

PUCRS

ESCOLA POLITÉCNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
DOUTORADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

JEFFERSON DANTAS DE OLIVEIRA

**MODELAGEM MATEMÁTICA E A PESQUISA COMO PRINCÍPIO EDUCATIVO: UMA
ANÁLISE DE SUAS CONFLUÊNCIAS**

Porto Alegre

2023

PÓS-GRADUAÇÃO - *STRICTO SENSU*



Pontifícia Universidade Católica
do Rio Grande do Sul

JEFFERSON DANTAS DE OLIVEIRA

**MODELAGEM MATEMÁTICA E A PESQUISA COMO PRINCÍPIO
EDUCATIVO: UMA ANÁLISE DE SUAS CONFLUÊNCIAS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática - Doutorado em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Doutor em Educação em Ciências e Matemática.

Orientadora: Dra. Isabel Cristina Machado de Lara

Porto Alegre

2023

FICHA CATALOGRÁFICA

O48m Oliveira, Jefferson Dantas de

Modelagem Matemática e a Pesquisa como Princípio Educativo : Uma análise de suas confluências / Jefferson Dantas de Oliveira. – 2023.

391.

Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, PUCRS.

Orientador: Prof. Dr. Isabel Cristina Machado de Lara.

1. Modelagem Matemática. 2. Pesquisa em sala de aula. 3. Ensino por meio da pesquisa. 4. Métodos de ensino. 5. Ensino de Matemática. I. Lara, Isabel Cristina Machado de. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da PUCRS
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Bibliotecária responsável: Clarissa Jesinska Selbach CRB-10/2051

**MODELAGEM MATEMÁTICA E A PESQUISA COMO
PRINCÍPIO EDUCATIVO: UMA ANÁLISE DE SUAS
CONFLUÊNCIAS**

CANDIDATO: JEFFERSON DANTAS DE OLIVEIRA

Esta Tese de Doutorado foi julgada para obtenção do título de DOUTOR EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

Isabel Cristina Machado de Lara

DRA. ISABEL CRISTINA MACHADO DE LARA - ORIENTADORA

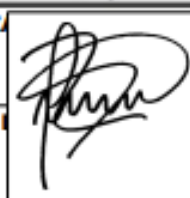
BANCA EXAMINADORA



DR. ADEMIR DONIZETI CALDEIRA - UFSCAR

Zulma Elizabeth de Moraes Madruga

DRA. ZULMA ELIZABETH DE MORAES MADRUGA - UFRB



DR. LUCIANO DE OLIVEIRA - PUCRS

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho primeiro a Deus, por estar ao meu lado em todos os momentos e me dar a oportunidade de chegar até aqui, e a minha mãe, Noélia Lúcia Dantas, pelo esforço e dedicação para que eu pudesse seguir com meus estudos e concluir este doutorado.

AGRADECIMENTOS

Primeiro a Deus, por ter me ajudado a chegar até aqui.

À Noélia Lúcia Dantas, minha mãe, por ser a pessoa responsável pelo meu sucesso desde a Educação Básica, Graduação, Mestrado, e Doutorado, pois sem ela e todo o esforço que dedicou por toda a vida, esse sonho não seria possível. Como diz um ditado popular: “Por trás de um grande Homem existe uma grande Mulher”, obrigado Mãe!

A minha irmã, Jessica Lucia, por me ajudar em diversos momentos durante o curso, desde a graduação até o presente momento.

In Memoriam do meu grande e nobre amigo, Edgar Viera Nóbrega, o qual antes de partir desejava assistir ao momento no qual me tornaria Mestre e Doutor e que, infelizmente, não conseguiu presenciar este momento; deixo meus agradecimentos por acreditar em mim.

À minha orientadora Profa. Dra. Isabel Cristina Machado de Lara por todo apoio, paciência, companheirismo e dedicação para tornar possível o desenvolvimento e finalização dessa tese durante os quatro anos do doutorado.

Aos membros da banca, que dispensarão contribuições a melhorar esse trabalho.

In Memoriam ao Professor Maurivan Guntzel Ramos que participou desta pesquisa desde as ideias iniciais até a sua participação na entrevista. O professor contribuiu de forma significativa para minha formação e para este estudo. Obrigado Professor!

A todos os amigos os quais contribuíram de alguma forma para meus estudos; não citarei nomes para não cometer o erro de esquecer o nome de algum.

A todos os funcionários e professores Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática - Doutorado em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, por todo conhecimento e apoio dispensados durante o curso.

RESUMO

O presente estudo tem como objetivo “*Categorizar as articulações entre o método de pesquisa e ensino Modelagem Matemática e a postura de ensino pautada na Pesquisa como princípio educativo na Educação Básica*”, no intuito de responder ao seguinte problema de pesquisa: “*De que modo o método de pesquisa e ensino Modelagem Matemática se articula com a postura de ensino pautada na Pesquisa como princípio educativo na Educação Básica?*”. Trata-se de uma pesquisa de abordagem qualitativa, considerando que esse tipo de abordagem não é focado no resultado numérico, mas sim no aprofundamento da compreensão das relações entre os métodos de ensino e pesquisa investigados. Na intenção de categorizar as articulações entre os métodos de ensino, a pesquisa ocorreu em duas etapas. A primeira consistiu na realização de uma Revisão Sistemática da Literatura, conforme Pickering e Byrne (2013), com a finalidade de provar o ineditismo deste estudo e compreender de que modo a pesquisa é realizada nas intervenções que se utilizam da Modelagem. Para tanto, foi realizada uma busca em cinco banco de dados em vigência no cenário educacional, encontrando um total de 105 produções que realizaram uma intervenção com a Modelagem na Educação Básica. Analisando as pesquisas elencadas compreende-se que em uma intervenção com a Modelagem a *busca por conteúdos* em sites da rede mundial de computadores, ou o *levantamento de dados*, são exemplos do ato de realizar pesquisa para os estudantes. Além disso, os autores ressaltam que esse tipo de intervenção proporciona indução ao *instinto investigativo*, e proporciona interdisciplinaridade. Na segunda etapa foi realizada uma série de oito entrevistas, com os principais autores da Modelagem Matemática e da Pesquisa como princípio educativo, com a finalidade de compreender as relações entre os dois métodos. Para análise das entrevistas foi utilizada a Análise Textual Discursiva proposto por Moraes e Galiazzi (2013). Após a análise, verifica-se que as articulações entre a MM e a Pesquisa como princípio educativo foram percebidas em duas vinculações: *A filosofia de ensino e As etapas*. A Pesquisa como princípio educativo e a MM convergem na filosofia de ensino na qual o professor descentraliza-se dos processos de ensino e aprendizagem e oportuniza que o estudante assuma o *protagonismo*, um processo significativo que vai de encontro ao paradigma de ensino tradicional proporcionando aos estudantes desenvolverem algumas habilidades e competências tais como: *aprimoramento da argumentação; autonomia no pensamento crítico;*

aprimoramento nas relações sociais no interior e exterior da escola; desenvolvimento da postura crítica do estudante perante os colegas e o professor; aperfeiçoamento na busca por informações em sites de busca da rede mundial de computadores; o desenvolvimento crítico na tomada de decisão; e motivação para aprimorar seu conhecimento. Em relação às etapas, a Modelagem Matemática e a Pesquisa em sala de aula possuem convergências. A etapa da *percepção e apreensão equivale ao questionamento; a compreensão e explicitação converge com a construção de argumentos; e a significação e expressão equivale a comunicação.* Além disso, evidenciou-se que a produção de um modelo equivale à produção autoral dos estudantes, compreendendo uma equivalência entre os dois métodos de ensino e pesquisa.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Pesquisa em sala de aula; Ensino por meio da pesquisa; Métodos de ensino; Ensino de Matemática.

ABSTRACT

This study aims to “Categorize the articulations between the research and teaching method of Mathematical Modeling and the teaching attitude based on Research as an educational principle in Basic Education”, in order to answer the following research problem: “How does the research and teaching method Is Mathematical Modeling articulated with the teaching attitude based on Research as an educational principle in Basic Education?”. This is a research with a qualitative approach, considering that this type of approach is not focused on the numerical result, but rather on deepening the understanding of the relationships between the teaching and research methods investigated. With the intention of categorizing the articulations between the teaching methods, the research took place in two stages. The first consisted of carrying out a Systematic Literature Review, according to Pickering and Byrne (2013), with the purpose of proving the originality of this study and understanding how research is carried out in interventions that use Modeling. For that, a search was carried out in five databases in force in the educational scenario, finding a total of 105 productions that carried out an intervention with Modeling in Basic Education. Analyzing the research listed, it is understood that in an intervention with Modeling, the search for content on sites on the World Wide Web, or data collection, are examples of the act of conducting research for students. In addition, the authors point out that this type of intervention induces the investigative instinct, and provides interdisciplinarity. In the second stage, a series of eight interviews was carried out with the main authors of Mathematical Modeling and Research as an educational principle, with the aim of understanding the relationships between the two methods. For the analysis of the interviews, the Discursive Textual Analysis proposed by Moraes and Galiuzzi (2013) was used. After the analysis, it appears that the articulations between MM and Research as an educational principle were perceived in two links: The teaching philosophy and The stages. Research as an educational principle and MM converge in the teaching philosophy in which the teacher decentralizes himself from the teaching and learning processes and allows the student to assume the leading role, a significant process that goes against the traditional teaching paradigm by providing students with develop some skills and competences such as: improvement of argumentation; autonomy in critical thinking; improvement in social relationships inside and outside the school; development of the student's critical posture towards classmates and the teacher; improvement in the search for information in search

engines of the World Wide Web; critical development in decision-making; and motivation to improve your knowledge. Regarding the steps, Mathematical Modeling and Research in the classroom have similarities. The stage of perception and apprehension is equivalent to questioning; comprehension and explanation converge with the construction of arguments; and meaning and expression equals communication. Furthermore, it was evidenced that the production of a model is equivalent to the authorial production of the students, comprising an equivalence between the two methods of teaching and research.

Keywords: Mathematical Modeling; Research in the classroom; Teaching through research; Teaching methods; Mathematics Teaching.

LISTA DE SIGLAS

BDTD – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

DB – Dionísio Burak

EJA – Educação de Jovens e Adultos

IES – Instituição de Ensino Superior

JB – Jonei Barbosa

LDB – Lei de Diretrizes e Bases

MB – Maria Biembengut

MEC – Ministério da Educação

MG – Maria Galiazzi

MM – Modelagem Matemática

MR – Maurivan Ramos

NDLTD – Networked Digital Library of Theses and Dissertations

PD – Pedro Demo

PPGEDUCEM – Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Matemática

PUCRS – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul

RB – Rodney Bassanezi

RSL – Revisão Sistemática da Literatura

SCIELO – Scientific Electronic Library Online

UESC – Universidade Estadual de Santa Cruz

UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro

UNESCO – United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization

UNESP – Universidade Estadual Paulista

UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

• LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Relação entre as etapas de Biembengut com outros autores.	122
Figura 2 - Representação da comparação entre a segunda fase de Biembengut e dos outros autores.....	126
Figura 3 - Confluências entre a terceira etapa de Biembengut e outros autores	128
Figura 4 - Esquema dos princípios dos métodos de ensino emergentes das entrevistas.	241

• LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Frequência de pesquisas por Base de dados.....	26
Gráfico 2 - Citações total dos autores nas produções analisadas	118
Gráfico 3 - Quantificação dos Principais autores da Modelagem nas produções analisadas	120

• LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Síntese comparativa entre as diversas concepções de Modelagem Matemática	69
Quadro 2 - Princípios e desafios do Educar pela Pesquisa.....	75
Quadro 3 - Comparativo entre as duas propostas da pesquisa como Princípio Educativo	83
Quadro 4 - Termos de busca.....	89
Quadro 5 - Critérios de inclusão e exclusão utilizado para realização da busca	90
Quadro 6 - Frequência das produções encontradas na BDBTD.....	92
Quadro 7 - Categorização de pesquisas relacionadas com a Modelagem Matemática ..	93
Quadro 8 - Categorização de pesquisas relacionadas com a Modelagem na Educação .	96

Quadro 9 - Resultados das buscas na CAPES com filtros.....	99
Quadro 10 - Categorização e Quantificação das buscas no banco da CAPES	100
Quadro 11 - Resultados numéricos da segunda busca na CAPES	101
Quadro 12 - Categorização e Quantificação das pesquisas encontradas na segunda busca	102
Quadro 13 - Resultados numéricos das buscas dos termos chave na NDLTED.....	104
Quadro 14 - Categorização e Quantificação das pesquisas por chaves de busca	105
Quadro 15 - Resultados das buscas dos termos chaves pelos filtros na NDLTED.....	106
Quadro 16 - Categorização das pesquisas relacionadas a Modelagem na Educação ...	107
Quadro 17 - Resultado das buscas por termos chaves na SciELO	109
Quadro 18 - Categorização e quantificação da nova busca realizada no SciELO.....	109
Quadro 19 - Resultado numérico das buscas iniciais no Google scholar	111
Quadro 20 - Categorização e quantificação das produções encontradas pelo Google Scholar	111
Quadro 21 - Categorização e quantidade de pesquisas relacionadas no Google Scholar	112
Quadro 22 - Categorização dos Objetivos das produções	115
Quadro 23 - Quantificação das Situações iniciais da Modelagem	123
Quadro 24 - Artigos relacionados a Modelagem e Pesquisa em sala de aula	130
Quadro 25 - Frequência das categorias sobre Concepções de Modelagem.....	135
Quadro 26 - Teorias que fundamentam a concepção de Modelagem de cada pesquisador	142
Quadro 27 - Frequência das categorias sobre definição e construção de modelo	148
Quadro 28 - Frequência das categorias sobre Etapas da Modelagem Matemática	153
Quadro 29 - Convergência entre as etapas da Modelagem	156
Quadro 30 - Frequência das categorias sobre Contribuições da Modelagem Matemática	165

Quadro 31 - Frequência da categoria sobre A Pesquisa na Modelagem Matemática ..	171
Quadro 32 - Frequência das categorias sobre o Papel do Professor	174
Quadro 33 - Frequência das categorias sobre Exemplos de Modelagem	178
Quadro 34 - Frequência das categorias sobre Desafios com a Modelagem Matemática em sala de aula.....	184
Quadro 35 - Frequência das categorias sobre Modelagem nos diversos níveis da Educação	187
Quadro 36 - Frequência das categorias sobre Concepções de pesquisa	193
Quadro 37 - Teorias/Teóricos que embasam a Pesquisa como princípio educativo	199
Quadro 38 - Frequência das categorias sobre Etapas da Pesquisa	202
Quadro 39 - Frequência das categorias sobre Contribuições da pesquisa.....	213
Quadro 40 - Frequência das categorias sobre o papel do professor na Pesquisa	216
Quadro 41 - Frequência das categorias sobre Exemplos da Pesquisa em sala de aula.	222
Quadro 42 - Frequência das categorias sobre Desafio da Pesquisa.....	227
Quadro 43 - Frequência das categorias sobre O Modelo e a Modelagem em uma Produção Autoral.....	230
Quadro 44 - Referências e perspectivas teóricas dos pesquisadores	238
Quadro 45 - Comparativo entre as disciplinas exatas e as pedagógicas da UFRGS	243
Quadro 46 - Comparativo entre as disciplinas exatas e as pedagógicas da UESC.....	244
Quadro 47 - Comparativo entre as disciplinas exatas e as pedagógicas da USP.....	244
Quadro 48 - Concepções sobre a Primeira etapa	249
Quadro 49 - Concepções sobre a segunda etapa.....	253
Quadro 50 - Concepções dos pesquisadores sobre a terceira etapa.....	256
Quadro 51 - Concepções dos pesquisadores sobre possíveis relações entre modelo e produção autoral	260
Quadro 52 - Relação de Trabalhos analisados por meio da RSL	277
Quadro 53- Categorização da entrevista com Jonei Barbosa	285

Quadro 54- Categorização da entrevista com Rodney Bassanezi	293
Quadro 55 – Categorização da entrevista com Biembengut.....	305
Quadro 56 – Categorização da entrevista com Burak	313
Quadro 57 - Categorização da entrevista com Demo	343
Quadro 58 – Categorização da entrevista com Galiazzi.....	356
Quadro 59 – Categorização da entrevista com Lima.....	368
Quadro 60 – Categorização da entrevista com Ramos	377

SUMÁRIO

CAPÍTULO I: DELINEAMENTO DA PESQUISA	20
1.1 APRESENTAÇÃO.....	20
1.2 CONHECENDO A TRAJETÓRIA DO PESQUISADOR	23
1.3 DELINEANDO NOVOS CAMINHOS.....	25
1.4 PROBLEMA DE PESQUISA E ESTRUTURA DA TESE	27
CAPÍTULO II: PROBLEMÁTICA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	30
2.1 PROBLEMATIZAÇÃO E O OBJETIVO DA PESQUISA	30
2.2 ABORDAGEM E TIPOLOGIA DA PESQUISA.....	32
2.3 PARTICIPANTES DA PESQUISA.....	35
2.4 INSTRUMENTO PARA COLETA DE DADOS	35
2.5 ANÁLISE DOS DADOS	40
2.6 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO	42
CAPÍTULO III: AS DIVERSAS CONCEPÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO CENÁRIO EDUCACIONAL.....	43
3.1 O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA.....	43
3.2 A MODELAGEM MATEMÁTICA NO CENÁRIO INTERNACIONAL.....	44
3.2.1 A CONCEPÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA NOS TRABALHOS DE WERNER BLUM	45
3.2.2 A CONCEPÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA NOS TRABALHOS DE GABRIELI KAISER-MESSMER.....	47
3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA NO CENÁRIO NACIONAL.....	49
3.3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA POR <i>RODNEY CARLOS BASSANEZI</i>	49
3.3.2 MODELAGEM MATEMÁTICA POR <i>DIONÍSIO BURAK</i>	54
3.3.3 MODELAGEM NA EDUCAÇÃO POR <i>MARIA SALETT BIEMBENGUT</i>	60
3.3.4 MODELAGEM MATEMÁTICA NA CONCEPÇÃO DE <i>JONEI BARBOSA</i>	66
3.4 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO	68

CAPÍTULO IV: A PESQUISA COMO PRINCÍPIO EDUCATIVO	71
4.1 O ATO DE PESQUISAR	71
4.2 EDUCAR PELA PESQUISA.....	72
4.2.1 A PESQUISA COM FOCO NO ALUNO E A PESQUISA COM FOCO NO PROFESSOR	75
4.3 PESQUISA EM SALA DE AULA	80
4.3.1 QUESTIONAMENTO	80
4.3.2 CONSTRUÇÃO DE ARGUMENTOS	82
4.3.3 COMUNICAÇÃO	82
4.4 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO	83
CAPÍTULO V: REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA.....	86
5.1 PRINCÍPIOS DA RSL	87
5.2 OS ESTÁGIOS DA RSL NA COMPOSIÇÃO DO <i>CORPUS</i> DE ANÁLISE	88
5.3 DESCRIÇÃO DAS BUSCAS	91
5.3.1 BIBLIOTECA DIGITAL BRASILEIRA DE TESES E DISSERTAÇÕES – BDBTD.....	92
5.3.2 COORDENAÇÃO DE APERFEIÇOAMENTO DE PESSOAL DE NÍVEL SUPERIOR - CAPES.....	98
5.3.3 NETWORKED DIGITAL LIBRARY OF THESES AND DISSERTATIONS – NDLTD	103
5.3.4 SCIENTIFIC ELETRONIC LIBRARY ONLINE - SCIELO	108
5.3.5 GOOGLE SCHOLAR.....	110
5.4 RESULTADOS DA RSL	113
5.4.1 OBJETIVO DAS PESQUISAS	114
5.4.2 TEÓRICOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA	117
5.4.3 REFERÊNCIAS SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA	119
5.4.4 ETAPAS DA MODELAGEM MATEMÁTICA	122
5.4.5 A PESQUISA EM UMA INTERVENÇÃO COM A MODELAGEM MATEMÁTICA.....	129
5.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO	132
CAPÍTULO VI: ANÁLISE DA MODELAGEM MATEMÁTICA	134
6.1 CONCEPÇÕES DE MODELAGEM.....	135
6.2 DEFINIÇÃO E CONSTRUÇÃO DE MODELO.....	147
6.3 ETAPAS DA MODELAGEM MATEMÁTICA	152

6.4 CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA	165
6.5 A PESQUISA NA MODELAGEM MATEMÁTICA	171
6.6 PAPEL DO PROFESSOR COM O USO DA MODELAGEM	174
6.7 EXEMPLOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA	178
6.8 DESAFIOS DA MODELAGEM EM SALA DE AULA	184
6.9 A MODELAGEM NOS DIVERSOS NÍVEIS DA EDUCAÇÃO.....	187
6.10 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO	190
CAPÍTULO VII: ANÁLISE DA PESQUISA COMO PRINCÍPIO EDUCATIVO.....	192
7.1 CONCEPÇÕES DE PESQUISA.....	193
7.2 ETAPAS DA PESQUISA	202
7.3 CONTRIBUIÇÕES DA PESQUISA	213
7.4 PAPEL DO PROFESSOR NA PESQUISA.....	216
7.5 EXEMPLOS DA PESQUISA EM SALA DE AULA	222
7.6 DESAFIOS DA PESQUISA EM SALA DE AULA	226
7.7 MODELO E MODELAGEM EM UMA PRODUÇÃO AUTORAL	229
7.8 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO	234
CAPÍTULO VIII: AS RELAÇÕES ENTRE A MODELAGEM MATEMÁTICA E A PESQUISA COMO PRINCÍPIO EDUCATIVO	236
8.1 TEORIAS QUE FUNDAMENTAM OS TEÓRICOS.....	236
8.2 PRINCÍPIOS DOS MÉTODOS DE ENSINO	241
8.3 RELAÇÕES ENTRE AS ETAPAS DA MM E DA PESQUISA EM SALA DE AULA 248	
8.3.1 PERCEPÇÃO E APREENSÃO EQUIVALE AO QUESTIONAMENTO	249
8.3.2 COMPREENSÃO E EXPLICITAÇÃO EQUIVALE A CONSTRUÇÃO DE ARGUMENTO	252
8.3.3 SIGNIFICAÇÃO E EXPRESSÃO E COMUNICAÇÃO	255
8.4 RELAÇÕES ENTRE MODELO E PRODUÇÃO AUTORAL.....	258
8.5 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO	263
CONSIDERAÇÕES FINAIS	265

REFERÊNCIAS	269
APÊNDICE A: RELAÇÃO DE TRABALHOS OBTIDOS POR MEIO DA REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA.....	276
APÊNDICE B: CATEGORIZAÇÃO DA ENTREVISTA REALIZADA COM JONEI BARBOSA	285
APÊNDICE C: CATEGORIZAÇÃO DA ENTREVISTA REALIZADA COM RODNEY BASSANEZI	293
APÊNDICE D: CATEGORIZAÇÃO DA ENTREVISTA REALIZADA COM MARIA SALETT BIEMBENGUT	305
APÊNDICE E: CATEGORIZAÇÃO DA ENTREVISTA REALIZADA COM DIONÍSIO BURAK	313
APÊNDICE F: CATEGORIZAÇÃO DA ENTREVISTA REALIZADA COM PEDRO DEMO 343	
APÊNDICE G: CATEGORIZAÇÃO DA ENTREVISTA REALIZADA COM MARIA DO CARMO GALIAZZI	356
APÊNDICE H: CATEGORIZAÇÃO DA ENTREVISTA REALIZADA COM VALDEREZ LIMA.....	368
APÊNDICE I: CATEGORIZAÇÃO DA ENTREVISTA REALIZADA COM MAURIVAN RAMOS	377
APÊNDICE J: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO.....	394
APÊNDICE K: PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP	397

CAPÍTULO I: DELINEAMENTO DA PESQUISA

Ao iniciar a escrita desta pesquisa é relevante destacar uma contextualização da prática de ensino da disciplina de Matemática na Educação Básica e também apresentar os caminhos delineados pelo pesquisador que conduziram rumo a temática abordada nesta tese, para que seja possível trazer à tona, não apenas a constituição e subjetivação do pesquisador, como os aspectos que delinearão sua trajetória e o conduziram ao objeto de pesquisa.

1.1 APRESENTAÇÃO

A disciplina de Matemática é, conforme afirma Gomes (2012), compreendida pelos estudantes na Educação Básica como uma das mais complexas. Isso muitas vezes ocorre, pois nas salas de aulas dos Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, aos estudantes são apresentadas metodologias de ensino mais tradicionais, ou formalistas. Nesse modelo pedagógico, o professor é o transmissor do conhecimento, enquanto os estudantes são os receptores, anotando as informações para reproduzi-las em avaliações que determinarão a aprovação ou reprovação no ano letivo (FIORENTINI, 1995; LARA, 2011).

Uma prática pedagógica desse tipo, acaba, de acordo com Lara (2011, p. 99), “[...] produzindo, tanto na escola como na sociedade, um conhecimento visto como a verdadeira forma de conhecimento, um conhecimento essencial.”. Embora seja um modelo que foi hegemônico até a metade do séc. XX, mantém sua vigência até o sec. XXI, podendo, como afirma Silva (1996), ser compreendida em várias concepções, sejam elas: epistemológicas; psicológicas; didáticas; pedagógicas; e, políticas. Conforme Silva (1996, p.24), a metodologia tradicional epistemológica pode ser compreendida como aquelas concepções que são “[...] baseadas na crença de que o conhecimento Matemático é descoberto por aqueles que "produzem matemática”. Ou seja, na concepção epistemológica de ensino a repetição é o fator responsável pelo processo de aprendizagem do estudante. As concepções tradicionais psicológicas, são “[...] baseadas na certeza de que o aluno aprende vendo e o professor ensina mostrando” (SILVA, 1996, p. 24). Dessa forma, a transmissão do conhecimento é o fator essencial para a aprendizagem do

estudante, uma vez que o professor é o responsável por transmitir o conhecimento aos estudantes.

A concepção didática é aquela na qual, conforme Silva (1996, p. 24) são “[...] baseadas na crença de que o mais abstrato é mais "fácil" para o aluno- organizar o ensino segundo a ordem axiomática de arquivamento dos conteúdos.”. Nessa concepção de ensino, o currículo da disciplina deve ser linear de forma a apresentar os conteúdos mais elementares inicialmente e progredir em ordem crescente de dificuldade.

Nas duas últimas concepções, a autora enfatiza o processo de avaliação dos estudantes que é utilizado no modelo tradicional de ensino. As concepções pedagógicas são “[...] baseadas na crença de que se devem aprovar os que “aprendem”, usando critérios subsidiários (não matemáticos) de aprovação.”, enquanto que as concepções políticas são “[...] baseadas na crença de que se deve aprovar o aluno que, de alguma forma, participa dessa estrutura promocional, historicamente definida, e reprovar o que, por algum motivo, não se submete a ela.” (SILVA, 1996, p.24).

Assim, compreende-se que o estudante que participa da aula de alguma forma deve ser aprovado, desde que haja uma forma de mostrar que houve aprendizagem, enquanto o sujeito que não desenvolve nenhuma atividade, ou não demonstra aprendizado, independente do motivo, deve ser reprovado. Em diversas salas de aulas de Matemática, na qual os professores aderem a metodologia tradicional como única forma de ensino, as concepções epistemológicas, psicológicas e políticas são latentes na Educação Básica.

Dessa forma, os estudantes durante esse percurso são “ensinados” por essa metodologia de ensino, até concluírem a última etapa do regimento escolar proposto pela Lei de Diretrizes e Bases – LDB (BRASIL, 1994/96). Em seguida, a maior parte desses estudantes, são ingressos nos mais diversos cursos de graduação oferecidos pelas Instituições de Ensino Superior – IES – no país. Entre os cursos oferecidos pelas IES públicas e privadas encontram-se as licenciaturas, cursos no qual os futuros professores estudam para retornar à Educação Básica e ministrar a disciplina na qual se identificaram durante toda sua formação anterior.

Nos cursos de graduação, os licenciandos, em Matemática, são desafiados pelos professores a adotar novas metodologias de ensino que diferencie da prática do ensino tradicional pelo qual os estudantes foram adaptados por toda a Educação Básica, causando uma ruptura no paradigma de ensino que receberam por longos anos. Essa ruptura ocorre,

pois até então, esses estudantes foram, como afirma Lara (2011, p. 100), subjetivados por uma abordagem mais mecânica e pragmática da Matemática que “[...] ocorria através da memorização e da repetição precisa dos raciocínios e algoritmos transmitidos por esse professor.”. E, durante sua formação docente são instigados a diversificar o ensino de Matemática nas salas de aula da Educação Básica.

Nessa proposta de diversificação, geralmente, nas disciplinas pedagógicas, conforme as Leis de Diretrizes e Bases do Curso de Licenciatura em Matemática proposto pelo Ministério da Educação – MEC (BRASIL, 2001, p.4), os estudantes devem receber subsídios teóricos que possam auxiliá-los a desenvolver a autonomia e o pensamento crítico no processo de aprendizagem, dessa forma as diretrizes ressaltam que o professor deve “desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos”. Assim, o futuro docente conhece diversos métodos/tendências de ensino como uma alternativa para o ensino de Matemática. Com essa visão, durante o curso de graduação, são apresentados inúmeros métodos, variando de acordo com os professores que ministram a disciplina, a região onde o licenciado realiza o curso.

Vários estudos foram realizados abordando diferentes modelos pedagógicos que foram hegemônicos no Brasil durante o sec. XX, em particular os estudos de Fiorentini (1995) e de Lara (2011). Os autores evidenciam a emergência de diferentes estratégias e métodos de ensino que foram se configurando historicamente (FIORENTINI, 1995), com o intuito de produzir um sujeito adequado ao seu tempo e esperado pela sociedade (LARA, 2011). Assim, no séc. XXI, no âmbito da Educação Matemática, ganham destaque: Pesquisa em sala de aula (MORAES, GALIAZZI e RAMOS, 2012; Lima e Grillo, 2008); Modelagem Matemática (BASSANEZI, 2002; BIEMBENGUT, 2014; BURAK, 1992; BARBOSA, 2001); Teoria das situações didáticas (BROUSSEAU, 2008); Teoria dos três mundos da Matemática (DAVID TALL, 2004); Teoria da Transposição Didática (Chevallard, 1991); Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 1993); Tecnologias para o ensino da Matemática (Borba,2012); História da Matemática (LARA, 2013); Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004); Etnomatemática (LARA, 2019); entre outros.

As metodologias e/ou teorias apresentadas acima são confluentes no aspecto da mudança no modo de ensinar a Matemática, rompendo o paradigma da educação tradicional, na qual o professor é retirado do papel de transmissor do conhecimento e assume o papel de mediador do conhecimento e, o estudante, por sua vez, assume o papel de protagonista nos processos de ensino e aprendizagem (DEMO, 2011). É dessa perspectiva, trazendo à tona a confluência entre alguns desses métodos que regem o ensino de Matemática, que surge a busca pelo tema de pesquisa que será abordada nesta tese.

1.2 CONHECENDO A TRAJETÓRIA DO PESQUISADOR

Minha preocupação com o ensino da Matemática inicia-se no ano de 2011. Após cursar toda a Educação Básica em um colégio militar, ingressei no curso de licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC no estado da Bahia, o qual concluí no ano de 2015 com a defesa da monografia intitulada: *A aplicação do software Superlogo no ensino de Geometria*. Esse trabalho consistiu em uma intervenção em uma turma de Ensino Médio com o *software Superlogo* em um colégio estadual no interior do estado da Bahia. O programa possibilita desenvolver figuras geométricas e desenhos por meio de programação básica baseada em inteligência artificial desenvolvido por *Seymour Papert* e seus colaboradores no instituto de *Massachusetts*.

