foi a questão em que eu mais me compliquei, sabe?

— Foi aquela dos 50 metros, né? Essa aí foi a questão... Eu tinha dez na conta assim, né? É, foi na que eu mais me compliquei, mas eu acho que, com a ajuda do colega, sim, agora...

P: — E, no caso, com a ajuda do computador?

— Ah... Aí, eu não sei te responder, sabe? Se eu soubesse fazer a conta, assim, direitinho, eu conseguiria.

P: — Aquela atividade que foi trabalhada em sala de aula, com a ajuda do computador, você acha que conseguiria?

— É, acho que sim. Da maneira que o senhor mostrou ali no quadro, eu... poderia fazer...

Questão 9: Você lembra do problema da aula 08 (fábrica de calçados)? Explique.

Aluno B:

— Lembro.

P: — Como era?

— Era aquela que tinha que fazer 60 – x e, daí, tinha que descobrir o preço de custo, o lucro do cara, da fábrica... Tinha um monte de coisa. Aquele preço fictício também.

Questão 10: Se o preço do sapato for R$50,00, que quantidade será vendida?

Aluno B:

— Daí, seria sessenta menos cinquenta.

P: — E quanto é?

— Dez.

Questão 11: Você lembra o significado das colunas A, B, C, D e E?

Aluno B:

— Cada uma era uma coisa assim... era... o preço do custo[...] cada uma significava uma... Daí, tu tinhas que encontrar custo... Até uma das questões tinha que achar qual que não dava lucro. Não dava lucro nem prejuízo, daí uma delas era [...].

Questão 12: O que significa para você "preço ótimo de venda"?

Aluno J:

— [...] custo benefício. {...} aquela relação tipo... Se não vende muito caro, você não vende pouco; muito barato você vai ter prejuízo. Achar uma relação entre esses dois valores.

Questão 13: O que significa para você "lucro máximo"?

Aluno H:

— É o quanto que tu vais vender... É o valor mais alto que tu vais obter, mais pra ti, no caso. Tu empenhaste tal valor, só que tu vais receber muito mais do que aquele valor que tu empenhaste [...], e eu ganho trezentos na venda daquele produto que eu comprei por cem.

Questão 14: O que significa para você "preço de venda" e "preço de custo"?

Aluno G:

— É um preço que tem que ser maior que o preço de custo pra poder ter lucro.

P: — E o preço de custo?

— Preço de custo é um valor estimulado que eles precisam... Não, um valor estimulado que eles têm quando eles vão produzir o calçado.

Questão 15: Você lembra o problema da aula 07 – problema do cercado com aproveitamento de duas paredes? Explique.

Aluno H:

— Tinha duas paredes que não precisavam ser cercadas, assim, sessenta metros de arame. É que tinha que achar quanto cada lado o arame ia dar. Cada um ia dar 30, o outro ia dar 30 metros também, daí, ia ter uma igualdade nos lados; o outro podia dar 20, e o outro 40 [...].

Questão 16: Se uma parede medir 50 m, quanto medirá a outra? Qual a área?

Aluno B:

— Quanto que era o problema, assim?

P: — O problema era mais ou menos o seguinte: dispunha-se de 60 metros para realizar um cercado, com aproveitamento de duas paredes. Então, se uma parede... (eram duas paredes pra cercar). Se uma parede é “x”, quanto mede a outra parede?

— [...]

P: — O comprimento todo do arame é 60...

C— Não era 30 cada uma das paredes?

P: — Existem várias possibilidades...

— É, sim, uma... O senhor até falou que uma podia ser 40 outra 20.

P: — E a área do cercado? Por exemplo, se uma parede é 10 e a outra é 50?

— Se uma parede é 10 e a outra é 50? Quanto que é o todo: 60, não?

— [...]

P: — Como é a fórmula pra gente calcular a área? Lembra da fórmula?

— Tá anotado no caderno, daí.

Aluno G:

— Se as duas paredes forem do lado que ele... vinte e cinco cada parede.

P: — E a área?

— [...]

P: — Como é a fórmula da área?

— [...]

5. CONCLUSÃO

Como inicialmente foi citado, devido a nossa inquietação em relação ao ensino tradicional de matemática, experimentamos outros meios de transmissão: gravações de fitas de vídeo e, posteriormente, gravações em CD. Nesse sentido, o presente trabalho compõe mais um degrau investigativo na busca pela identificação de obstáculos que possam ser impeditivos à aprendizagem ou de elementos que possam facilitá-la. Encerramos o presente trabalho de pesquisa com a convicção de que algumas indagações iniciais foram confirmadas, outras não foram identificadas e outras, ainda, surgiram no decorrer das investigações; embora estas, no momento, fiquem sem respostas, elas certamente abrem campo para novas pesquisas e questionamentos.

Confirmamos que os dados divulgados pelo INAF / BRASIL 2001-2007 estão adequados e se encaixam nas dificuldades constatadas na turma pesquisada. Portanto, esses dados vêm ao encontro de nossos anseios, no sentido de mostrar que as insuficiências em quantidade e qualidade detectadas não são uma exceção. Ao contrário, mostram ser o padrão representativo do desempenho escolar alcançado pela maioria dos estudantes na faixa etária considerada.

O ensino tradicional detém o maior espaço de tempo praticado em sala de aula, com excessiva valorização do ensino formal e abstrato, ratificando a matemática como destinada a poucos. Isso justifica, portanto, uma aprendizagem lenta e inadequada, provocando gradual desestímulo no aprender e, por consequência, acumulação de dificuldades e a inevitável desmotivação ao estudar e ao aprender. Muitas vezes, a prática persistente do ensino tradicional pelo professor é consequência da incapacidade de perceber e de experimentar o novo, acomodando-se em sua prática confortável e rotineira. A busca e a experimentação de novas possibilidades, mesmo que constatadas posteriormente como inadequadas, têm mais validade do que um processo padronizado que, posteriormente, se torna cômodo e estanque, transformando-se em um processo debilitado que não mais responde pelas necessidades emergentes.

Portanto, exige-se, cada vez mais, não só o domínio do conteúdo de matemática pelo professor, como também o conhecimento e a aplicação de técnicas e recursos cada vez mais elaborados e direcionados para a utilização das Tecnologias da Informação ou outros meios que possam inovar e oferecer novas alternativas no ensino-aprendizagem em matemática, tornando-a mais acessível a todos. Sejam quais forem os recursos selecionados para utilização, torna-se necessário que estes permitam realizar a ação de tornar compreensível e prazeroso o ensino e a aprendizagem da matemática pelos estudantes. Trata-se de um ensino que propicie alternativas que possa resgatar as dificuldades detectadas e, aos poucos, evoluir para uma iniciação que possibilite compreensão e acompanhamento com menor quantidade de obstáculos a serem superados.

A escola é o espaço oficialmente destinado a difundir a educação. Portanto, é responsável por proporcionar ao educando as condições necessárias para que ocorra a aprendizagem. Cabe à escola prover meios para que seus alunos alcancem os objetivos propostos, minimizando as deficiências de aprendizagens e o insucesso escolar, sem, no entanto, praticar a reprovação desmedida, tampouco a aprovação indevida.

Se as ações direcionadas pela escola forem contínuas, apropriadas e estendidas por todo o percurso escolar do aluno, propiciando os meios necessários para melhorar o trabalho colaborativo, com autoestima, autonomia, curiosidade, autocrítica, abstração, percepção, criatividade e desenvolvimento do raciocínio, elas garantirão a construção gradativa da aprendizagem do aluno, detectável e visível em um futuro próximo. Os alunos, por sua vez, serão pais mais conscientes ao valorizar mais a escola e a educação. Os filhos destes, certamente, serão alunos que apresentarão melhores resultados escolares.

Dificuldades com a matemática

As dificuldades com a matemática, muitas vezes, residem na ausência em visualizar significado ou importância em sua aplicabilidade, o que a torna extremamente abstrata, dependendo da forma que for focada. Nesse contexto, pode gerar o desenvolvimento de sentimentos negativos, fantasiando-se aversão ao objeto estudado ou a ele relacionado, que acompanha e persiste por longo período na vida do estudante.

A aprendizagem não é unilateral, isto é, de nada serve um ensino adequado para quem não está interessado em aprender, e, em alguns casos, a motivação não é apropriada, nem imediata. O convencimento poderá chegar tardiamente quando se deixa passar a oportunidade adequada e o momento mais conveniente. Contribuem, certamente, para a configuração deste quadro, o desenho constitutivo familiar e as práticas acolhidas pela Escola e adotadas pelo professor. O aprendizado dos algoritmos mecanizados é um exemplo de tópico com pouco significado para o aluno – a transmissão verbal de conceitos matemáticos e as extensas listas de exercícios de fixação tornam-se, muitas vezes, códigos mnemônicos para a prova, indicando e sustentando as características nocivas ao ensino da matemática. Essas práticas contribuem para a ausência de requisitos, evidenciando o surgimento de obstáculos que irão impedir ou dificultar uma aprendizagem mais eficiente e eficaz.

O recurso planilha

Inicialmente concebido como instrumento exclusivo de cálculo, o uso do computador sugere cada vez mais diferentes aplicações antes inimagináveis. A insistência no seu uso e a persistência na investigação de processos mais adequados para sua aplicação poderão demonstrar não ser a ausência de pré-requisitos o maior impedimento da aprendizagem em matemática, mas a maneira como os conceitos são abordados e apreendidos.

Entre as várias propostas existentes para o ensino de matemática, a utilização da planilha evidencia-se como um recurso viável que demonstrou aceitabilidade pela grande maioria dos estudantes pesquisados. Constatamos que as atividades desenvolvidas com a planilha aproximam o educando dos temas trabalhados, por seu efeito cativante e qualidades próprias, causados pela magia (no sentido do efeito produzido pela facilidade e rapidez dos resultados obtidos) dos cálculos e pela celeridade e desembaraço gráfico quando presenciados em ação e executados. Como instrumento potencializador do ensino e de auxílio à aprendizagem, a planilha desperta o interesse dos educandos, permitindo, assim, estabelecer uma ponte entre os conteúdos matemáticos a serem aprendidos, signos da língua materna e o translado entre eles.

Obstáculos ao uso da planilha

Entretanto, não podemos esperar milagres com a utilização de metodologias em curto espaço de tempo. É preciso insistir, acreditar e investir em novos métodos, sabendo antecipadamente que os resultados a serem obtidos não são imediatos e que são dependentes do esforço investido tanto pelo professor quanto pelos alunos.

Detectamos como obstáculo inicial ao uso da planilha a exigência de razoável domínio por parte do professor para sua utilização em sala de aula. Isto torna o professor, muitas vezes, tão aprendente quanto o aluno, por isso, causa receio e distanciamento dessa proposta.