A monografia é um produto resultante das disciplinas da área de educação, na qual os professores nos incentivavam a desenvolver propostas de ensino que objetivassem modificar o modo de ensinar Matemática nas turmas da Educação Básica. Desde a defesa da monografia, o meu objetivo como professor sempre foi buscar métodos de ensino com a finalidade de proporcionar aos estudantes diferentes abordagens para a aprendizagem em Matemática, para que assim como eu, os estudantes possam observar e admirar essa disciplina de forma diferenciada.

Na etapa da graduação, fui apresentado aos primeiros métodos e teorias de ensino que carrego em minha formação pedagógica, entre eles: Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008); Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 1993); Tecnologias para o ensino de Matemática (BORBA, 2012; PAPERT, 2008); O Ensino Reflexivo (SCHON, 2000), entre outros.

Em 2016, adentro ao Mestrado em Educação Matemática, na mesma universidade, e passo a ter contato, pela primeira vez com a Modelagem Matemática (MM) como método de ensino e pesquisa, por meio das propostas apresentadas por minha orientadora Dra. Zulma Elizabete de Freitas Madruga, oriunda da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS. Além da Modelagem, durante o curso, conheci outros métodos/tendências de ensino/pesquisa, tais como: Teoria da Transposição Didática (CHEVALLARD, 1991); Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 1993); Teoria da Instrumentação (RABARDEL, 1995); Mapeamento da pesquisa educacional (Biembengut, 2008); A Pesquisa em sala de aula (Moraes, Galiuzzi e Ramos, 2012); Análise Textual Discursiva (Moraes e Galiuzzi, 2013); Análise de conteúdo (Bardin, 2011), entre outros.

Assim, no ano de 2018, realizei a defesa da minha dissertação intitulada: *Mapeamento de pesquisas que utilizam a Modelagem Matemática para o ensino e aprendizagem do cálculo diferencial e integral: uma análise a partir da construção de um banco de dados*. Nesse trabalho, desenvolvi e incluí um sistema de banco de dados na página do programa de pós-graduação em Educação Matemática da UESC, com pesquisas disponíveis na rede mundial de computadores objetivando que mais pesquisadores tivessem acesso a esses arquivos, e para facilitar a busca do grupo de pesquisa formado naquela instituição. Para tanto, foi realizado um mapeamento de pesquisas que se utilizava da MM para o ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral.

Com a defesa da dissertação, fazendo uma retrospectiva a respeito do conhecimento adquirido na Graduação e Mestrado, em relação aos métodos de ensino e pesquisa, os quais tive a oportunidade de conhecer, particularmente, a MM e a Pesquisa em sala de aula, algumas inquietações foram geradas: *Os dois métodos possuem confluências? As etapas de um aproximam-se das etapas do outro? Ambos são oriundos de alguma outra teoria?* Essas perguntas não tinham uma resposta pronta, em nenhuma literatura publicada, então, convencido a buscar resposta para ambas, em 2019, ingressei no Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Matemática – PPGEDUCEM, na PUCRS, com a finalidade de pesquisar sobre as possíveis relações entre os dois métodos de ensino e pesquisa.

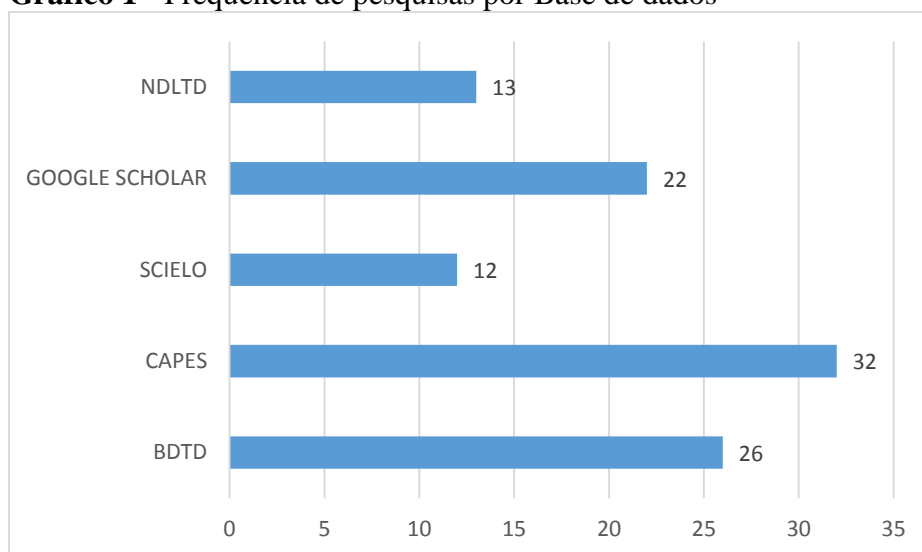
No início do curso do Doutorado, por algumas razões, desviei-me desse percurso estabelecido inicialmente, passando a pesquisar sobre outros temas. No entanto, cursando algumas disciplinas com a professora Dra. Isabel Cristina Machado de Lara, e em conversas com a pesquisadora, convenci-me novamente que o presente estudo seria relevante. A atenção e incentivo da professora, que se tornou minha orientadora, me gerou um novo ânimo para que pudesse retornar ao foco do meu interesse inicial, portanto, à temática desta tese.

1.3 DELINEANDO NOVOS CAMINHOS

Frente ao novo desafio de cursar o Doutorado e motivado novamente a retornar para meu projeto original de pesquisa, iniciou-se a busca por um problema com relevância e ineditismo que culminasse nesta tese. A formação do Mestrado com o foco na MM e o contato no curso de Doutorado em Educação em Ciências e Matemática com disciplinas voltadas ao Educar pela Pesquisa, instigou a repensar sobre semelhanças e dissimilaridades entre o método da MM e os princípios de uma educação fundamentada na Pesquisa.

Pensando nisso, realizei uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL), descrita detalhadamente no quarto capítulo desta tese, com a finalidade de encontrar pesquisas nacionais e internacionais cuja temática abordasse à MM e à Pesquisa como princípio educativo. A busca foi realizada em cinco banco de dados nacionais e internacionais com os termos-chave relacionados à Modelagem e à Pesquisa como princípio educativo. As bases foram: Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD; Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES; *Networked Digital Library of Theses and Dissertations* - NDLTD; *Scientific Electronic Library Online* - Scielo; e *Google Scholar*. As produções selecionadas nas bases de dados, com os critérios preliminares, consistem em teses, dissertações e artigos avaliados por bancas ou pares, ou seja, apenas artigos publicados em periódicos.

No levantamento de dados, realizado nas cinco bases, foram encontradas 105 pesquisas com a temática proposta. Para melhor visualização desses resultados, elaborou-se o Gráfico 1 que apresenta a frequência de pesquisas em cada base consultada.

Gráfico 1 - Frequência de pesquisas por Base de dados

Fonte: elaborado pelo autor (2021).

No banco de dados da BDTD e da CAPES foram encontrados apenas teses e dissertações, nas demais bases de dados foram encontradas todos os tipos de produções tais como: teses; dissertações; e artigos, em sua maioria. Nessa busca por produções relacionadas à Modelagem e à Pesquisa como princípio educativo foram encontradas oito teses, 68 dissertações e 29 artigos que foram incorporados à base de dados constituída para a RSL.

Em seguida, foi realizada a análise das produções com a finalidade de compreender de que modo os estudantes desenvolvem pesquisa durante intervenções que utilizam a MM como método de ensino. Para tanto, foram analisados os objetivos das intervenções, a concepção de Modelagem na qual o pesquisador adotou e as etapas relatadas pelos pesquisadores.

Por meio da RSL é possível evidenciar que há algumas confluências entre a Modelagem e a Pesquisa como princípio educativo, pois em uma intervenção com a Modelagem a *busca por conteúdos* em sites da rede mundial de computadores, ou o *levantamento de dados*, são exemplos do ato de realizar pesquisa para os estudantes. Além disso, os autores ressaltam que esse tipo de intervenção proporciona a indução ao *instinto investigativo*, e proporciona a interdisciplinaridade.

Adicionado a isso, tem-se o desenvolvimento da *capacidade de argumentação* e interação entre os participantes, de modo a oportunizar a aprendizagem significativa dos estudantes por meio do uso de subsensores inatos ao participante com a finalidade de

proporcionar uma ressignificação a uma nova aprendizagem, a Aprendizagem Significativa (AUSUBEL, 1968). Por fim, o ato de pesquisar e de modelar proporciona ao participante o desenvolvimento de *posturas críticas* em relação ao discurso argumentativo.

Embora tenha sido possível perceber tais confluências nessas produções, nenhuma delas dedicou-se a elencar ou categorizar as etapas semelhantes entre os métodos estudados. Consequência disso, é possível pensar em uma abordagem inédita em relação a essas duas temáticas.

1.4 PROBLEMA DE PESQUISA E ESTRUTURA DA TESE

Diante dos resultados encontrados na RSL, algumas hipóteses acerca do modo como a MM e a Pesquisa como princípio educativo se articulam, podem ser delineadas, no sentido de que ambas proporcionam: a motivação; o protagonismo do estudante; o questionamento reflexivo; o desenvolvimento do senso investigativo; e, a postura crítica do estudante no processo de aprendizagem. Além disso, sugere-se que as etapas da Modelagem e da Pesquisa em sala de aula são confluentes, *a percepção e apreensão é semelhante ao questionamento; compreensão e explicitação é semelhante a construção de argumentos; e significação e expressão é semelhante à comunicação.*

Considerando essas hipóteses, formulou-se o seguinte **problema de pesquisa**: *De que modo o método de pesquisa e ensino Modelagem Matemática se articula com a postura de ensino pautada na Pesquisa como princípio educativo na Educação Básica?* Tal problema gerou o seguinte **objetivo geral**: *Categorizar as articulações entre o método de pesquisa e ensino Modelagem Matemática e a postura de ensino pautada na Pesquisa como princípio educativo na Educação Básica.*

O Tal objetivo geral desencadeou os seguintes **objetivos específicos**:

- a) analisar, por meio de uma Revisão Sistemática da Literatura, o modo como pesquisas nacionais e internacionais relacionam a Modelagem Matemática com a Educação pautada na pesquisa;
- b) descrever a visão teórica de alguns teóricos e estudiosos da Modelagem Matemática, a respeito de como compreendem o processo de pesquisar entre as etapas de uma intervenção;

- c) compreender o posicionamento teórico de alguns pesquisadores brasileiros renomados sobre Modelagem Matemática à luz da Educação pautada na pesquisa;
- d) compreender o posicionamento teórico de alguns pesquisadores brasileiros renomados sobre a Educação pautada na pesquisa;
- e) reconhecer, nos dados coletados, convergências e divergências acerca de possíveis categorias emergentes sobre as articulações entre Modelagem Matemática e a Educação pautada na pesquisa.

Para alcançar os objetivos apresentados, essa tese está organizada em nove capítulos.

No primeiro capítulo, *Delineamento da Pesquisa*, apresento minha trajetória acadêmica, o tema, o problema, o objetivo geral, os objetivos específicos e a estrutura desta tese.

No segundo capítulo, *Problemática e Procedimentos Metodológicos*, descrevem-se os métodos de pesquisa adotados; os participantes da pesquisa; os instrumentos de coleta de dados, bem como o método adotado para análise de tais dados. Além disso, apresenta-se os recursos necessários para o desenvolvimento da pesquisa.

No terceiro capítulo, *As diversas concepções da Modelagem no cenário educacional*, são abordadas as principais concepções e bases epistemológicas de Modelagem na perspectiva de alguns autores tais como: Rodney Bassanezi; Maria Salett Biembengut; Jonei Barbosa; Dionísio Burak; Werner Blum; e, Gabriele Kaiser.

O quarto capítulo, *A Pesquisa como princípio educativo*, descreve as concepções teóricas/epistemológicas de autores como Pedro Demo; Roque Moraes; Maria do Carmo Galiazzi; e Maurivan Ramos, sobre métodos que priorizam o ensino por meio da pesquisa, em particular o Educar pela Pesquisa, e a Pesquisa em sala de aula.

O quinto capítulo, *Revisão Sistemática da Literatura*, apresenta um levantamento das produções acadêmicas publicadas em bancos de dados nacionais e internacionais que possuem como temática o uso da Modelagem para o ensino da Matemática na Educação Básica, analisando suas articulações com a pesquisa.

No sexto capítulo, *Análise da Modelagem Matemática*, são apresentadas a categorização das entrevistas realizadas com os teóricos nacionais da Modelagem

Matemática e os metatextos referentes a análise das categorias finais emergentes do processo.

O sétimo capítulo, *Análise da Pesquisa como princípio educativo*, apresenta as categorias emergentes das entrevistas com os quatro autores dos métodos de ensino e pesquisa e também os metatextos referentes as categorias finais emergentes.

No oitavo capítulo, *Relações entre a Modelagem Matemática e a Pesquisa como princípio educativo*, apresenta as relações emergentes entre os dois métodos de pesquisa por meio das análises das entrevistas com os teóricos das duas áreas de pesquisa.

O nono capítulo, *Considerações Finais*, apresenta as respostas para os problemas de pesquisa estabelecidos no delineamento da pesquisa e também considerações finais sobre a pesquisa.

CAPÍTULO II: PROBLEMÁTICA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

[...] aqueles que escolhem um plano de investigação qualitativa têm por vezes uma tarefa difícil ao tentar descrever o que vão fazer antes de iniciar a investigação. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.105).

No processo que envolve uma pesquisa de abordagem qualitativa, o pesquisador precisa descrever de antemão, em seu capítulo de procedimentos metodológicos, todos os passos que a pesquisa irá perpassar. Conforme afirmam Bogdan e Biklen (1994), essa tarefa é árdua, uma vez que, existem processos e situações no decorrer da pesquisa os quais o pesquisador não consegue pressupor, assim, conforme vão surgindo situações inesperadas o pesquisador desenvolve estratégias para resolver os problemas encontrados.

Neste capítulo, retoma-se a problemática estabelecida no capítulo anterior e apresenta-se os procedimentos metodológicos que delineiam esta pesquisa. Entre os procedimentos abordados neste capítulo encontram-se: a abordagem e tipologia da pesquisa; participantes da pesquisa; instrumentos de coleta de dados; e, procedimentos de análise.

2.1 PROBLEMATIZAÇÃO E O OBJETIVO DA PESQUISA

Essa pesquisa parte do princípio que a MM enquanto método de ensino e pesquisa é uma relevante abordagem que auxilia na aprendizagem da disciplina de Matemática na Educação Básica, semelhantemente, alguns estudos, entre os quais destacam-se os de Magina (2011), Lamonato e Passos (2012), Galle; Pauletti e Ramos (2016); Lima; Reginato e Amaral-Rosa (2020); Borges e Lima (2020), evidenciam que a Pesquisa em sala de aula como método de ensino é indispensável para a formação de um sujeito crítico que participa ativamente dos processos de ensino e de aprendizagem.

Ambos os métodos em questão apresentam fases/etapas que partem de um contexto ou problematização inicial e culminam em um modelo validado que representa uma possível solução do problema ou contexto proposto inicialmente Biembengut (2016); Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012). Em alguns dos trabalhos analisados por meio da RSL, apresentados no quinto capítulo, sobre MM ou Pesquisa como princípio educativo, percebem-se algumas confluências na forma como o processo de intervenção é realizado, assim surgiu o primeiro questionamento que designou essa tese: *Quais as semelhanças*

entre as etapas da Modelagem Matemática e a Pesquisa em sala de aula? Com buscas nas concepções teóricas dos autores e na literatura disponível na rede mundial de computadores designou-se o seguinte problema de pesquisa: **De que modo o método de pesquisa e ensino Modelagem Matemática se articula com uma postura de ensino pautada na Pesquisa como princípio educativo na Educação Básica?**

Nessa perspectiva, Biembengut (2014) afirma que a Modelagem enquanto método de ensino possui confluências com outros métodos tais como: Resolução de problema; Pedagogia de Projetos; e, Etnomatemática. Nessas considerações, a autora afirma que os métodos de ensino em vigência na Educação Matemática no seu desenvolvimento em sala de aula perpassam pelas seguintes etapas, “[...] delimitação da situação-problema, referencial teórico, hipóteses ou pressupostos, desenvolvimento, aplicação, interpretação da solução e avaliação.” (BIEMBENGUT, 2014, p.211).

As etapas evidenciadas pela autora estão diluídas entre os métodos de ensino em vigência no cenário educacional. Dessa forma, a hipótese inicial dessa tese foi demonstrar que os métodos de ensino *Modelagem Matemática e Pesquisa como princípio educativo* perpassam por todas essas etapas definidas por Biembengut (2014). Realizando uma transposição dessa hipótese do campo conceitual para o campo matemático, tem-se que, se um método de ensino contempla todas as etapas evidenciadas pela autora, e, do mesmo modo outro método perpassa pelas mesmas etapas, então ambos os métodos de ensino possuem confluências entre as suas etapas.

Nesse contexto estabelecido, essa tese tem como objetivo categorizar as articulações entre o método de pesquisa e ensino MM e a Pesquisa como princípio educativo na Educação Básica. Para tanto, estabeleceu-se os seguintes objetivos específicos:

- a) analisar, por meio de uma Revisão Sistemática da Literatura, o modo como pesquisas nacionais e internacionais relacionam a Modelagem Matemática com a Educação pautada na pesquisa;
- b) descrever a visão teórica de alguns teóricos e estudiosos da Modelagem Matemática, a respeito de como compreendem o processo de pesquisar entre as etapas de uma intervenção;

- c) compreender o posicionamento teórico de alguns pesquisadores brasileiros renomados sobre Modelagem Matemática à luz da Educação pautada na pesquisa;
- d) compreender o posicionamento teórico de alguns pesquisadores brasileiros renomados sobre a Educação pautada na pesquisa;
- e) reconhecer, nos dados coletados, convergências e divergências acerca de possíveis categorias emergentes sobre as articulações entre Modelagem Matemática e a Educação pautada na pesquisa.

A presente tese tem como principal pretensão realizar um estudo sobre os métodos de ensino de tal modo que possa contribuir para que professores da Educação Básica reconheçam a importância de articular, em particular, esses métodos de ensino em suas aulas para proporcionar aos estudantes uma experiência de ensino na qual eles sejam os protagonistas da sua aprendizagem. Além disso, trazer subsídios para aqueles professores que ainda percebem o ensino tradicional como único e indiscutível método para o ensino de Matemática na Educação Básica.

As seguintes seções apresentam: a abordagem e a tipologia da pesquisa; os participantes deste estudo; o modo como será realizada a coleta de dados; e, o método utilizado para a análise desses dados.

2.2 ABORDAGEM E TIPOLOGIA DA PESQUISA

Esta pesquisa é de cunho qualitativo bibliográfico, conforme Bogdan e Biklen (1994) definem. A pesquisa qualitativa está relacionada ao levantamento de dados, a compreender e a interpretar comportamentos de um grupo; esse tipo de pesquisa não é focado no resultado numérico, mas sim no aprofundamento da compreensão de um grupo social, uma organização, entre outros.

Para Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa possui cinco características, porém, nem toda investigação com esse tipo de abordagem segue necessariamente todas elas: “I) Na investigação qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador como instrumento principal”(p.47); “II) a investigação qualitativa é descritiva”(p.48); “III) os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos”(p.49); “IV) os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva”(p.50); “V)

o significado é de importância vital na abordagem qualitativa. A seguir, faz-se uma análise dessas cinco características para compará-las a este estudo” (p.50).

I) *Na investigação qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador como instrumento principal*: conforme Bogdan e Biklen (1994), nessa abordagem, o pesquisador se insere no ambiente de pesquisa para tentar entender os fenômenos que interferem no ambiente que está sendo investigado.

Nessa tese, o ambiente natural do pesquisador é o ambiente computacional, devido ao fato de que esta pesquisa não será aplicada em nenhum nível da Educação Básica ou do Ensino Superior. Nessa abordagem, o pesquisador dispõe-se a busca por pesquisas disponíveis em banco de dados com a finalidade de encontrar pesquisas acadêmicas que possua relação entre a Modelagem e a Pesquisa como princípio educativo.

II) *A investigação qualitativa é descritiva*: os dados adquiridos pelo investigador na pesquisa são palavras, imagens e não números. Esses dados podem ser uma entrevista, uma fotografia, uma narrativa, vídeos, documentos pessoais, entre outros. De acordo com Bogdan e Biklen (1994):

Por que é que algumas salas estão decoradas com gravuras e outras não? Por que é que determinados professores se vestem de maneira diferente dos outros? Há alguma razão para que determinadas atividades ocorram em determinado local? Por que é que há uma televisão na sala se nunca é utilizada? Nada é considerado como um dado adquirido e nada escapa à avaliação. A descrição funciona bem como método de recolha de dados, quando se pretende que nenhum detalhe escape ao escrutínio (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 49).

Nessa pesquisa, os dados obtidos foram por meio das diversas pesquisas sobre a Modelagem e a Pesquisa como princípio educativo encontradas nos diferentes *sites* de busca, e por meio das entrevistas realizadas com os pesquisadores da área, fato descrito na próxima seção.

III) *Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos*: segundo Bogdan e Biklen (1994), os investigadores denotam que o desempenho dos estudantes em uma disciplina é afetado pela expectativa que eles têm dos professores, ou seja, as interações podem melhorar ou piorar o rendimento do estudante. Se a interação entre ambos for positiva, o estudante desenvolve sua aprendizagem; caso contrário, a relação pode piorar seu desempenho.

Nessa pesquisa, os dados obtidos por meio da Revisão Sistemática da Literatura e por meio da entrevista com os pesquisadores das áreas, não foram apenas tratados como

números ou dados estatísticos, mas também realizou-se uma análise das pesquisas encontradas e das descrições correspondentes da fala dos pesquisadores.

IV) *Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva*: em uma pesquisa, conforme afirma Bogdan e Biklen (1994), o investigador levanta hipóteses e questões de pesquisa a fim de recolher dados e avaliar se sua hipótese inicial estava correta. Nessa abordagem, primeiro, o investigador coleta os dados e, em seguida, agrupa-os para depois definir as abstrações que nortearão a seu trabalho. Nessa tese, coletou-se trabalhos disponíveis em base de dados (pesquisas publicadas em domínio público) e, em seguida, foram analisados esses dados encontrados para responder à questão de pesquisa e atingir os objetivos propostos inicialmente.

V) *O significado é de importância vital na abordagem qualitativa*: o investigador utiliza essa abordagem quando está interessado em saber como as pessoas envolvidas na pesquisa dão sentido as suas vidas. Com isso, de acordo com Bogdan e Biklen (1994), o pesquisador obtém dados que não seriam visíveis caso não estivesse inserido no contexto pesquisado. Nessa pesquisa, o contato com outras pessoas, pesquisadores, acontece por meio da entrevista. Dessa forma, no processo de perguntas aos entrevistados, foi observada a percepção dos participantes da pesquisa a respeito da forma em que a pesquisa é realizada em intervenções de Modelagem, uma vez que os pesquisadores e autores possuem experiências primordiais que devem contribuir para enriquecer a resposta a questão de pesquisa.

Além das cinco características propostas por Bogdan e Biklen (1994), na investigação qualitativa, os autores afirmam que o levantamento de dados auxilia na compreensão do objeto de pesquisa, buscando parâmetros com outros trabalhos, observando semelhanças e diferenças entre outras pesquisas que tratem do mesmo tema.

As características da pesquisa qualitativa são: objetivação do fenômeno; hierarquização das ações de *descrever, compreender, explicar*, precisão das relações entre o global e o local em determinado fenômeno; observância das diferenças entre o mundo social e o mundo natural; respeito ao caráter interativo entre os objetivos buscados pelos investigadores, suas orientações teóricas e seus dados empíricos; busca de resultados os mais fidedignos possíveis; oposição ao pressuposto que defende um modelo único de pesquisa para todas as ciências. (GEHARDT; SILVEIRA, 2009, p. 31).

Dessa forma, compreende-se que essa tese é uma pesquisa qualitativa do tipo bibliográfica-descritiva conforme define Bogdan e Biklen (1994). A abordagem bibliográfica é correspondente a revisão sistemática da literatura descrita no quinto

capítulo apresentando as pesquisas correspondentes a MM e a Pesquisa como princípio educativo, e as entrevistas que foram realizadas com os autores das concepções de Modelagem e da Pesquisa, correspondem a tipologia descritiva apresentada pelos autores.

2.3 PARTICIPANTES DA PESQUISA

Neste estudo, especificamente nos capítulos III e IV, elencou-se os principais pesquisadores referências nas áreas da MM e da Pesquisa como princípio educativo no Brasil. Conforme estabelece-se no Quadro 3, o Educar pela Pesquisa constitui-se como uma filosofia de ensino, enquanto que a Pesquisa em sala de aula trata-se de um método de ensino que possui etapas a serem seguidas.

Dessa forma, os autores mais referenciados nas temáticas de ensino, foram selecionados para participar do processo de coleta de dados desse trabalho por meio de uma entrevista. Na área da MM foi realizada a entrevista com os autores Rodney Bassanezi; Dionísio Burak; Maria Salett Biembengut e Jonei Barbosa. Na área da Pesquisa como princípio educativo, selecionou-se os autores Pedro Demo; Maurivan Guntzel Ramos; Maria do Carmo Galiazzi e Valderéz do Rosário Lima.

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), a entrevista é uma ferramenta utilizada na pesquisa qualitativa com a finalidade de recolher dados na linguagem dos sujeitos da pesquisa. A entrevista com os pesquisadores selecionados será do tipo semiestruturada, conforme define Bogdan e Biklen (1994): “Nas entrevistas semiestruturadas fica-se com a certeza de se obter dados comparáveis entre os vários *sujeitos*, embora se perca a oportunidade de compreender como é que os próprios sujeitos estruturam o tópico em questão.”. (p. 134).

2.4 INSTRUMENTO PARA COLETA DE DADOS

O instrumento utilizado para a coleta de dados foi a entrevista semiestruturada, conforme definido anteriormente. Durante a entrevista, realizou-se a gravação da mesma, com prévio Termo de Consentimento Livre e Esclarecido assinado pelos participantes, para posterior transcrição. A entrevista ocorreu em ambiente computacional por meio das

plataformas do *Google Meet*¹ e *Zoom*², com dia e horário programado previamente com o autor.

Seguindo as recomendações de Bogdan e Biklen (1994), a estrutura desta entrevista foi desenvolvida de modo a iniciar por questionamentos livres, criando condições para que o entrevistado sinta-se confortável para responder os questionamentos posteriores. No entanto, com o prosseguimento das perguntas, foi direcionada a entrevista para o objetivo desta tese.

Vale ressaltar que cada entrevistado possui suas próprias concepções acerca da temática dos questionamentos. Desse modo, algumas perguntas, embora apresentem o mesmo objetivo, com a mesma pergunta final, necessitaram ser conduzidas de modo diferente, levando em conta os estudos teóricos de cada participante. Apresenta-se a seguir, o roteiro da entrevista com os autores da MM e seus respectivos objetivos, em seguida, é apresentado o roteiro para os autores da Pesquisa como princípio educativo.

- I) **Qual sua formação acadêmica? Na sua carreira, o(a) Senhor(a), já desenvolveu estudos em que linhas de pesquisa? Em qual linha de pesquisa tem se dedicado atualmente?** Nessa questão inicial, a proposta consistiu em permitir que o entrevistado se apresentasse e que a entrevista se iniciasse com perguntas que o permitisse continuar à vontade para o decorrer dos próximos questionamentos
- II) **Diversas intervenções com a MM publicadas em seus livros/artigos são muito conhecidas e disseminadas no meio acadêmico, gostaria que me contasse um pouco sobre algumas delas, destacando em que nível da Educação foi aplicada e como foram essas intervenções?** Nessa pergunta procurou-se resgatar algumas lembranças do pesquisador sobre possíveis intervenções com a Modelagem, com a finalidade de a partir das experiências do pesquisador introduzir a próxima pergunta.
- III) **Na leitura dos seus livros/artigos torna-se ostensivo a sua concepção de MM. Atualmente, o Senhor (a) depois de ter disseminado a sua concepção de Modelagem por meio de suas publicações, tem novas considerações sobre essa concepção?** O objetivo dessa questão foi compreender um pouco mais da concepção pessoal de Modelagem Matemática que o(a) entrevistado(a) possui, além de buscar novos aspectos emergentes sobre essa concepção no entrevistado.

¹ *Google Meet* é uma plataforma de comunicação por vídeo desenvolvido pelo Google para substituir o *Google Hangouts*. A Plataforma é de acesso grátis por meio da conta *Google*, porém com recursos limitados, podendo o usuário adquirir uma versão completa por meio dos planos da empresa.

² A Plataforma do *Zoom* é uma empresa americana de serviços de vídeo conferência remota com sede em San Jose, Califórnia. Assim como o *meet*, a plataforma possui a versão grátis podendo o usuário adquirir uma versão completa por meio dos planos da empresa.

- IV) **O(A) Senhor(a) teve algum ponto de partida ou inspiração teórica para construir essa concepção da Modelagem?** Nessa pergunta objetivou-se perceber a influência dos autores da Modelagem e perceber se existe a propagação de outros vieses da Modelagem.
- V) **Por meio da realização de uma RSL identifiquei muitas pesquisas que abordam a MM, contudo utilizam-se de diferentes referenciais teóricos. Como o(a) Senhor(a) percebe as diversas concepções de Modelagem que existem no cenário nacional atualmente?** Nessa questão o objetivo foi compreender a análise do entrevistado sobre as diversas concepções de MM que existem no cenário educacional.
- VI) **No estudo de seus livros/artigos, a MM possui x^3 etapas/tarefas. Nas aulas de Matemática da Educação Básica, quando o professor decide implementar a MM como um método de ensino, de que forma o(a) Senhor(a), compreende o conjunto de procedimentos que englobam a(s) primeira(s) etapas/tarefas desse processo de intervenção?** O objetivo dessa questão, foi compreender o conjunto de procedimentos que envolve as primeiras etapas da Modelagem Matemática durante uma intervenção, na concepção do entrevistado.
- VII) **Alguns estudos internacionais publicados por autores tais como, Werner Blum e Gabriele Kaiser, consideram que uma das ações que demarcam uma segunda etapa, consiste quando os estudantes iniciam a investigação em busca dos meios necessários para encontrar a resolução do problema. Essa etapa está estabelecida dentro de seus estudos também, então, para o(a) Senhor(a) quais outras ações realizadas pelos estudantes tornam-se relevantes destacar nessa etapa?** Nessa pergunta procurou-se entender do entrevistado quais outras ações realizadas pelos estudantes estão inseridas nessa etapa da Modelagem.
- VIII) **Por meio da RSL, identifiquei que alguns estudos apontam que uma das vantagens do uso da MM na Educação Básica é que os estudantes se tornam os protagonistas no processo de aprendizagem. Quais outras vantagens o(a) Senhor(a) considera relevante destacar?** Nessa questão, objetivou-se compreender quais as vantagens do uso da MM para o professor da Educação Básica na concepção do autor.
- IX) **Na intervenção em uma turma da Educação Básica, os estudantes podem cometer erros durante o processo. Para o(a) Senhor(a), qual a forma que o professor deve proceder nessa situação? Como o professor deve analisar o erro do estudante? De que forma essa situação está articulada em sua concepção de MM?** O objetivo dessa questão foi compreender qual a forma que o professor interfere em uma intervenção, além de compreender a análise dos erros dos estudantes.
- X) **Após os estudantes encontrarem um modelo ou solução para o problema inicial, para o(a) Senhor(a), quais o conjunto de ações que sucedem essa etapa em uma intervenção com a MM na Educação Básica?** Nessa etapa o objetivo foi compreender

³ Para cada entrevistado a MM possui uma quantidade de etapas/fases diferentes, dessa forma, durante a entrevista com cada autor, destaca-se o número x de etapas definido em suas produções.

quais os próximos procedimentos que são realizados pelos estudantes em uma intervenção.

- XI) **Durante a intervenção com a MM, especialmente na(s) etapa(s) x^4 , o(a) senhor(a) afirma que os estudantes realizam buscas na literatura por conteúdos estabelecidos na Matemática que possam ajuda-los a entender o problema matematicamente. Para o senhor de que forma os estudantes realizam pesquisa durante uma intervenção de MM?** Nessa questão o objetivo foi compreender de que forma os estudantes realizam pesquisa em uma intervenção na concepção do pesquisador.

O roteiro de entrevista para os autores da Pesquisa como princípio educativo foi semelhante ao roteiro da MM, diferenciando apenas em relação a temática central da pergunta.

- I) **Qual sua formação acadêmica? Na sua carreira, o(a) Senhor(a), já desenvolveu estudos em que linhas de pesquisa? Em qual linha de pesquisa tem se dedicado atualmente?** Nessa questão inicial, a proposta foi permitir que o entrevistado se apresentasse e que a entrevista se iniciasse com perguntas que o permita continuar à vontade para o decorrer dos próximos questionamentos
- II) **Diversas intervenções com a Pesquisa como princípio educativo⁵ publicadas são muito conhecidas e disseminadas no meio acadêmico, gostaria que me contasse um pouco sobre algumas das intervenções realizadas, destacando em que nível da Educação foi aplicada e como foram essas intervenções?** Nessa pergunta procurou-se resgatar algumas lembranças do pesquisador sobre possíveis intervenções com a Pesquisa como princípio educativo, com a finalidade de a partir das experiências do pesquisador introduzir a próxima pergunta.
- III) **Na leitura dos seus artigos torna-se explícito o conceito da Pesquisa em Sala de aula⁶. Atualmente, o(a) Senhor (a) depois de ter disseminado o conceito da Pesquisa como princípio educativo por meio de suas publicações, tem novas considerações sobre esse método de ensino?** Nessa questão objetivou-se compreender quais as novas concepções da Pesquisa em sala de aula ou do Educar pela Pesquisa que o autor pode ressaltar.
- IV) **Diversas intervenções com a Pesquisa como princípio educativo desenvolvidas em seus estudos são muito conhecidas, gostaria que me contasse um pouco sobre algumas delas, destacando em que nível da Educação foi aplicada e como foram essas intervenções?** Nessa pergunta procurou-se resgatar algumas lembranças no

⁴ Cada autor possui uma etapa relacionada a busca pela resolução do problema, dessa forma durante a entrevista é delineado a pergunta conforme as etapas de cada autor.

⁵ O termo Pesquisa como princípio educativo foi utilizado para abordar os métodos da Pesquisa em sala de aula e do Educar pela Pesquisa, ambos definidos no terceiro capítulo dessa tese.

⁶ Esse termo será alterado de acordo com o método de ensino do autor abordado.

pesquisador sobre possíveis intervenções com a Pesquisa em sala de aula, com a finalidade de a partir das experiências do pesquisador introduzir a próxima pergunta.

- V) **Nos seus estudos teóricos, o(a) Senhor(a) teve algum ponto de partida ou inspiração teórica para construir esse conceito da Pesquisa em sala de aula/Educar pela Pesquisa?** Nessa pergunta objetivou-se perceber a influência de outros autores da área da Educação pautada na pesquisa e perceber se existe a propagação de outros vieses desse conceito.
- VI) **No estudo de seus artigos, a Pesquisa em sala de aula possui três etapas. Nas aulas de Matemática da Educação Básica, quando o professor decide implementar a Pesquisa em sala de aula como um método de ensino, de que forma o(a) Senhor(a), compreende o conjunto de procedimentos que englobam a primeira etapa desse processo de intervenção?** O objetivo dessa questão, foi compreender o conjunto de procedimentos que envolve a primeira etapa da Pesquisa em sala de aula durante uma intervenção, na concepção do entrevistado.
- VII) **Após os estudantes refletirem sobre os questionamentos sobre os quais irão investigar, procedimento este presente na primeira etapa, quais o próximo conjunto de ações que o(a) Senhor(a) destaca no decorrer da segunda etapa?** Nessa pergunta procurou-se entender do entrevistado quais ações realizadas pelos estudantes estão inseridas na segunda etapa da Pesquisa em sala de aula.
- VIII) **Por meio da RSL, identifiquei que alguns estudos apontam que uma das vantagens do uso da Pesquisa em sala de aula na Educação Básica é que os estudantes se tornam os protagonistas no processo de aprendizagem. Quais outras vantagens o(a) Senhor(a) considera relevante destacar?** Nessa questão, objetivou-se compreender quais as vantagens do uso da Pesquisa em sala de aula para o professor da Educação Básica na concepção do autor.
- IX) **Durante uma intervenção com turmas da Educação Básica, os estudantes podem cometer erros durante o processo. Para o(a) Senhor(a), qual a forma que o professor deve proceder nessa situação? Como o professor deve analisar o erro do estudante? De que forma essa situação se integra as etapas da Pesquisa em sala de aula/aos princípios do Educar pela Pesquisa?** O objetivo dessa questão foi compreender qual a forma que o professor interfere em uma intervenção, além de compreender a análise dos erros dos estudantes.
- X) **Após os estudantes apresentarem uma produção autoral para as perguntas estabelecidas na primeira etapa, para o(a) Senhor(a), qual o conjunto de ações que sucedem essa etapa?** Nessa etapa o objetivo foi compreender quais os próximos procedimentos que são realizados pelos estudantes em uma intervenção após a produção textual.
- XI) **Durante a intervenção com a Pesquisa em sala de aula, depois dos estudantes elaborarem respostas para os questionamentos estabelecidos na primeira etapa, na sua concepção quais as formas possíveis dos estudantes apresentarem o produto?**

Na sua concepção, esse produto produzido pelo estudante é um modelo? Se sim, de que forma o(a) Senhor(a) compreende a semelhança entre o produto realizado pelo estudante e um modelo? Se não, qual(is) a(s) diferenças entre o produto apresentado pelo estudante e um modelo? Nessa questão o objetivo foi compreender de que forma os estudantes apresentam os resultados encontrados, e compreender se existe alguma relação entre os resultados apresentados com modelos, na concepção do entrevistado.

Após a entrevista com os autores, realizou-se a transcrição e após a autorização do entrevistado, iniciou-se o processo de análise dos dados. Para analisar os dados coletados por meio das entrevistas, foi utilizada a Análise Textual Discursiva, descrita na próxima seção.

2.5 ANÁLISE DOS DADOS

Para o processamento da análise dos dados coletados, utiliza-se a ATD, na perspectiva de Moraes e Galiuzzi (2013). Para os autores, esse tipo de análise é dividida em três etapas: a) desconstrução e unitarização (unidades de sentido); b) categorização (relações entre o que foi unitarizado); c) construção dos metatextos, a partir das interpretações do investigador.

Para compor o *corpus* de análise, foi utilizada as transcrições das entrevistas com os pesquisadores da área da MM e da Pesquisa como princípio educativo, após o entrevistado autorizar o uso dos dados da entrevista para análise.

Sobre a primeira etapa, *desconstrução e unitarização*, Moraes e Galiuzzi (2013) afirmam que a desconstrução e unitarização do *corpus* de análise consiste no esforço do pesquisador de desmembrar o texto e construir significados novos possibilitando a emergência de unidades de significado. Nesta pesquisa, a desconstrução e unitarização consistiram em alocar todas as respostas das perguntas provenientes da entrevista em um quadro fragmentando-as de acordo com os seus significados com a intenção de ressignificá-las a partir da leitura feita pelo pesquisador e criar respectivas unidades de significado.

Na segunda etapa denominada *categorização* consiste, de acordo com Moraes e Galiuzzi (2013), em agrupar as unidades de significado em grupos lógicos de sentidos semelhantes, ou seja, agrupar as unidades de sentido que tem significado em comum em uma mesma categoria. Além disso, os autores afirmam que a categorização pode ser classificada como emergente ou *a priori*. A categorização emergente é quando o

pesquisador permite que as categorias surjam conforme o agrupamento de ideias semelhantes. A categorização *a priori* acontece quando o pesquisador estabelece as categorias antes de iniciar o processo de agrupamento, por meio dos aportes teóricos utilizados, e então as unidades de sentido são alocadas na categoria a qual mais se aproxima.

Nesta tese, as categorias não foram estabelecidas previamente. Após a transcrição e análise dos dados da entrevista, passando pela primeira etapa (desconstrução), as categorias provenientes dessa pesquisa foram emergentes, ou seja, as categorias formaram-se pelos dados apresentados na fala dos pesquisadores entrevistados por meio da aproximação das unidades de significado semelhantes. Nessa categorização, um primeiro agrupamento dessas unidades de significado originou as categorias iniciais e dessas, emergiram categorias intermediárias e categorias finais.

Vale ressaltar que essa categorização foi realizada de modo separado. Inicialmente encontrou-se as categorias emergentes das concepções dos autores da MM e as categorias emergentes da análise das concepções dos autores da Pesquisa como princípio educativo. Nos apêndices B a I desta tese, encontra-se a fragmentação e categorização das oito entrevistas realizadas.

A terceira e última etapa do procedimento da ATD é denominado pelos autores como *construção de metatextos*. De acordo com Moraes e Galiazzi (2013, p. 54), a construção dos *metatextos* é “[...] constituído de descrição e interpretação, representado o conjunto, um modo de teorização sobre os fenômenos investigados.”. O processo de categorização, na segunda etapa, resulta em temas geradores que auxiliam o pesquisador no direcionamento dos textos serão escritos, para isso, os autores afirma que os textos para terem validade e confiabilidade como pesquisa científica devem conter descrição e interpretação.

De acordo com Moraes e Galiazzi (2013, p.57) a descrição é o processo de evidenciar as categorias e subcategorias, encontradas na segunda etapa, em coesão com a fundamentação teórica e argumentos empíricos que permitam o pesquisador validar o argumento apresentado. A interpretação conforme os autores, pode ser compreendida como “[...] construir novos sentidos e compreensões, afastando-se do imediato e exercitando uma abstração.” (MORAES; GALIAZZI, p. 57). Dessa forma, o pesquisador deve apresentar novas compreensões e significados para as categorias encontradas no

metatexto baseando-se nas concepções teóricas já estabelecidas e nas concepções empíricas já impregnadas no intelecto do pesquisador.

Nesta pesquisa os *metatextos* foram resultados do processo emergente das categorias e subcategorias encontradas na segunda etapa. Por meio da análise das confluências reconhecidas entre as categorias emergentes das concepções dos autores da MM e as categorias emergentes da análise das concepções dos autores da Pesquisa como princípio educativo, emergiu os *metatextos* que foram embasados nas concepções teóricas dos Capítulos III e IV e das concepções empíricas do pesquisador que objetivam responder as questões de pesquisa definidas no primeiro capítulo.

2.6 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO

A escrita deste capítulo foi dedicada a apresentação da tipologia da pesquisa, do instrumento de coleta de dados e do método de análise dos dados. As entrevistas realizadas com os autores da área da MM e da Pesquisa como princípio educativo foram gravadas, e posteriormente transcritas e devolvidas aos autores, para que aprovassem a escrita e fizessem as alterações que julgassem necessárias. Após o consentimento dos entrevistados, manifestado por meio da assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice J), iniciou-se a análise dos dados por meio das etapas previstas pelo método da ATD com a finalidade de categorizar as unidades de significado semelhantes e encontrar respostas para as perguntas estabelecidas no primeiro capítulo.

As entrevistas foram realizadas por meio de vídeo-chamadas no *Google Meet* e *Zoom*, em horário combinado com os autores previamente. As entrevistas tiveram a duração de 30 minutos até 4 horas. A duração estabeleceu-se com a disposição do autor para discorrer sobre o tema, não foi realizada nenhuma pergunta fora do *script* descrito neste capítulo.

Vale salientar que sete dos oito autores responderam todas as perguntas descritas no questionário prévio. Quando o autor solicitou encerrar a entrevista por conta de um compromisso pessoal, no mesmo instante interrompeu-se a gravação e depois do agradecimento pela participação encerrou-se a entrevista. Portanto, todas as oito entrevistas foram realizadas de maneira a deixar o autor confortável para participar.

CAPÍTULO III: AS DIVERSAS CONCEPÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO CENÁRIO EDUCACIONAL

O objetivo deste capítulo consiste em apresentar um panorama da evolução do ensino de Matemática na Educação Básica particularmente em relação as práticas de ensino, além disso, destaca-se as concepções de MM em vigência no cenário internacional e as principais concepções dos principais autores do cenário nacional.

3.1 O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

A Matemática em vigência nas escolas da Educação Básica é comumente visto pela maioria do corpo escolar, como uma disciplina na qual, inicialmente, é apresentado a teoria referente ao conteúdo, em seguida o professor exhibe alguns exemplos e, por fim, é entregue uma lista de exercícios para realização da prática. Devido a essa prática, Gomes (2012) afirma que diversos estudantes, por não conseguirem compreender o conteúdo abordado, desenvolvem dificuldades no estudo da Matemática.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), regulamenta que os conteúdos de Matemática abordados em sala de aula na Educação Básica, tais como: aritmética; geometria; e, álgebra, devem ser apresentados de forma intuitiva, visando à obtenção de uma relevante aprendizagem por parte dos estudantes.

Um dos grandes desafios no campo da Educação Matemática na contemporaneidade é buscar novas abordagens para o ensino da Matemática na Educação Básica de modo a atrair a atenção e o interesse dos estudantes pela disciplina. Esse desafio torna-se complexo devido às dificuldades apresentadas por uma grande parte dos estudantes em relação a determinados conteúdos, dificuldades essas que geram falta de interesse em relação à Matemática. Nos estudos de Fiorentini (1995) e Lara (2011) são discutidos modelos pedagógicos, que visam, desde o início do séc. XX, mudanças nos modos de ensinar e aprender Matemática. Conforme Lara (2011), diversas condições históricas possibilitaram e possibilitam, diferentes perspectivas de ver a Matemática e seu ensino.

Por meio de uma análise de inspiração foucaultiana, Lara (2011) evidencia que a subjetivação de sujeitos matemáticos mnemônicos, mecânicos e passivos, vem dando lugar à “[...] visão de um sujeito multicultural do qual se possa extrair o máximo de energias inteligentes [...]” (p.111). Tal visão é possibilitada pela perspectiva

societnocultural adotada pela Etnomatemática. Adicionado a isso a autora ressalta “[...] que a Modelagem, ao aliar teoria e prática, possibilita que o sujeito se torne cada vez mais capaz de dar conta dos problemas que o cercam.” (LARA, 2011, p. 111).

Nesse sentido, segundo Bassanezi (2010), o estímulo para aprender Matemática se desenvolve no estudante com maior facilidade quando o professor busca por contextos e situações que venham do mundo externo. No contexto escolar pode-se considerar a utilização em sala de aula de situações oriundas do cotidiano dos estudantes, desenvolvendo problemas que objetivam ensiná-los e estimulá-los à criatividade. Destaca-se assim, a MM como uma escolha metodológica para esse fim.

Dessa forma, apresenta-se, a seguir, as principais concepções teóricas da MM propostas pelos autores da Modelagem em vigência no cenário educacional internacional e nacional. Inicialmente apresenta-se as concepções internacionais de MM, uma vez que, essas concepções serviram de inspiração para a evolução da Modelagem no cenário nacional. Vale sublinhar que esses autores foram escolhidos a partir de leituras preliminares, na qual elencou-se os principais autores da área mais evidenciados em textos acadêmicos.

3.2 A MODELAGEM MATEMÁTICA NO CENÁRIO INTERNACIONAL

De acordo com Blum (1993), a Modelagem Matemática é oriunda de uma área da matemática denominada de Matemática aplicada, e diversos autores internacionais já apresentaram pesquisas no gênero. Entre eles, podem ser citados:

Blum, Niss and Huntley (1989), elements (1989), Edwards and 4 What is mathematical modelling? Hamson (1989), Huntley and James (1990), Murthy, Page and Rodin (1990), Starfield, Smith and Bleloch (1990). Of course, older books such as Cross and Moscardini (1985) or Giordano and Weir (1985) are still useful, too, as well as the series of proceedings of the International Conferences on the Teaching of Modelling and Application (ICTMA): Berry et al (1984), Berry et al (1986, 1987), Blum et al (1989), Niss, Blum and Huntley (1991), de Lange et al (1993). (BLUM, 1993, p. 4).

Percebe-se, dessa forma, que diversos estudos foram realizados nessa área da Matemática por diversos pesquisadores ao redor do mundo. Em uma busca nas bases de dados por MM, encontra-se diversos pesquisadores do cenário internacional com trabalhos publicados, contudo, nesta tese, considera-se as concepções de autores contemporâneos que apresentam alguns estudos na área e que são referências para as concepções nacionais.

3.2.1 A Concepção de Modelagem Matemática nos trabalhos de Werner Blum

A MM (*Mathematical Modelling*), conforme Blum (1993), inicia-se a partir de uma situação ou problema oriundo do mundo real e fora da Matemática. Para o autor, o problema a ser modelado deve coexistir fora do mundo da matemática, ou seja, deve ser um cenário existente no mundo real.

Blum e Ferri (2009) afirmam que esse tipo de problema desenvolve competências nos estudantes tais como: comunicação; estratégias para resolução de problemas, trabalho em grupos, entre outros. No que diz respeito a problemas, a concepção Blum (1991, p.37. tradução do autor) é:

Por um problema, entendemos uma situação que carrega consigo certas perguntas que desafiam alguém intelectualmente que não está no imediato posse de métodos / procedimentos / algoritmos diretos etc. suficientes para responder as questões.

Adicionado a isso, o autor afirma que existem dois tipos de problemas. O primeiro é relativo à Matemática Aplicada, os quais surgem de problemas reais provenientes do mundo real, e, o segundo, refere-se aos problemas dentro da matemática pura, ou seja, problemas referentes à matemática os quais não tem nenhuma relação com a realidade.

A partir da seleção da situação ou problema, de acordo com Blum (1993), os modeladores devem simplificar o problema e torná-lo mais evidente, buscando compreender todos os fenômenos e situações que o circundam, a fim de gerar um modelo que possa representar a situação inicial. Em relação à concepção de modelo, Blum (1993) afirma que um modelo real não é apenas uma imagem simplificada de uma situação do mundo real, mas verdadeira, de alguma parte de uma realidade objetiva e pré-existente. Além disso, o autor evidencia que, a medida com que avança o processo de construção de um modelo, se cria uma realidade paralela que é dependente das intenções e interesses do solucionador de problemas.

Para Blum (1991), a construção de modelos apresenta três elementos básicos essenciais e complementares os quais são necessários para o desenvolvimento de quaisquer modelos. Para o autor:

Para ser um pouco mais preciso, um modelo matemático pode ser visto como um triplo (S, M, R), consistindo em uma situação problemática real S, alguma coleta M entidades matemáticas e alguma relação R pela qual objetos e relações de S estão relacionados a objetos e relações de M. (BLUM, 1991, p.39, tradução do autor).

Além disso, Blum (1991) apresenta dois tipos de modelos: *normativos*; e, *descritivos*. Os modelos normativos são aqueles que se utilizam da matemática para estabelecer normas ou julgamentos, por exemplo, modelos de itens econômicos, ou bolsa de valores. No que diz respeito aos modelos descritivos, podem ser descritos como aqueles que são oriundos da matemática para explicar algo, tais como, movimentos planetários e decaimento radioativo (BLUM, 1991).

Conforme Blum e Ferri (2009), o processo de modelagem é considerado um ciclo, no qual, se o modelo encontrado ainda não é o ideal para a situação inicial, o pesquisador pode retornar a algumas etapas para solucionar o problema novamente.

Na primeira etapa denominada de *construindo*, de acordo com Blum e Ferri (2009), consiste quando o problema ou situação inicial é definido, nessa etapa é comumente conhecida como a escolha do tema a ser trabalhado. Na etapa seguinte, denominada de *simplificação – estruturação*, acontece a definição das variáveis que consistirão o problema e a forma na qual serão desenvolvidas e abordadas (BLUM, 1993). Na terceira etapa, denominada de *matematização*, corresponde ao momento em que os conhecimentos matemáticos serão elencados, nessa fase, segundo os autores ocorre a busca por conceitos e conteúdos da matemática que poderão ser aplicados ao problema. Na quarta etapa, *trabalhando matematicamente*, ocorre quando os conteúdos da matemática são de fato implementados no problema, e assim, ocorre o momento da aplicação do cálculo, da aritmética, geometria, entre outros (BLUM, 1993).

Após a aplicação matemática ao problema, inicia-se a quinta etapa denominada de *interpretação*, que consiste no processo de interpretar os resultados obtidos na fase anterior, com a situação do cotidiano de onde o problema surgiu, se o problema for contemplado pela solução encontrada então o modelador avança para a próxima fase, sexta, a qual denomina-se de *validação*, e após o modelo validado então deve acontecer a *exposição* ou divulgação desse modelo, a qual configura-se a sétima e última etapa.

Assim como os autores nacionais, Blum (1993) afirma que se em alguma etapa das sete etapas do processo houver inconsistência com o modelo, o modelador pode retomar as etapas anteriores quantas vezes julgar necessário.

A seguir, apresenta-se o conceito de MM na concepção de Gabrieli Kaiser.

3.2.2 A Concepção de Modelagem Matemática nos trabalhos de Gabrieli Kaiser-Messmer

A MM na concepção de Kaiser, Schwarz e Tiedemann (2006) é concebida a partir de situações do mundo real, as quais são transformadas em modelos matemáticos que representem a situação inicial e em seguida são devolvidos ao mundo real em um modelo que representa a solução. Kaiser, Schwarz e Tiedemann (2006, p.4) definem que o processo de modelagem decorre da seguinte forma:

Uma situação do mundo real é o ponto de partida do processo. Em seguida, a situação é idealizada, isto é, simplificada ou estruturada para obter um modelo do mundo real. Em seguida, esse modelo do mundo real é matematizado, ou seja, traduzido para a matemática, de modo a levar a um modelo matemático da situação original.

Vale salientar que, nessa concepção de MM, assim como em diversas apresentadas nesta pesquisa, as fases da modelagem são cíclicas, ou seja, o modelador pode retomar em qualquer uma das fases sempre que necessário. As fases⁷ propostas por Kaiser-Messmer (2007) são: *modelo do mundo real; modelo matemático; considerações matemáticas; resultados matemáticos; situação do mundo real; idealização.*

Kaiser-Messmer (1991) afirma que a modelagem pode ser classificada em quatro perspectivas principais denominadas de: *pragmática; científica; emancipatória, e integrativa.*

Na *perspectiva pragmática*, Kaiser-Messmer (1991) explica que a Modelagem modela o currículo. Dessa forma, os conteúdos matemáticos que não serão úteis para a aplicação, devem ser removidos do currículo a fim de valorizar e enfatizar os conteúdos essenciais. Segundo Kaiser-Messmer (1991, p. 84): “Os tópicos matemáticos ensinados na escola devem ser aqueles que são úteis para sociedade.”. O professor deve cuidar em priorizar os conteúdos matemáticos que já tenha modelos aplicados, pois dessa forma, esses modelos serão essenciais para o desenvolvimento do processo de modelagem pelos estudantes (KAISER-MESSMER, 1991).

⁷ Etapas propostas por Kaiser (2007): *real world model; mathematical model; mathematical considerations; mathematical results; real word situation; idealisation.*

Na *perspectiva científica*, Kaiser-Messmer (1991) afirma que a Modelagem é desenvolvida dentro da própria Matemática buscando relações com outras áreas de conhecimento. De acordo com a autora, o foco é apresentar novos conceitos na área.

A autora compreende, no entanto, que na perspectiva *pragmática* o foco são as situações externas à Matemática, ou seja, situações do cotidiano (KAISER-MESSMER, 1991). Já, na visão *científica* são situações internas da Matemática relacionadas com outras áreas do conhecimento científico (KAISER-MESSMER, 1991).

Na *perspectiva emancipatória*, Kaiser-Messmer (1991) apresenta uma abordagem sócio-crítica no ensino da matemática. Na Educação Matemática, quando o professor prioriza o contexto social dos estudantes e utiliza práticas de modelagem com finalidade do ensino, então caracteriza-se uma visão emancipatória da modelagem.

Na *perspectiva integrativa*, a autora aponta que o professor deve cuidar em apresentar diferentes níveis de aplicações e modelos que possam atender aos diversos níveis dos estudantes. Dessa forma, o mediador atende aos estudantes com todos os níveis de aprendizagem (KAISER-MESSMER, 1991).

De acordo com a autora, as várias perspectivas apresentadas variam de acordo com o professor e de acordo com os contextos nos quais estão sendo inseridos (KAISER-MESSMER, 1991). No entanto, Kaiser-Messmer (1991) apresenta possíveis objetivos que se enquadram na escolha da perspectiva de modelagem a ser utilizada. Os objetivos elencados são: *pedagógicos*; *psicológicos*; *relacionados ao assunto*; e, *relacionados à ciência*.

No que diz respeito aos *objetivos pedagógicos* a ideia que permeia a MM é “[...] transmitir habilidades que possam capacitar os alunos a entender aspectos centrais do nosso mundo de uma maneira melhor” (KAISER-MESSMER; 1991, p.302). Em relação aos *objetivos psicológicos*, - a autora afirma que consiste na “[...] promoção e aprimoramento da motivação e atitude dos alunos em relação à matemática e ao ensino de matemática.” (KAISER-MESSMER, 1991, p. 302). Nos *objetos relacionados ao assunto* a autora explica que se referem a “[...] estruturação dos processos de aprendizagem, introdução de novos conceitos e métodos matemáticos, incluindo sua ilustração.” (KAISER-MESSMER, 1991, p. 303). Nos *objetivos relacionados a ciências* ressalta que consiste em “[...] transmitir uma imagem realista da matemática como ciência, fornecendo informações sobre a sobreposição de considerações matemáticas e

extra matemáticas do desenvolvimento histórico da matemática.”. (KAISER-MESSMER, 1991, p. 303). De acordo com Kaiser-Messmer (1991), o objetivo traçado pelo professor para o processo de modelagem influencia diretamente na perspectiva na qual o processo será direcionado.

É perceptível que os estudos de modelagem internacionais, aqui apresentados, na concepção de Werner Blum e Gabriele Kaiser possuem semelhanças entre si, e serviram de modelo/inspiração para as construções das concepções de modelagem em vigência no Brasil até o momento efetivadas.

3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA NO CENÁRIO NACIONAL

A MM no Brasil é disseminada por diversos pesquisadores que se dedicam ao estudo desse campo de pesquisa baseado em autores renomados na área tais como: Rodney Bassanezi; Maria Salett Biembengut; Dionísio Burak; e, Jonei Barbosa.

Nos trabalhos desses autores, renomados no cenário nacional, é possível perceber a influência das concepções internacionais de MM apresentados anteriormente, que servem como base para a consolidação de seus estudos. A concepção de MM apresentada por Rodney Bassanezi, orientado por Ubiratan D’Ambrosio, serviu de inspiração para a maioria dos pesquisadores que emergiram depois dele.

3.3.1 Modelagem Matemática por *Rodney Carlos Bassanezi*

O professor Rodney Bassanezi realizou o curso de Licenciatura e Bacharelado em Matemática na UNESP de Rio Claro. Em relação a sua formação acadêmica o pesquisador relata

[...] fiz minha graduação em Matemática na licenciatura e bacharelado. Aí fui trabalhar em Brasília em 1965, nos anos do Ai-5, vocês são novos não lembro dessas coisas não, o tempo dos militares mandavam mais do que deviam, e a universidade era um lugar muito visado é sempre um lugar subversivo por definição. Então a polícia baixava sempre na universidade e quebrava o pau, prendia tantos professores. Então esse foi meu início de carreira, Professor da Universidade de Brasília na época na época dos militares, trabalhei em Brasília de 66 até 69 e em 69 a Unicamp estava iniciando, então eu vim para São Paulo e comecei a trabalhar em uma outra universidade que também estava começando que era a Unicamp eu sempre trabalhei em universidades que estavam começando. Então na Unicamp eu trabalhava com Matemática pura e então a gente fazia pesquisa mais na área da Matemática pura especificamente na área de análise. Então na época, fazer doutorado era um negócio quase que impossível mesmo porque não tinha orientador a gente estava na Unicamp tinha seis professores, 3 da estatística, 1 da análise, então

*comecei fazer o mestrado na Unicamp e quando terminei o mestrado para fazer o doutorado o meu orientador faleceu. Então estava complicado fazer essa parte do doutorado. Então a gente viajava para São Paulo para Rio Claro para fazer cursos fora mas não tinha nada efetivo até que o Ubiratan d'Ambrosio foi contratado na Unicamp aí comecei a trabalhar com Ubiratan, aí fiz meu doutorado em superfícies mínimas que é uma mistura de geometria com análise, nada aplicada e nada de educação até aí.*⁸ (RB, ex01, 2022).

Na UNICAMP, o professor Ubiratan D'Ambrosio convida o professor Aristides Camargo de Barreto a realizar uma palestra sobre suas práticas de Modelagem Matemática que desenvolvia em suas aulas de Cálculo Diferencial e Integral na UFRJ. Nesta palestra, conforme Maria Salett Biembengut relata em sua entrevista, o professor Rodney teve o primeiro contato com a Modelagem Matemática.

Na entrevista o pesquisador relata que em seguida o grupo de professores da UNICAMP foram convidados a ministrar um curso de Matemática aplicada em uma cidade no interior de São Paulo, no entanto, o grupo em questão era heterogêneo em relação a níveis de conhecimento de Matemática, pois tinha alunos de todos os semestres da graduação e professores. Dessa forma, o Professor Bassanezi relata que, “[...] foi quando a gente teve a ideia de fazer Modelagem Matemática, ou seja, fizemos visitas algumas indústrias da cidade onde a gente podia ver o que tem de matemática por exemplo na plantação de maçã? o que tem de matemática na indústria de papel? [...]” (RB, ex01, 2022). A partir dessa prática, o autor consolida seus estudos no campo da MM, posteriormente tornando-se a principal referência na área da Modelagem Nacional.

A MM, na perspectiva de Bassanezi (2010), pode ser definida como a arte de adaptar situações da realidade dos estudantes e moldá-las às aulas de Matemática. Bassanezi (2010, p. 16) afirma que “[...] a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.”. Dessa forma, o autor salienta que a MM consiste no processo de trazer as situações do cotidiano, transformá-las em problemas matemáticos e utilizar os resultados para a validação de modelos matemáticos.

⁸ Optou-se por transcrever as respostas dadas pelos pesquisadores, durante a entrevista, entre aspas e itálicos para diferenciar das citações teóricas.

A MM de uma situação-problema, segundo Bassanezi (2010), deve seguir uma sequência de fases com o intuito de construir e/ou adaptar um modelo matemático. Conforme o autor, a fase inicial da Modelagem consiste na escolha de um problema não matemático. Após o reconhecimento do problema, inicia-se a experimentação. Em seguida, realiza-se a abstração do problema, transformando-o em um modelo matemático para o qual se busca a resolução. Ao encontrar a solução, começa-se a validação do resultado encontrado. Caso esse resultado seja válido, então, ocorre sua aplicação. Caso não seja válido, o ciclo deve ser reiniciado a fim de encontrar uma nova solução para o problema.