Mesmo havendo longo período de utilização, frequentemente o professor se depara com situações não-previsíveis que exigirão constante reavaliação e investigação, impedindo a permanência em uma zona de conforto. Contudo, isto não é exclusividade da planilha. Cada vez mais, são exigidos não só o domínio do conteúdo de matemática pelo professor, mas também o conhecimento e a aplicação de técnicas e recursos mais elaborados e direcionados para as tecnologias de informação. Portanto, a planilha é excelente recurso e instrumento de aprendizagem e investigação tanto para alunos quanto para professores.

Como exemplo investigativo, citaremos um caso ocorrido durante a aula do Mestrado na disciplina Fundamentos da Educação Matemática, onde a professora apresenta um gráfico construído com o Maple,[15] o que despertou atenção por não haver relevância entre a lei de definição (família de curvas) e sua correspondente representação gráfica (reta).

Ao ser investigado, constatou-se a situação a seguir relatada:

Os gráficos representados nas Figuras 7, 8 e 9 (Apêndice M – Gráficos da função), são representações da mesma função definida por $y = \dfrac{2x^2 - 3x + 2}{x - 1}$, diferindo apenas quanto ao *zoom* aplicado e *software* utilizado. No entanto, em uma primeira inspeção, pode-se afirmar tratar-se de funções distintas. Na Figura 7, por exemplo, ao ser confeccionado na planilha, este gráfico dispõe de uma diversidade de formas representativas, desde a visualização de segmento de reta até o aspecto obtido pela Figura 7, dependentes do intervalo do domínio e do incremento entre valores consecutivos considerados. Precisamos, no entanto, neste caso, estar alerta quando da construção desse gráfico pelos alunos para não permitir passar a ideia de continuidade quando o domínio assume o valor um, cabendo aí nova investigação e comparação com outros *softwares* gráficos para a correta detecção da descontinuidade e da existência de assíntota.

As Figuras 8 e 9 apresentam o gráfico da mesma função analisada, construídos no *software* Graph[16], porém aplicado *zoom*, respectivamente, com distanciamento e aproximação. Ao serem apresentados os dois gráficos, sem outras informações, pode-se deduzir tratar-se de funções distintas. Entretanto, esclarecidos os motivos de suas representações diferenciadas, estes detalhes não são perceptíveis aos alunos quando utilizam os recursos de lápis e papel, sendo

[15] O Maple é um sistema computacional que compõe, em um só corpo, aspectos algébricos, numéricos, gráficos e de programação; foi desenvolvido pela Universidade de Waterloo – Canadá.

[16] Graph, V. 4.3, Build 384 – Copyright Ivan Johansen 2007. Tradução para o português (Brasil) pela equipe de professores e alunos da Faculdade de Filosofia de Passos – MG. Disponível no *site*: http://www.padowan.dk.

imprescindível a aplicação da tecnologia na construção e exploração das significativas nuances apresentadas.

No primeiro gráfico (Figura 7), o “erro” que surge é devido às limitações referentes à programação do *software* (cujo ponto forte não é a construção gráfica), pois este não reconhece a descontinuidade, isto é, sempre fará a ligação através de segmentos de retas entre dois pontos quaisquer fornecidos. Pode-se, no entanto, contornar este desacerto simplesmente deletando o valor correspondente ao erro, na sequência de valores da imagem. Na Figura 8, o “erro” detectado, cujo gráfico é representado como se fosse uma reta, na escala utilizada, a assíntota está tão próxima do eixo oy que se confunde com este, prevalecendo a exibição do eixo vertical sobre a curva e a assíntota.

Objetivos alcançados

Planejamos, organizamos e provemos auxílio para que ocorra a aprendizagem com a elaboração de folhas impressas que orientam e organizam as atividades a serem desenvolvidas inicialmente com a exploração da situação-problema com lápis e papel e posteriormente na planilha. Estimulamos a discussão entre os alunos, possibilitando novas interpretações. Conduzimos a realização das tarefas no computador, o que oportuniza a experimentação das situações propostas e a reflexão ao responder os questionários, fortalecendo uma base de conhecimentos que são retomados em atividades seguintes.

Entre as muitas dúvidas e questionamentos surgidos, uma merece destaque: como seria a aprendizagem e apreciação que os alunos fazem das tarefas que foram desenvolvidas, caso houvesse maior domínio referente aos conceitos para a utilização da planilha? Este questionamento foi respondido, comparando-se as primeiras atividades em relação às últimas, em que os alunos não só fornecem, de forma crescente, respostas satisfatórias às questões propostas, como também demonstram habilidade no manusear e maior aceitação desse recurso como instrumento válido no ensino de matemática, conforme demonstram as análises efetuadas. Portanto, a insistência na utilização desse recurso por um período mais longo certamente irá proporcionar significativos resultados positivos, demonstráveis através da aprendizagem dos alunos em médio e longo prazo.

Nas duas últimas atividades desenvolvidas, os alunos apresentaram rendimento superior ao praticado nas aulas anteriores, com alguns grupos concluindo a tarefa antes do tempo previsto.

Em ambas as atividades, os alunos manifestam maior simpatia e adesão pelo uso da planilha em comparação com as atividades iniciais. Realizam as atividades com afinco e dedicação, embora tenham se surpreendido alguns grupos navegando na Internet durante o desenvolvimento do trabalho, demonstrando parcial interesse e adesão às atividades, inibindo a condução dos estágios atuais e permitindo o surgimento de obstáculos no avançar. Esse comportamento, entretanto, indicativo de ausência de impregnação, não é exclusivo desta modalidade, estando presente em ambientes de amplas possibilidades exploratórias, configurando-se como momento de distração e desprendimento diante de aspectos menos atrativos e secundários, ainda não totalmente assumidos no âmbito de interesse e necessidade.

Além disso, culturalmente os alunos são incentivados a um desempenho competitivo e individualista, desconhecendo o esforço colaborativo. Frequentemente, portanto, o agrupamento de alunos possibilita a formação de pseudogrupos, cujos componentes apresentam variabilidade de interesses, motivações e preferências. Por conseguinte, a simples divisão dos alunos e a oferta de tarefas planejadas não garantem esforço cooperativo na direção dos objetivos pretendidos.

Contudo, os alunos extrapolaram a habilidade emergente, movendo-se do desempenho assistido para o desempenho independente através de inspiração na criação e adequação da fórmula relativa aos três lados do retângulo, demonstrando aquisição de memória deliberada e atenção focada e atingindo desenvolvimento por meio da aprendizagem detectada. O potencial para a cooperação, portanto, estará presente sempre que houver elementos interagindo. No entanto, são necessárias condições favoráveis para que isso ocorra.

Como instrumento mediador, ocasionalmente (dependendo do engajamento e da afinidade entre os estudantes, bem como do conjunto de características da atividade, entre outros fatores), a planilha disponibilizou instrumentos que habilitaram os alunos a envolverem-se em processos mentais superiores. Através do compartilhamento das atividades e mediação proporcionada pelas linguagens (natural, matemática e estrutura sintática do Excel), a planilha permitiu a ascensão daquilo que os estudantes ainda não dominavam, para materialização por meio da ajuda do outro e do perscrutar na planilha. Constata-se, portanto, a ocorrência dos pressupostos de Vygotsky através do conceito da ZDP (zona de desenvolvimento proximal) e afinidade com os objetivos específicos.

O percentual obtido, entretanto, que reflete as respostas consideradas satisfatórias nas atividades desenvolvidas com a planilha, não revela pontualmente as concepções adquiridas pelos alunos na sua prática. Diante das atividades realizadas e analisadas, a efetiva aprendizagem demonstrou ser superior ao detectado. Se considerarmos o curto espaço de tempo utilizado, vislumbramos, ao longo do ano letivo, resultados mais consistentes e ampliados, conquistando menor incidência de obstáculos, maior adesão e simpatia pelo uso da planilha e intensificação do processo de facilitação da aprendizagem.

Portanto, a utilização da planilha contribui para a mudança de rotina na sala de aula, permitindo variabilidade na utilização de métodos e de técnicas. Ela permite também a investigação e o aprofundamento, só disponíveis com recursos proporcionados pelo uso do computador, impraticáveis no sistema tradicional.

A planilha é, portanto, uma alternativa a mais para a utilização de tecnologias na educação, dando um passo em direção à busca de métodos que orientem a conduta pela busca de novas alternativas viáveis ao aprimoramento do ensino da matemática, a fim de torná-la mais agradável e de aprendizagem mais eficaz. Certamente, uma possibilidade de contribuição que permita instigar investigação, iniciativa, arguição, cooperação e capacidade criadora passa por uma proposta que possa seduzir e oferecer desafios aos estudantes na interpretação de informações, na investigação e utilização de diferentes formas de representação.

Em nossas constatações, julgamos responsável por essa transformação o recurso tecnológico utilizado de forma socializada, pois este foi decisivo como elemento catalisador que, diante das propostas apresentadas, desencadeou a motivação necessária ao desenvolvimento das atividades. Cada vez mais, portanto, acreditamos nas contribuições proporcionadas pela planilha como instrumento mediador da aprendizagem e como agente socializador de informações, possuidor de múltiplos recursos investigativos e de análise.

No entanto, sua utilização não produz mágica. Como qualquer outro instrumento mediador educacional, está passível de acertos e desacertos; aceito por uns, rejeitado por outros. Trata-se de um instrumento tecnológico palpável de amplas possibilidades de utilização e acessibilidade que, embora seja amplamente utilizado em algumas áreas do conhecimento, ainda é pouco explorado em outras, como na educação matemática.

As pesquisas realizadas com a planilha não se encerram aqui. As observações constatadas e as análises efetuadas permitem acreditar que a planilha pode ser uma excelente ferramenta de apoio ao ensino da matemática, desde que aplicada de forma organizada e planejada para serem obtidos os resultados desejados. Sua utilização demonstrou obter apoio e aceitação por grande parte dos alunos, o que, por si só, já justifica insistir na sua utilização.

Através da mudança postural, da mobilidade de crenças e atitudes, apoiada por um sólido conhecimento e aplicação de pluralidade técnica, é possível haver uma transição do professor disciplinado e conservador, identificado a um monismo metodológico, para o professor de prática pluralista, com variabilidade de prescrições adequadas a cada situação, em busca da maximização da aprendizagem do aluno. Diante do compromisso com a aprendizagem dos alunos e com a variabilidade quanto ao modo (ou preferência) como aprendem, não deve haver omissão ao conhecimento, nem a negação de uma pluralidade de métodos e recursos utilizados no ensino-aprendizagem da matemática.

Esta pesquisa, no entanto, esbarra nas limitações de uma pesquisa qualitativa e nas informações observadas e detectáveis em uma turma, não existindo a riqueza proporcionada pela comparação simultânea ao serem aplicados dois métodos distintos em turmas separadas, conforme constava do projeto inicial. Fez-se necessário, portanto, a readaptação e reformulação tanto na estrutura e direcionamento do projeto quanto no planejamento, avaliação e reformulação das atividades desenvolvidas. Constituíram-se em fatores que dificultaram a realização da pesquisa a ausência de familiaridade com os recursos propiciados pela planilha e o limitado tempo disponível para sua execução.