As etapas da MM são definidas por Bassanezi (2010), da seguinte forma: experimentação; abstração; resolução; validação e modificação. Conforme Bassanezi (2010), a Modelagem inicia-se com a busca de um problema de natureza não matemático, esse problema é oriundo do contexto da sala de aula, ou, proposto pelo professor, para então, seguir pelas fases da Modelagem.

A MM consiste em buscar um problema do cotidiano e desenvolvê-lo com a finalidade de ensinar um conteúdo da Matemática. No entanto, conforme o autor, não necessariamente esse problema precisa ser de caráter matemático. O professor pode encontrar uma situação do cotidiano de qualquer natureza e trazer para o ambiente escolar para ser trabalhado com os estudantes. Essa situação apresentada pelo professor irá seguir as mesmas etapas que um problema matemático, iniciando com a experimentação (BASSANEZI, 2010).

I – Experimentação

A experimentação é a etapa inicial da Modelagem, na qual ocorre a obtenção dos dados. Nessa fase, apresenta-se a seleção do objetivo da pesquisa e a seleção das variáveis envolvidas no processo. Para Bassanezi (2010, p. 27):

Os métodos experimentais, quase sempre são ditados pela própria natureza do experimento e objetivo da pesquisa. Entretanto, a contribuição de um matemático nesta fase, muitas vezes, pode ser fundamental e direcionar a pesquisa no sentido de facilitar, posteriormente, o cálculo dos parâmetros envolvidos nos modelos matemáticos.

A obtenção dos dados, assim como a escolha do objetivo da pesquisa, deve ser pensada cautelosamente, já que o objetivo é responsável pelo direcionamento de toda a pesquisa (BASSANEZI, 2010).

II – Abstração

Conforme Bassanezi (2010), a abstração é o processo que leva ao levantamento dos modelos matemáticos que possam satisfazer a proposta de pesquisa. Essa etapa está fragmentada em quatro subetapas, sendo elas: Seleção das variáveis; Problematização, Formulação de Hipóteses e Simplificação.- Seleção de Variáveis: É de fundamental importância que a natureza das variáveis esteja bem definida, de forma que exista uma distinção entre as variáveis de estado e as variáveis de controle que agem no sistema (BASSANEZI, 2010).- Problematização: A problematização ou a questão de pesquisa constitui-se de uma pergunta científica que explicita a relação entre as variáveis e os fatos envolvidos no processo, conforme afirma Bassanezi (2010). A questão de pesquisa deve ser formulada de forma clara, objetiva e compreensível para todos os envolvidos.

- Formulação de Hipótese: As hipóteses permitem ao investigador sugerir fatos que serão testados no decorrer da pesquisa, a fim de comprovar se o objetivo foi atingido:

De uma maneira geral as hipóteses se referem à frequência da inter-relação entre as variáveis, observada experimentalmente (hipóteses observacionais), mas podem também ser enunciadas de forma universal quando se procura generalizar os resultados investigados. (BASSANEZI, 2010, p. 28).

A formulação da hipótese pode ser alterada conforme a pesquisa e vai se delimitando. As hipóteses iniciais podem ser válidas ou não, dependendo do pesquisador projetá-las conforme o delineamento da pesquisa (BASSANEZI, 2010).

- Simplificação: O processo de simplificação, segundo Bassanezi (2010), consiste em descartar algumas ideias, objetivos e hipóteses que foram cogitadas inicialmente, mas que nessa fase da pesquisa percebe-se que não são de real relevância. Esse processo é necessário para não ampliar uma complexidade maior do que a inicial.

III – Resolução

A resolução de um modelo proposto ocorre quando se substitui a linguagem materna, ou seja, a linguagem das hipóteses, por uma linguagem matemática, que satisfaça o problema. Conforme Bassanezi (2010), a resolução do modelo na linguagem matemática é uma atividade própria do matemático, de modo que pode ser considerada desmembrada da realidade na qual está sendo modelada.

IV – Validação

A validação é a etapa na qual ocorre a verificação do modelo proposto. Esse processo decorre de uma junção do modelo com as hipóteses levantadas. Para tanto, são realizados testes procurando verificar se os resultados obtidos satisfazem as hipóteses iniciais da pesquisa ou não (BASSANEZI, 2010).

Segundo Bassanezi (2010), a interpretação dos dados pode ser feita com o uso de gráficos para avaliar o desempenho do modelo ou sugerir o aperfeiçoamento do modelo.

V – Modificação

Caso o modelo matemático apresentado na fase anterior não seja validado, ou seja, os resultados obtidos não satisfaçam o problema, então, é necessário identificar os fatores ligados ao problema que causaram a rejeição (BASSANEZI, 2010). A rejeição pode ser causada por um ou diversos fatores que passaram despercebidos durante o processo da abstração. Para Bassanezi (2010), esses fatores podem ser: a utilização de uma hipótese que pode ser falsa; alguns dados ou informações obtidas de maneira incorreta; a hipótese e os dados podem ser verdadeiros, porém, não condizentes com a realidade; outras variáveis não observadas previamente; ou, o erro no desenvolvimento no cálculo matemático.

Conforme Bassanezi (2010), o aprofundamento nas teorias utilizadas permite reformular o modelo proposto, já que nenhum modelo deve ser considerado ideal, mas sim passível de modificações. De acordo com o autor, ao validar um modelo, pode haver discrepâncias por diversos fatores e o processo de resolução de problemas pode exigir “rodar o *loop*” várias vezes. Se o resultado satisfatório do modelo foi encontrado, o solucionador de problemas pode usá-lo como base para as previsões, decisões ou ações.

A modelagem permite ao pesquisador tomar decisões, explicar e entender fenômenos do mundo real. Contudo, de acordo com Bassanezi (2010), as exigências das outras áreas em busca de teorias e equações matemáticas que modelem seus problemas desenvolveram-se na própria Matemática, no ramo da Matemática Aplicada.

Para Bassanezi (2010), a Matemática Aplicada pode ser considerada como

[...] a arte de aplicar a matemática a situações problemáticas, usando como processo comum a modelagem matemática. É esse elo com as ciências que distingue o matemático aplicado do matemático puro. A diferença consiste, essencialmente, na atitude de pensar e fazer matemática. (p. 32).

A MM idealizada por Bassanezi (2010) pode ser considerada sob duas vertentes: um método científico; ou, uma estratégia de ensino e de aprendizagem. A segunda vertente pode ser considerada uma proposta metodológica para qualquer área de ensino, pois “[...]proporciona a oportunidade de trabalhar com os conteúdos numa abordagem que utiliza situações do cotidiano dos estudantes, além de retomar essas situações na sala de aula com a finalidade de ensinar”. (p.32).

Uma outra abordagem da MM foi proposta por Dionísio Burak, seguindo os princípios da Modelagem proposta por seu orientador Rodney Bassanezi.

3.3.2 Modelagem Matemática por *Dionísio Burak*

O professor Dionísio Burak é licenciado em Matemática pela Faculdade Estadual de Filosofia Ciências e Letras de Guarapuava atualmente denominada de Unicentro em 1975. Na sua trajetória acadêmica,

[...] fiz em 1975 especialização na Unicamp, depois, fiz Mestrado em Rio Claro em 1984, fiz o doutorado na Universidade Estadual de Campinas também na área da Educação. Agora, em Rio Claro foi mestrado em Ensino da Matemática e depois fiz o meu Pós-doutorado sob orientação da Professora Doutora Rosália Maria de Aragão que já faleceu, mas fiz na Universidade Federal do Pará. (DB, ex01, 2022).

No curso de mestrado Dionísio Burak destaca que “[...] eu comecei a trabalhar com a Modelagem Matemática numa concepção da Matemática mais aplicada. Era a visão da Modelagem na concepção da Matemática Aplicada que tínhamos no momento, o meu orientador o professor Rodney Carlos Bassanezi era da Matemática Aplicada.” (DB, ex01, 2022). No doutorado realizado na UNICAMP sob orientação da Professora Maria Regina de Brito a tese intitulada: *Modelagem Matemática: Ações e Interações no processo de ensino-aprendizagem*, o autor agradece e enaltece a forte influência do Professor Rodney Bassanezi na realização da sua pesquisa. Burak afirma que nos anos seguintes a defesa da tese, foi conhecendo os conceitos da Educação Matemática e desta forma foi resignificando o seu conceito de Modelagem na concepção da Matemática aplicada para a Modelagem na concepção da Educação Matemática.

Burak (1992) considera que a MM tem sido praticada pelo homem desde a idade da pré-história, na busca incessante do ser humano para compreender e conhecer o ambiente onde vive. Nessa busca pela compreensão desse ambiente, de acordo com o autor, o homem começou a criar e desenvolver ciência, entre elas as que mais se

destacaram foi a Astronomia e a Matemática, mesma ideia apresentada por Childe (1981), Biembengut (2014); Eves (2011).

No anseio por compreender o universo, conforme Burak (1992), o homem acabou desenvolvendo uma das principais ferramentas que proporcionou o avanço na ciência, o Cálculo Diferencial e Integral, proposto por Leibneiz (1646 – 1716) e Newton (1642 – 1727). Com o avanço da ciência, o autor destaca que a humanidade foi capaz de amenizar os efeitos dos fenômenos da natureza e de usar estes fenômenos a seu favor.

Burak (1992) afirma que, desde o século XIX, as principais aplicações da Matemática estiveram representadas nas áreas da Física e Engenharia, geralmente apresentando soluções de problemas dessas áreas. No entanto, nas últimas três décadas, a expressão MM tem ganhado notoriedade na Matemática Aplicada.

Dessa forma, o autor reconhece outras referências que estudam a Modelagem no Brasil e no exterior, entre eles Rodney Bassanezi; Maria Salett Biembengut; Segun Isaac Oke; Henry Pollak, e apresenta a sua concepção de MM. Na concepção de Burak (1992, p.62): “A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões.”.

Conforme Burak (1992), no processo de Modelagem busca-se compreender a realidade matematicamente, para isso, tudo se inicia a partir de uma situação-problema oriundo da realidade onde as pessoas estão inseridas, e, então, esses sujeitos investigam uma possível solução para esse problema, e essa perscruta pela solução é direcionada pela Modelagem.

Exemplificando, o autor afirma que, para um engenheiro, a resposta que procura é se a ponte a qual está desenvolvendo vai suportar a carga imposta sobre ela enquanto estiver em funcionamento, já um chefe de hospital por sua vez, se preocupa em reduzir o tempo de espera de pacientes da fila na espera por atendimento. Para esses exemplos, o problema inicial necessita de uma solução a qual é necessário a construção de um modelo que seja possível resolver o problema, afirma Burak (1992).

De acordo com Burak (2010), para que o estudante possa envolver-se com as propostas de Modelagem, deve haver uma motivação pessoal, na qual o sujeito sinta-se atraído para realizar as atividades propostas. Dessa forma, o estudante sente-se parte do

processo de aprendizagem, produzindo assim, conforme Burak (2010), uma aprendizagem significativa no estudante. No contexto no qual o sujeito é parte do processo de aprendizagem, o autor ressalta que “[...] essa visão possibilita ao estudante tornar-se um buscador mais do que seguidor, aquele em permanente busca do conhecimento, de novos campos, novas visões, que interroga, discute, reflete e, forma suas convicções.” (BURAK, 2010, p.19).

Adicionado a isso, Burak (2010) ainda ressalta que, a MM pode ser desenvolvida e aplicada em diversos níveis de ensino, desde a Educação Básica até o Ensino Superior, e é composta por cinco fases complementares e que podem sofrer alterações de acordo com o nível de ensino e curso no qual está sendo aplicado. As fases denominadas pelo autor são: *escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento do(s) problema(s); resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema; análise crítica da(s) solução(ões)*.

I - Escolha do tema

A escolha do tema, de acordo com Burak (2010), é uma etapa na qual o professor deve ser cauteloso nas atividades de MM. Os temas propostos devem, preferencialmente, ser sugeridos pelos estudantes, isso devido ao fator motivacional, no qual, a partir de um tema de relevância para os participantes, o desempenho e a participação ocorrem de forma espontânea. De acordo com o autor, a escolha do tema pode referir-se a brincadeiras, esportes, e outros assuntos que os interessa, então, o professor deve assumir papel de mediador com a finalidade de obter um consenso na escolha do tema (BURAK, 2010).

De acordo com Burak (2010), durante esta etapa, os participantes podem sugerir mais de um tema, então o professor, pode negociar com os estudantes para trabalharem com um tema, ou então, se o mediador tiver experiências na modelagem pode trabalhar com mais de um tema por turma. No entanto, o autor ressalta que, nessa etapa um assunto selecionado pode não ter muita relação com a Matemática, assim sendo, Burak (2010) ressalta que nessa situação, o professor deve retirar-se do papel de professor da disciplina e participar da intervenção com um mediador oportunizado o protagonismo por parte do estudante:

O lado “seguidor” que se desenvolve no estudante, subtrai-lhe a possibilidade de desenvolver sua autonomia, a iniciativa, liberdade de conjecturar e, com isso inibe o desenvolvimento de muitas competências necessárias a formação

de um cidadão, tudo em nome de uma visão de currículo completamente superada, no entanto em termos teóricos apenas”. (BURAK, 2010, p.19).

Na concepção de Burak (2010), no processo de MM o participante deixa a posição de *seguidor*, o qual está sempre aprendendo com o que o professor explica, e passa ser um *buscador*, o qual está sempre em busca de respostas para os seus questionamentos. Nessa mesma perspectiva, o mediador conduz o estudante na busca pelo conhecimento.

II - Pesquisa exploratória

Após a escolha do tema a ser investigado, de acordo com Burak (2010), se inicia a segunda etapa, denominada de *pesquisa exploratória*, na qual os estudantes buscam em literaturas existentes tais como livros, revistas, dicionários e meios digitais, fontes na qual apresente informações relevantes e confiáveis sobre o tema investigado. Conforme o Burak (2010, p.21), nessa etapa os participantes buscam:

Conhecer mais sobre o tema, buscar informações no local onde se localiza o interesse do grupo de pessoas envolvidas, além de se constituir em uma das premissas para o trabalho nessa visão de Modelagem é uma etapa importante na formação de um estudante mais crítico.

Segundo Burak (2010), o professor, nessa etapa, com a função de mediador nos processos de ensino e de aprendizagem, deve direcionar os estudantes para uma busca confiável de literaturas a qual sejam relevantes para subsidiar o trabalho dos estudantes. Entre alguns exemplos de possíveis mediação do professor, o autor cita:

Um simples passeio, organizado para uma tarde na praça próximo da escola, pode se constituir mais do que um simples passeio, pode ensejar o estudo de temas diversos tais como: a urbanização da praça, os tipos de vegetação predominantes, as características predominantes, a frequência de pessoas, quais as características dos seus frequentadores, quais os principais benefícios e malefícios trazidos pela localização, enfim muitos aspectos podem ser objeto de ricas e sugestivas discussões. (BURAK, 2010, p.21).

Conforme afirma o autor, nessa etapa, o mediador busca literaturas e situações na qual propiciem aos estudantes um ambiente de pesquisa, no qual o participante é responsável pela busca do seu conhecimento (*buscador*), o que não ocorre comumente em sala de aula (BURAK, 2010).

III - Levantamento do problema

Burak (2010) afirma que, nessa etapa da MM, ocorre o processo no qual os estudantes começam a definir o problema que irão resolver, consequência direta da pesquisa exploratória em que será possível restringir o tema a um possível problema de investigação. Além disso, Burak (2010) ressalta que por mais que a autonomia do estudante na modelagem seja impregnada no processo, nesse momento o mediador deve-se fazer presente, uma vez que nessa etapa começa os procedimentos que envolvem relações diretas com a Matemática. Assim, o mediador pode auxiliar os estudantes em um possível direcionamento evitando que a caminhada por veredas errôneas os desestimule (BURAK, 2010).

Como exemplificação dessa situação, Burak (2010, p. 21) apresenta um caso de levantamento de um problema hipotético que parte

[...] da seguinte situação: qual o consumo anual de papel pela escola? Essa questão enseja a busca de dados sobre as atividades desenvolvidas pela escola que implicam no consumo de papel: o tipo de atividades, uma estimativa da quantidade, por sala, por série, por aluno, os tipos de papel, o consumo de papel das atividades administrativas da escola.

Nessa etapa, os participantes desenvolvem a capacidade de articular os dados coletados e relacioná-los com o problema, produzindo, dessa forma, possíveis hipóteses iniciais que seriam supostas respostas ao problema que serão testadas posteriormente. De acordo com Burak (2010), nessa situação o erro configura-se na busca pela verdade, uma vez que, é mais aceitável um erro consciente do que uma resposta correta como palpite. Ademais: “O levantamento de problemas é ainda, uma ação cognitiva por excelência, porque é resultado de um encadeamento que promove a intuição e lógica.” (BURAK, 2010, p.22).

IV - Resolução do (s) problema (s) e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema

Na etapa de resolução do problema, de acordo com Burak (2010), os conteúdos de Matemática do livro didático ganham importância e significado. Conforme o autor, nesse momento deve-se fazer o uso de todo “ferramental disponível”, ou seja, os estudantes devem utilizar de todas as ferramentas e materiais elencados nas etapas anteriores para resolver o problema (BURAK, 2010, p.22).

No momento da resolução do problema, Burak (2010) destaca que pode acontecer do conteúdo curricular necessário para a solução ainda não tenha sido trabalhado. Então,

o autor sugere que o mediador favoreça aos participantes a possibilidade da construção do seu próprio conhecimento, e ressalta que, o professor “[...] pode-se valer das situações empíricas para os primeiros resultados e, as primeiras aproximações e mais tarde, ou mesmo, já na sequência, desenvolver o conteúdo de forma analítica, com algum alguma formalização matemática.” (BURAK, 2010, p.23).

Além disso, na resolução do problema tem o aspecto significativo para o estudante, uma vez que ele pode apresentar uma resolução diferenciada do que consta geralmente no livro didático. Dessa forma, a resolução do problema na perspectiva da modelagem, segue os seguintes princípios:

- 1) os problemas são elaborados a partir dos dados coletados em campo; 2) prioriza a ação do estudante na elaboração; 3) parte sempre de uma situação contextualizada; 4) favorece a criatividade; 5) confere maior significado ao conteúdo matemático usado na resolução; 6) favorece a tomada de decisão. (BURAK, 2010, p.23).

Assim como Bassanezi (2010) e Biembengut (2016) propõem a construção de um modelo, Burak (2010) propõe a construção de um modelo matemático que represente uma possível solução para o problema logo após a etapa da resolução de problema. A construção de modelos na modalidade da Educação Básica não é muito relevante, afirma Burak (2010). Isso acontece devido a maioria dos conteúdos de matemática já possuírem um modelo pronto nos livros didáticos, tais como funções, equações, formas geométricas e espaciais. Assim, o autor afirma que a construção de modelos é relevante “[...] para expressar uma situação que enseja novos elementos ou alguma situação para a qual não se tem, ou não se conhece um modelo, então nesse caso, os modelos são construídos.” (BURAK, 2010, p.23).

Nesse sentido, é evidente que na concepção do autor, a construção de um modelo não é essencial em todas as situações de modelagem, sendo viável a utilização de modelos prontos já disponíveis nos livros didáticos. No entanto, Burak (2010) ressalta que, quando se faz necessário a construção de um modelo, isso torna-se significativo para a aprendizagem dos estudantes, uma vez que é possível que os participantes possam levantar hipóteses, desenvolver autonomia, capacidade de buscar novas estratégias, e experimentar novas conjecturas.

O autor ainda ressalta que, a construção de um modelo não é apenas de caráter matemático. Conforme Burak (2010, p.23), “[...] a matemática é uma poderosa ferramenta

para leitura do mundo.”, mas que deve contar com outras áreas de conhecimento para dar significado aos resultados encontrados, visto que, os resultados matemáticos encontrados sem outras áreas de conhecimento não trazem nenhum sentido ao mundo.

Desse modo, compreende-se que para Burak (2010), a construção de modelos é uma possível etapa posterior da resolução de problemas, porém, não essencial. Após a possível resolução de um problema, apresenta-se a análise crítica da solução.

V - Análise crítica da(s) solução (ões)

A etapa da análise da solução, é considerada por Burak (2010) como um momento especial, pois trata-se da etapa em que os resultados encontrados nas etapas anteriores são discutidos e testados verificando a validade dos resultados validando ou reformulando a hipótese.

Além disso, é o momento de fazer justificativas e a troca de ideias entre os grupos envolvidos, possibilitando a troca de informações e proporcionando a reflexão e validação do modelo. De acordo com Burak (2010, p.24), na análise crítica é possível fazer “[...]o aprofundamento de aspectos matemáticos como dos aspectos não matemáticos”. Os aspectos matemáticos correspondem às lógicas e simbologias utilizadas na produção resultante do modelo, em relação aos aspectos não matemáticos corresponde ao contexto, valores e atitudes impregnados no contexto do modelo.

Assim como na concepção de Modelagem apresentada por Bassanezi (2010) em que as etapas são cíclicas sendo que os estudantes e o professor podem retornar a elas sempre que necessário, a concepção de Burak (2010) não é diferente. O autor ressalta que as fases da MM são sequenciais e complementares, assim como define Bassanezi (2010), na quais os sujeitos podem retroceder nas etapas sempre que julgarem necessário. A seguir, apresenta-se uma nova abordagem para a MM, proposta por Maria Salett Biembengut, denominada Modelagem na Educação, concepção essa também orientada por Bassanezi.

3.3.3 Modelagem na Educação por *Maria Salett Biembengut*

Maria Salett Biembengut é Licenciada em Matemática pela Faculdade Confessional de Mogi - Guaçu em 1980. Em seguida a autora relata que iniciou seu curso de Mestrado na UNICAMP assistindo as aulas de Matemática aplicada dos professores

Rodney Bassanezi, Ubiratan D’Ambrosio, entre outros. A autora relata a sua trajetória na UNICAMP e seu ingresso na Modelagem,

[...] eu fui aluna do Rodney; do Ubiratan; de muitas pessoas excelentes ali na Unicamp devo a eles muito disso, Com o Ubiratan eu fiz três disciplinas então aprendi bastante história da ciência com o Ubiratan, enfim, foi bom mas um dia eu falei para o Rodney: - olha teu curso é excelente, só que nenhuma das disciplinas desse curso que vocês criaram é para professor da educação básica, mostra que vocês não tem noção do que é uma educação básica[...]. Quando eu fui assistir a primeira aula do Rodney, ele termina a aula e eu saio literalmente correndo atrás dele, e ele falou para mim, “- ah, faz casinhas com seus alunos” - por que ele falou faz casinhas com seus alunos? porque o Dionísio Burak era orientado do Rodney na UNESP de Rio Claro, e o Dionísio trabalhava numa espécie de curso de formação para professores de Matemática, então o Dionísio nesse momento estava fazendo maquete com os professores, então ele me dá essa ideia de fazer casinha com meus alunos.[...].(MB, ex01 , 2022).

A ideia proposta por Rodney Bassanezi, seu orientador do mestrado, foi o ponto de partida da autora nos caminhos da Modelagem, sendo convidada a re replicar este curso em formações de professores em diversas cidades, estados e até países. A autora ressalta que esta concepção da Modelagem na concepção da Matemática aplicada possui deficiências quando aplicado como estudantes da Educação Básica. Desta forma, Maria Salett Biembengut por meio de suas experiências e pesquisa propõe a sua concepção de Modelagem com o foco na Educação em Matemática e Ciências.

De acordo com Biembengut (2016), a MM pode se apresentar sob dois enfoques: *Método de Pesquisa*; e, *Método de Ensino*. Para a autora, a MM é uma área de pesquisa voltada à elaboração ou criação de um modelo matemático. No que se refere ao enfoque *Método de Ensino*, Biembengut (2016) afirma que a Modelagem pode ser aplicada em qualquer disciplina, e em qualquer etapa da escolaridade. Esse método é denominado pela autora como Modelação.

A Modelação – Modelagem na Educação – é um método em que se utiliza a essência do processo da Modelagem no ensino e na aprendizagem da Educação formal. Orienta-se pelo ensino do conteúdo do programa curricular da disciplina (e não curricular) a partir de um tema/assunto e, paralelamente, pela orientação dos estudantes à pesquisa sobre algo que lhes possa interessar. (BIEMBENGUT, 2016, p. 176-177).

De acordo com Biembengut (2016), na disciplina de Matemática, a Modelagem pode ser utilizada de forma a dar um sentido ao conhecimento matemático, que no ambiente escolar é representado por algoritmos, e que não é muito bem recebido por parte dos estudantes. Dessa forma, a Modelagem é vinculada não apenas ao processo de buscar

situações do cotidiano na Matemática, mas, também, com as mais distintas situações da vivência do ser humano. Para Biembengut (2014, p. 21):

Modelagem é o processo envolvido na elaboração de modelo de qualquer área do conhecimento. Trata-se de um processo de pesquisa. A essência deste processo emerge da mente de uma pessoa quando alguma dúvida genuína ou circunstância instigam-na a encontrar uma melhor forma de alcançar uma solução, descobrir um meio de compreender, solucionar, alterar, ou ainda, criar ou aprimorar algo. E em especial, quando a pessoa tem uma percepção que instiga a sua inspiração.

Biembengut (2014, 2016) apresenta o processo de Modelagem dividido em três fases: Percepção/Apreensão; Compreensão/Explicitação; e Significação /Expressão.

I - Percepção e Apreensão

Sobre a primeira fase do processo de modelagem, Biembengut (2014) afirma que essa etapa é a responsável pelas ideias, informações e dados e, em seguida, esses dados devem ser estudados a fim de aprender e selecionar o que está sendo proposto: “[...] na medida em que percebemos, nos familiarizamos com os dados, a situação torna-se mais clara e apreendemos.” (p. 24).

Conforme a autora ressalta, essa fase do processo de modelação é importante, pois é o momento no qual se deve selecionar os autores ou fontes que serão estudadas. Além disso, segundo Biembengut (2016), é necessário especificar a situação problema, o fenômeno ou o assunto a tratar.

De acordo com Biembengut (2014, p.24), “[...]essa fase inclui ações como: o reconhecimento da situação-problema; a familiarização com o assunto a ser modelado”. Na primeira etapa, a autora destaca que o modo como se compreende o assunto abordado, depende da forma de como percebe-se o contexto, por isso evidencia-se a etapa inicial híbrida de percepção e apreensão.

Essa fase de escolha do tema, busca por autores e fontes é análoga a etapa denominada por Bassanezi (2010) como *experimentação*.

II - Compreensão e Explicitação

Conforme Biembengut (2016), essa etapa é dividida em formulação e resolução do modelo proposto e está “baseada em uma compreensão criteriosa da situação-problema ou fenômeno, buscando propor um sistema conceitual, a fim de explicitar os dados” (BIEMBENGUT, 2014, p. 24). A compreensão do tema se aprimora de acordo

com a busca pelas informações relevantes, gerando símbolos ou fragmentos de dados a qual permita a comunicação e entendimento entre os envolvidos no processo. Esse procedimento consiste em classificar informações relevantes, formular hipóteses, identificar variáveis envolvidas e descrever a relação com a Matemática ou com modelos matemáticos (BIEMBENGUT, 2016).

O objetivo principal dessa fase do processo de modelagem é chegarmos a uma explicitação, um modelo que nos leve à solução ou nos permita a dedução de solução. Este modelo pode conter um conjunto de expressões aritméticas e/ou algébricas, representações gráficas ou geométricas, aplicações computacionais. Uma vez modelada, resolvemos a situação-problema a partir do modelo e realizamos a aplicação. (BIEMBENGUT, 2014, p. 24).

De acordo com Biembengut (2016) a formulação do modelo deve referir-se a uma simplificação da realidade. No entanto, a realidade a qual a autora se refere trata-se de uma realidade artificial, a qual, busca apresentar um contexto que se torna compreensível para os envolvidos, e então gerar uma produção ou teoria a partir do modelo realizado.

A autora ainda enfatiza que essa fase inclui ações como a “formulação do problema, a formulação do modelo (matemático ou não) e a resolução do problema a partir do modelo” (p.24), que na modelagem proposta por Bassanezi (2010) assemelha-se à etapa de *abstração e resolução*.

III - Significação e Expressão

Após o processo relacionado com as fases anteriores da modelação, é necessário fazer a interpretação e validação desses resultados verificando o quanto são relevantes para a pesquisa (BIEMBENGUT, 2016). Portanto, “[...] se o modelo atender às necessidades que o geraram, procuramos descrever, deduzir ou verificar outros fenômenos ou deduções – mostrar sua *significação*.” (BIEMBENGUT, 2014, p. 25).

Caso o modelo proposto não atenda a essas necessidades, deve-se retornar às etapas anteriores, modificando e/ou alterando hipóteses e variáveis. Assim, “[...] ao finalizar o processo de modelar, é relevante *expressarmos* todo o processo a fim de que possa valer a outra pessoa que tenha interesse no assunto ou a nós mesmos.” (BIEMBENGUT, 2014, p. 25).

Para Biembengut (2014), essa fase inclui ações como a interpretação da solução, a validação do modelo – avaliação – e a expressão dos resultados – modelo. A autora ressalta que a obtenção de um modelo se configura em uma simplificação da realidade,

uma vez que, para a construção desse modelo foram omitidas algumas variáveis elementares. Conseqüentemente para Bassanezi (2010), a *validação* e *modificação* são parte do “[...] processo de aceitação ou não do modelo proposto [...]” (BASSANEZI, 2010, p. 30).

No processo de modelagem, os estudantes são desafiados a produzir um modelo que represente uma possível solução para o tema que estão estudando. Biembengut (2016) afirma que a construção do modelo se torna relevante para que os estudantes possam encontrar um conjunto de equações ou fórmulas que representem uma possível solução. Para a autora:

Um modelo precisa ser semelhante à realidade sob os aspectos que interessam à pesquisa em curso e, assim, atender às necessidades que o geraram. E ainda permitir efetuar modificações da situação-problema estudada ou desenvolver uma teoria que possa ser confirmada ou refutada por meio de testes empíricos [...]. (BIEMBENGUT, 2016, p.109).

Dessa forma, a autora apresenta duas concepções de modelagem provenientes da construção de modelos, a qual denomina-se de Modelagem Física e Modelagem Simbólica. A Modelagem Física consiste no procedimento prático na qual os estudantes apresentam um resultado, equação, figura geométrica, ou descrição de um modelo oriundo da representação de um conjunto de dados de forma física (BIEMBENGUT, 2016).

Para Biembengut (2016), essa modelagem percorre as mesmas três fases principais da Modelagem. Contudo, ao escolher a Modelagem Física o modelador tem objetivos específicos para apresentar o modelo. Os modelos resultantes da Modelagem Física podem ser de escala ou de analogia (BIEMBENGUT, 2016).

Os modelos de escala podem ser compreendidos como “desenhos, réplicas, protótipos. Os desenhos bi e tridimensionais, as réplicas e os protótipos de objetos ou entes físicos.” (BIEMBENGUT, 2016, p.114). Alguns exemplos de modelos de escalas podem ser: mapas geográficos; plantas baixas, molde de uma roupa, embalagem de um produto, obra de arte, funcionamento de uma máquina, entre outros.

Os modelos de analogia são compreendidos como possíveis equações ou gráficos matemáticos que possam representar um modelo matemático da situação, a qual a autora apresenta como “representações gráfica e algébricas”. (BIEMBENGUT, 2016, p.114). Alguns exemplos de modelos de analogia são: desenho, representação gráfica bi e

tridimensional, curvas de nível, diagramas, equações, funções de uma ou com n variáveis, leis geométricas, uma matriz, entre outros. (BIEMBENGUT, 2016).