Contudo, consideramos alcançáveis e contemplados os objetivos propostos diante do contexto vivenciado em uma turma em que todos os alunos são dependentes em matemática e apresentam inúmeras e graves deficiências de aprendizagens relativas aos pré-requisitos essenciais necessários ao desenvolvimento do Ensino Médio. Finalmente, esperamos ter contribuído para futuras pesquisas utilizando a planilha e subsidiar sua disseminação no ensino como um recurso a mais no ensino-aprendizagem de matemática.

Sugestões de pesquisa futura

1. Quais contribuições a planilha proporciona para a aprendizagem de outros tópicos em matemática?

2. Qual período inicial na utilização da planilha é necessário para contribuir como instrumento de mediação, assegurando condições para a concretização da aprendizagem e desenvolvimento do aluno?

3. Quais características estão presentes nos educandos que adotam a planilha, de modo sistemático, como instrumento de cálculo e investigação, havendo formação de competências e habilidades na sua utilização?

4. Qual a adesão dos professores à utilização da planilha como recurso no ensino de matemática, havendo formação de competências e habilidades na sua utilização?

6. REFERÊNCIAS

AMORIM, J. de A. **Educação em Engenharia**: O Desenvolvimento de um Aplicativo de Autoria para a Elaboração de Mapas Conceituais e Hipertextos. 262f. Dissertação (Mestre em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação – FEEC, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2005. Disponível em: <http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000361326>. Acesso em: 10 nov. 2007.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 3. ed. 2. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BRAGA, C. **O processo inicial de disciplinarização de função na matemática do ensino secundário brasileiro**. 177f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/BRAGA_ciro.html>. Acesso em: 10 nov. 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Ministério da Educação: Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC, 1997.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. 3. ed. Lisboa: Gradiva, 2000.

CHAVES, M. I. A.; CARVALHO, H. C. **Formalização do conceito de função no ensino médio:** uma seqüência de ensino-aprendizagem. Universidade Federal de Pernambuco, VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, 2004.

CORREIA, J. M. T. **A evolução do conceito de função na segunda metade do século xviii**. 87f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, 1999. Disponível em: <http://www.fc.up.pt/mat/index.php?id=152&tx_formteses_pi2%5Bmode%5D=1&tx_formteses_pi2%5Bpointer%5D=1>. Acesso em: 10 nov. 2007.

COSTA, J. C. O. **O Professor Roxo Diria Abaixo Euclides?**. In: I Seminário Paulista de História e Educação Matemática. 2005, São Paulo. SPHEM - I Seminário Paulista de História e Educação Matemática. São Paulo: IME-USP, 2005.

D'AMBRÓSIO, U. A educação matemática como disciplina. **Revista Brasileira de Educação**, São Paulo, v. 27, p. 70-93, Quadrimestral, 2004. Disponível em: <http://www.doaj.org/doaj?func=openurl&genre=journal&issn=14132478&volume=&issue=027&date=2004>. Acesso em: 12 nov. 2007.

DEMO, P. **Aprender**: o desafio reconstrutivo. In: Boletim Técnico do Senac. p. 33-39, Rio de Janeiro: SENAC, 1998, v.24, n.3, set-dez. Disponível em: <http://www.senac.br/conhecimento/bts.html>. Acesso em: 12 nov. 2007.

______. **Professor/Conhecimento**. In: Congresso Brasileiro de Educação Infantil-OMEP/BR/MS. Campo Grande: 2002. Disponível em: <http://www.omep.org.br/artigosc.htm>. Acesso em: 3 dez. 2008.

EBRAPEM - Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática "Conhecimento e Inclusão Social". [2006], Belo Horizonte. **A investigação como agente de desenvolvimento conceitual nas aulas de matemática:** um estudo centrado no conceito de função. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Disponível em: <http://www.fae.ufmg.br/ebrapem/completos/04-10.pdf>. Acesso em: 12 nov. 2007.

FELICETTI, V. L. **Um estudo sobre o problema da MATOFOBIA como agente influenciador nos altos índices de reprovação no 1º ano do Ensino Médio**. 78f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

FREIRE, P. **D'Ambrósio entrevista Paulo Freire**. Site oficial de Ubiratan D'Ambrósio. Coletânea. [1998?]. Entrevista concedida a Ubiratan D'Ambrósio. Disponível em: <http://vello.sites.uol.com.br/ubi.htm>. Acesso em: 22 mar. 2007.

______. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. Coleção Leitura. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GOMES, M. G. **Solução de problemas de matemática**: procedimentos utilizados por sujeitos com graus de escolaridade diferentes. 1998. 170p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998. Disponível em: <http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000134198>. Acesso em: 12 nov. 2007.

IBGE. **Síntese de Indicadores Sociais**: Uma Análise das Condições de Vida da População Brasileira. Rio de Janeiro. n. 23, 2008. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/condicaodevida/indicadoresminimos/sinteseindicsociais2008/indic_sociais2008.pdf>. Acesso em: 2 dez. 2008.

INAF (INDICADOR NACIONAL DE ALFABETISMO FUNCIONAL). **INAF / Brasil 2007**. Disponível em: <http://www.ipm.org.br>. Acesso em: 2 dez. 2008.

LINS, R. C. Matemática, Monstros, Significados e Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V.; Borba, M. de C. (Orgs.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**, p. 92-119. São Paulo: Cortez, 2005.

MAGALHÃES, L. P. (Coord.). **SAPIENS: Sistema de Apoio à Aprendizagem e Ensino**. Relatório final de projeto - FAPESP, Campinas, SP, 2001. Disponível em:

<http://www.dca.fee.unicamp.br/projects/sapiens/documentos.html>. Acesso em: 3 nov. 2008.

MELLO, G. N. de. **Formação inicial de professores para a educação básica**: uma (re)visão radical. p. 98-110. São Paulo Perspec., Mar 2000, v.14, n.1, ISSN 0102-8839. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0102-88392000000100012&script=sci_arttext>. Acesso em: 2 dez. 2008.

MENDONÇA, M. C. D.; OLIVEIRA, P. C. Da educação matemática: funções no centro das atenções. **Educação & Matemática**, Lisboa, v.54, p. 37-42, 1999.

MISKULIN, R. G. S. **Concepções Teórico-Metodológicas sobre a Introdução e a Utilização de Computadores no Processo Ensino/Aprendizagem da Geometria**. 1999. 577 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999. Disponível em: <http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000246712>. Acesso em: 8 nov. 2008.

MOREIRA D. A. **O Método Fenomenológico na Pesquisa**. São Paulo, SP: Pioneira Thomson, 2001.

MOREIRA, M. A. A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o Ensino de Ciências e a Pesquisa Nesta Área. **Investigações em Ensino de Ciências**. Porto Alegre: UFRGS, v.7, n.1, 2002. p. 7-29. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID80/v7_n1_a2002.pdf>. Acesso em: 8 nov. 2008.

MOYSÉS, L. M. M. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. Campinas, SP: Papirus, 2007. 176 p.

NUNES, L. E. P. **Revisão pelos Pares na Aprendizagem de Análise e Projeto de Sistemas**: Um Estudo de Caso. 2005. 137p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 2005.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATTO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: Bicudo, M. A. V.; Borba, M. de C. (Orgs.). **Educação matemática:** pesquisa em movimento, p. 213-230. São Paulo: Cortez, 2005.

PAVIANI, J. **Ensinar:** deixar aprender. Porto Alegre, RS: EDIPUCRS (Coleção filosofia – 154), 2003.

PERRENOUD, P. A formação dos professores no século XXI. In: Perrenoud, P.; Thurler, G. M., Macedo, L.; Machado, N. J.; Allessandrini, C. D. Tradução: Schilling, C.; Murad, F. **As Competências para Ensinar no Século XXI**: A Formação dos Professores e o Desafio da Avaliação, p. 11-33. Porto Alegre: Artmed, 2002.

PINHEIRO, N. A. M.; SILVEIRA, R. M. C. F.; BAZZO, W. A. Ciência, Tecnologia e Sociedade: a relevância do enfoque CTS para o contexto do Ensino Médio. **Ciência & Educação (Bauru)**, Bauru, v. 13, n. 1, p. 71-84, Abril 2007. Disponível em: <http://www.scielo.br / scielo.php ? script = sci _ a rttext&pid=S1516-73132007000100005&lng=en&nrm=iso>. Acessado em: 4 dez. 2008.

REGO, T. C. **Vygotsky**: uma perspectiva histórico-cultural da educação. Petrópolis, RJ: Vozes, 1995.

RETAMAL, I. G. Registros de representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de estudiantes. **Revista Oficial de Comité Latinoamericano de Matemática Educativa** A. C. Chile, Relime v.1, n.1, p.5-21, marzo 1998. Disponible em: <http://dialnet.unirioja.es/servlet/listaarticulos?tipo_busqueda=ANUALIDAD&revista_busqueda=7978&clave_busqueda=1998>. Acesso: 12 nov. 2007.

ROCHA, S. M. C. da. A investigação como agente de desenvolvimento conceitual nas aulas de matemática: um estudo centrado no conceito de função. In: X Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática “Conhecimento e Inclusão Social”, 2006, Belo Horizonte. **Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Faculdade de Educação, 2006.

ROSAR, M. de F. F. **Globalização e Descentralização**: O Processo de Desconstrução do Sistema Educacional Brasileiro pela via da Municipalização. 359 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995. Disponível em: <http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000099717>. Acesso em: 9 nov. 2008.

SAAD, B. **Estratégias para a mídia digital**: internet, informação e comunicação. São Paulo: Senac, 2003.

SKOVSMOSE, O. Matemática em Ação. Tradução de Antonio Olimpio Junior. In: Bicudo, M. A. V.; Borba, M. de C. (Orgs.). **Educação matemática:** pesquisa em movimento, p. 92-119. São Paulo: Cortez, 2005.

STOCK, S. de C. V. **Entre a paixão e a rejeição**: A trajetória dos CIEPs no Estado de São Paulo – Americana. 2004. 224p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004. Disponível em: <http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000099717>. Acesso em: 8 nov. 2008.

D’AMBRÓSIO, U. A educação matemática como disciplina. **Revista Brasileira de Educação**, São Paulo, v. 27, p. 70-93, Quadrimestral, 2004. Disponível em: <http://www.doaj.org/doaj?func=openurl&genre=journal&issn=14132478&volume=&issue=027&date=2004>. Acesso em: 12 nov. 2007.

VALENTE, J. A.; ALMEIDA, F. J. de. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, Florianópolis, v. 1, n. 1, p.1-28, nov. 1997. Disponível em: <http://bibliotecadigital.sbc.org.br/?module=Public&action=PublicationObject&subject=0&publicationobjectid=92>. Acesso em: 4 dez. 2007.

VALENTE, V. Educação matemática e política: a escolarização do conceito de função no Brasil. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, ano 9, n.12, p. 16-20, junho 2002.

VYGOTSKY, L. S. **A formação Social da mente**: O Desenvolvimento dos Processos Psicológicos Superiores. Tradução: José Cipolla Neto, Luis Silveira Menna Barreto e Solange Castro Afeche. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1999.

______. **Pensamento e linguagem**. Tradução de: Jefferson Luiz Camargo. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

7. APÊNDICES

APÊNDICE A – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

1- (3,0) Considere os seguintes valores: **3,5 ; 0 ; –1 ; 1,33... ; 2,053... ;** $\sqrt{4}$ **e** $\sqrt[4]{2}$ **.** Preencha os retângulos abaixo com três exemplos de cada conjunto.

Observação.: Deixe em branco o retângulo em que não houver exemplos suficiente.

			R
			Z
			N
			I
			Q

Onde: N = naturais; Z = inteiros; Q = racionais; I = irracional e R = reais.

2- (2,0) Resolva as seguintes equações em R:

a) $2x = 4$

....

....

b) $x - 4 = 6x$

....

....

c) $3(x^2 - 1) = -(x + 2)^2$

....

....

....

....

3- (2,0) Dado o conjunto A = {–1, 0, 1} e a função $f(x) = -x$, com $f : A \rightarrow B$, determine o domínio e a imagem.

....

....

....

4- (3,0) As tabelas abaixo apresentam o custo para a produção de canetas nas fábricas M e N:

Quantidade (**q**)	0	50	100
Custo (**C**) (**R$**)	100	200	300

Tabela 1: Custo para produção de canetas – fabrica M

Quantidade (**q**)	0	50	100
Custo (**C**) (**R$**)	300	350	400

Tabela 2: Custo para produção de canetas – fabrica N

a) Qual quantidade em que as duas fábricas têm mesmo custo?

....

....

....

....

b) Em qual fábrica poderá haver um prejuízo maior se os funcionários entrarem em greve? Justifique.

....

....

....

....

ÁREA PARA CÁLCULO:

APÊNDICE B – ATIVIDADE A02

A02-1

1- Digite em **A1** o valor 1;

2- Digite em **B1** uma fórmula que transforme **A1** ao quadrado;

Fórmula Digitada: ....

3- Selecione **B1** e copie para o endereço **B1:B20**;

4- Responda as questões:

a) Os valores da coluna A aumentam ou diminuem?

b) Os valores da coluna B aumentam ou diminuem?

c) Os valores das colunas A e B aumentam ou diminuem sempre?

5- Digite na célula **A1** os valores **2**, **3**, **4**, **5** e **6**;

6- Digite na célula **A1** o valor " **-9** " e verifique novamente os itens **a**, **b** e **c** do item **4**;

7- Relacione o comportamento verificado com a fórmula contida na coluna **B**;

O que você acha? ....

8- Estabeleça uma relação numérica entre os valores das colunas **A** e **B** e a regra mostrada em "**Apresentação 1:**":

A02-2

1- Digite em **A1** o valor 1;

2- Digite em **A2** uma fórmula que faça a soma " **A1 + 1** " copiando esta fórmula até a célula **A19**;

3- Em **B1**, escreva uma fórmula que expresse o valor negativo do quadrado de um número (*coluna A*);

4- Copiar a fórmula para o endereço "**B1:B19**";

5- Discuta com seu colega as seguintes questões:

a) Os valores da coluna **A** aumentam ou diminuem?

b) Os valores da coluna **B** aumentam ou diminuem?

c) Os valores das colunas **A** e **B** aumentam ou diminuem sempre?

d) Digite na célula **A1** os valores " **2**, **3**, **4**, **5** e **6** ";

e) Digite **-9** na célula **A1** e verifique novamente os itens **a**, **b** e **c**;

f) Relacione o comportamento verificado com a fórmula contida na coluna **B**.

O que você acha? ....

6- Estabeleça uma relação numérica entre os valores das colunas **A** e **B** e a regra mostrada em "**Apresentação 2:**":

7- Estabeleça uma comparação entre o **item 8** (*de A01-1*) e o **item 6** acima:

Diferenças: ....

Semelhanças: ....

A02-3

1- Digite em **A1** uma seqüência de valores inteiros começando por **-9** e que <u>cresça de uma unidade a cada célula</u> até **A19**;

2- Em **B1**, uma fórmula que expresse <u>o valor negativo do quadrado de um número</u> (*coluna A*);

3- Copiar a fórmula para o endereço " **B1:B19** ";

4- Use a ÁREA DE CÁLCULO (*colunas* **H** *e* **I**) para verificar a variação de crescimento/decrescimento dos valores da coluna B:

Use: **B1:B10** para coluna **H**;
B10:B19 para coluna **I**.

5- Discuta com seu colega as seguintes questões:

a) Em que intervalo os valores da coluna **B** aumentam e em que intervalo diminui?

b) Explique o motivo da coluna **H** os valores serem positivos e crescentes e da coluna **I** serem negativos e decrescentes.

c) Qual valor da coluna **A** separa os valores da coluna **B** em seqüências iguais?

d) Assista a "**Apresentação 3**";

e) Explique a importância da LINHA 10;

f) Explique o significado da igualdade " $y = -x^2$ " em relação às colunas A e B.

A02-4

1- Digite em **A1** uma seqüência de valores inteiros começando por **-9** e que <u>cresça de uma unidade a cada célula</u> até **A19**;

2- Em **B1**, uma fórmula <u>que some o valor negativo do quadrado de um número, com uma unidade</u>;

3- Copiar a fórmula para o endereço "**B1:B19**";

4- Use a ÁREA DE CÁLCULO (*colunas* **H** *e* **I**) para verificar a variação de crescimento/decrescimento dos valores da coluna B:

Use: **B1:B10** para coluna **H**;
B10:B19 para coluna **I**.

5- Discuta com seu colega as seguintes questões:

a) Em que intervalo os valores da coluna **B** aumentam e em que intervalo diminui?

b) Explique o motivo da coluna **H** os valores serem positivos e crescentes e da coluna **I** serem negativos e decrescentes.

c) Qual valor da coluna **A** separa os valores da coluna **B** em seqüências iguais?

d) Explique a importância da LINHA 10;

e) Explique o significado da igualdade " $y = -x^2 + 1$" em relação às colunas A e B.

A02-5

1- Digite em **A1** uma seqüência de valores inteiros começando por **9** e que <u>decresça de uma unidade a cada célula</u> até **A19**;

2- Em **B1**, uma fórmula que <u>subtraia o quadrado de um número</u> (*coluna A*), com uma unidade.

3- Copiar a fórmula para o endereço "**B1:B19**";

4- Use a ÁREA DE CÁLCULO (colunas **H** e **I**) para verificar a variação de crescimento/decrescimento dos valores da coluna B:

Use: **B1:B10** para coluna **H**;
B10:B19 para coluna **I**.

5- Discuta com seu colega as seguintes questões:

a) Em que intervalo os valores da coluna **B** aumentam e em que intervalo diminuem?

b) Explique o motivo da coluna **H** os valores serem negativos e decrescentes e da coluna **I** serem positivos e crescentes.

c) Qual valor **A** separa os valores da coluna **B** em sequências iguais?

d) Explique a importância da LINHA 10

e) Explique o significado da igualdade " $y = x^2 - 1$ " em relação às colunas A e B.

A02-6

1- Digite em **A1** uma seqüência de valores inteiros começando por 11 e que decresça de uma unidade a cada célula até **A19**;

2- Em **B1**, uma fórmula que <u>subtraia o quadrado de um número</u> (*coluna A*), <u>com o quádruplo desse mesmo número</u>, somado com **3**.

3- Copiar a fórmula para o endereço "**B1:B19**";

4- Use a ÁREA DE CÁLCULO (colunas **H** e **I**) para verificar a variação de crescimento/decrescimento dos valores da coluna B:

Use: **B1:B10** para coluna **H**;
B10:B19 para coluna **I**.

APÊNDICE C – ATIVIDADE A03

Nesta atividade é dada uma equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, onde:

a: coeficiente do x^2 ($a \in R^*$);
b: coeficiente do x ($b \in R$);
c: termo independente ($c \in R$).

Assim, dada a equação $x^2 - 4x + 3 = 0$, temos que:

a = 1; **b** = -4 e **c** = 3

Vamos agora, estabelecer uma relação entre alguns valores inteiros (coluna A) e os correspondentes valores (coluna B), tal que $A_n^2 - 4A_n + 3 = B_n$, com $n \in \{1,2,...,27\}$, utilizando uma planilha eletrônica. Vejamos como:

TABELA 01 — **A03-1**

	Digitar em	Valor	Copiar para
1	C1	M	
2	C2	2	
3	D1	a	
4	D2	1	
5	E1	b	
6	E2	– 4	
7	F1	c	
8	F2	3	
9	A1	1	
10	A2	= A1 + \$C\$2	A2:A27
11	B1	= \$D\$2 * A1^2 + \$E\$2 * A1 + \$F\$2	B1:B27

1- Selecione a **linha 14** (*colunas **A** e **B***) e formate com cor amarela;
2- Digite em **A1** os valores: **2**, **3**, **5**, **–4**, **–8** até que o valor **–1** (*coluna **B***) fique sobre a **linha 14**;
3- Observe os seguintes valores: **B1** e **B27**; **B2** e **B26**; ....
4- O que eles têm em comum? ....
5- O que podemos dizer do valor **–1** na coluna **B**? ....e....................................
6- E do valor **2** na **coluna A**? ....
7- Qual a importância dos valores "**zero**" da **coluna B**? ....

TABELA 02 — **A03-2**

	Digitar em	Valor
1	D2	–1
2	E2	4
3	F2	–3

1- O que aconteceu com a célula **B14**? ....
2- O que aconteceu com os outros valores da coluna **B**? ....
3- O que podemos dizer do valor **1** na coluna **B**? ....e....................................
4- E do valor **2** na coluna **A**? ....

TABELA 03 — **A03-3**

	Digitar em	Valor
1	D2	1
2	E2	0
3	F2	–4

1- Observe os seguintes valores: **B1** e **B27**; **B2** e **B26**; ....
2- Qual valor está no centro da **coluna B**? ....
3- Qual é o menor valor da **coluna B**?...
4- Mude o valor do **A1** até conseguir que o menor valor da **coluna B** fique na **linha 14**.
5- Quais valores da **coluna A** correspondem ao valor **zero** na **coluna B**? ....

TABELA 04 — **A03-4**

	Digitar em	Valor	Copiar para
1	D2	1	
2	E2	–7	
3	F2	–8	
4	A14	= – E2 / (2 * D2)	
5	A13	= A14 - \$C\$2	A13:A1
6	A15	= A14 + \$C\$2	A15:A27

1- Digitar em **C2** os valores: 2, 3, 8 e 0,5;
2- Quais são as raízes da equação?
3- A função tem ***valor máximo*** ou ***mínimo***?
4- Qual é a **abscissa** de ***máximo/mínimo***?
5- Qual é a **ordenada** de ***máximo/mínimo***?