A Modelagem Física de acordo com Biembengut (2016) parte de uma observação da realidade, e a partir da compreensão do fenômeno, tais como representar, significar e interpretar facilita a compreensão de outras pessoas que desejam conhecer o processo. Outra forma de modelar, a autora denomina de modelagem simbólica.

De acordo com Biembengut (2016, p.115), a Modelagem Simbólica é caracterizada como um “processo envolvido na compreensão e na análise de um conjunto de dados de um ente físico (produto ou processo), da natureza ou de um ambiente social”. Nesse tipo de modelagem, o modelador parte de um objeto ou produto que deseja aprimorar ou compreender melhor o fenômeno, de forma que torna o processo mais amplo, sem ignorar as pessoas ou a estrutura da natureza (BIEMBENGUT, 2016).

Os modelos provenientes da Modelagem Simbólica subdividem-se em modelos teóricos ou filosóficos. Conforme a autora, os modelos teóricos e filosóficos se complementam, de forma que, “os modelos filosóficos propulsionaram os modelos teóricos e os modelos teóricos derivam-se de modelos filosóficos.” (Biembengut, 2016, p.116). A autora, ainda ressalta que o modelador que utiliza esse tipo de modelagem, perpassa pelas três fases assim como nas outras. Entretanto, na terceira fase ainda necessita:

- Criar ou recriar um produto, processo, entes de toda natureza; e/ou
- Chegar a um modelo que lhe permita melhor compreender, efetuar deduções e propor alterações, aprimorar o modelo ou a teoria existente, e/ou
- Propor uma doutrina, uma teoria. (Biembengut, 2016, p.117).

Alguns exemplos de Modelos Simbólicos que a autora apresenta são: o modelo geocêntrico de Aristóteles (384-322 AC); o modelo heliocêntrico de Nicolau Copérnico (1473-1547); e, mais contemporâneo, nos anos 2000, a teoria do *Big Bang*. A autora ainda ressalta que o modelador quando desenvolve a Modelagem Simbólica seja filosófica ou teórica para validação necessita da análise de especialista da área.

Vale salientar que essas três fases do processo de modelagem propostas por Biembengut (2014, 2016), assim como a proposta apresentada por Bassanezi (2010) e Burak (1992), não são isoladas, ou seja, pode-se retornar para qualquer uma das fases anteriores caso haja necessidade. A seguir, apresenta-se a concepção de MM proposta por Barbosa (2001), orientado pelo professor Marcelo de Carvalho Borba.

3.3.4 Modelagem Matemática na Concepção de *Jonei Barbosa*

O professor Jonei Cerqueira Barbosa é licenciado em Matemática e realizou o doutorado na área da Educação Matemática. Na entrevista o autor declara que sua área de pesquisa, “[...] *é na formação de professores, particularmente papel e materiais curriculares na formação e desenvolvimento dos professores, e o que se chama de Matemática para o ensino que é aquela Matemática específica para o Professor de Matemática[...]*”. (JB, ex01, 2022).

Jonei Barbosa desenvolveu sua concepção e diversas pesquisas no campo da Modelagem Matemática em sua carreira, no entanto, o autor ressalta que atualmente tem se dedicado ao campo de estudo da formação de professores, afastando-se por um tempo das pesquisas na área de Modelagem Matemática.

A Modelagem até o momento é apresentada pelos autores anteriores como um método de ensino eficaz para o ensino da Matemática desde a Educação Básica até o Ensino Superior. No entanto, Jonei Barbosa apresenta sua concepção de Modelagem com algumas críticas aos modelos já propostos até então. De acordo com Barbosa (2001) a MM, no Brasil, é apresentada na forma de trabalho de projeto, no qual o professor divide os estudantes em grupos, em seguida elegem um tema de comum acordo, e em seguida investigam esse tema com viés na Matemática, sendo todo esse processo acompanhado pelo professor.

Barbosa (2001) afirma que as ideias propostas na Modelagem são oriundas da Matemática Aplicada, e nesse contexto, os profissionais da área (modeladores) apresentam um modelo resultante, o que contradiz com as concepções teóricas da Modelagem. Segundo Barbosa (2001, p.2):

Esta situação tem levado a algumas incoerências entre a perspectiva teórica e a prática de Modelagem na sala de aula. Ilustramos com um caso relatado por Biembengut (1990), em que os alunos investigaram quanto custa construir uma casa. Para isto, eles listaram os materiais necessários, coletaram os preços, efetuaram cálculos e organizaram os resultados, sem construírem um modelo matemático propriamente dito.

Diante disso, na concepção de Barbosa (2001), a MM teoricamente precede em teoria a construção de um modelo. Entretanto, em algumas práticas essa etapa não é realizada, o que contradiz a teoria. Em outro exemplo, o autor apresenta uma situação de modelagem publicada em artigos que constituem na investigação para descobrir a

temperatura de uma cidade fictícia durante o ano, explicando que as práticas de modelagem devem ocorrer de situações reais e não fictícias (BARBOSA, 2001).

Barbosa (2001) afirma que na sua concepção, a modelagem é uma oportunidade na qual os estudantes podem estudar uma situação ou problema na qual não há um resultado ainda previsto. Na Modelagem o professor não pode prever o que vai acontecer até o momento em que o ato de modelar se inicia. Assim, os professores inicialmente podem sentir-se inseguros para realizar atividades de modelagem. No entanto, com a prática nas aulas o professor e os envolvidos desenvolvem confiança e autonomia no processo (BARBOSA, 2001).

Impregnado nesse contexto, o autor apresenta a sua definição de Modelagem Matemática: “Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.” (BARBOSA, 2001, p.6).

O ambiente de aprendizagem referido é a situação na qual o professor convida os estudantes para participar das atividades de modelagem, uma vez que os estudantes aceitam, tem-se então um ambiente de aprendizagem (BARBOSA, 2004). No entanto, de acordo com Skovsmose (2000), os estudantes podem recusar-se a participar da proposta do professor, dessa forma, então não é estabelecido um ambiente de aprendizagem.

Após o estabelecimento de um ambiente de aprendizagem, segundo Barbosa (2004), inicia-se o processo de investigação, o qual permeia todo o processo de modelagem. Segundo o autor: “A investigação é o caminho pelo qual a indagação se faz. É a busca, seleção, organização e manipulação de informações [...]” (BARBOSA, 2001, p. 7).

Diante disso, evidencia-se que, na modelagem proposta por Barbosa (2001), o processo de investigação engloba a busca por informações da situação ou problema, a seleção e organização dos materiais de literatura ou dados, e a manipulação dessas informações. O processo de manipulação compreende-se como o momento da busca pela resolução do problema. Como na modelagem de Barbosa (2001) o processo não envolve um modelo, então, após o processo de manipulação encontra-se a solução evidente do problema.

Além do processo de investigação, Barbosa (2004) afirma que, a modelagem envolve a indagação, pois conforme o estudante indaga, ele progride com o conhecimento. Assim, a investigação e a indagação ocorrem de forma indissociável no processo de modelagem.

Em relação às situações de modelagem, Barbosa (2001) afirma que essas devem ser tomadas inicialmente fora do domínio da Matemática, ou seja, que a situação tenha relação com outras áreas de conhecimento, geralmente observadas em contextos do cotidiano. Assim o autor afirma que, essas situações devem vir de um contexto de realidades paralelas à Matemática, ou seja, situações do cotidiano que possam ter relação com a Matemática ou não.

Exemplificando situações de modelagem na qual o professor pode basear-se para modelar, o autor cita: “[...] O crescimento de uma planta, o fluxo escolar na escola, a construção de uma quadra de esportes, o custo com propaganda de uma empresa, a criação comercial de perus, o sistema de distribuição de água num prédio, etc.” (BARBOSA, 2001, p.7).

Ao sintetizar a modelagem proposta por Barbosa, verifica-se que não são apontadas ou definidas fases ou etapas assim como as concepções apresentadas anteriormente. No entanto o autor apresenta quatro tarefas recorrentes na intervenção por meio da MM, denominadas: *Formulação do problema*; *Simplificação*; *Coleta de dados e Solução*. Assim, as concepções de Modelagem propostas por Rodney Bassanezi e Maria Salett Biembengut e Dionísio Burak possuem consideráveis confluências entre as concepções e as etapas, divergindo da perspectiva de Jonei Barbosa.

3.4 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO

Nesse capítulo foi apresentando um estudo das principais concepções da MM em vigência no cenário educacional nacional e internacional. A partir da RSL, descrita no quarto capítulo dessa tese, optou-se por destacar as perspectivas de Werner Blum e Gabrieli Kaiser devido a frequência com que seus estudos são utilizados como balizadores das pesquisas nacionais e suas implicações na abordagem realizada pelos teóricos brasileiros.

Nas concepções nacionais o estudo de Rodney Bassanezi influencia diversos pesquisadores que ainda desenvolvem pesquisa nesse campo. Partindo dos pressupostos

de Bassanezi (2010) outros autores renomados na área, em particular, Dionísio Burak e Maria Salett Biembengut, ambos orientados por Rodney Bassanezi, desenvolveram seus estudos realizando alguns deslocamentos em suas concepções da MM, sendo assim como seu orientador, constantemente referenciados em produções sobre Modelagem.

É possível perceber, que existe uma confluência entre as etapas que um estudante perfaz durante o processo de modelagem, estabelecidas pelos autores. Embora Barbosa (2001) não se refira a etapas, considera-se, nesse estudo, que as tarefas apresentadas pelo autor, que permeiam todo o processo de modelagem, podem ser relacionadas com as etapas apresentadas por outros autores. Com essa perspectiva, elaborou-se o Quadro 1, que apresenta uma comparação entre as etapas apresentadas por cada autor mencionado supracima.

Quadro 1 - Síntese comparativa entre as diversas concepções de Modelagem Matemática

TEÓRICOS	BLUM	KAISER	BASSANEZI	BIEMBENGU T	BURAK	BARBOSA
ETAPAS DA MM	Situação Real e Problema	Situação do Mundo real	Experimen- tação	Percepção e Apreensão	Escolha do tema	Formulação do problema
	Simplificação/ Estruturação	Idealização			Pesquisa Exploratória	Simplificação
	Matematizan- do	Modelo do Mundo real	Abstração		Levantamento do problema	
	Trabalhando Matematicam ente	Modelo Matemático	Resolução do Modelo	Compreensão e Explicitação	Resolução do problema	Coleta de dados
	Interpretando	Considerações Matemáticas				
	Validando	Resultados Matemáticos	Validação	Significação e Expressão	Análise crítica da solução	Solução
	Expondo	Validação/ Reinterpreta- ção	Modificação			

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

A partir desse quadro é possível verificar que em todas as concepções apresentadas, *o Problema oriundo do mundo real* é o ponto de partida para qualquer investigação de MM, em seguida, após o estabelecimento do problema é realizada uma conversão do problema do mundo real para o mundo matemático, essa etapa é considerada pela maioria dos autores como a segunda etapa do processo.

Seguidamente, os estudantes devem procurar na literatura elementos matemáticos que possam servir de apoio para encontrar uma possível solução matemática do problema, no entanto, todos os autores ressaltam que pode ocorrer problemas que não haja uma solução imediata estabelecida na literatura, dessa forma é necessário um maior cuidado no processo de resolução, essa etapa é denominada pelos autores como *Trabalhando*

Matematicamente, Modelo Matemático, Resolução do Modelo, Compreensão e Explicitação, Resolução do problema e Solução.

Ao encontrar o primeiro modelo matemático do problema, torna-se necessário verificar se essa solução de fato soluciona o problema oriundo do mundo real, ao qual é o ponto de partida da investigação, essa etapa Blum (1991); Kaiser-Messmer (1991) e Bassanezi (2002) denominam como *Validação*, para Biembengut (2016) esse processo está inserido na etapa da *Significação*, na concepção de Burak (1992) denomina-se análise crítica da solução.

No entanto, se a primeira solução Matemática não satisfaz o problema do mundo real, torna-se necessário a retomada na etapa de *Resolução*, para verificar possíveis erros na solução encontrada, apesar de todos os autores citarem essa etapa como necessária no processo de validação do modelo, apenas Bassanezi (2010) apresenta esse conceito explícito em uma de suas etapas no processo de MM.

O modelo que satisfaz o problema do mundo real, após ser definitivamente encontrado, deve ser apresentado aos colegas e ao professor, realizando uma exposição do modelo, desenvolvendo a argumentação desde o estabelecimento do problema até a definição do modelo. Nessa etapa, apesar de todos os autores abordarem esse processo como inerente no decorrer da teoria, apenas os trabalhos de Blum (1991); Kaiser – Messmer (1991) e Biembengut (2016) explicitam essa como uma etapa do processo.

Dessa forma, percebe-se a congruência entre as diversas concepções da MM em vigência no cenário educacional, ressaltando algumas particularidades entre ambas, cabendo ao professor decidir qual concepção considera satisfatória para desenvolver em suas turmas. A seguir apresenta-se um estudo sobre a Pesquisa como princípio educativo descrito no próximo capítulo.

Capítulo IV: A PESQUISA COMO PRINCÍPIO EDUCATIVO

O objetivo deste capítulo é apresentar as concepções teóricas das abordagens de ensino com foco na pesquisa em vigência no cenário educacional, entre elas pode-se citar o *Educar pela pesquisa*; e a *Pesquisa em sala de aula*. Para tanto, realizou-se um estudo individual sobre cada abordagem de ensino e em seguida nas considerações do capítulo a confluência entre ambos.

4.1 O ATO DE PESQUISAR

O emprego da palavra pesquisa remete-se ao processo histórico e cultural no qual essa ação é determinada pela figura do professor, e os estudantes por sua vez, realizam uma busca em livros, dicionários, entre outros, sobre o assunto determinado pelo mestre. Em uma busca no dicionário Aurélio⁹ *online*, encontram-se as seguintes definições para a palavra pesquisa: “Reunião de operações ou atividades que visa descobrir novos conhecimentos em vários domínios, principalmente no âmbito científico.”; “Ação ou efeito de pesquisar, de buscar mais informações a respeito de algo ou de alguém.”; “Estudo realizado para aumentar o conhecimento em determinada área do saber.”; “Ação de investigar de maneira detalhada; investigação.”, em todas essas definições, percebe-se que o significado dessa palavra vai além do simples ato de buscar por informações.

⁹ <https://www.dicio.com.br/aurelio-2/>

A Pesquisa como um processo que proporcione a aprendizagem dos estudantes de forma significativa e autônoma é defendida por diversos pesquisadores na área da educação, entre eles destacam-se Demo (2011); Moraes, Galiazzi e Ramos (2002), Galiazzi (2012); Gessinger (2012); Ramos, Lima e Rocha Filho (2009) e Lima (2012). Esses autores possuem abordagens diferenciadas, porém com intersecções. Para alguns, refere-se a uma postura de ensino, para outros, um método e abordagem de ensino e pesquisa.

Na concepção de Demo (2011), o Educar pela pesquisa é uma postura que o professor assume enquanto um profissional da educação com a perspectiva de tornar o estudante o protagonista do processo de aprendizagem, o professor assume o papel de mentor, apenas orientando os caminhos ao qual percorrer. Na perspectiva de Moraes, Galiazzi e Ramos (2002), a Pesquisa em sala de aula é um método de ensino na qual o professor pode compreender e aplicar as três etapas em suas aulas por meio da problematização do conhecimento, com o mesmo objetivo de Demo (2011).

Conforme as concepções de pesquisa apresentadas pelo dicionário e as concepções teóricas dos autores, ressalta-se que o ato de pesquisar ultrapassa a simples percepção da busca na internet por um determinado conteúdo com a finalidade de entregar a atividade para o professor por troca de uma aprovação no ano letivo. O ato de pesquisar vai além de uma simples cópia de conteúdo, torna-se um meio para o ensino e a aprendizagem que permite ao estudante assumir o papel de protagonista da sua própria aprendizagem.

Assim, para balizar esse estudo, elencou-se duas abordagens de ensino baseados na pesquisa: o Educar pela Pesquisa proposta por Pedro Demo; e a Pesquisa em sala de aula proposta por Roque Moraes, Maria do Carmo Galiazzi e Maurivan Guntzel Ramos.

4.2 EDUCAR PELA PESQUISA

O Educar pela Pesquisa é uma proposta de reformulação na formação do professor e da aprendizagem do estudante proposta por Pedro Demo. O autor PESQUISAR FORMAÇÃO DE PEDRO DEMO relata que em sua carreira acadêmica “*na minha vida eu tenho girado em torno de duas coisas, a questão da sociologia da educação e da metodologia da pesquisa*”. (DEMO, ex 2022). A obra do Educar pela Pesquisa abrange as duas áreas do conhecimento abordadas pelo autor.

Como afirma Demo (2011), educar é uma prática que ocorre em diferentes contextos, além da sala de aula. Considerando isso, o autor apresenta quatro conjecturas inerentes ao processo de pesquisar: a) a educação pela pesquisa é a especificidade mais própria da educação escolar e acadêmica; b) o questionamento reconstrutivo é o cerne do processo de pesquisa; c) é necessário fazer da pesquisa uma atitude cotidiana entre o professor e os estudantes; d) a educação é vista como um processo de formação da competência histórico humana.

De acordo com Demo (2011), em diversas situações do cotidiano é possível aprender sem, necessariamente, estar em uma sala de aula. No ambiente familiar, a educação oferecida pelos pais é responsável pela formação do caráter do cidadão enquanto sujeito social, no ambiente de trabalho, na roda de amigos e confraternização entre cônjuges, o viés educacional e situações de aprendizagem são diversificadas (DEMO, 2011). Entretanto, a escola enquanto instituição de ensino tem um viés educacional presente na vida do sujeito, influenciando diretamente na sua formação enquanto cidadão. Para Demo (2011), o viés educacional da escola deve ser visto como um espaço para a realização de pesquisa e não apenas para aulas expositivas, ambientes de confraternização e relacionamentos entre as pessoas presentes.

Segundo Demo (2011), as aulas expositivas ou aulas que apenas repassam o conhecimento atrapalham a vida dos estudantes e do professor concomitantemente, uma vez que o estudante se tornar apenas um objeto de ensino e instrução. O autor ressalta que o profissional da educação, em uma aula expositiva, é um mero reprodutor do conhecimento e de procedimentos, e percebe no estudante um receptáculo a qual deve internalizar todos os seus ensinamentos. Esse tipo de atitude, conforme Demo (2011), é medíocre, uma vez que, o professor que adota essa forma de ministrar aula já é uma cópia, “[...] tornando o estudante neste caso, uma cópia da cópia.” (DEMO, 2006, p.12).

No âmbito da Educação Matemática, Fiorentini (1995) e Lara (2011), alertam para o papel passivo que o estudante assume quando o professor adota uma postura pedagógica mais formalista ou tecnicista. Segundo Lara (2011, p.100), nesse modelo de ensino

a aprendizagem da geometria era privilégio de poucos, dos “bem dotados” intelectual e economicamente, e consistia num estudo centrado na imagem do professor e numa aprendizagem passiva, que ocorria através da memorização e da repetição precisa dos raciocínios e algoritmos transmitidos por esse professor.

Para Educar pela Pesquisa, Demo (2006) afirma que, é necessário desmistificar o fato que apenas os mestres e doutores realizam pesquisas, ou o fato que pesquisa realizada por estudantes não tem uma qualidade ou aproveitamento científico. De acordo com o autor, tanto o doutor, como o estudante da Educação Básica, pode realizar pesquisa e, além disso, a pesquisa deve tornar-se parte do cotidiano dos estudantes e, esses devem adquirir o hábito de pesquisar. Com isso, os mesmos, desenvolvem a capacidade de realizar o *questionamento reconstutivo*.

Conforme o autor, entende-se por questionamento “[...] a formação do sujeito competente, no sentido de ser capaz de tomando consciência crítica, formular e executar projeto próprio de vida no contexto histórico.” (DEMO, 2011, p.13). Por reconstutivo compreende-se como “[...] a instrumentação mais competente da cidadania, que é o conhecimento inovador e sempre renovado.” (DEMO, 2011, p.13). Adicionado a isso, o autor ressalta que: “[...] não precisa ser conhecimento totalmente novo, coisa rara, aliás. Deve, no entanto, ser reconstruído, o que significa dizer que inclui interpretação própria, formulação pessoal, elaboração trabalhada, saber pensar, aprender a aprender.” (DEMO, 2011, p.13).

O questionamento reconstutivo constitui-se na forma em que o sujeito por meio do processo de construção e reconstrução do pensamento adquirir novos conhecimentos. Conforme Demo (2011), nos primeiros anos escolares as crianças possuem um grande arsenal de perguntas, as quais poderiam ser aproveitadas para iniciar os primeiros passos na pesquisa. Contudo, alguns professores prezam pela transmissão, ordem e ensinamentos que minam das crianças o espírito investigativo.

Partindo desse princípio, Demo (2011) afirma que é essencial tornar a prática da pesquisa um ambiente didático cotidiano entre o professor e os estudantes. O professor da Educação Básica, segundo o autor, considera-se não capacitado para realizar pesquisas, uma vez que em sua formação acadêmica foi capacitado a ouvir aulas, tomar notas e decorar para passar em uma prova. Assim, para alguns desses profissionais da educação, o ambiente de pesquisa em uma sala de aula na Educação Básica é inviável, afirma Demo (2011).

Assim, o autor ressalta que, nesse caso, deve se estabelecer uma relação de parceria com os estudantes, pois no ambiente escolar o professor é descentralizado do papel de detentor do conhecimento e torna-se um mediador elevando o estudante do papel

de objeto para um participante ativo no processo de ensino e aprendizagem. Demo (2011) afirma que existem dois tipos de pesquisas, a pesquisa como atitude cotidiana e a pesquisa como resultado específico.

Na pesquisa como atitude cotidiana, Demo (2011) afirma que é inerente a vida do sujeito, ou seja, é a forma de pensar criticamente baseado na capacidade de questionar-se que o sujeito possui. No que diz respeito à pesquisa como resultado específico o autor afirma que consiste em “[...] um produto concreto e localizado como é a feitura do projeto pedagógico, ou do material didático próprio, ou de um texto com marcas científicas.”. (DEMO, 2011, p.15). O autor ainda ressalta que o professor deve possuir e incentivar nos estudantes os dois tipos de pesquisa, pois no cotidiano deve-se ter o questionamento reconstrutivo e a capacidade de ter uma produção constante.

Conforme o autor, a competência a qual trata-se não é apenas executar bem uma tarefa, mas, questionar-se e refletir sobre outras formas e alternativas com a finalidade de buscar a inovação, isto é característico de um conhecimento baseado no questionamento reconstrutivo. Além disso, Demo (2011) afirma que o Educar pela Pesquisa tem o viés centrado no estudante e no professor, e em cada um desses sujeitos o autor apresenta princípios e desafios, o qual disserta-se a seguir.

4.2.1 A Pesquisa com foco no Aluno e a Pesquisa com foco no Professor

No contexto do Educar pela pesquisa, Demo (2011), apresenta princípios e desafios que o professor deve seguir ao enveredar pelos caminhos dessa filosofia de ensino. *Na pesquisa com foco no aluno, o autor estabelece nove princípios* que o profissional da educação deve ter o cuidado de observar para que a prática da pesquisa na sala de aula não seja apenas uma reprodução de um conhecimento. Para tanto, *na pesquisa com foco no professor*, Demo (2011) apresenta cinco desafios para que esse profissional da educação deva seguir, com a finalidade de se reconstruir enquanto um mentor dos estudantes e não como um detentor do conhecimento. Dessa forma, no Quadro 2, apresentam-se os nove princípios e cinco desafios estabelecidos pelo autor.

Quadro 2 - Princípios e desafios do Educar pela Pesquisa

PRINCÍPIOS		DESAFIOS
1	Ambiente com boas interações	Reconstruir o próprio Projeto Pedagógico
2	Produtividade dos estudantes	Produzir textos próprios
3	Busca por materiais de pesquisa	Desenvolver o próprio material pedagógico
4	Desenvolver a capacidade de interpretação	Superação da Educação Bancária
5	Reconstrução do conhecimento	

6	Estratégias didáticas	Formação do Professor
7	Cuidados Propedêuticos	
8	Reorganização curricular	
9	Avaliação dos estudantes	

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Ao listar os princípios e desafios propostos por Demo (2011), nota-se que alguns dos desafios direcionados aos professores tem relações diretas com alguns dos princípios estabelecidos para os estudantes. No primeiro princípio, o professor deve manter uma boa relação com os estudantes e entre eles próprios, uma vez que, se o clima de harmonia na sala de aula não é agradável os estudantes não terão motivação para desenvolver a pesquisa, para tanto, o professor não se dirige ao estudante como um subordinado, ou como um sujeito que está ali apenas para tomar notas e decorar o conteúdo, pelo contrário torna-o um parceiro de trabalho, fazendo do mesmo um sujeito “[...] ativo, participativo, produtivo, reconstrutivo, para que possa fazer e fazer-se de oportunidade.” (DEMO, 2011, p.19).

Esse ambiente amigável influencia positivamente na produtividade dos estudantes, o qual refere-se ao segundo princípio. O autor ressalta que o professor deve balancear a proposta entre trabalhos individuais e coletivos. Isso torna-se relevante pois, de acordo com Demo (2011), cada estudante tem seu ritmo de trabalho, estudo e produção, dessa forma, deve haver o cuidado de não interferir na particularidade de cada sujeito deixando-o com liberdade para desenvolver a pesquisa em seu ritmo.

O primeiro e segundo princípio são rerepresentados no quinto desafio proposto por Demo (2011) aos profissionais da educação, conforme o autor descreve a respeito da formação do professor. De acordo com Demo (2011), a formação dos professores da Educação Básica consiste em um curso de curta duração com a finalidade de transmitir aulas de modo como aprenderam enquanto oriundos estudantes. Para o autor:

Imagina-se, piamente, que dar aula é coisa simples, porque reduz-se educação á aula; com efeito, para copiar e fazer do aluno cópia da cópia, não é mister competência, mas rotina imbecilizante e reprodutiva; com isto, não emerge no professor a necessidade de se recapacitar, já que capacidade não é critério de seu desempenho. (DEMO, 2011, p.61).

Assim, conforme estabelecido por Demo (2011), os cursos de formação de professores deveriam ser estruturados com uma formação em bacharelado na área com duração de quatro anos e mais uma formação pedagógica de mais três anos. Além disso, um investimento por parte do governo em centros de treinamentos que permitam o

professor atualizar-se periodicamente e eventos de socialização e compartilhamento do conhecimento.

A socialização e compartilhamento do conhecimento, desenvolvidos na formação do professor, torna-se essencial para que o profissional da educação, nas práticas desenvolvidas em sala de aula, proporcione o ambiente com boas interações e colabore com a produtividade dos docentes, referência direta ao primeiro e segundo princípio, respectivamente.

No terceiro princípio, Demo (2011) aborda a respeito da busca por materiais de pesquisa. De acordo com o autor, o professor deve instigar os estudantes a buscarem materiais relacionados com o tema, esta busca pode ser feita em casa ou mesmo na escola. Para tanto, a escola deve dispor de livros, revista em um espaço no qual os estudantes tenham acesso livre (biblioteca) ou na própria sala de aula (DEMO, 2011).

Referente ao quarto princípio o autor disserta sobre desenvolver no estudante a capacidade de interpretação:

Uma coisa é manejar textos, copiá-los, decorá-los, reproduzi-los. Outra é interpretá-los com alguma autonomia, para saber fazê-los e refazê-los. Na primeira condição, o aluno ainda é objeto de ensino. Na segunda, começa a despontar o sujeito com proposta própria. (DEMO, 2006, p.28).

Dessa forma, na proposta do Educar pela Pesquisa o professor deve cuidar para que os estudantes não reproduzam apenas o que leram sem que haja nenhum tipo de reflexão, autoquestionamento ou reconstrução do conhecimento, o que adentra no quinto princípio. A reconstrução do conhecimento inicia-se a partir do senso comum do tema a qual está sendo abordado, para então, com as experiências e pensamentos inerentes a cada estudante possam avançar na pesquisa (DEMO, 2011). De acordo com o autor, inicialmente é necessário compreender o entendimento dos estudantes sobre o tema, para então partir para o conhecimento já disponível na literatura. Demo (2011, p.34) afirma que nesse processo:

É fundamental que os alunos escrevam, redijam, coloquem no papel o que querem dizer e fazem, sobretudo alcancem a capacidade de formular. Formular, elaborar são termos essenciais na formação do sujeito, porque significam propriamente a competência, à medida que se supera a recepção passiva do conhecimento [...].

Nessa mesma perspectiva, no sétimo princípio, o autor destaca os “cuidados propedêuticos” que devem ser observados pelo professor nos estudantes durante a

produção da pesquisa. Alguns cuidados tais como: a capacidade de compreender a realidade amplamente e não somente o contexto social onde a pesquisa está sendo desenvolvida; aprimorar a capacidade de questionar-se reconstrutivamente, ou seja, sempre analisando as informações e dados encontrados; expressar-se de maneira fundamentada, evitando expressar-se pelo senso comum, sempre fundamentando-se em algum autor ou fonte e exercitar o bom uso da lógica e da argumentação crítica no discurso (DEMO, 2011).

Assim, no quarto desafio, o autor enfatiza a superação do ensino pautado na educação bancária, no qual, o estudante é apenas um recipiente em que está vazio e o professor é responsável de nutrir esse objeto com informações. Nesse sistema de ensino, segundo Demo (2011), o estudante assume uma postura passiva, o qual não questiona nem detêm um ponto de vista sobre o tema, apenas decora as informações apresentadas pelo professor.

Para Demo (2011), a superação desse modelo de ensino consiste na perseverança de motivar a emancipação do estudante enquanto sujeito autônomo de sua aprendizagem, favorecendo a sua capacidade de interpretação, a compreensão da realidade, e a reconstrução do conhecimento, temas abordados nos princípios quatro, cinco e sétimo.

No sexto princípio, Demo (2011) apresenta cinco estratégias didáticas que devem ser adotadas pelo professor com a finalidade de facilitar o questionamento reconstrutivo, são elas: a prática da pesquisa partindo de motivações lúdicas; perpetuar nos estudantes o hábito da leitura; o manejo de equipamentos eletrônicos com fins didáticos; contar com o apoio familiar para motivar e auxiliar os estudantes com as possíveis tarefas para casa; e, utilizar intensivamente do tempo escolar para avançar com a pesquisa.

No oitavo princípio, o autor apresenta a “reorganização curricular”, que na prática do Educar pela Pesquisa diz respeito à transferência do currículo extensivo para o intensivo. Quando as aulas são no viés do Educar pela Pesquisa, apresenta-se o currículo intensivo que de acordo com o autor, “[...] volta-se para a formação da competência autônoma, crítica e criativa do aluno” (DEMO, 2011, p.41). Dessa forma, o professor atua como um orientador ao trabalho do estudante optando pelo aprofundamento de temas ao invés de conteúdos soltos e sem relações com a realidade e cuidar para a participação ativa de todos os estudantes no processo evitando inibições ou exclusões entre os participantes.

Os princípios três, seis e oito, são contemplados pelos três primeiros desafios ao profissional da educação. O primeiro desafio proposto pelo autor consiste em reconstruir o projeto pedagógico próprio. De acordo com Demo (2011), em vez de o professor utilizar apenas o projeto pedagógico da escola que contém teorias e métodos escolhido por outras pessoas, o professor que educa pela pesquisa deve pensar e desenvolver seu próprio projeto. Esse projeto deve estar sempre em constante reconstrução e pensado de forma a conciliar a teoria com a prática, valorizando e englobando as diversas áreas do conhecimento ao invés de fragmentar as disciplinas do currículo escolar (DEMO, 2011).

O segundo desafio consiste no professor produzir os próprios textos de sua área de interesse resultantes das suas pesquisas. No terceiro desafio, o autor, instiga os professores a desenvolverem o próprio material pedagógico, que é uma consequência direta da reconstrução do currículo e da construção dos próprios textos (DEMO, 2011).

Dessa forma, conforme Demo (2011), o professor ao desenvolver seus próprios materiais pedagógicos deixa de ser um reproduzidor do material alheio ou um porta voz das ideias de outras pessoas, tornando-se um profissional que instiga o questionamento reconstrutivo em si próprio e nos estudantes, tornando-se um mentor para os estudantes nos princípios três, seis e oito.

De acordo com Demo (2011), no nono princípio, a avaliação dos estudantes no processo expositivo é a partir de provas ou trabalhos manipulativos, no entanto, no processo do Educar pela Pesquisa a avaliação dos estudantes deve ser constante, analisando sempre a evolução e o progresso dos mesmos durante o desenvolvimento da pesquisa, são fatores consideráveis, o interesse pela pesquisa, as produções escritas realizadas pelo estudante e a participação no processo.

A proposta do Educar pela Pesquisa de Demo (2011) objetiva apresentar uma postura de ensino na qual o profissional da educação, o professor, inicia-se no universo da pesquisa abstendo-se das práticas do ensino transmissivo, dando lugar a, aulas com produção de conhecimento colaborativo partindo do pressuposto que o estudante é um sujeito com características socioculturais, as quais devem ser consideradas no ambiente escolar. Dessa forma, as produções desenvolvidas no ambiente escolar são realizadas pelos estudantes em parceria com o professor desenvolvendo um trabalho de pesquisa educativo e que o estudante é motivado a ser responsável pela sua produção de conhecimento.

Partindo dessa concepção do Educar pela Pesquisa, desenvolveu-se uma outra concepção de ensino desenvolvida por alguns pesquisadores, conhecedores da filosofia de Demo (2011), denominada Pesquisa em sala de aula, sobre a qual disserta-se a seguir.

4.3 PESQUISA EM SALA DE AULA

A partir da proposta do Educar pela Pesquisa apresentada por Demo (2011) outros estudos foram desenvolvidos realizando alguns deslocamentos, recebendo uma nova abordagem com vista a dinamizar o processo da prática de ensino nas salas de aula da Educação Básica, essa nova proposta é denominada de Pesquisa em sala de aula desenvolvida por Roque Moraes, Maria do Carmo Galiuzzi e Maurivan Guntzel Ramos em 2012.

De acordo com Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012) a Pesquisa em sala de aula é uma forma de envolver os estudantes e professores num processo em que visa desenvolver o questionamento e incentivar a construção de argumentos nos sujeitos. Para os autores,

A pesquisa em sala de aula pode ser compreendida como um movimento dialético, em espiral, que se inicia com o questionar dos estados do ser, fazer e conhecer dos participantes, construindo-se a partir disso novos argumentos que possibilitam atingir novos patamares desse ser, fazer e conhecer, estágios esses então comunicados a todos os participantes do processo. (MORAES, GALIAZZI E RAMOS, 2018, p.2).

A Pesquisa em sala de aula deve ser adotada pelo professor com a finalidade de proporcionar situações de ensino, por meio da problematização, nas quais os estudantes adquiram o interesse pelo ato de pesquisar, afirmam Lima e Grillo (2008). De acordo com (AMARAL; LIMA, 2011, p. 141), o professor ao utilizar a Pesquisa em sala de aula “[...] transforma o aluno em um aprendiz pesquisador, fornecendo um sentido à sua aprendizagem e o ajudando a contextualizar o conteúdo aprendido em seu dia a dia.”. As etapas da Pesquisa em sala de aula de acordo com Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012) consistem em uma espiral cíclica na qual é sempre possível retomar as etapas, são elas: *Questionamento; Construção de argumentos; e, Comunicação.*

4.3.1 Questionamento

A prática da Pesquisa em sala de aula de acordo com Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012) inicia-se com o ato de questionar. Os estudantes são desafiados a desenvolverem

questionamentos os quais teriam a motivação ou interesse na busca por respostas. Conforme Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012, p.3):

É importante que o próprio sujeito da aprendizagem se envolva nesse perguntar. É importante que ele mesmo problematize sua realidade. Só assim as perguntas terão sentido para ele, já que necessariamente partirão de seu conhecimento anterior.

Dessa forma, segundo os autores, na etapa do questionamento o professor tem a oportunidade de superar uma das defasagens da educação que é fazer o estudante responder perguntas a qual ele nunca se fez. A primeira etapa é relevante no processo da pesquisa, o questionamento é dividido em três passos, no primeiro, Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012) afirmam que é a tomada de consciência do sujeito, o processo de refletir o que se conhece, e como as coisas são. Para os autores, cada sujeito tem um próprio conhecimento interno, ninguém é uma tábula rasa, e esse passo é inerente a todas as pessoas.

No entanto, apenas a reflexão de como as coisas são, ou do que as pessoas são, não conduz diretamente ao questionamento, de acordo com os autores, o segundo passo consiste na necessidade de conhecer outras possibilidades do ser, de compreender fenômenos que acontece com outros indivíduos. Por fim, o terceiro passo consiste nas discussões e interações com colegas e professores sobre os modos de refletir, agir e ser: “[...] esse movimento de ver outras possibilidades, contrastado com a consciência do nosso próprio ser e conhecer é que dá origem ao questionamento.” (MORAES; GALIAZZI; RAMOS, 2012, p.4).

Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012) complementam que é possível questionar o conhecer e o fazer. Questionar o conhecer é problematizar o conhecimento, ou seja, questionar algo já imposto e aceito como verdade na sociedade. Questionar o fazer é problematizar os modos de agir, ou seja, refletir o porquê fazemos determinadas coisas em certos momentos, desta forma, segundo os autores pode-se questionar qualquer coisa, no entanto, questionar é apenas o princípio pois é necessário a busca por respostas, o que caracteriza a segunda etapa (MORAES; GALIAZZI; RAMOS, 2012).

4.3.2 Construção de Argumentos

Uma vez estabelecidos os questionamentos, torna-se necessário buscar embasamentos teóricos capazes de construir uma resposta para as perguntas elencadas na primeira etapa do processo. Para Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012, p.5):

A pesquisa em sala de aula precisa do envolvimento ativo e reflexivo permanente de seus participantes. A partir do questionamento é fundamental pôr em movimento todo um conjunto de ações, de construção de argumentos que possibilitem superar o estado atual e atingir novos patamares do ser, do fazer e do conhecer.

De acordo com os autores, quando há uma verdade estabelecida na sociedade para superá-la é necessário depois do questionamento, buscar argumentos e teorias que sejam suficientes para estabelecer uma nova verdade. No entanto, os autores ressaltam que os argumentos emergentes dessa etapa não são respostas inéditas para a sociedade, no entanto, é inédito para os sujeitos.

A construção de argumentos deve ser fundamentada, afirma Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012). Isso implica em que os estudantes devam procurar por fontes nas quais seja possível embasar os argumentos: “[...] isso implica diversificadas atividades que incluem o ler, o discutir, o argumentar, o reunir dados, analisá-los e interpretá-los. Isso pode tanto dar-se em nível individual como de grupo”. (MORAES; GALIAZZI; RAMOS, 2012, p. 6).

A seguir, esses novos argumentos devem ser escritos e submetidos à crítica. No caso da pesquisa em uma turma, inicialmente a crítica pode vir dos próprios colegas, e, por meio das críticas internas, torna-se possível consolidar ainda mais os argumentos apresentados. Por fim, os autores afirmam que é necessário submeter essa produção à comunidade, o que consiste na terceira etapa, a comunicação.

4.3.3 Comunicação

No processo de produção de argumentos, segundo os autores, é necessário o debate, a comunicação e a interação entre os envolvidos, em uma espécie de múltiplas perspectivas com a finalidade de aprimorar os argumentos que serão apresentados à comunidade escolar ou acadêmica. De acordo com Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012), a construção de argumentos e a comunicação estão diretamente relacionadas no processo da pesquisa. Segundo os autores (2012, p. 8):

É importante que a pesquisa em sala de aula atinja um estágio de comunicar resultados, de compartilhar novas compreensões, de manifestar novo estado do ser, do fazer e do conhecer, o que contribui para a sua validação na comunidade em que esse processo está se dando.

Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012) afirmam que a comunicação pode ser subentendida em duas etapas. A primeira consiste em expressar para a comunidade os resultados encontrados na pesquisa de forma escrita ou oral, principalmente aqueles que não participaram internamente da pesquisa. O segundo momento consiste em divulgar para fora do grupo de pesquisa os resultados encontrados, essa etapa é decorrente de produções escritas ou apresentações de trabalhos em eventos. Na fase da comunicação, especificamente na divulgação de trabalho para fora do grupo de pesquisa, pode surgir lacunas, desta forma, então é necessário a retomada as etapas anteriores para aperfeiçoamento (MORAES; GALIAZZI; RAMOS, 2012).

No processo prático da Pesquisa em sala de aula o relatório escrito ou trabalhos em eventos não é o mais importante, e sim, como afirmam Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012, p.9), “[...] destacar produtos como a construção das habilidades de questionar, de construir argumentos com qualidade e saber comunicar os resultados à medida que são produzidos.”.

Na etapa da comunicação, torna-se relevante que o professor permita aos estudantes desenvolver a arguição, trazendo questionamentos que possibilita-lhes excitar a argumentação. Dessa forma, os estudantes tem a liberdade de externar os conhecimentos adquiridos durante as etapas da Pesquisa em sala de aula (MORAES; GALIAZZI; RAMOS, 2012).

4.4 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO

Nesse capítulo, dissertou-se sobre duas concepções da Pesquisa como princípio educativo, o Educar pela pesquisa proposto por Demo (2011), e a Pesquisa em sala de aula por Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012). Nas duas concepções, são evidentes as semelhanças entre os pressupostos e o modo de introduzir a pesquisa no contexto da sala de aula. Para visualizar tais confluências, foi elaborado o Quadro 3 no qual apresenta-se um comparativo entre as duas propostas do Ensino com Pesquisa.

Quadro 3 - Comparativo entre as duas propostas da pesquisa como Princípio Educativo

A Pesquisa como Princípio Educativo		
Critérios de Análise	Educar pela Pesquisa	Pesquisa em Sala de aula

Tipo de Intervenção	Filosofia de Ensino	Método de Ensino
Iniciativa	Profissional de Educação	Professor instiga os estudantes
Protagonismo	Profissional de Educação e estudantes	Professor e estudantes
Pressupostos	Quatro Pressupostos	Três Etapas
Avaliação	Avaliação Constante	Avaliação Progressiva

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

O ensino transmissivo perpetuou-se durante anos como principal e relevante abordagem para o ensino na Educação Básica. Contudo, propostas de ensino tais como apresentadas por Demo (2011); Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012), e outras vertentes da Educação Matemática emergem com a finalidade de quebrar o paradigma da transmissão do conhecimento oportunizando ao estudante o papel de protagonista da sua própria aprendizagem.

Nas duas concepções analisadas, nesse capítulo, emerge o mesmo objetivo que consiste na retirada do professor como protagonista do ensino, dando lugar ao estudante como um participante ativo no processo de aprendizagem. No entanto, em cada concepção a abordagem descrita pelo autor é particular. Na proposta do Educar pela Pesquisa, Demo (2011) apresenta uma filosofia de ensino que deve ser incorporada pelo professor enquanto um profissional da educação estando disposto a evoluir na construção do conhecimento em suas aulas. Na Pesquisa em sala de aula, de Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012), os autores apresentam um método de ensino que o professor deve compreender e colocar em prática durante as suas aulas, com o mesmo objetivo descrito por Demo (2011).

Na proposta do Educar pela Pesquisa, Demo (2011) não evidencia a possibilidade do profissional da educação conciliar a sua filosofia de ensino a métodos de ensino, no entanto nesse estudo, compreende-se que a proposta de Demo (2011) pode ser associado a outros métodos de ensino, o qual o professor julgue adequado.

O ponto de partida para que a pesquisa seja instaurada na sala de aula como um processo que provoque no estudante um questionamento reconstrutivo, a habilidade de desenvolver argumentos e o desenvolvimento de teorias e modelos, é o professor. Em ambas concepções de ensino, os autores ressaltam que o professor deve ser o ponto de partida para que essa mudança ocorra nas salas de aula.

Na primeira concepção, Demo (2011) afirma que o profissional da educação deve primeiro formular seu próprio material de pesquisa e desenvolver o hábito de pesquisa

para então instigar os estudantes a fazer o mesmo. Na segunda e terceira concepção, os autores ressaltam a relevância do professor instigar os estudantes por meio de questionamentos e situações-problema, respectivamente. Dessa forma, o estudante é motivado a desenvolver pesquisa em um contexto no qual está inserido, desenvolvendo assim o interesse pela investigação.

Em relação ao protagonismo, em ambas concepções, é fato que o estudante é o objetivo final. Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012), ressaltam que para esse fim, o professor deve instigar os estudantes desenvolvendo um ambiente de pesquisa de forma a permitir que os mesmos tenham a liberdade criativa, estando o professor por perto apenas como um mentor, auxiliando-os nas tomadas de decisões e evitando que tomem caminhos errôneos que os acabe desmotivando, possibilitando aos estudantes serem protagonistas do processo da construção do entendimento.

O Educar pela pesquisa não possui etapas ou fases definidas pelo autor, no entanto apresentam princípios que o professor deve cuidar ao enveredar por essa proposta de ensino. Já a Pesquisa em sala de aula, como um método de ensino, possui três etapas pelas quais o professor pode guiar-se.

Tanto na Educação Básica, como no Ensino Superior, o professor tem a necessidade de avaliar os estudantes com vistas a apresentar uma nota que consiste em uma aprovação ou reprovação na disciplina. Nesse quesito, há uma convergência entre as duas concepções, defendendo que o professor deve avaliar o estudante de forma constante ou progressivamente, conforme a pesquisa é desenvolvida, ambos destacam que o professor deve avaliar a participação do estudante e a sua evolução durante esse desenvolvimento.

Na pesquisa como princípio educativo, as duas abordagens analisadas convergem para o fato de que o estudante está no centro dos processos de ensino e de aprendizagem, enquanto o professor deve guiá-los no processo da construção do conhecimento. Nessa perspectiva, percebe-se uma semelhança com os princípios analisados nas diversas concepções de MM apresentadas no capítulo anterior. Porém, discutir e analisar essas e outras possíveis semelhanças constitui-se no cerne do desenvolvimento desta pesquisa. Neste momento, interessa verificar se de algum modo as produções envolvendo essas temáticas fazem essas aproximações. Para tanto, o próximo capítulo dedica-se a apresentar a Revisão Sistemática da Literatura realizada.

CAPÍTULO V: REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

Neste capítulo buscou-se realizar uma análise sobre produções que já foram realizadas envolvendo o tema abordado nesta pesquisa de doutorado, torna-se relevante para, não apenas mapear os estudos que foram e vem sido desenvolvidos, evidenciar as lacunas existentes e, principalmente, o ineditismo da pergunta de pesquisa que se deseja responder.

Diante disso, neste estudo, utilizou-se como método para a coleta e análise de pesquisas desenvolvidas em âmbito nacional e internacional, a Revisão Sistemática da Literatura (RSL), desenvolvida por Pickering e Byrne (2014). Em seus estudos, os autores apresentam a teoria e procedimentos necessários para a busca, análise e publicações de pesquisas acadêmicas.

5.1 PRINCÍPIOS DA RSL

De acordo com Pickering e Byrne (2014, p.3), a RSL é um método eficaz para as pesquisas acadêmicas, pois a partir dos procedimentos que estabelecem é possível delinear caminhos para o estudo, pois, ao “[...] mapear os limites da literatura existente é possível identificar onde ocorrem generalizações e também os limites dessas generalizações.”. Por meio desse método é realizada a busca por trabalhos já desenvolvidos com a temática que o estudante ou pesquisador pretende investigar e, a partir desse levantamento, é possível traçar os caminhos já percorridos por outros pesquisadores além de encontrar possíveis lacunas existentes nessa área de estudo. Vale salientar que, de acordo com os autores, esse método de pesquisa é eficiente tanto com os novos pesquisadores (estudantes de doutorado), quanto com os pesquisadores mais experientes.

Pickering e Byrne (2014) afirmam que a RSL é sistemática, quantitativa e abrangente. É sistemática pois os procedimentos realizados pelo pesquisador podem ser reproduzidos por outros pesquisadores de forma a encontrar resultados próximos ao publicado por um outro pesquisador. É quantitativo porque é possível numerar a quantidade de trabalhos que existe para o conteúdo/tema buscado. Além disso, segundo os autores, nessa enumeração de trabalhos torna-se possível identificar as lacunas presentes no campo pesquisado. Por fim, é abrangente por permitir ao pesquisador realizar combinações com diversas áreas do conhecimento, assuntos, locais, variáveis e apresentar a vasta literatura já desenvolvida (PICKERING; BYRNE, 2014).

Embora existam outros métodos de pesquisa que viabilizem a busca em banco de dados por pesquisas acadêmicas, optou-se para este estudo pela RSL por considerar a mescla de potencialidades dessa teoria ao possibilitar, além de realizar o levantamento de pesquisas na área, mapear, organizar, numerar as pesquisas produzidas pelo tema buscado, esquematizar categorias e subcategorias que embasam o processo de análise dos dados. Adicionado a isso, cria condições para elencar as localizações e lacunas deixadas pelas pesquisas, bem como as perspectivas futuras da própria pesquisa, tornando-a o método de busca e análise de dados encontrado.

De acordo com Pickering e Byrne (2014), a RSL é esquematizada e desenvolvida em 15 estágios: definição do tema; formulação da pergunta de pesquisa; estabelecimento das palavras-chave; selecionar a base de dados; definição dos critérios de inclusão e

exclusão; desenvolver um banco de dados; redução do *corpus* na base de dados por meio de uma leitura preliminar; revisão dos critérios de inclusão e exclusão; reorganização da base de dados; realizar alguns processos numéricos; definir métodos de análise; verificar os resultados obtidos nos estágios anteriores e esboçar algumas conclusões; revisão da escrita e dos resultados; escrita do resumo, introdução e conclusão; revisão dos estágios anteriores. Tais estágios serão apresentados e seguidas durante esta revisão.

5.2 OS ESTÁGIOS DA RSL NA COMPOSIÇÃO DO *CORPUS* DE ANÁLISE

Nesta seção, é realizada a descrição minuciosa de todo o processo prático que compõe os estágios¹⁰ da RSL realizadas no decorrer desta pesquisa, incluindo a composição do *corpus* e os resultados encontrados.

No *primeiro passo* o tema central dessa revisão consiste em compreender as possíveis relações entre a Modelagem na educação e a Pesquisa como princípio educativo, encontradas em pesquisas acadêmicas tais como: teses; dissertações; artigos nacionais e internacionais; publicados em banco de dados de acesso acadêmico.

No segundo passo, elencou-se as seguintes perguntas de pesquisa:

- Quais os principais objetivos encontrados nas pesquisas que desenvolvem uma intervenção de ensino por meio da Modelagem?
- Quais os principais teóricos da Modelagem encontrados nas pesquisas que compõem esse *corpus* de análise?
- Quais os principais pesquisadores contemporâneos da Modelagem citados nos trabalhos que compõem esse *corpus* de análise?
- Quais relações entre a Modelagem e a Pesquisa como princípio educativo são encontradas nas pesquisas selecionadas?

Para responder à primeira questão, fez-se necessário compreender quais os objetivos enunciados pelos pesquisadores ao desenvolver e aplicar uma intervenção por meio da Modelagem. Para as segunda e terceira questões, identificaram-se os principais

¹⁰ Os autores Pickering e Byrne (2014) utilizam dois termos para explicar o procedimento da RSL. Os autores denominam “estágios” e “passos”. Os estágios referem-se a união dos quinze passos que compõem a RSL, ou quando os autores abordam sobre dois ou três passos que se complementam, o termo passo é utilizado quando se trata de cada etapa de forma individual.

teóricos da Modelagem e os autores que atualmente desenvolvem pesquisa na área. Por fim, para responder à última questão, analisou-se de que modo ocorre o ato de pesquisar em intervenções de Modelagem nas produções selecionadas.

No terceiro passo, as palavras-chave foram definidas, permitindo a busca nos bancos de dados pesquisados. No entanto, como foi realizada a busca em banco de dados nacionais e internacionais, tornou-se necessário a tradução dos termos de busca. No Quadro 4, estabeleceram-se as palavras-chave nos dois idiomas pesquisados.

Quadro 4 - Termos de busca

Palavras-chave	Keywords
Modelagem Matemática	<i>Mathematical Modelling</i>
Modelagem na educação	<i>Modelling in education</i>
Pesquisa em sala de aula	<i>Research in the classroom</i>
Educar pela pesquisa	<i>Education by research</i>
Ensino com pesquisa	<i>Teaching with research</i>
Ensino de Matemática	<i>Mathematical teaching</i>

Fonte: O autor (2023).

Essas palavras-chave foram combinadas em grupo de três termos para a busca nas bases de dados. As combinações utilizadas estão descritas abaixo, salientando que o mesmo agrupamento foi realizado para as *keywords*.

- Modelagem Matemática; Pesquisa em sala de aula; Ensino de Matemática
- Modelagem Matemática; Educar pela pesquisa; Ensino de Matemática
- Modelagem Matemática; Ensino com pesquisa; Ensino de Matemática
- Modelagem na Educação; Pesquisa em sala de aula; Ensino de Matemática
- Modelagem na Educação; Educar pela pesquisa; Ensino de Matemática
- Modelagem na Educação; Ensino com pesquisa; Ensino de Matemática

As escolhas dos termos de busca foram estabelecidas visando contemplar a maior quantidade de pesquisas arquivadas nos bancos de dados nacionais e internacionais que tenham alguma relação com a MM e a Pesquisa como princípio educativo em seu contexto. De acordo com Pickering e Byrne (2014), no estabelecimento das palavras-chave o pesquisador deve utilizar-se de sinônimos para atingir um número maior de pesquisa na busca. Dessa forma, optou-se por outros termos que pudessem agregar à busca, tal como a Modelagem na educação, o Educar pela Pesquisa e o Ensino com pesquisa.

Após estabelecer os termos de busca, no quarto passo, definem-se os bancos de dados na qual será realizada a pesquisa. Nesta tese, elencaram-se cinco bancos de dados para fazer a busca pelas pesquisas incluindo bases nacionais e internacionais listadas abaixo, sejam elas:

- Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações¹¹ - BDBTD;
- Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior¹² - CAPES;
- Networked Digital Library of Theses and Dissertations¹³ - ND LTD;
- Scientific Electronic Library Online¹⁴ - SciELO;
- Google Scholar¹⁵.

Essa escolha se justifica pela alta representatividade em divulgações de pesquisas acadêmicas em vigência no Brasil e no exterior que essas bases de dados possuem em termos de pesquisas acadêmicas nos últimos anos.

Seguindo para o quinto passo, iniciam-se as buscas das palavras-chave nas bases de dados selecionadas nos estágios anteriores, mas antes disso são definidos os critérios de inclusão e exclusão. Vale lembrar que esses critérios poderão ser alterados durante o processo de busca e seleção das produções, como sugerem Pickering e Byrne (2014).

Os critérios de inclusão e exclusão definidos para este estudo estão elencados no Quadro 5 abaixo. Vale salientar que os critérios utilizados abaixo, servem tanto para as bases nacionais quanto os internacionais.

Quadro 5 - Critérios de inclusão e exclusão utilizado para realização da busca

Critérios de Inclusão	Critérios de Exclusão
O trabalho deve possuir relação com a Modelagem Matemática	A pesquisa encontrada não possui relação com a Modelagem Matemática
Na pesquisa deve conter alguma relação ou menção ao ato de pesquisar	A pesquisa não houver qualquer menção ao ato de pesquisar mesmo tendo alguma relação com a Modelagem
A pesquisa encontrada deve ser uma aplicação da modelagem matemática	O trabalho apresenta apenas um estudo teórico sobre o tema
A pesquisa deve ser aplicada em turmas da Educação Básica	As pesquisas desenvolvidas no Ensino Superior

¹¹ <http://bdt.d.ibict.br/vufind/>

¹² <http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>

¹³ <http://www.ndltd.org/>

¹⁴ <https://scielo.org/>

¹⁵ <https://scielo.org/>

A pesquisa deve ser da área da Matemática	Trabalhos aplicados em diversas áreas do conhecimento
O trabalho deve ser classificado como tese, dissertação ou artigo (de revistas de <i>Qualis</i> A1 ¹⁶ avaliada por pares)	Trabalhos publicados diretamente na rede e não em periódicos de <i>Qualis</i> A1 de gabarito nacional ou internacional

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Após a definição desses critérios, criou-se um quadro, como sugerido no sexto passo, utilizado pelo pesquisador como um banco de dados em formato semelhante ao de uma planilha para armazenamento das pesquisas encontradas durante o processo de busca.

Para compor esse quadro foram identificados em cada produção: o título da pesquisa; os autores da pesquisa cadastrada; o ano de produção; e a base de dados na qual a pesquisa foi encontrada. Para cada produção será apresentado um código de identificação (ID), que é composta pelo registro de um número, por exemplo: T1 (trabalho 1) e ao lado do código as informações catalogadas tais como: título, autor, tipo de trabalho, ano e base de dados. E assim para todos os demais. Essa identificação, torna-se relevante para o controle do pesquisador da quantidade de pesquisas cadastradas e será disponibilizada no Apêndice A desse trabalho.

Os estágios 7, 8 e 9 requerem a busca nos bancos de dados e um estabelecimento primário do *corpus* de análise. Para isso, faz-se necessário descrever a busca nas bases de dados elencadas no quarto passo. Esse é o objetivo das próximas subseções.

5.3 DESCRIÇÃO DAS BUSCAS

As buscas nas bases de dados foram realizadas seguindo o mesmo procedimento: inicialmente realiza-se a procura pelos termos chaves em seguida pela elevada quantidade de trabalhos, utiliza-se os filtros presentes na base de dados. Em seguida realiza-se a leitura do título e palavras-chave como forma de exclusão de pesquisas que estejam fora do escopo buscado. Em seguida realiza-se a leitura do resumo das pesquisas restantes como uma nova forma de exclusão das pesquisas que não estejam de acordo com o tema buscado. Por fim, é realizada a leitura dos trabalhos que restaram com a finalidade de

¹⁶ Qualis é o conjunto de procedimentos utilizados pela Capes para estratificação da qualidade da produção intelectual dos programas de pós-graduação. O *Qualis* utilizado nessa pesquisa é o que segue em vigência em 2020, conforme a Plataforma Sucupira, disponível in: <<https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/>>.

incluir-las ou não no *corpus* registrado na base de dados desenvolvida para essa revisão sistemática.

5.3.1 Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDBTD

No banco de dados da BDBTD o processo de busca por pesquisas com mais de um termo é realizado selecionando-se a opção de busca avançada e em seguida a quantidade de termos de busca utilizados. Dessa forma, todas as palavras-chave escritas em uma das caixas de busca são interligadas na busca feita internamente pelo *software*. Nessa pesquisa, foi escrito cada termo descrito no terceiro passo, em uma caixa, obtendo-se os resultados apresentados no Quadro 6 abaixo¹⁷.

Quadro 6 - Frequência das produções encontradas na BDBTD

BDBTD	
Palavras-chave	Resultado
“modelagem matemática” “pesquisa em sala de aula” “ensino de matemática”	106
“modelagem matemática” “educar pela pesquisa” “ensino de matemática”	50
“modelagem matemática” “ensino com pesquisa” “ensino de matemática”	396
“modelagem na educação” “pesquisa em sala de aula” “ensino de matemática”	90
“modelagem na educação” “educar pela pesquisa” “ensino de matemática”	39
“modelagem na educação” “ensino com pesquisa” “ensino de matemática”	288
TOTAL	969

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Vale salientar que os resultados apresentados no quadro acima, são referentes a uma busca sem nenhum tipo de filtros ou critérios. Os filtros disponíveis na base de dados não foram utilizados, pois poderiam limitar o *corpus*. Após os resultados encontrados no quadro acima, adentra-se nos estágios 7, 8 e 9, uma vez que é realizada a busca e a redução do *corpus* de análise com a finalidade de preencher o banco de dados.

Na busca inicial, apenas com a procura pelos termos foram retornados pelo *software* da base de dados um total de 969 produções. Para delimitar essa busca optou-se, em um primeiro momento, apenas pela leitura do título dessas produções, considerando que, conforme Pickering e Byrne (2014), essa possa ser uma escolha do pesquisador.

¹⁷ Busca realizada no dia 13/04/2020.

No Quadro 7, apresentam-se os resultados e categorização das três primeiras combinações de palavras-chave realizadas no banco de dados, ou seja, das três primeiras buscas uma vez que ao detalhar cada busca separadamente tornaria esta descrição prolixa e repetitiva, pois os resultados entre as combinações são semelhantes, assim, apresentam-se, inicialmente, as combinações com o termo Modelagem Matemática e, no próximo quadro, as combinações com o termo Modelagem na Educação. Vale salientar que as 552 produções apresentadas nesse quadro, corresponde ao total das três primeiras buscas as outras 417 produções restantes serão detalhadas mais à frente. A categorização foi feita a partir da leitura atenta dos títulos.

Quadro 7 - Categorização de pesquisas relacionadas com a Modelagem Matemática

Código	Categorias	1ª busca	2ª busca	3ª busca	Total por Categoria
		MM ¹⁸ ; PS; EM	MM; EP; EM	MM; EcP; EM	
I	Relato da Aplicação de Intervenções em MM	9	5	9	23
II	MM e Métodos de ensino	8	5	8	21
III	Metanálise de Intervenções	12	0	12	24
IV	Aplicação da MM na EB	2	4	36	42
V	Aplicação da MM no ES	38	12	85	135
VI	MM na Formação de Professores	7	5	10	22
VII	Modelagem e o desenvolvimento da autonomia nos estudantes	0	0	13	13
VIII	Modelagem e outras Áreas do Conhecimento	0	0	79	79
IX	Epistemologia no Ensino de Matemática	8	0	10	18
X	Instrumentação para o Ensino da Matemática	0	0	58	58
XI	Revisão de Literatura do Ensino da Matemática	22	19	76	117
Total por busca		106	50	396	552

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A categoria I agrega os trabalhos que apresentam descrições de como é realizada uma intervenção com a modelagem desde as preparações iniciais até as dificuldades encontradas. A categoria II, refere-se às pesquisas que utilizaram outros métodos de ensino articulados à Modelagem para desenvolver uma sequência de ensino, entre elas: Modelagem e Etnomatemática; Modelagem e Teoria das Situações Didáticas. A categoria

¹⁸ As siglas representam as chaves de busca, MM – Modelagem Matemática; PS – Pesquisa em sala de aula; EM – Ensino de Matemática; EP – Educar pela Pesquisa; EcP – Ensino com Pesquisa. Outras siglas utilizadas no quadro são EB – Educação Básica e ES – Ensino Superior.

III se constituí pelas produções que fizeram uma Metanálise dos trabalhos publicados, ou seja, essas produções apresentam uma reunião de um número significativo de trabalhos sobre o tema e uma análise dos resultados encontrados apresentando um novo significado a partir dos já encontrados. Na primeira e na terceira busca, foram obtidas as mesmas 12 pesquisas, no entanto, a segunda busca não retornou nenhuma pesquisa.