APÊNDICE D – ATIVIDADE A04

Dada a equação do 2º grau $x^2 - 6x + 5 = 0$, onde:
a = 1 ; b = – 6 e c = 5

O discriminante (Δ) desta equação é dado por:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Vamos agora, calcular o discriminante desta equação, utilizando uma planilha eletrônica.

A04-1

	TABELA 01		
	Digitar em	**Valor**	**Matemática**
1	C2	**1**	
2	D2	1	
3	E2	– 6	
4	F2	5	
7	D5	Delta:	
8	E5	= E2 ^ 2 – 4 * D2 * F2	$b^2 - 4ac$

1- O seu grupo concluiu a tarefa com êxito? Sim ☐ Não ☐
2- Caso a tarefa esteja incompleta, responda as questões 2.1 e 2.2:
2.1- Qual(s) linha(s) da tabela não foi/foram realizada(s)? 1☐ 2☐ 3☐ 4☐ 5☐ 6☐ 7☐ 8☐
2.2- Explique a dificuldade do grupo: ....
3- O grupo achou fácil ☐, normal ☐ ou difícil ☐ ?
4- Em sua opinião, qual foi a maior dificuldade na realização da tarefa? ....
5- Houve participação do seu colega na realização da tarefa? Sim☐ Não☐
5.1- Caso não tenha havido participação, explique o motivo: ....
5.2- Em sua opinião, a colaboração do colega foi importante para compreender a tarefa? S☐ N☐
6- Qual valor é exibido na célula B14? ....

A04-2

	TABELA 02			
	Coeficiente	**Digitar em**	**Valor**	**Matemática**
1	a	D2	1	
2	b	E2	–4	$y = x^2 - 4x + 4$
3	c	F2	4	

1- O seu grupo concluiu a tarefa com êxito? Sim ☐ Não ☐
2- Caso a tarefa esteja incompleta, responda as questões 2.1 e 2.2:
2.1- Qual(s) linha(s) da tabela não foi/foram realizada(s)? 1☐ 2☐ 3☐
2.2- Explique a dificuldade do grupo: ....
3- O grupo achou fácil ☐, normal ☐ ou difícil ☐ ?
4- Em sua opinião, qual foi a maior dificuldade na realização da tarefa? ....
5- Houve participação do seu colega na realização da tarefa? Sim☐ Não☐
5.1- Caso não tenha havido participação, explique o motivo: ....
5.2- Em sua opinião, a colaboração do colega foi importante para compreender a tarefa? S☐ N☐
6- Qual valor é exibido na célula E5 (delta)? ....
7- Os valores digitados em D2, E2 e F2 estabelecem uma relação entre as colunas A e B.
Qual é essa relação? ....

A04-3

Responda as questões:

a) Qual sua opinião sobre o uso da planilha para estudar matemática?
b) É possível aprender matemática utilizando uma planilha?
c) Qual a maior dificuldade?
d) Sugestões:

APÊNDICE E – ATIVIDADE A04 – PÁGINA 2

TABELA 03			A04-4
	Digitar em	Valor	Matemática
1	D7	Xv:	$x_v = -\dfrac{b}{2a}$ $\quad y_v = -\dfrac{\Delta}{4a}$
2	D8	Yv:	
3	E7	= – E2 / (2 * D2)	
4	E8	= – E5 / (4 * D2)	

1- O seu grupo concluiu a tarefa com êxito? Sim ☐ Não ☐

2- Caso a tarefa esteja incompleta, responda as questões 2.1 e 2.2:

2.1- Qual(s) linha(s) da tabela não foi/foram realizada(s)? 1☐ 2☐ 3☐ 4☐

2.2- Explique a dificuldade do grupo: ....

3- O grupo achou **fácil** ☐ , **normal** ☐ ou **difícil** ☐ ?

4- Em sua opinião, qual foi a maior dificuldade na realização da tarefa? ....

5- Houve participação do seu colega na realização da tarefa? Sim☐ Não☐

5.1- Caso não tenha havido participação, explique o motivo: ....

5.2- Em sua opinião, a colaboração do colega foi importante para compreender a tarefa? S☐ N☐

6- Qual valor é exibido na célula E7 (Xv)? .... e na célula E8 (Yv)? ....

7- A função tem valor máximo ou mínimo? ....

8- Troque o sinal em D2, E2 e F2;

9- Qual valor é exibido na célula E7 (Xv)? .... e na célula E8 (Yv)? ....

10- A função tem valor máximo ou mínimo? ....

11- Qual coeficiente (a, b ou c) está relacionado com valor máximo ou mínimo?

Construção gráfica:

1. Veja a apresentação sobre construção de gráficos no Excel;
2. Acompanhe e construa um gráfico no Excel.

APÊNDICE F – ATIVIDADE A05

Dada a equação do 2º grau $x^2 - 6x + 5 = 0$, onde:

a = 1 ; b = – 6 e c = 5

O discriminante (Δ) desta equação é dado por:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Vamos agora, calcular o discriminante desta equação, utilizando uma planilha eletrônica.

A05-1

		Digitar em	Valor / Fórmula	Copiar para	Matemática
			T A B E L A 0 1		
1		A14	= -E2/(2*D2)		$-b/2a$
2		A13	= A14 – $C$2	A13 : A1	
3		A15	= A14 + $C$2	A15 : A27	
4		B1	= $D$2*A1^2+$E$2*A1+$F$2	B1 : B27	$ax^2 + bx + c = y$
5		C2	1		
6	a	D2	1		
7	b	E2	– 3		
8	c	F2	– 10		
9		D5	Delta:		
10		E5	= E2 ^ 2 – 4 * D2 * F2		$b^2 - 4ac$

1- O seu grupo concluiu a tarefa com êxito? Sim ☐ Não ☐

2- Caso a tarefa esteja incompleta, responda as questões 2.1 e 2.2:

2.1- Qual(s) linha(s) da tabela não foi/foram realizada(s)? 1☐ 2☐ 3☐ 4☐ 5☐ 6☐ 7☐ 8☐ 9☐ 10☐

2.2- Explique a dificuldade do grupo: ....

3- O grupo achou **fácil** ☐ , **normal** ☐ ou **difícil** ☐ ?

4- Em sua opinião, qual foi a maior dificuldade na realização da tarefa? ....

5- Houve participação do seu colega na realização da tarefa? Sim☐ Não☐

5.1- Caso não tenha havido participação, explique o motivo: ....

5.2- Em sua opinião, a colaboração do colega foi importante para compreender a tarefa? S☐ N☐

6- Qual valor é exibido nas células: B14_____ A14_____ e E5______

7- Troque o sinal em D2, E2 e F2. Qual valor é exibido nas células: B14_____ A14_____ e E5______

8- Quais alterações ocorreram? ....

A05-2

1- Construa um gráfico da função trabalhada acima. Use como modelo a apresentação disponibilizada.
2- Troque o sinal em D2, E2 e F2 e observe as mudanças que ocorrerem no gráfico.
3- Que mudanças são essas? ....
4- Mude os seguintes valores: D2 = 1, E2 = 1 e F2 = – 4. Observe o gráfico.
5- Mude os sinais em D2, E2 e F2. Quais mudanças ocorreram? ....
6- O gráfico “passa” no eixo horizontal? ....
7- Existe zero da função? ....

Responda as questões: **A05-3**

a) Qual sua opinião sobre o uso da planilha para estudar matemática?
b) É possível aprender matemática utilizando uma planilha?
c) Qual a maior dificuldade?
d) Sugestões:

APÊNDICE G – ATIVIDADE A06

Situação problema:

Deseja-se construir um cercado dispondo-se de 60 m de arame. O cercado deve aproveitar duas paredes já construídas. Para tanto, qual devem ser as dimensões dos lados do cercado de modo a obter-se área máxima?

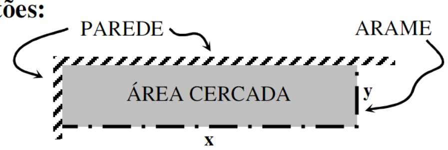
1- **Dados do problema**:

a) Quantidade de arame:..

b) Quantidade de paredes para cercar:.....................

c) Faça um esquema que represente a situação problema com valores conhecidos de modo que a soma dos dois lados seja 60 m.

2- Observe a figura abaixo e reponda as questões:



a) Se x = 2 metros e x + y = 3 metros, quanto mede y e qual é a área da figura formada?

....

b) Se x = 2 metros e y = 4 metros, quanto mede x + y e qual é a área? ....

3- Simulações do problema:

Dispondo de 10 metros de arame, responda às questões abaixo:

a) L_1 = 8 metros; L_2 = ______; A = ________

b) L_1 = 7 metros; L_2 = ______; A = ________

c) L_1 = 6 metros; L_2 = ______; A = ________

d) L_1 = 5 metros; L_2 = ______; A = ________

4- Simule em uma planilha a situação acima, sendo L_1 = coluna A e L_2 = coluna B, da seguinte forma:

a) Construa na coluna A (31 linhas) uma sequência com incremento igual a 2 e A1 = 0;

Valor do A12? ....

b) Na coluna B, insira uma fórmula que expresse o valor de L_2. Lembre-se que $L_1 + L_2 = 60$ para qualquer linha.

Valor do B20? ....

c) Considerando a área de um retângulo (A = bxh). Estabeleça uma fórmula em C1 que calcule a área do retângulo de lados A1 e B1; a seguir copie a fórmula para o endereço C1:C31;

Fórmula digitada em C1: ....

d) Em F1 digite a fórmula "= máximo(C1:C31)";

Valor encontrado = ...

5- Responda às questões:

a) Em sua opinião, qual o significado dos valores contidos na coluna C (C1:C31):

....

b- Na linha 5, qual o significado dos valores contidos em A5 e B5?

....

6-Construa o seguinte gráfico:

a) Selecione a coluna C (C1:C31) como imagem;

b) A coluna A (A1:A31) como domínio;

7- Responda as questões:

a) Valor máximo da função: ....

b) Valor dos lados do cercado de modo que a área encontrada seja máxima:

L_1 = ______; L_2 = _______

c) O uso da planilha foi importante na resolução do problema?...

....

d) Atribua um valor de 1 a 10 ao uso da planilha? ..

....

e) Sugestões: ....

....

APÊNDICE H – ATIVIDADE A07

Situação problema:

Deseja-se construir um cercado dispondo-se de 60 m de arame. O cercado deve aproveitar uma parede já construída. Para tanto, qual devem ser as dimensões dos lados do cercado de modo a obter-se área máxima?