As categorias IV e V são semelhantes, porém diferenciam-se na modalidade do ensino em que a pesquisa é desenvolvida, no Educação Básica ou Ensino Superior. Observa-se que a quantidade de pesquisas encontradas na categoria IV é expressivamente maior, possivelmente pela quantidade de intervenções ou desenvolvimento de modelos realizados nos cursos de graduação. A categoria VI engloba as pesquisas que desenvolveram uma formação de professores com o viés da modelagem, objetivando que esses professores conheçam esse método de ensino e pesquisa, e que possam replicar nas suas respectivas salas de aula. A categoria VII diz respeito às pesquisas que buscam utilizar a MM como forma de desenvolver a autonomia dos estudantes no processo de aprendizagem.

As pesquisas que desenvolvem modelos matemáticos para representar situações do cotidiano, encontrados em trabalhos das áreas de Física, Química, Biologia, entre outros, estão representados na categoria VIII. Na categoria IX apresentam-se os trabalhos que fizeram um estudo sobre a evolução do ensino da Matemática desde as civilizações ancestrais até o presente.

Os trabalhos que utilizam instrumentos para o ensino da Matemática na Educação Básica tais como: calculadora; instrumentos gráficos; jogos; entre outros, englobam a categoria X. As pesquisas que desenvolveram um estado da arte, estado do conhecimento, mapeamento ou uma revisão de literatura sobre o ensino da Matemática foram agrupadas na categoria XI.

Após a busca e categorização das pesquisas referentes a essa base de dados, selecionaram-se as categorias que vão ao encontro dos critérios de inclusão e exclusão já estabelecidos na etapa anterior da RSL. Assim, as categorias I, II, IV, VI, VII, e X convergem ao objetivo desta revisão de literatura. Após a leitura dos resumos das 179 produções que compõe as categorias selecionadas, observou-se que os 101 trabalhos referentes as categorias II, VI e X não se enquadram nas propostas e objetivo desta

revisão, pois, ou não possuem relação com a Modelagem ou não realizam uma aplicação na Educação Básica.

Das 101 produções excluídas, 53 pesquisas relacionam a Matemática com as tecnologias computacionais objetivando aprimorar nos estudantes a programação básica de *softwares*, e a manipulação de *softwares* e aplicativos, distanciando-se, portanto, do objetivo desta revisão que consiste em encontrar pesquisas com o uso da Modelagem para o ensino da Matemática. Adicionado a isso, 22 produções descartadas, foram realizadas no curso de formação de professores, inicialmente, esperava-se encontrar no trabalho alguma finalidade de aplicação com turmas da Educação Básica, porém, durante a leitura percebeu-se que todas tratavam de cursos de formação que se limitavam a apresentar os procedimentos de modelagem, sem articulá-los com as aplicações em sala de aula. Nas 26 pesquisas restantes que foram excluídas, não ficou explícito qual situação de modelagem foi realizada na Educação Básica, ocasionando o descarte de ambas devido os critérios de exclusão definidos previamente.

Dessa forma, restaram 78 produções pertencentes as categorias I, IV e VII, e uma vez que o resumo da obra sugeria validar os requisitos de inclusão definidos neste estudo, foi realizada a leitura na íntegra do trabalho para confirmação. Da categoria I, selecionaram-se cinco trabalhos que são compatíveis com as propostas desta tese de doutorado, as demais apesar de apresentarem um relato de intervenção, não evidenciaram o desenvolvimento de uma situação de modelagem no processo. Da quarta categoria, 12 trabalhos foram selecionados pois apresentam uma intervenção com a Modelagem em turmas de Matemática da Educação Básica. Da sétima categoria, foram selecionados seis trabalhos que utilizam o método de ensino da Modelagem para proporcionar o desenvolvimento da autonomia nos estudantes durante o processo de aprendizagem. Assim, na primeira combinação de palavras-chave foram encontradas 23 pesquisas que apresentaram confluência com o objetivo desta revisão de literatura.

A nova busca foi feita com as mesmas combinações de termos, porém relacionadas com a Modelagem na Educação. Essa nova busca deu-se pela necessidade de encontrar pesquisas que abordem sobre os diversos tipos de perspectiva de modelagem adotadas no cenário educacional atual. Assim, no Quadro 8, apresentam-se as categorias emergentes a partir da leitura dos títulos e a quantidade de trabalhos relacionados a cada uma das três buscas, feitas a partir da combinação dos termos.

Quadro 8 - Categorização de pesquisas relacionadas com a Modelagem na Educação

Código	Categorias	1ª busca	2ª busca	3ª busca	Total por Categoria
		ME ¹⁹ ; PS; EM	ME; EP; EM	ME; EcP; EM	
I	Relato da Aplicação de Intervenções em MM	9		25	39
II	MM e Métodos de ensino	16	8	20	44
III	Metanálise de Intervenções	0	0	15	15
IV	Aplicação da MM na EB	20	10	25	55
V	Aplicação da MM no ES	10	10	40	60
VI	MM na Formação de Professores	5	5	10	20
VII	Modelagem e o desenvolvimento da autonomia nos estudantes	0	0	13	13
VIII	Modelagem e outras Áreas do Conhecimento	0	0	40	40
IX	Epistemologia no Ensino de Matemática	0	0	10	10
X	Instrumentação para o Ensino da Matemática	0	0	42	42
XI	Revisão de Literatura do Ensino da Matemática	27	0	45	72
XII	Modelagem na Educação e o Ensino de Matemática	3	1	3	7
Total por busca		90	39	288	417

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Das categorias emergentes dessa busca, 11 delas foram as mesmas descritas no Quadro VII, isso porque a maior parte dos trabalhos retornados pela plataforma são os mesmos retornados na busca anterior. A nova categoria, XII, resultou da troca do termo “modelagem matemática” por “modelagem na educação”, nessa categoria elencam-se as pesquisas que adotam o método de ensino e pesquisa Modelagem na Educação proposto por Maria Salett Biembengut (2014, 2016). Do mesmo modo que no quadro anterior, a quantidade de produções por categoria não é necessariamente o número total, uma vez que algumas se repetiram durante as três buscas.

Comparando os resultados obtidos ao alterar o termo MM para Modelagem na Educação, observa-se que nas categorias I e II, foram identificadas novas pesquisas, uma diferença de 16 e 23 trabalhos respectivamente. No entanto, o inverso ocorre nas categorias III e V, que apresentam uma redução de 9 e 75 pesquisas. As produções

¹⁹ A sigla ME representa o termo Modelagem na Educação as outras siglas seguem o mesmo significado apresentado anteriormente.

referentes à categoria VII se mantiveram os mesmos, e essa foi a única categoria em que isso ocorreu.

Nas categorias VIII, IX e X, nas duas primeiras buscas não foram encontrados nenhum trabalho relacionado, apenas na terceira busca surgiram as pesquisas encontradas. A combinação dos termos Modelagem na Educação e Ensino com Pesquisa evocou trabalhos relacionados ao desenvolvimento da autonomia dos estudantes que com as buscas anteriores não foi possível identificar as pesquisas que originaram a categoria XII ao contrário dos demais, retratam já no título o uso da Modelagem na Educação para o ensino de Matemática na Educação Básica o que possivelmente os agrega diretamente com o objetivo desta revisão.

As categorias selecionadas para análise foram I, II, IV, VI, VII, VIII, X e XII pois as temáticas vão ao encontro do objetivo dessa revisão. Dessa forma, foi realizada a leitura do título e resumo das 260 produções com a finalidade de confirmar se o objetivo do trabalho coincide com os critérios de inclusão desta revisão. Durante a leitura dos resumos observou-se que 146 produções incluídas nas categorias II, VI, VIII e X não apresentam relações com os critérios de inclusão definidos para esta revisão. Dos 39 trabalhos da categoria I, apenas quatro correspondem a um relato que apresenta uma aplicação da Modelagem em turmas da Educação Básica, as demais apresentam relatos de preparo, dificuldades e contextos de uma aplicação, não convergindo ao objetivo dessa análise. Na categoria IV, dos 55 trabalhos apenas 10 correspondem à aplicação da Modelagem em turmas da Educação Básica, uma vez que, apesar de apresentarem uma intervenção de ensino, não estabelecem nenhuma relação com a modelagem. Em algumas eram apresentadas sequências didáticas, jogos e, *softwares* educacionais entre outros.

Na categoria VII, das 13 pesquisas encontradas apenas duas correspondem ao objetivo desta revisão. Na categoria XII, as pesquisas se repetem nas três buscas. Portanto, apenas três foram integradas ao *corpus* de análise.

Assim, na segunda combinação de palavras-chave foram encontradas 19 pesquisas que apresentaram confluência com o objetivo desta revisão de literatura. No entanto, das 19 pesquisas selecionadas, 16 destas correspondentes das categorias I, IV e VII já haviam sido contabilizadas no primeiro agrupamento de palavras-chave, sendo apenas três pesquisas inéditas encontradas. Dessa forma, a partir da base de dados da BDTD foram selecionadas 26 pesquisas que serão incorporadas ao *corpus* de análise desta RSL.

A seguir apresenta-se a busca e categorização dos trabalhos selecionados no banco de teses e dissertações da CAPES.

5.3.2 Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES

A pesquisa realizada no banco de teses e dissertações da CAPES²⁰ foi mais extensa que no banco de dados anterior, isto ocorreu, possivelmente, devido à quantidade superior de pesquisas disponibilizadas nessa base de dados. Além disso, essa base de dados não possui o sistema de busca avançada em caixas como na BDTD. No entanto, possui alguns filtros que são pertinentes e auxiliam na delimitação da busca pelas pesquisas requeridas.

Da mesma forma que na BDTD, a pesquisa na base da CAPES foi realizada buscando a combinação dos três termos realizando as seis combinações de palavras-chave propostas. E assim, como na base de dados anterior, os dados gerados pelo banco de dados são apresentados de forma agrupada. Para realizar as buscas, todos os termos foram escritos “entre aspas” e descritos com o termo *and* entre os termos. O termo *and* foi utilizado por ser o operador lógico reconhecido pelo *software* para sinalizar a união ou adição de termos ou comandos (DATE, 2000). Por exemplo, a busca pela primeira combinação de termos foi realizada da seguinte forma: “Modelagem Matemática” and “Pesquisa em sala de aula” and “Ensino de Matemática”.

Como as buscas no banco de dados da CAPES apresentaram resultados mais elevados do que na base da BDTD, optou-se pela utilização dos filtros disponíveis pelo banco de dados com a finalidade de refinar os resultados. Os filtros utilizados foram: tipo; grande área do conhecimento; área do conhecimento e área de concentração.

Com primeiro filtro, *Tipo*, foi possível selecionar apenas as produções referentes a teses e dissertações, descartando os trabalhos de monografias e relatórios acadêmicos.

No filtro *Grande área de conhecimento*, encontram-se as áreas de estudos organizadas em blocos do conhecimento. Entre elas: Ciências Humanas; Ciências Sociais; Ciências Agrárias; Ciências Biológicas; Ciências da Saúde; Multidisciplinar; Ciências Exatas e da Terra; entre outras. Assim, para esta pesquisa, optou-se por selecionar apenas as grandes áreas da Ciências Exatas e da Terra e Multidisciplinar. A

²⁰ Acesso realizado no dia 23/04/2020

primeira escolha foi feita para seleção das produções na área de Matemática e, a segunda, para aquelas publicadas na área de Educação e Educação Matemática.

No filtro *Área de conhecimento* encontram-se como áreas descritas: Ciências da Computação; Ciências Ambientais; Engenharia de *Software*; Ensino; Ensino de Ciências e Matemática; Estatística; Física; Geociência; entre outros. Considerou-se relevante para esta RSL, as seguintes áreas: Ensino; e, Ensino de Ciências e Matemática. Na *área de concentração*, encontram-se as subáreas que fazem parte das áreas selecionadas, entre elas: Biodiversidade; Cotidiano e Currículo; Ciência, Tecnologia e Educação; Diversidade e Inclusão; Educação Ambiental; Educação e Saúde; Educação Matemática; Educação em Ciências e Matemática; Ensino de Matemática; Ensino de Física. Assim, com esse filtro foram selecionadas as áreas de Educação em Ciências e Matemática, Educação Matemática, Ensino de Ciências e Matemática, Ensino de Ciências e Educação Matemática, e Ensino de Matemática.

Com a utilização desses filtros, tornou-se possível delimitar o número de produções que mais se aproximariam dos critérios de inclusão. No Quadro 9, apresentam-se os resultados numéricos a partir dos filtros utilizados, sendo a última linha o número final das produções que foram previamente selecionadas.

Quadro 9 - Resultados das buscas na CAPES com filtros

Categorias	MM; PS; EM	MM; EP; EM	MM; EcP; EM
Filtros	Quantidade de Pesquisas		
Busca Inicial	489433	488549	489428
Tipo	428144	428809	429477
Grande área do conhecimento	79789	79808	79922
Área do conhecimento	6673	6682	6689
Área de concentração	2452	2448	2385

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Apesar da aplicação da maior parte dos filtros disponibilizados pelo banco de dados, o número resultante de produções ainda é considerado elevado. Assim, embora Pickering e Byrne (2014) sugiram a leitura do título e do resumo de cada produção, devido ao alto número de trabalhos encontrados, optou-se pela leitura do título e do objetivo de cada uma das pesquisas, tendo em vista aproximá-las dos critérios de inclusão ou de exclusão definidos nesta revisão sistemática. A partir disso, realizou-se a categorização e quantificação dessas pesquisas que, a princípio, relacionam a MM com os métodos de pesquisa e o ensino de Matemática, conforme o Quadro 10.

Quadro 10 - Categorização e Quantificação das buscas no banco da CAPES

Código	Categorias	1ª busca	2ª busca	3ª busca	Total por Categoria
		MM; PS; EM	MM; EP; EM	MM; EcP; EM	
I	Ensino de Matemática	756	755	746	2257
II	MM Ensino Superior	512	514	523	1549
III	MM Educação Básica	345	343	340	1028
IV	Tecnologias para o Ensino	376	373	351	1100
V	Jogos para o Ensino	93	93	89	275
VI	Metanálise das intervenções	156	156	152	464
VII	Metodologias para Ensino	65	65	57	187
VIII	Estado do Conhecimento	65	65	53	183
IX	Formação de Professores	34	34	33	101
X	MM e autonomia	26	26	21	73
XI	Epistemologia do Ensino	16	16	14	46
XII	MM e educação no campo	8	8	6	22
Total por busca		2452	2448	2385	7285

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Algumas categorias emergentes dessa base de dados possuem semelhança com as categorias apresentadas na base de dados anterior com poucas diferenças percebidas. A diferença entre as pesquisas presentes nas categorias IV e V é que na quarta constam produções que utilizam *softwares* e aplicativos projetados para o ensino da Matemática, enquanto na quinta categoria estão as pesquisas que produziram ou aplicaram jogos não digitais com a mesma finalidade.

As pesquisas que possibilitaram a emergência da categoria XII apresentam intervenções de MM em turmas da escola no campo. De acordo com Caldart (2009), a educação no campo é o movimento em que transforma a realidade dos sujeitos trabalhadores do campo em todas as instâncias (sociais, econômicas, ambientais). Dessa forma, alguns pesquisadores desenvolveram intervenções com a Modelagem em turmas da educação no campo com a finalidade de diversificar o ensino de Matemática na comunidade.

As categorias que convergem ao objetivo desta revisão, portanto, aos critérios de inclusão são: III, VII, IX, X e XII. As produções que deram origem à categoria I foram descartados, pois tratam-se de aplicações de sequências didáticas, temas de natureza escolar, resolução de problemas e não uma aplicação da Modelagem. As pesquisas

realizadas no Ensino Superior, presentes na segunda categoria, enquadram-se no critério de exclusão que torna necessária a aplicação na Educação Básica. As categorias VI e V apesar de apresentarem aplicações na Educação Básica não possuem relação com a MM. As produções que constituem as categorias VI, VIII, XI são pesquisas teóricas as quais não convergem aos critérios de inclusão desta RSL. Vale novamente ressaltar, que entre os resultados das buscas muitas pesquisas são repetidas, devido à semelhança entre palavras-chave.

Diante da consideração ou não das categorias, como relevantes para esta revisão e descarte das produções repetidas, restaram 1411 produções para a próxima etapa que consiste na leitura dos resumos com a finalidade de incluir ou excluir as produções ao *corpus* de análise.

Dos resumos lidos, considerou-se que 36 trabalhos referentes à primeira e à segunda busca e 26 referentes a terceira, confirmaram a convergência com o objetivo dessa pesquisa. Dessas 62 pesquisas selecionadas, 42 foram agregadas ao *corpus* de análise, uma vez que ocorreu uma repetição de 20 produções na terceira busca.

Assim como no banco de dados anterior, em seguida foi realizada a busca das três últimas combinações de palavras-chave com o propósito de abarcar o maior número de pesquisas abrangentes sobre o tema pesquisado. O processo de busca dos termos é igual ao processo relatado anteriormente, apenas substituindo o termo “Modelagem Matemática” por “Modelagem na Educação”. Na busca inicial o *software* retornou muitos trabalhos sendo necessária, novamente, a utilização dos mesmos filtros utilizados anteriormente. No Quadro 11, apresenta-se a quantificação do volume de pesquisas partindo da busca inicial até o último filtro utilizado.

Quadro 11 - Resultados numéricos da segunda busca na CAPES

Categorias	ME; PS; EM	ME; EP; EM	ME; EcP; EM
Filtros	Quantidade de Pesquisas		
Busca Inicial	486826	486820	486795
Tipo	427062	427057	427055
Grande área do conhecimento	79035	79054	79045
Área do conhecimento	6595	6615	6515
Área de concentração	2603	2474	2264

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

É perceptível, no Quadro XI, o elevado número de pesquisas identificadas. Para reduzir esse número foi realizada a leitura dos títulos e palavras-chave das produções com a finalidade de agrupá-los e quantificá-los por categorias, conforme consta no Quadro 12.

Quadro 12 - Categorização e Quantificação das pesquisas encontradas na segunda busca

Código	Categorias	1ª busca	2ª busca	3ª busca	Total por categoria
		ME; PS; EM	ME; EP; EM	ME; EcP; EM	
I	Ensino de Matemática	742	728	731	2201
II	MM Ensino Superior	521	482	465	1468
III	MM Educação Básica	603	577	503	1683
IV	Tecnologias para o Ensino	348	348	260	356
V	Jogos para o Ensino	140	123	109	372
VI	Metanálise das intervenções	104	94	86	284
VII	Metodologias para Ensino	52	42	33	127
VIII	Estado do Conhecimento	41	38	35	114
IX	Formação de Professores	22	18	19	59
X	MM e autonomia	18	15	14	47
XI	Epistemologia do Ensino	8	6	6	20
XII	MM e Educação no Campo	0	0	0	0
XIII	Modelagem na Educação	4	3	3	10
Total por busca		2603	2474	2264	7341

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Com a substituição dos termos “Modelagem Matemática” por “Modelagem na Educação”, tinha-se a expectativa de que as pesquisas retornadas pela base de dados fossem em sua maior parte, inéditas em relação aos resultados anteriores. Contudo, ao categorizar as pesquisas notou-se a repetição da maior parte delas. Nessa categorização, observa-se que, em dez categorias apresentadas no quadro XII a quantidade de trabalhos encontrados diminuiu com relação a busca anterior, apenas como exemplo a categoria I apresentou uma redução de 56 pesquisas, e a categoria VI reduziu 180 trabalhos.

No entanto, a categoria III que agrega os trabalhos relacionados a intervenções na Educação Básica houve um acréscimo de 655 pesquisas relacionadas, e a categoria V relacionadas a jogos para o ensino de Matemática teve um acríve de 97 trabalhos. Percebe-se ainda que as produções relacionadas à categoria Educação no campo, presente no uso dos termos anteriores não emergiram nessa busca, porém emergiu a XIII categoria intitulada *Modelagem na Educação* que consiste em pesquisas que apresentam esse termo no título da pesquisa.

A partir, das categorias emergentes, foram selecionadas as produções que compõem as categorias III, VII, IX, X e XIII, por serem pesquisas que, aparentemente, vão ao encontro do objetivo dessa revisão. Dessa forma, foi realizada a leitura dos objetivos dos 1926 trabalhos com a finalidade de restringir a quantidade de pesquisas relacionados ao tema. Pela leitura dos objetivos, constatou-se que na primeira categoria apenas 436 trabalhos são intervenções em turmas da Educação Básica, na segunda e terceira categoria foram encontradas 18 e 8 trabalhos respectivamente que enquadra-se no objetivo desta revisão. No entanto, ainda restavam 475 trabalhos, sendo necessário a leitura dos resumos. Dos resumos lidos, considerou que 58 produções, confirmaram a convergência com o objetivo desta pesquisa. Das 58 produções são 52 oriundas da primeira categoria e três oriundas das categorias X e XIII. Dessas, 22 foram agregadas ao *corpus* de análise, uma vez que 36 pesquisas são repetições das buscas anteriores.

Dessa forma, na primeira combinação dos termos de buscas foram agregados ao *corpus* de análise desta revisão 42 produções e, na segunda mais 22. Isso totaliza, 64 produções selecionadas a partir do banco de dados da CAPES.

A seguir, detalha-se a busca na base de dados da NDLTD.

5.3.3 Networked Digital Library of Theses and Dissertations – NDLTD

A NDLTD é uma base de dados internacional onde qual hospedam-se teses e dissertações. Essa base de dados, de acordo com o próprio site da instituição, é patrocinada pela Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) com a finalidade de promover a adoção, criação, uso, disseminação e preservação de dissertações e teses em meio eletrônico.

As teses e dissertações encontradas nessa base de dados são na maior parte em língua inglesa. No entanto, encontram-se pesquisas em outras línguas maternas, tais como: espanhol; francês; português; alemão; sueco; chinês; entre outras. Assim como o banco de dados da CAPES, a NDLTD não possui a opção da busca por termos em caixas, como é possibilitado na BDTD. Entretanto, na página principal do site são apresentados os operadores de busca necessários para realizar uma busca mais delimitada.

Nessa base de dados as buscas foram realizadas em língua inglesa e os termos descritos sem aspas com o acréscimo do operador *and* que indica a união dos termos. Por exemplo, para a primeira busca foi inserido os termos-chave: *Mathematical Modelling*

and Research in the Classroom and Mathematics Teaching. Vale salientar que essas informações de busca foram retiradas na própria página na opção *advanced research* (busca avançada), na qual resume-se os operadores lógicos reconhecidos pelo banco de dados.

Em relação aos filtros, a base de dados da ND LTD possui poucos filtros. Os filtros disponíveis são: Fonte; Período; Linguagem; e, Marcado com. Na *fonte*, o pesquisador pode escolher os bancos de dados que considerar mais conveniente que o *software* procure, caso não queira todos disponíveis. Os filtros *período* e *linguagem*, são utilizados para determinar um período para a data de publicação e a linguagem do texto, respectivamente. O filtro *Marcado com*, representa as áreas do conhecimento a qual o pesquisador tem interesse, por exemplo: Ciências; Engenharia; Educação; Saúde; Ensino; entre outros. Esse filtro é semelhante ao da área de concentração disponível na base de dados da CAPES.

Para essa base de dados adotou-se apenas dois filtros: A *linguagem selecionada*, produções em língua inglesa; espanhola e portuguesa; e, os *Marcado com*: Matemática; Educação; Ensino; Estudo; Aprendizagem; Escola e Ensino de Matemática.

Ao buscar por todos os termos chave no banco de dados retornaram um total de 2349 pesquisas. Diante desse número optou-se pela utilização dos filtros disponíveis, apresentados no Quadro 13 que evidencia os filtros utilizados pelo total de pesquisas retornados pelo *software*.

Quadro 13 - Resultados numéricos das buscas dos termos chave na ND LTD

Categories	MM; RC; MT	MM; ER; MT	MM; TR; MT
Filtros	Quantidade de Pesquisas		
Research	735	931	683
Language	394	876	651
Tagged With	332	854	526

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A quantidade de produções que retornaram pela base de dados, embora seja inferior aos resultados obtidos nas bases de dados anteriores, consiste em um elevado número. Assim, procedeu-se a leitura do título e dos objetivos das pesquisas com a finalidade de inclui-las ou descartá-las conforme os critérios estabelecidos no quinto passo.

Assim, nesse processo, foi realizado a leitura do título e objetivo das 1712 produções com a finalidade de categorizar e quantificar de forma a ser apresentado no Quadro 14.

Quadro 14 - Categorização e Quantificação das pesquisas por chaves de busca

Código	Categorias	MM; RC; MT	MM; ER; MT	MM; TR; MT	Total por Categoria
I	Pesquisas Teóricas	93	155	122	370
II	MM Ensino Superior	67	234	128	429
III	Aplicações na Educação Básica	56	273	157	486
IV	Avaliação de Métodos de Ensino	45	48	32	125
V	Softwares para o Ensino de Matemática	34	89	53	176
VI	Formação de Professores	23	30	20	73
VII	Métodos de Ensino	14	25	14	53
Total por busca		332	854	526	1712

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

As categorias emergiram de modo semelhante às buscas anteriormente descritas, visando o propósito das pesquisas a ela agregado.

A categoria I refere-se a pesquisas teóricas desenvolvidas em relação à MM, ao processo de pesquisa na Educação Básica; e ao ensino de Matemática, porém todas pesquisas que fizeram um estudo sobre o assunto, não desenvolvem alguma aplicação. Na categoria III, encontram-se as pesquisas desenvolvidas em turmas que englobam desde o *elementary school* até o *higher school*, que correspondem ao Ensino Fundamental I ao Ensino Médio das escolas brasileiras.

A diferença entre as categorias IV e VII é que na primeira são pesquisas que coletam produções que utilizaram os métodos de ensino e avaliam a forma de aplicação e os resultados encontrados. A segunda corresponde às pesquisas que desenvolvem um estudo sobre algum método de pesquisa específico para aprimorar o ensino de Matemática.

Conforme os critérios de inclusão e exclusão, as categorias que se enquadram nesta revisão são III, VI e VII totalizando 612 pesquisas. Dessa forma, tornou-se necessário a leitura do resumo dessas pesquisas para confirmar quais delas convergem ao objetivo desta investigação. As pesquisas provenientes da categoria III são, em sua maioria, aplicações de conteúdos de Matemática básica tais como: operações básicas; frações; equações; e, funções, desenvolvidas em associação com alguns métodos de

ensino, em particular, resolução de problemas e sequências didáticas. Dessa categoria apenas oito trabalhos desenvolveram intervenções com a MM.

A categoria VI constituiu-se pelas pesquisas que abordam a formação de professores com o objetivo de aprimorar a forma de ensino, contudo, a maior parte apenas apresenta o contexto em que foi realizada a formação sem preocupar-se com a futura aplicação por esses professores em turmas da Educação Básica. Assim, foram selecionadas três pesquisas que desenvolveram intervenções com os professores em Modelagem e com a proposta de aplicação em suas respectivas turmas.

Na categoria VII, encontrou-se estudos teóricos e comparativos entre alguns métodos de ensino, porém não foi encontrada alguma aplicação desses métodos com relação à Modelagem em sala de aula.

Portanto, com os termos associados com a palavra-chave MM foram selecionados 11 pesquisas que apresentam intervenções de ensino da Modelagem no contexto da Educação Básica, que é o foco desta revisão.

Assim como nas bases anteriores, foi realizada a substituição do termo, “Modelagem Matemática” por “Modelagem na educação” com a pretensão de encontrar outras pesquisas não emergentes na etapa anterior.

Na busca pelos termos combinados com “Modelagem na Educação” no banco de dados retornaram um total de 10762 pesquisas. O número de produções nessa busca foi aproximadamente cinco vezes maior do que na busca anterior, possivelmente pela adição do termo “education” a qual proporcionou a evidência de pesquisas que não foram selecionadas pelo *software* na busca anterior.

Dessa forma, tornou-se primordial a utilização dos filtros disponíveis, os mesmos utilizados na busca anterior. O Quadro 15 apresentam total de pesquisas retornados pelo *software* para cada filtro adicionado.

Quadro 15 - Resultados das buscas dos termos chaves pelos filtros na ND LTD

categorias	ME; RC; MT	ME; ER; MT	ME; TR; MT
Filtros	Quantidade de Pesquisas		

Research	1577	5408	3777
Language	1525	4875	3512
Tagged With	1156	2859	1856

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Para delimitar o número de pesquisas identificadas, 5871, realizou-se a leitura do título e dos objetivos. Após a leitura, foi realizada a categorização e quantificação das pesquisas conforme o contexto a qual cada uma faz parte, esse agrupamento está representado no Quadro 16.

Quadro 16 - Categorização das pesquisas relacionadas a Modelagem na Educação

Código	Categorias	ME; RC; MT	ME; ER; MT	ME; TR; MT	Total por Categoria
I	Pesquisas Teóricas	227	431	325	983
II	MM Ensino Superior	293	744	567	1604
III	Aplicações na Educação Básica	341	1136	624	2101
IV	Avaliação de Métodos de Ensino	49	45	32	126
V	Softwares para o Ensino de Matemática	88	242	174	504
VI	Formação de Professores	25	29	21	75
VII	Métodos de Ensino	15	27	25	67
VIII	Modelos Matemáticos	118	205	88	411
Total por busca		1156	2859	1856	5871

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Observa-se que as categorias presentes no Quadro 16 são as mesmas da busca anterior, com exceção da categoria VIII, constituída por pesquisas que tem o objetivo de desenvolver um modelo físico com os estudantes ou então que a modelagem tem início por meio de um modelo físico para então explorar a matemática presente no objeto.

As três primeiras categorias destacam-se na quantidade superior de produções em relação aos demais temas, aproximadamente três vezes mais trabalhos que no Quadro 14. Nas categorias IV e VI houve um aumento, mas de forma mais branda com relação aos demais. As categorias que apresentam os trabalhos relacionados com a aplicação da Modelagem no ensino superior ou na Educação Básica, tiveram resultados expressivos em comparação com a busca anterior, fato esse evidenciado com a substituição do termo “*mathematics*” por “*education*” no campo de busca. Isso sugere que as pesquisas encontradas possuem uma maior relação com o campo educacional do que com o campo da matemática pura e aplicada.

As categorias que serão analisadas, por irem ao encontro do objetivo desta RSL, são III, VI, VII e VIII, resultando em um total de 2654 trabalhos a serem analisados. Após a leitura dos resumos dessas pesquisas, selecionaram-se apenas 29 trabalhos para compor o *corpus* de análise. A exclusão das demais deve-se aos mesmos fatores percebidos nas buscas anteriores relativos aos critérios de exclusão. No entanto, faz-se necessário justificar a exclusão das produções categoria VIII. Nessa categoria, a maior parte das pesquisas encontradas na primeira busca, repetem-se na segunda e na terceira. Além disso, tratam de aplicações de trabalhos já desenvolvidos, os autores retiram modelos prontos e já aplicados, realizam uma nova aplicação e em seguida compara os resultados. Portanto, o foco não é a intervenção com a Modelagem para a aprendizagem dos estudantes e sim a comparação de resultados.

Diante disso, na base de dados da NDLTD foram agregadas 35 produções ao banco de dados dessa revisão de literatura, uma vez que das 11 selecionadas na primeira combinação de termos, cinco se encontram repetidas nas 29 selecionadas por meio da segunda combinação.

A seguir, apresenta-se a busca no banco de dados da SciELO.

5.3.4 Scientific Eletronic Library Online - SciELO

A SciELO é uma base de dados de livre acesso, amplamente utilizada no meio acadêmico para divulgar pesquisas em periódicos que contenham trabalhos em formato de artigos publicados em revistas em vigência no país.