1- Dados do problema:

a) Quantidade de arame: ....

b) Quantidade de paredes para cercar: ....

c) Faça um esquema que represente a situação problema com valores conhecidos de modo que a soma dos três lados seja 60m.

2 Observe a figura abaixo e reponda as questões:

a) Se $x = 2$ metros e $x + 2y = 3$ metros, quanto mede y?

....

b) Se $x = 2$ metros e $x+2y = 3$ metros, quanto mede y? ....

c) Se um lado mede 4 metros, quanto medirá o outro lado se o comprimento do barbante medir 5 metros?

....

d) Se um lado medir 4 metros, quanto medirá o outro lado se o comprimento do barbante medir 10 metros?

....

e) Se um lado medir **x** metros, quanto medirá o outro lado se o comprimento do barbante medir 10 metros?

....

3- Simulações do problema:

3.1 Dispondo de 10 metros de arame, responda às questões abaixo:

a) $L_1 = 3$ metros;
L_2 = ______; L_3 = ________; A = ________

b) $L_1 = 6$ metros;
L_2 = ______; L_3 = ________; A = ________

c) $L_1 = 4$ metros;
L_2 = ______; L_3 = ________; A = ________

d) $L_1 = 8$ metros;
L_2 = ______; L_3 = ________; A = ________

e) $L_1 = 2$ metros;
L_2 = ______; L_3 = ________; A = ________

f) $L_1 = y$ metros;
L_2 = ______; L_3 = ________; A = ________

g) $L_1 = x$ metros;
L_2 = ______; L_3 = ________; A = ________

4- Simule em uma planilha a situação acima, sendo L_1 = coluna A; L_2 = coluna B e L_3 = coluna C, da seguinte forma:

a) Construa na coluna A (31 linhas) uma sequência com incremento igual a 1 e A1 = 30;
Valor do A12? ....

b) Repita na coluna B a mesma sequência construída na coluna A;
Valor do B20? ....

c) Considere as colunas A e B da planilha como sendo os dois lados iguais do retângulo (L_1 e L_2). O terceiro lado (L_3), será construido na coluna C. Para isso, estabeleça uma fórmula em C1 que determine L_3, copiando a fórmula para o endereço C1:C31 (lembre-se de que a soma dos três lados em qualquer linha deve ser igual a 60);

d) Fórmula em C1: ....

e) Considerando a área de um retângulo (A = bxh). Estabeleça uma fórmula em D1 que calcule a área do retângulo de lados A1 e C1 ou B1 e C1; a seguir copie a fórmula para o endereço D1:D31;
Fórmula digitada em D1: ....

f) Em F1 digite a fórmula "= máximo(D1:D31)";
Valor encontrado = ...

5- Responda às questões:

a) Em sua opinião, qual o significado dos valores das seguintes colunas na planilha trabalhada:

1. Coluna A: ....
2. Coluna B: ....
3. Coluna C: ....
4. Coluna D: ....
5. Na linha 5, qual o significado dos valores contidos em A5, B5 e C5?
6. Qual o significado do valor contido na célula F1?

....

....

6-Construa o seguinte gráfico:

a) Selecione a coluna D (D1:D31) como imagem;

b) A coluna C (C1:C31) como domínio;

7- Responda as questões:

a) Valor máximo da função: ....

b) Valor dos lados do cercado de modo que a área encontrada seja máxima:
L_1 = ______; L_2 = _______ e L_3 = ________

c) Justifique por qual motivo no item "4e" para o cálculo da área devemos usar A1 e C1 ou B1 e C1 e não A1 e B1:

....

....

....

....

d) O uso da planilha foi importante na resolução do problema?...

....

....

....

d) Atribua um valor de 1 a 10 ao uso da planilha? ..

....

....

e) Sugestões: ....

....

APÊNDICE I – ATIVIDADE A08

Situação problema:
Uma fábrica produz sapatos a um custo de R$20,00 o par. Estima-se que ao vender por x reais cada par, serão vendidos 60 – x sapatos mensais. Determine qual o preço ótimo de venda e o lucro máximo que pode ser obtido.

1- Dados do problema:
a) Preço de custo: ....
b) Preço estimado: ....
c) Vendas mensais estimadas: ....
d) Preço fictício: ....
e) Vendas mensais fictícias: ....
f) Lucro fictício: ....
2- Simulações do problema:
a) Se os sapatos forem vendidos a R$18,00 o par:
a_1 → Preço de custo: ....
Preço de venda: ....
Quantidade vendida: ....
Lucro: ....
b) Se os sapatos forem vendidos a R$20,00 o par:
b_1 → Preço de custo: ....
Preço de venda: ....
Quantidade vendida: ....
Lucro: ....
c) Se os sapatos forem vendidos a R$25,00 o par:
c_1 → Preço de custo: ....
Preço de venda: ....
Quantidade vendida: ....
Lucro: ....
d) Se os sapatos forem vendidos a R$100,00 o par:
d_1 → Preço de custo: ....
Preço de venda: ....
Quantidade vendida: ....
Lucro: ....

3- Construa em uma planilha (coluna A) uma sequência de valores que simule possibilidades ao preço de venda. Faça A1 = 15 e incremento igual a 1;
4- Copie a fórmula em A2 para o endereço A2:A46;
Valor do A39 = ...
5- Em outra coluna (coluna B), uma sequência que simule a quantidade vendida. Observe que, em qualquer linha, a soma do preço de venda com a quantidade vendida deve ser igual a 60. Então, insira uma fórmula em B1 que complete 60, com A1.
Exemplo: Se A1 = 40, B1 terá valor 60 – 40 ou no excel "=60 – A1".
Valor do B37 = ...
6- Calcule o valor arrecadado para cada quantidade vendida simulada. Para isso, insira uma fórmula em C1 que calcule o produto do preço de vendas pela quantidade vendida.
Exemplo:

Preço de venda	Quantidade vendida	Valor arrecadado
A	B	C
32	60 – 32 = 28	32x28 = 896

Fórmula em C1: ....
7- Calcule o valor de custo para cada quantidade simulada vendida na coluna D. Para isso, lembre-se que o preço de custo é de R$20,00.
Exemplo:

Preço de venda	Quantidade vendida	Valor arrecadado	Valor de custo
A	B	C	D
32	60 – 32 = 28	32x28 = 896	B1x20 = 560

Valor de custo em D14: ....
8- Calcule o lucro obtido. O lucro obtido correspondente a cada linha é calculado subtraindo o valor arrecadado do valor de custo.
Exemplo:

Preço de venda	Quantidade vendida	Valor arrecadado	Valor de custo	Lucro
A	B	C	D	E
32	60 – 32 = 28	32x28 = 896	B1x20 = 560	896 – 560 = 336

Lucro em E27: ....
9- Localize o maior valor para o lucro obtido;
Use na célula G1 a função: "=máximo(E1:E46)"
Valor máximo = ...

10- Responda as questões:
a) Qual é o preço ótimo de venda: ....
b) Lucro máximo que pode ser obtido: ....
c) Para quais quantidades de sapatos vendidos há prejuízo?
d) Para qual quantidade de sapatos não há nem prejuízo nem lucro?
e) O uso da planilha foi importante na resolução do problema?
d) Atribua um valor de 1 a 10 ao uso da planilha?
e) Sugestões: ....
....
....
....

APÊNDICE J – ATIVIDADE A09

Situação problema:
Uma fábrica de automóveis *LataVelha*, produz cada unidade a um custo de R$10.000,00. Estima-se que ao vender por x reais a unidade, serão vendidos 18.000 – x unidades mensais. Determine qual o preço ótimo de venda e o lucro máximo que pode ser obtido.

1- Construa em uma planilha (coluna A) uma sequência de valores que simule possibilidades ao preço de venda. Faça A1 = 9.000 e incremento igual a 200;

4- Copie a fórmula em A2 para o endereço A2:A50;
Valor do A45 =

5- Em outra coluna (coluna B), uma sequência que simule a quantidade vendida. Observe que, em qualquer linha, a soma do preço de venda com a quantidade vendida deve ser igual a 18.000. Então, insira uma fórmula em B1 que complete 18.000, com A1.
Exemplo: Se A1 = 9.000, B1 terá valor 18.000 – 9.000 ou no excel "=18.000 – A1".
Valor do B37 =

6- Calcule o valor arrecadado para cada quantidade vendida simulada. Para isso, insira uma fórmula em C1 que calcule o produto do preço de vendas pela quantidade vendida.
Exemplo:

Preço de venda	Quantidade vendida	Valor arrecadado
A	B	C
10.800	18.000 – 10.800 = 7.200	10.800x7.200 = 77.760.000

Fórmula em C1:

7- Calcule o valor de custo para cada quantidade simulada vendida na coluna D. Para isso, lembre-se que o preço de custo é de R$10.000,00.
Exemplo:

Preço de venda	Quantidade vendida	Valor arrecadado	Valor de custo
A	B	C	D
10.800	18.000 – 10.800 = 7.200	10.800 x 7.200 = 77.760.000	7.200 x 10.000 = 72.000.000

Valor de custo em D14:

8- Calcule o lucro obtido. O lucro obtido correspondente a cada linha é calculado subtraindo o valor arrecadado do valor de custo.
Exemplo:

Preço de venda	Quantidade vendida	Valor arrecadado	Valor de custo	Lucro
A	B	C	D	E
10.800	18.000 – 10.800 = 7.200	10.800 x 7.200 = 77.760.000	7.200x10.000 = 72.000.000	77.760.000 – 72.000.000 = 5.760.000

Lucro em E27:

9- Localize o maior valor para o lucro obtido;
Use na célula G1 a função: "=máximo(E1:E50)"
Lucro máximo =

10- Responda as questões:

a) Qual é o preço ótimo de venda:
b) Lucro máximo que pode ser obtido:
c) Para quais quantidades de automóveis vendidos há prejuízo?
....
d) Para qual quantidade de automóveis não há nem prejuízo nem lucro?
....
e) O uso da planilha foi importante na resolução do problema?
....
d) Atribua um valor de 1 a 10 ao uso da planilha?
....
e) Sugestões:

APÊNDICE K – ATIVIDADE A10

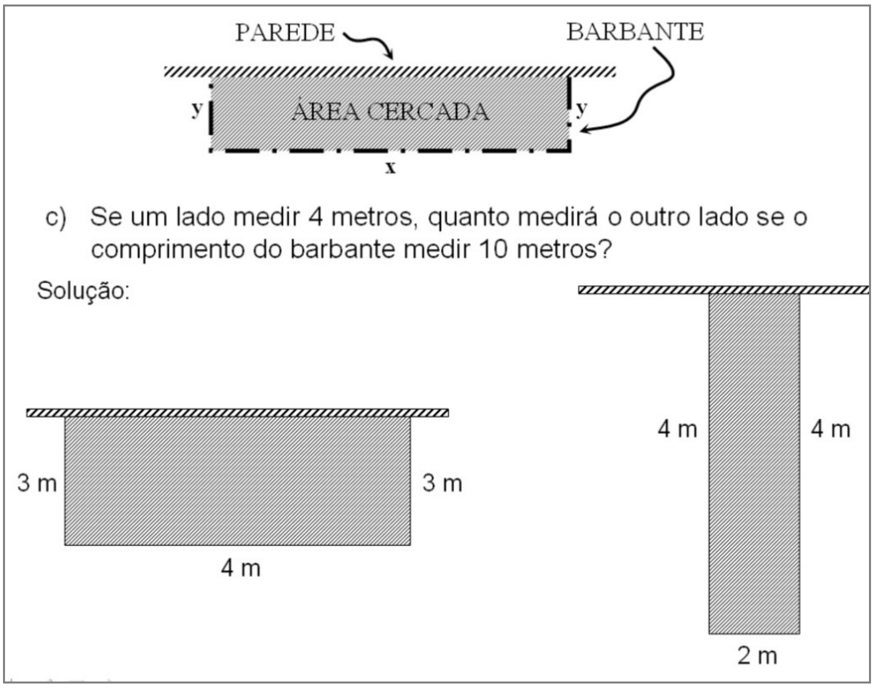


Figura 5 – Atividade A10 - Apresentação *PowerPoint* - Tela 04

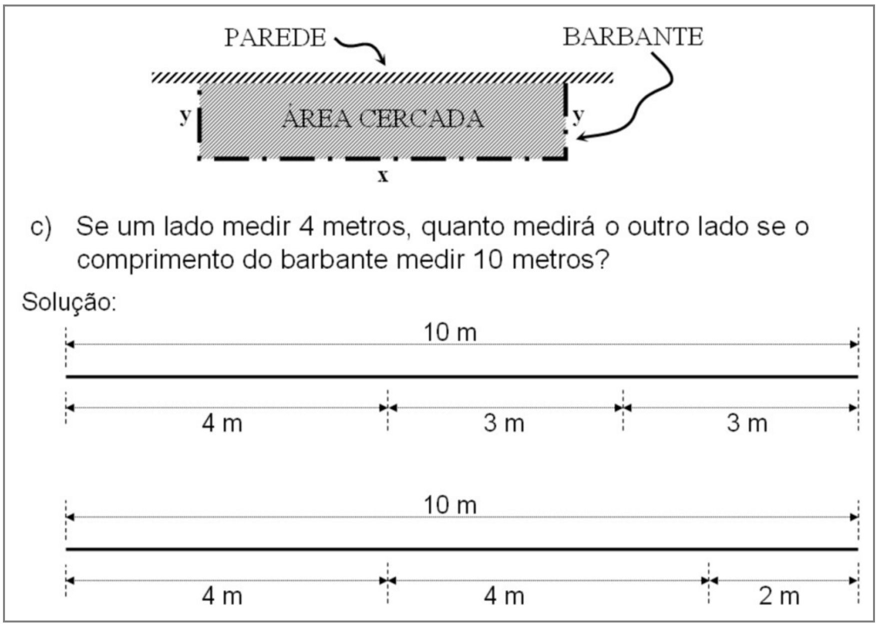


Figura 6 – Atividade A10 - Apresentação *PowerPoint* - Tela 05

APÊNDICE L – ATIVIDADE A11: AVALIAÇÃO FINAL

1-(2,0) Leia com atenção o problema abaixo e responda as questões:

Situação problema:

Uma fábrica produz canetas a um custo de R$10,00 a dúzia. Estima-se que ao vender por x reais cada dúzia, serão vendidas 30 – x dúzias de canetas mensais. Determine qual o preço ótimo de venda e o lucro máximo que pode ser obtido.

As questões 1, 2, 3 e 4 referem-se a situação problema acima. Assinale com “X” a alternativa que estiver mais adequada ao problema:

1- Se cada dúzia de canetas for vendida por R$12,00, cada caneta terá um valor:

a) superior a R$12,00
b) inferior a R$1,00
c) igual a R$1,00
d) igual a R$12,00
e) igual a R$1,20

2- Se cada dúzia de canetas for vendida por R$12,00, serão vendidas:

a) uma dúzia de canetas
b) uma dúzia e meia
c) uma dúzia e meia por dia
d) uma dúzia por dia
e) duas dúzias e meia por dia

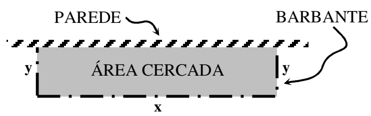
3- Se o preço de 12 canetas custar R$12,00, então as vendas terão:

a) um prejuizo incalculável
b) canetas não vendidas superam as vendidas
c) canetas vendidas superam as não vendidas
d) lucro
e) cada caneta custará R$1,00

4- Se uma dúzia de canetas for vendida por R$30,00, então:

a) não serão vendidas canetas
b) a quantidade de canetas vendidas será enorme
c) as canetas custarão muito caro
d) obter-se-á lucro de R$20,00 por dúzia
e) o lucro será máximo

2-(3,0) Observe o esquema abaixo e responda as questões:



a) Se um lado mede 3 metros, quanto medirá o outro lado e qual será a área do retângulo se o comprimento do barbante medir 8 metros?
b) Se x + 2y = 12 metros, qual será o valor de x se:

x = 4y ....

x = 10y ....

3-(4,0) Considere a função $y = x^2 - x - 2$. Determine o discriminante e as raízes da equação.

$\Delta = b^2 - 4ac \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

4-(1,0) Faça uma autoavaliação da sua participação em sala de aula, atribuindo valores na escala de 1 a 10, justificando sua nota.

Nota atribuida:..

Justificativa: ....

APÊNDICE M – GRÁFICOS DA FUNÇÃO $y = \frac{2x^2-3x+2}{x-1}$

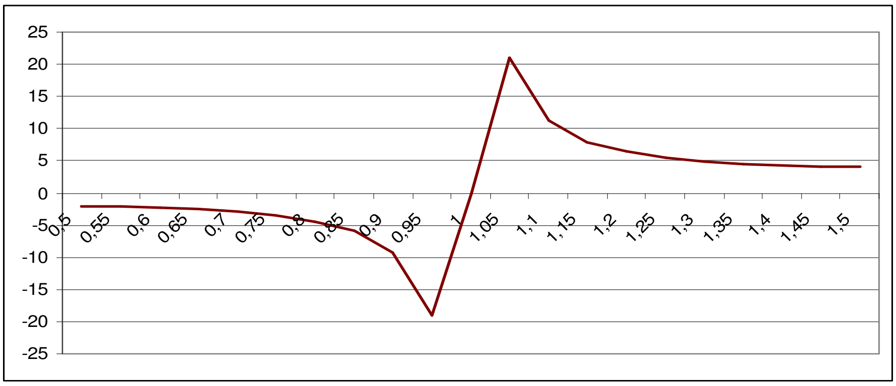


Figura 7 – Gráfico da função $y = \frac{2x^2-3x+2}{x-1}$, construção no Excel.

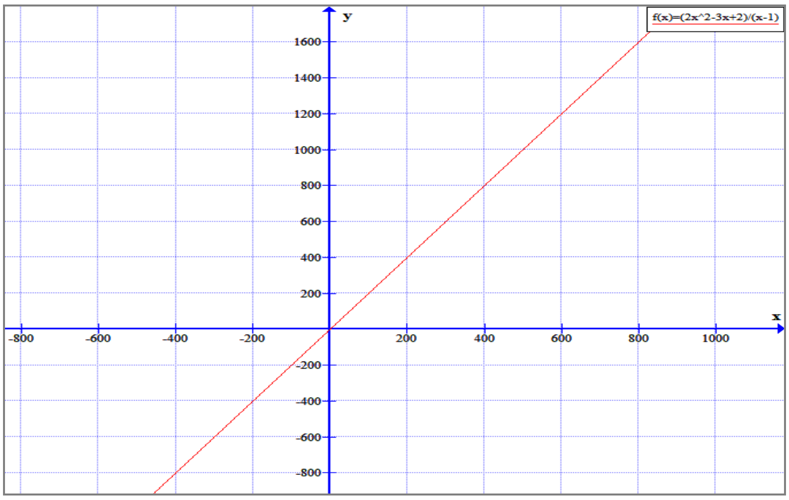


Figura 8 – Gráfico da função $y = \frac{2x^2-3x+2}{x-1}$, construção no software Graph V. 4.3, com *zoom out*.

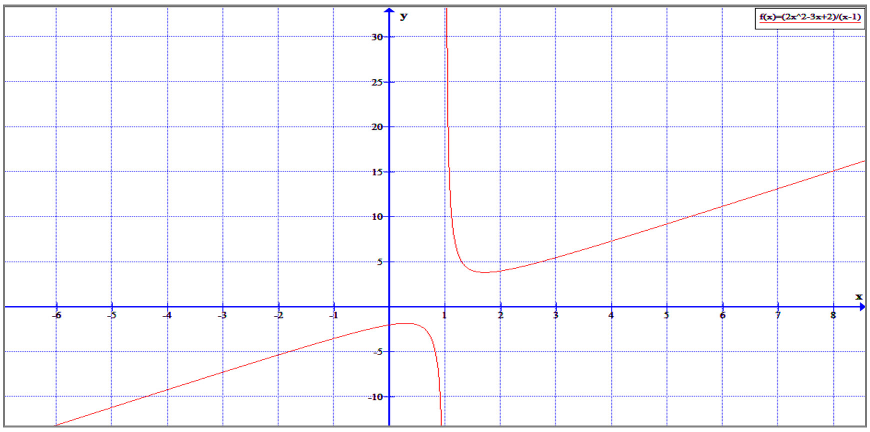
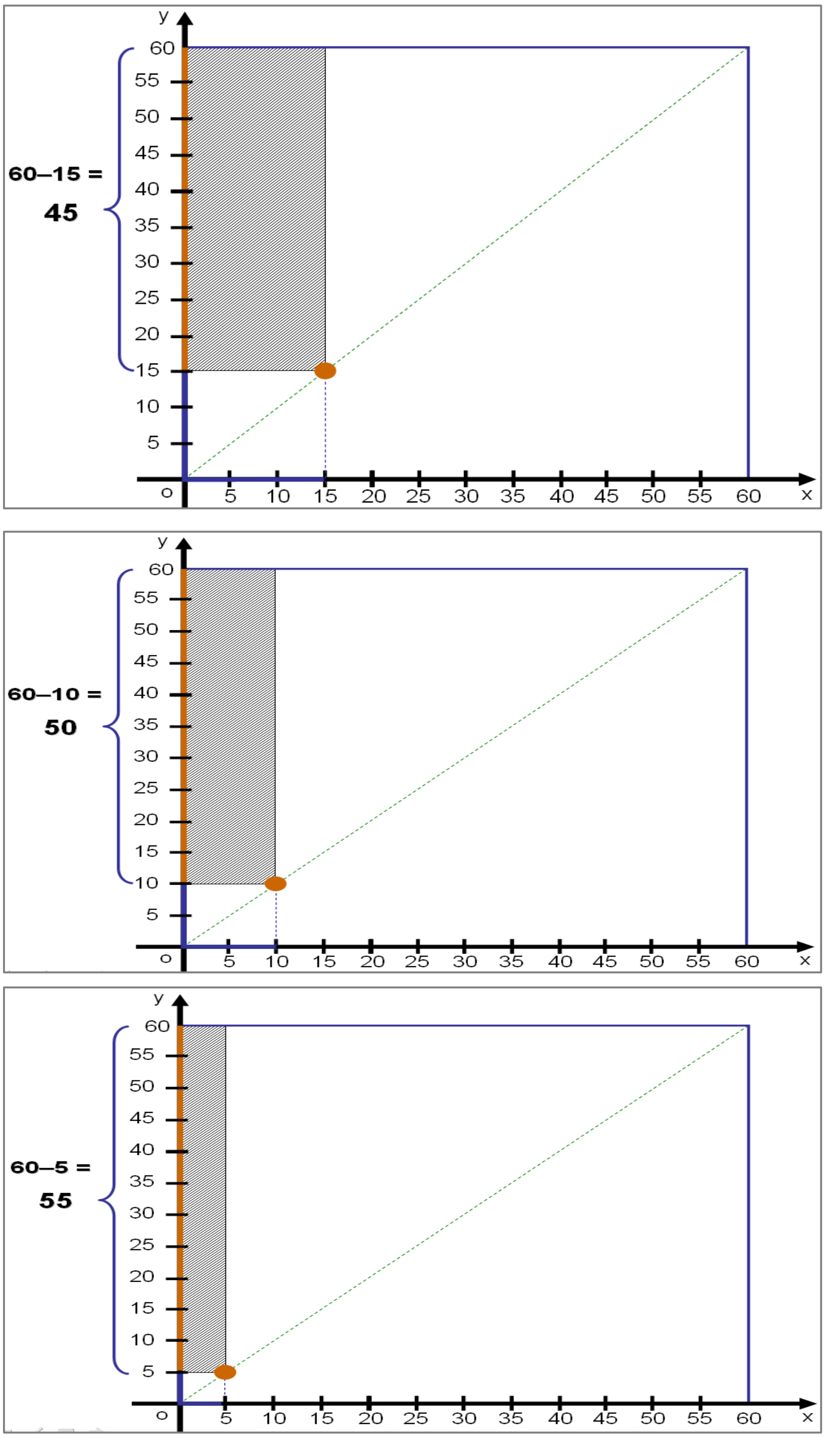


Figura 9 – Gráfico da função $y = \frac{2x^2-3x+2}{x-1}$, construção no software Graph V. 4.3, com *zoom in*.

APÊNDICE N – ANIMAÇÃO GRÁFICA



posição C

posição B

posição A

Figura 10: Atividade A10 – Representação parcial da animação gráfica.

APÊNDICE P – RENDIMENTO DOS ALUNOS – AVALIAÇÃO FINAL.

Tabela 23: Rendimento dos alunos – Avaliação final

Aluno	Ad	Ap	2A	3A	4A	5A	6A	6A	7A	8A	9A	St	N	NF
A	2,3	-	a	a	a	a	a	a	a	a	a	0	-	-
B	-	1,0	p	a	p	p	a	a	p	p	p	6	3,8	3,8
C	6,7	5,0	a	p	p	a	p	p	p	p	a	6	5,8	5,8
D	-	3,5	a	p	a	p	p	a	p	p	p	6	5,1	5,1
F	4,9	-	p	a	p	a	p	a	p	a	a	4	2,2	-
G	3,3	4,0	p	p	p	p	p	p	a	p	p	8	6,4	6,4
H	5,4	9,0	p	p	p	p	p	p	p	p	p	9	9,5	9,5
I	0,8	2,0	a	p	a	a	p	a	a	p	a	3	2,7	2,7
J	6,4	7,0	a	a	a	p	a	a	p	p	p	4	5,7	7,0
K	2,6	4,0	p	p	p	p	p	a	a	p	a	6	5,3	5,3
L	-	6,5	p	p	p	a	p	p	p	a	p	7	7,1	7,1
M	2,8	7,5	p	p	p	p	p	a	p	a	a	6	7,1	7,5
N	-	6,0	p	a	a	p	p	a	p	p	a	5	5,8	6,0
O	2,2	2,5	p	p	p	p	a	a	a	p	p	6	4,6	4,6
P	3,0	-	p	p	p	p	a	a	p	p	p	7	3,9	-
Q	1,5	1,5	p	p	p	p	p	p	p	p	p	9	5,8	5,8
R	-	3,5	a	a	a	p	a	a	p	p	a	3	3,4	3,5
S	-	2,0	a	a	a	p	a	a	p	p	a	3	2,7	2,7
T	5,3	3,0	p	a	a	a	p	a	p	p	p	5	4,3	4,3
U	3,6	3,0	a	p	a	p	p	a	a	a	a	3	3,2	3,2
V	6,3	6,5	p	p	a	p	p	p	p	p	a	7	7,1	7,1
X	6,5	8,5	p	a	p	p	p	p	p	p	a	7	8,1	8,5
W	4,7		a	p	a	a	a	a	p	p	a	3	1,7	-
Y	-	3,0	a	a	a	a	a	a	p	a	a	1	2,1	3,0
Z	4,1	4,0	p	p	a	p	p	a	p	p	a	6	5,3	5,3

Ad: avaliação diagnóstica; Ap: avaliação parcial; 2A a 9A: atividades desenvolvidas; a = ausente; p = participante; St: somatória das atividades; N: média obtida com a fórmula; NF: nota final (NF = N, se N $\geq$ Ap; se N<Ap, NF = Ap).

APÊNDICE Q – MEDIDAS RESUMO

Tabela 24: Medidas de localização dos dados

	Média	Mediana	1-Quartil	2-Quartil	3-Quartil	4-Quartil
RPT	3,2	2,5	1,5	2,5	5,0	7,5
Ad	4,0	3,9	2,7	3,9	5,4	6,7
Ap	4,4	4,0	3,0	4,0	6,5	9,0
NF	5,4	5,3	3,8	5,3	7,0	9,5

RPT: rendimento no primeiro trimestre; Ad: avaliação diagnóstica; Ap: avaliação parcial; NF: nota final.

8. ANEXOS

ANEXO A – NÍVEIS DE ALFABETISMO: INAF / BRASIL 2007

Níveis de alfabetismo utilizados pelo INAF que classifica as habilidades de letramento e de numeramento, desde sua inaptidão até os níveis mais complexos, categorizados em quatro níveis (INAF, 2007, p.6-7):

> Analfabetismo
> Corresponde à condição dos que não conseguem realizar tarefas simples que envolvem a leitura de palavras e frases ainda que uma parcela destes consiga ler números familiares (números de telefone, preços etc.).
> Alfabetismo nível rudimentar
> Corresponde à capacidade de localizar uma informação explicita em textos curtos e familiares (como um anúncio ou pequena carta), ler e escrever números usuais e realizar operações simples, como manusear dinheiro para o pagamento de pequenas quantias ou fazer medidas de comprimento usando a fita métrica.
> Alfabetismo nível básico
> As pessoas classificadas neste nível podem ser consideradas funcionalmente alfabetizadas, pois já lêem e compreendem textos de média extensão, localizam informações mesmo que seja necessário realizar pequenas inferências, lêem números na casa dos milhões, resolvem problemas envolvendo uma seqüência simples de operações e têm noção de proporcionalidade. Mostram, no entanto, limitações quando as operações requeridas envolvem maior número de elementos, etapas ou relações.
> Alfabetismo nível pleno
> Classificadas neste nível estão as pessoas cujas habilidades não mais impõem restrições para compreender e interpretar elementos usuais da sociedade letrada: lêem textos mais longos, relacionando suas partes, comparam e interpretam informações, distinguem fato de opinião, realizam inferências e sínteses. Quanto à matemática, resolvem problemas que exigem maior planejamento e controle, envolvendo percentuais, proporções e cálculo de área, além de interpretar tabelas de dupla entrada mapas e gráficos.

ANEXO B – INAF / BRASIL

INAF / BRASIL - Evolução do Indicador					
	2001-2002	2002 - 2003	2003 - 2004	2004 - 2005	2007
Analfabeto	12%	13%	12%	11%	7%
Rudimentar	27%	26%	26%	26%	25%
Básico	34%	36%	37%	38%	40%
Pleno	26%	25%	25%	26%	28%
Escore Médio	100	98	100	101	105

Fonte: INAF / BRASIL – Evolução do indicador.

INAF / BRASIL – Analfabetismo por regiões.

	% Nordeste					% Norte / Centro-Oeste					% Sudeste					% Sul				
	01-02	02-03	03-04	04-05	07	01-02	02-03	03-04	04-05	07	01-02	02-03	03-04	04-05	07	01-02	02-03	03-04	04-05	07
ANALFABETO	18	16	17	12	13	21	25	20	16	6	9	9	7	9	4	3	4	8	7	3
RUDIMENTAR	33	31	29	32	28	23	19	21	27	27	27	27	26	22	24	21	23	24	24	25
BÁSICO	30	34	37	38	35	31	33	35	36	39	36	36	38	40	42	39	43	38	34	39
PLENO	19	18	17	18	23	25	23	24	21	28	27	28	29	29	29	38	30	30	34	33
ANALFABETOS FUNCIONAIS	51	48	46	45	41	44	43	41	43	33	36	36	32	32	28	23	27	32	32	28
FUNCIONALMENTE ALFABETIZADOS	49	52	54	55	59	56	57	59	57	67	64	64	68	68	72	77	73	68	68	72
	pontos percentuais de melhoria				9	pontos percentuais de melhoria				11	pontos percentuais de melhoria				8	pontos percentuais de melhoria				-5

Fonte: INAF / BRASIL.

ANEXO C – CARACTERIZAÇÃO DA TURMA

Tabela 25: Formas de ingresso dos alunos

Ingresso	%
Sorteio	56
Prova escrita	44
Total	100

Fonte: CEFETRS / EAD SAPUCAIA

Tabela 26: Rendimento dos alunos no primeiro trimestre

ALUNO	FALTAS	NOTA
A	16	1,0
B	5	5,0
C	8	1,0
D	4	1,0
F	4	3,0
G	–	6,0
H	–	7,5
I	–	1,5
J	2	6,5
K	2	4,0
L	2	3,5
M	–	6,0
N	6	2,5
O	4	1,0
P	6	1,0
Q	–	2,0
R	2	2,0
S	6	1,5
T	–	5,0
U	2	6,0
V	2	4,0
X	–	3,5
W	–	1,5
Y	8	2,0
Z	2	1,0
MÉDIA	3,2	3,2

Fonte: CEFETRS / EAD SAPUCAIA