De acordo com o próprio site da SciELO, o objetivo do mesmo é implementar uma biblioteca eletrônica que possa proporcionar um amplo acesso a coleções de periódicos como um todo, aos fascículos de cada título de periódico, assim como aos textos completos dos artigos. O acesso aos títulos dos periódicos e aos artigos pode ser feito por meio de índices e de formulários de busca.

As buscas nessa plataforma foram semelhantes as realizadas na base de dados da BDTD, pois, do mesmo modo, a SciELO apresenta a opção de “busca avançada” que disponibiliza campos que permitem ao pesquisador adicionar um termo em cada caixa de busca facilitando a pesquisa na plataforma. Dessa forma, no Quadro 17 apresenta-se a busca pelos termos-chave pesquisados no banco de dados.

SciELO	
Palavras-chave	Resultado
“modelagem matemática” “pesquisa em sala de aula” “ensino de matemática”	4
“modelagem matemática” “educar pela pesquisa” “ensino de matemática”	0
“modelagem matemática” “ensino com pesquisa” “ensino de matemática”	3
“modelagem na educação” “pesquisa em sala de aula” “ensino de matemática”	4
“modelagem na educação” “educar pela pesquisa” “ensino de matemática”	0
“modelagem na educação” “ensino com pesquisa” “ensino de matemática”	10

Quadro 17 - Resultado das buscas por termos chaves na SciELO

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Vale salientar que nenhum filtro foi utilizado uma vez que a quantidade de pesquisas retornadas pelo *software* foi relativamente baixa quando comparado aos bancos de dados anteriores. Além disso, as pesquisas provenientes da 1ª, da 3ª e da 4ª combinação das palavras-chave são exatamente as mesmas e retem-se nos resultados da última busca. Assim, foi realizada a leitura dos títulos e resumos das pesquisas e constatou-se que apenas quatro pesquisas se enquadram nos critérios de inclusão.

Das seis pesquisas descartadas, três abordam um estudo de caso em uma determinada instituição escolar por meio de um conteúdo da matemática específico, não possuindo alguma relação com a Modelagem. Duas pesquisas apresentam uma espécie de estado da arte sobre o tema e uma pesquisa aborda o estudo de algoritmos computacionais.

Após a inclusão das quatro pesquisas na base de dados dessa revisão, foi realizada uma nova busca, dessa vez com as palavras chave: “modelagem matemática” e “pesquisa” com a finalidade de encontrar mais trabalhos que não foram selecionados pelas buscas anteriores. Com isso, foram identificados 71 produções, classificados nas seguintes categorias apresentadas no Quadro 18.

Quadro 18 - Categorização e quantificação da nova busca realizada no SciELO

Código	Categorias	Modelagem e Pesquisa
I	Pesquisas Teóricas	12
II	MM Ensino Superior	26

III	Aplicações na Educação Básica	24
VII	Métodos de Ensino	9
Total por busca		71

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A maior parte das pesquisas encontradas foram em aplicações da Modelagem no Ensino Superior e aplicações de intervenções de ensino na Educação Básica. A categoria I é composta por pesquisas que apresentam mapeamentos teóricos, estudos do estado da arte, e estudo teórico sobre o ensino da Matemática. A categoria IV constitui-se de estudos sobre um método para o ensino da Matemática ou a combinações de métodos.

As categorias que convergem ao objetivo dessa pesquisa são a III e IV. Após a leitura dos títulos e resumos, das 33 pesquisas pré-selecionadas, apenas 12 atenderam aos critérios de inclusão, das quais quatro pesquisas já haviam sido selecionadas na primeira busca, dessa forma oito novas produções foram incluídas no *corpus* de análise.

A seguir, apresenta-se a busca na base de dados do Google Acadêmico.

5.3.5 Google Scholar

O *Google Scholar* conhecido na comunidade científica como *Google Acadêmico*, foi lançado em novembro de 2004 como uma ferramenta de busca da empresa *Google* com a finalidade de agregar ao navegador uma ferramenta de busca com capacidade de retornar como resultados artigos científicos, livros, jornais e trabalhos acadêmicos. A principal diferença do *Google Acadêmico* para os outros bancos de dados utilizados nessa pesquisa é que pode ser feita através da própria *interface* do *Google Chrome*. Além disso, possui um vasto acervo de livros, jornais, resumos, teses e dissertações que em outros bancos de dados não estão disponíveis.

As buscas no *Google Acadêmico* foram realizadas por meio da *pesquisa avançada*, da seguinte forma: no campo descrito “com todas as palavras” foi inserido os termos-chave e no campo “com a frase escrita” foi inserida o termo MM nas três primeiras buscas e, em seguida, Modelagem na Educação nas três últimas buscas. Vale sublinhar que nenhum filtro disponível na plataforma foi utilizado nessas buscas por limitar excessivamente os resultados possibilitando deixar de fora algumas pesquisas possivelmente relevantes.

Além disso, nessa base foram considerados apenas os artigos científicos avaliados por pares, teses e dissertações, desconsiderando os textos do tipo: jornal; resenha crítica; livros; resumos entre outros. Os resultados das buscas realizadas com as seis combinações são apresentados no Quadro 19.

Google Scholar	
Palavras-chave	Resultado
“modelagem matemática” “pesquisa em sala de aula” “ensino de matemática”	137
“modelagem matemática” “educar pela pesquisa” “ensino de matemática”	135
“modelagem matemática” “ensino com pesquisa” “ensino de matemática”	94
“modelagem na educação” “pesquisa em sala de aula” “ensino de matemática”	38
“modelagem na educação” “educar pela pesquisa” “ensino de matemática”	36
“modelagem na educação” “ensino com pesquisa” “ensino de matemática”	52

Quadro 19 - Resultado numérico das buscas iniciais no Google scholar

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A busca inicial retornou um total de 378 resultados relacionados. No entanto, as opções de “incluir patentes” e “incluir citações” foram desmarcadas resultando um total de 341 produções. Em seguida, com a leitura dos títulos e objetivos foi realizada a categorização das pesquisas apresentadas no Quadro 20 e descritas em seguida.

Quadro 20 - Categorização e quantificação das produções encontradas pelo Google Scholar

Código	Categorias	MM; PS; EM	MM; EP; EM	MM; EcP; EM	Total por Categoria
I	Pesquisas Teóricas	26	23	18	67
II	MM Ensino Superior	31	29	21	81
III	Aplicações na Educação Básica	35	34	20	89
IV	Análise de Modelos	4	4	2	10
V	Métodos de Ensino	12	10	4	26
VI	Arquivos Diversos	29	22	17	68
Total por busca		137	122	82	341

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

As categorias emergentes coincidem com algumas já apresentadas anteriormente. Selecionou-se para leitura dos resumos as pesquisas correspondentes às categorias III, IV e V com a finalidade de incluir ou excluir do *corpus* de análise. Depois da leitura dos 125 resumos conclui-se que 22 trabalhos vão ao encontro do objetivo desta pesquisa, sendo

18 provenientes da categoria III e quatro da categoria IV. A exclusão das 103 pesquisas segue os mesmos critérios de exclusão elencados anteriormente.

Em seguida, realizou-se a troca do termo “Modelagem Matemática” por “Modelagem na Educação”, e realizou o mesmo procedimento de busca, nesse procedimento o *software* da *Google* retornou uma quantidade de 126 produções. Relacionando com a busca anterior, a substituição dos termos apresentou uma quantidade menor de produções, enquanto nas bases de dados anteriores a quantidade de pesquisas aumentava, isso ocorre possivelmente porque o *Google Scholar* é um *software* de banco de dados novo relativo aos outros bancos utilizados, dessa forma possui menos trabalhos cadastrados.

Com 126 produções na busca inicial desmarcou-se as opções de “incluir patentes” e “incluir citações” reduzindo a um total de 109 pesquisas que foram quantificadas e categorizadas no Quadro 21.

Quadro 21 - Categorização e quantidade de pesquisas relacionadas no Google Scholar

Código	Categorias	ME; PS; EM	ME; EP; EM	ME; EcP; EM	Total por Categoria
I	Pesquisas Teóricas	6	6	8	20
II	MM Ensino Superior	4	4	7	15
III	Aplicações na Educação Básica	10	9	14	33
IV	Análise de Modelos	0	0	2	2
V	Métodos de Ensino	3	3	3	9
VI	Arquivos Diversos	8	10	12	30
Total por busca		31	32	46	109

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Novamente, as categorias emergentes foram as mesmas apresentadas no quadro anterior e para leitura dos resumos selecionaram-se as categorias III, IV e V, totalizando 44 trabalhos. Das 33 pesquisas da categoria III, apenas cinco consiste em aplicação de intervenções da Modelagem na Educação Básica, porém todas já foram agregadas ao banco de dados desta revisão pelas buscas das anteriores. As pesquisas referentes as categorias IV e V não foram agregadas ao *corpus* por realizar uma análise de modelos e intervenções já desenvolvidos e por serem tipos de trabalhos que não se enquadram nas propostas desta revisão.

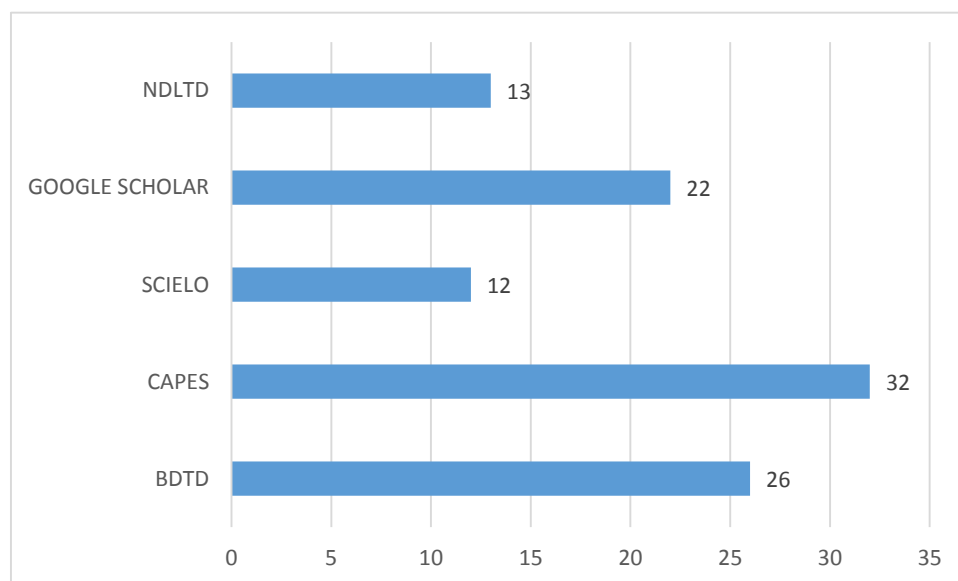
Dessa forma, na base de dados do *Google Scholar* foram selecionadas 22 produções para compor a base de dados construída para compor o *corpus* de análise desta revisão de literatura. Vale salientar que as pesquisas descartadas da categoria VI

correspondem a textos de autores desconhecidos, resumos, críticas, resenhas, entre outros, tipos textuais que não fazem parte dos critérios definidos no quinto passo dessa revisão.

5.4 RESULTADOS DA RSL

Esta RSL foi realizada em cinco bancos de dados com as mesmas palavras-chave de busca, procurando encontrar produções que desenvolveram intervenções com a Modelagem na Educação Básica com o objetivo de categorizar o modo como a pesquisa é desenvolvida em intervenções com a MM. Para tanto, foram selecionadas 105 produções por meio das buscas realizadas em cada base selecionada previamente. Vale salientar que a quantidade total de trabalhos encontrados foram 159 produções, no entanto, 54 dessas, se repetiam entre as outras bases, dessa forma sintetizou-se em 105 produções. Para sintetizar a quantidade de produções selecionadas em cada base, foi elaborado o Gráfico 1 abaixo.

Gráfico 1 - Frequência das produções selecionadas em cada base de dados



Fonte: elaborado pelo autor (2021).

Até este ponto desse capítulo, foram percorridos os dez primeiros estágios da RSL propostas por Pickering e Byrne (2014). Conforme os autores, no sétimo passo, o pesquisador deve realizar a revisão dos critérios de inclusão e exclusão com a finalidade de realizar uma redução no *corpus* no passo oito. No nono passo, o pesquisador começa a cadastrar essas pesquisas no banco de dados projetado no passo seis.

No décimo passo, Pickering e Byrne (2014) afirmam que deve ser apresentado alguns resultados numéricos do processo de busca, resultados esses evidenciados por meio de quadros e gráficos referentes a cada banco de dados apresentado.

No décimo primeiro passo, os autores sugerem a definição dos métodos de análise e os estágios seguintes são referentes a escrita de uma produção que contemple o processo de busca e os resultados encontrados por meio da RSL. A escrita do processo foi iniciada no início desse capítulo, dessa forma, os estágios 13,14 e 15 que se referem à escrita e apresentação dos resultados, serão apresentados nas seções seguintes.

Em seguida, após o agrupamento das pesquisas no banco de dados desenvolvido para essa revisão sistemática (Apêndice A), realizou-se uma leitura completa das produções com a finalidade de realizar uma análise para responder as questões de investigações apresentadas no início deste capítulo. Para tanto, após a leitura das pesquisas, elencaram-se cinco tópicos que auxiliam na resposta às perguntas iniciais: a) Objetivo das pesquisas; b) Teóricos da Modelagem Matemática; c) Referências sobre Modelagem Matemática; d) Etapas da Modelagem Matemática; e) A Pesquisa em uma intervenção com a Modelagem Matemática. Dessa forma, apresentam-se os resultados obtidos na análise dessas produções.

5.4.1 Objetivo das pesquisas

As pesquisas realizadas no campo da Educação Matemática possuem diversos objetivos distintos entre si, variando de acordo com o propósito da investigação que está sendo realizada. Nas intervenções envolvendo a MM não é diferente, o autor de cada trabalho traça um objetivo de modo a alcançar respostas para sua questão de pesquisa.

Nesta revisão, optou-se por apresentar os objetivos das pesquisas com a finalidade de compreender o viés investigativo e contexto das produções analisadas, uma vez que, o foco deste estudo são produções que desenvolvem uma intervenção com a modelagem na Educação Básica, para compreender de que forma foi realizado o ato de pesquisar dos estudantes.

Diante disso, após a leitura completa das 105 pesquisas selecionadas, foi realizada a categorização dos objetivos comuns entre as produções. Para apresentação da frequência dessas categorias, elaborou-se o Quadro 22. Vale salientar que em algumas

pesquisas foi encontrado mais de um objetivo sendo necessário encaixá-lo em mais de uma categoria.

Quadro 22 - Categorização dos Objetivos das produções

CÓDIGO	OBJETIVO	QUANTIDADE
I	Analisar os principais obstáculos e dificuldades relatados pelos professores de matemática ao trabalharem com Modelagem em sala de aula	07
II	Investigar as ações realizadas pelos alunos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática que denotam autonomia, bem como as características das atividades de modelagem que podem ter suscitado as referidas ações	09
III	Analisar de que forma uma intervenção baseada na Modelagem Matemática associada com outras tendências de ensino podem auxiliar no processo de aprendizagem dos estudantes	20
IV	Investigar o quanto a Modelagem Matemática pode colaborar no processo de ensino-aprendizagem do aluno em tópicos da disciplina de matemática na educação básica	45
V	Compreender as competências desenvolvidas pelos estudantes em atividades de Modelagem	19
VI	Desenvolver práticas de educação ambiental por meio da modelagem	03
Total		103

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

As sete pesquisas referentes ao primeiro objetivo correspondem às produções que mantiveram o foco de investigação no papel do professor durante o processo de intervenção da Modelagem, enquanto a maior parte das pesquisas em Modelagem relatam o processo de comportamento e desenvolvimento dos estudantes, essas pesquisas investigaram a atuação do professor e as suas impressões sobre a forma como a Modelagem impacta na prática docente e no desenvolvimento dos estudantes.

Os nove trabalhos presentes na segunda categoria objetivam investigar as ações dos estudantes durante uma intervenção de Modelagem. Nessa categoria o foco investigativo está nos estudantes e suas ações durante a intervenção de ensino. Em sua tese, Campos (2018), analisa como é realizada a divisão de trabalho entre os estudantes, a autora descreve a forma como os estudantes dividiram as tarefas nos momentos de interação, um aspecto relevante e não muito explorado em pesquisas de Modelagem. Em seis dissertações, os autores descrevem o processo de autonomia desenvolvido pelos estudantes com a intervenção, em três delas os autores afirmam que o comportamento crítico dos estudantes evoluiu e se manteve, mesmo após o término da investigação.

A MM pode ser associada a outras tendências/métodos de ensino com a finalidade de aprimorar uma intervenção de ensino, fato desenvolvido por 20 trabalhos dos 105 selecionados. Seis dissertações associaram as concepções de MM com a teoria da Aprendizagem Significativa proposta por David Ausubel (1968). De acordo com o autor, a aprendizagem significativa ocorre quando os novos conhecimentos que se adquirem relacionam-se com o conhecimento prévio que o sujeito possui, e quando o estudante adota estratégias para assim proceder. Assim, essas pesquisas utilizam a ressignificação dos conhecimentos prévios (subsensores) do estudante, apresentando um novo conhecimento por meio de uma situação de modelagem, uma prática relevante para o ensino de Matemática.

Outros métodos/tendências de ensino encontradas nessa categoria associadas com a Modelagem são: Resolução de problemas; Teoria das Situações Didáticas; e, Mapas conceituais. A categoria emergente com o maior número de produções foi a quarta categoria, com 48,3% dos trabalhos relacionados. Essa categoria engloba os estudos que desenvolveram e aplicaram uma intervenção de ensino com a finalidade de introduzir ou reforçar um conteúdo presente no currículo da Educação Básica.

Na maior parte das pesquisas dessa categoria, o objetivo é relatar e apresentar a intervenção de ensino desenvolvida com os estudantes. No entanto, em três dissertações e uma tese analisada, além de apresentar o modo como foi conduzida a intervenção didática, os pesquisadores relatam o processo investigativo dos participantes e o avanço em sua aprendizagem, tais como: a motivação; a busca pelo conhecimento; e, o amadurecimento científico decorrentes da intervenção e da interação entre os envolvidos.

Nas 20 pesquisas correspondentes a quinta categoria, o objetivo foi compreender as competências emergidas pelos estudantes em uma intervenção com a MM e os resultados encontrados pelos autores consistem em: aprimoramento da argumentação; desenvolvimento da postura crítica do estudante perante os colegas e o professor; aperfeiçoamento na busca por informações em sites de busca da rede mundial de computadores; e, o desenvolvimento crítico na tomada de decisão.

A sexta categoria é constituída por três pesquisas que desenvolvem intervenções com a MM com foco na educação no campo. Apesar dessas produções consistirem em uma associação da Modelagem com outra tendência/método de ensino, poderiam ser alocados para a terceira categoria, ou, aplicações de situações de modelagem em turmas

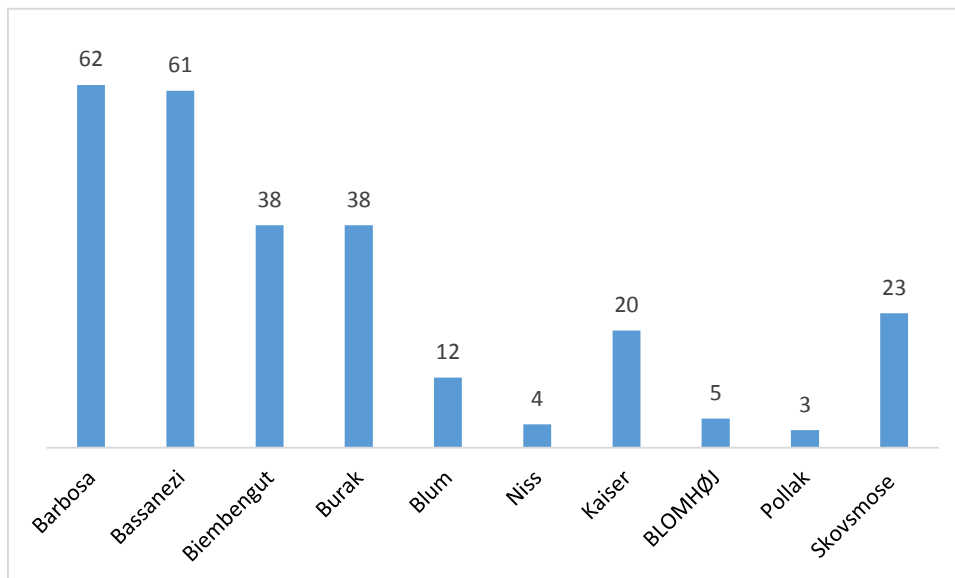
da Educação Básica podendo ser designada para a quarta categoria, decidiu-se colocar essas pesquisas em uma categoria única, pois a educação no campo é mais que uma tendência/método de ensino, na verdade a educação no campo é uma realidade de ensino presente em poucas escolas em vigência no país, e pouco explorada no campo da Educação Matemática.

As pesquisas que realizam uma intervenção de ensino partindo da Modelagem como método de ensino e pesquisa objetivam de uma forma geral modificar o modo de ensinar Matemática que predomina há séculos. Para tanto, o contexto, ou situação inicial, apresentada teoricamente por Bassanezi (2002), Biembengut (2014), Burak (1992) e Barbosa (2001), parte de uma situação da realidade escolhida pelos estudantes para investigar, de forma a agregar à intervenção a motivação que é necessária para desenvolver o potencial investigativo dos participantes. Como resultado, os autores das produções relatam o desenvolvimento do potencial investigativo, postura crítica para produzir pesquisa e argumentação na apresentação das ideias. Após apresentar os objetivos das produções selecionadas, a seguir apresenta-se os principais teóricos que fundamentam a MM nas pesquisas selecionadas.

5.4.2 Teóricos da Modelagem Matemática

Como apresentado no segundo capítulo desta tese, a MM possui diversas concepções em vigor no campo da educação Matemática, apresentados por diferentes teóricos, tanto no âmbito nacional quanto internacional. Contudo, outras abordagens podem ser feitas nas pesquisas selecionadas. Contudo, nesta subseção apresenta-se apenas os principais teóricos da MM, considerados como os pesquisadores percussores nesse campo de ensino e pesquisa. Outros pesquisadores que desenvolvem relevantes trabalhos sobre esse campo, serão apresentados na seção seguinte como as principais referências no ensino por meio da Modelagem.

Na análise dos 105 trabalhos incorporados ao banco de dados desta revisão, foi realizada a busca por teóricos da Modelagem e apresentados no Gráfico 2, que representa os principais teóricos encontrados pelo número de produções em que foram citados.

Gráfico 2 - Citações total dos autores nas produções analisadas

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A Modelagem como ambiente de aprendizagem apresentada por Jonei Barbosa é a concepção de Modelagem que apresenta mais citações, seguida por Rodney Bassanezi considerado um dos percussores da MM no Brasil. Das menções feitas a Bassanezi, quatro são pesquisas internacionais, as quais adotam o autor como referência teórica. A Modelagem na educação de Maria Salett Biembengut e a Modelagem de Dionísio Burak apresentam o mesmo número de citações nas produções.

No cenário internacional a Modelagem de Gabriela Kaiser apresenta o maior número de citações nas produções selecionadas, seguida por Werner Blum. As concepções de Gabriela Kaiser e Werner Blum ocorrem com maior frequência nas pesquisas dessa RSL, no entanto, na leitura dos trabalhos encontrou-se mais alguns

pesquisadores dessa área de pesquisa, tais como: Mogens Niss; Morten Blomhøj; Henry Pollak e Ole Skovsmose²¹.

Para não tornar a leitura exaustiva, considerando-se que no Capítulo II desta tese, a concepção de muitos teóricos já foram apresentados, sejam eles: Rodney Bassanezi; Maria Salett Biembengut; Dionísio Burak; Jonei Barbosa; Gabriele Kaiser e Werner Blum, será apresentada a concepção de MM apenas dos pesquisadores que não foram contemplados.

Na concepção de Pollak (2012), a MM parte de uma situação real, mesmo que seja apenas para os estudantes participantes, uma vez que o professor/pesquisador já possa conhecer os possíveis resultados, mas deve ser inédito para os participantes dos quais deve partir a resolução do problema sem a intervenção do professor/pesquisador. Uma vez que o problema foi resolvido, os participantes devem apresentar um resultado que retorne ao contexto inicial para que a solução tenha significado para os mesmos.

De modo semelhante aos demais autores ao que se refere as etapas e construção de modelos, está a concepção de Blomhøj (2004). No entanto, o autor se difere por apontar que o estudante, ao participar de uma intervenção de Modelagem, se modifica como um sujeito crítico capaz de adquirir a habilidade de tomar decisões críticas e argumentar suas ideias, ou seja, se reformula enquanto um sujeito pensante.

Nesta revisão, constatou-se que as concepções teóricas apresentadas no capítulo II, que servem como base teórica para o desenvolvimento desta tese, convergem com as principais concepções teóricas adotadas pelos autores das produções analisadas. Na próxima subseção, apresenta-se os principais pesquisadores encontrados nesta revisão sistemática.

5.4.3 Referências sobre Modelagem Matemática

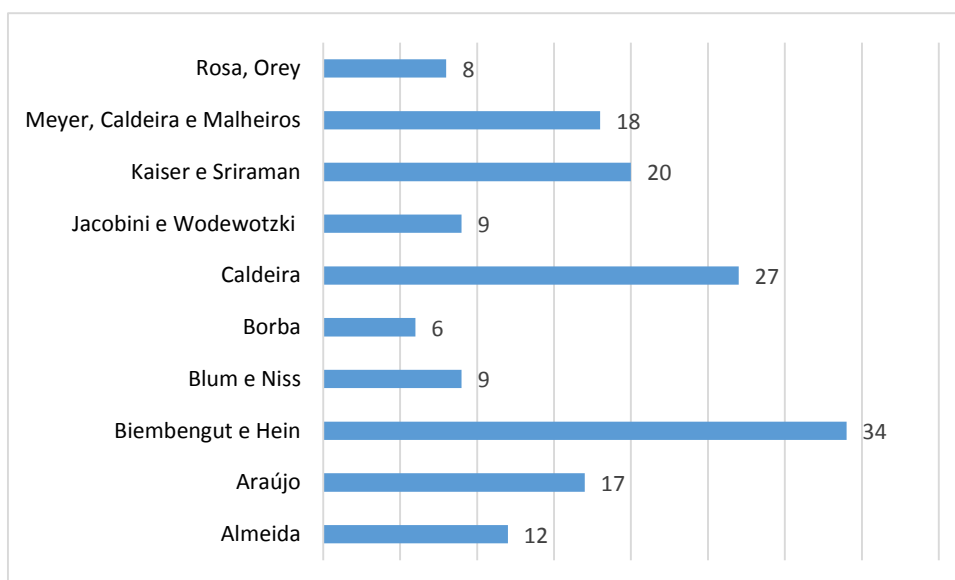
Na análise das produções, além dos principais teóricos no campo da MM, outros pesquisadores que desenvolvem pesquisas atuais sobre o tema, e são relevantemente referenciados em outras produções nesse campo de pesquisa foram identificados.

²¹ O autor Ole Skovsmose apresenta-se no quadro de teóricos da MM pois foi utilizado como fundamentação teórica nas 23 pesquisas analisadas, no entanto, o autor é teórico da área da Educação Matemática crítica e não da Modelagem Matemática.

Nas pesquisas de Mestrado e Doutorado é indispensável que o pesquisador fundamente sua investigação em teóricos que abordem sobre o tema. Adicionado a isso, torna-se enriquecedor para a pesquisa que essa busca seja acompanhada de outras produções que já desenvolveram uma pesquisa sobre o tema. Diante disso, é esperado que em pesquisas desses níveis encontrem-se outros pesquisadores que estudem sobre o tema pesquisado.

Na leitura e análise das produções selecionadas, encontrou-se um total de 51 referências distintas acerca do uso da MM para o ensino e aprendizagem de Matemática. No entanto, optou-se nesta subseção apresentar apenas as referências que foram utilizadas em pelo menos seis produções. O Gráfico 3 apresenta a relação dos autores encontrados relacionados com a quantidade de produções em que foram citados.

Gráfico 3 - Quantificação dos Principais autores da Modelagem nas produções analisadas



Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Vale ressaltar que algumas referências encontradas com frequências menores e que não foram incorporadas ao Gráfico 3 relacionam-se diretamente com alguns dos autores que estão presentes no gráfico. Além disso, vale salientar que os autores apresentados acima não apresentam uma concepção única e própria de Modelagem, com exceção de Biembengut e Hein, que se utilizam da concepção de Biembengut, já apresentada no Capítulo II. Diante disso, apresenta-se em seguida as concepções teóricas que esses autores adotam.

As pesquisas desenvolvidas por Almeida (2010) e Araújo (2009) seguem a modelagem teórica na concepção de Barbosa e Skovsmose. A pesquisadora Lourdes Maria Werle de Almeida, que aparece no gráfico citada em 12 produções, tem seu nome associado com outros autores em outras produções: Almeida e Ferruzzi (2009); com 9 trabalhos citados, Almeida, Silva e Vertuan (2011); com 16 trabalhos citados, Almeida e Brito (2005); com três trabalhos citados e um trabalho encontrado em Silva, Almeida e Gerolomo (2011); e Almeida e Dias(2004). Dessa forma, percebe-se que as pesquisas desenvolvidas pela pesquisadora Almeida (2010) apresentam uma certa relevância no cenário da Educação Matemática considerando a amostra analisada.

A obra publicada por Biembengut e Hein (2007), intitulado Modelagem Matemática no ensino, foi citada em 34 pesquisas. Trabalhosas produções que se baseiam nas concepções teóricas de Biembengut (2014) utilizam o trabalho desenvolvido por Biembengut e Hein (2007) com a finalidade de reforçar a fundamentação. Contudo, vale ressaltar que essas concepções teóricas já estavam presentes na dissertação de Mestrado de Biembengut defendida em 1990 intitulada Modelação Matemática como método de ensino e aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus, e apresentada novamente na tese de doutorado defendida em 1997 intitulada Qualidade no ensino de Matemática na Engenharia: Uma proposta metodológica e curricular.

O mesmo ocorre com as pesquisas que consideram as concepções teóricas de Blum (1993), Niss (2001) e Kaiser (2007), apresentam trabalhos estudos de Blum e Niss (1991) com nove menções, e os estudos de Kaiser e Srirman (2006) com 20 citações como complemento teórico.

Caldeira (2009) é um outro exemplo de pesquisador que se destaca como referência no cenário da MM apresentando-se com 27 menções nas pesquisas que compõem o *corpus* de análise desta RSL. Além disso, o autor possui citações em outros trabalhos encontrados tais como: (MEYER, CALDEIRA, MALHEIROS, 2011; CAMPOS, 2018; VARGAS, 2020; GALVANI, 2018), entre outros.

Em relação aos autores Rosa e Orey (2003), o artigo intitulado *Vinho e Queijo: Etnomatemática e Modelagem!*, no qual os autores apresentam confluências entre os métodos de ensino e pesquisa, é mencionado em oito produções. E por fim, a pesquisa de Borba (1999) apresenta-se em seis produções dessa base de dados. Vale salientar que os dados numéricos de menções aos autores mais citados consiste nos dados presentes apenas nessa base de dados

desenvolvida para essa revisão, uma vez que aumentando o *corpus* esses números podem aumentar ou/e surgir novos pesquisadores em evidência no cenário nacional e internacional que não foram destacados nessa pesquisa.

Após analisar os teóricos e referências sobre a MM presentes nas pesquisas selecionadas, procurou-se analisar de que modo a Modelagem é desenvolvida nessas pesquisas e como a pesquisa é realizada durante a intervenção. A próxima subseção dedica-se a essa análise.

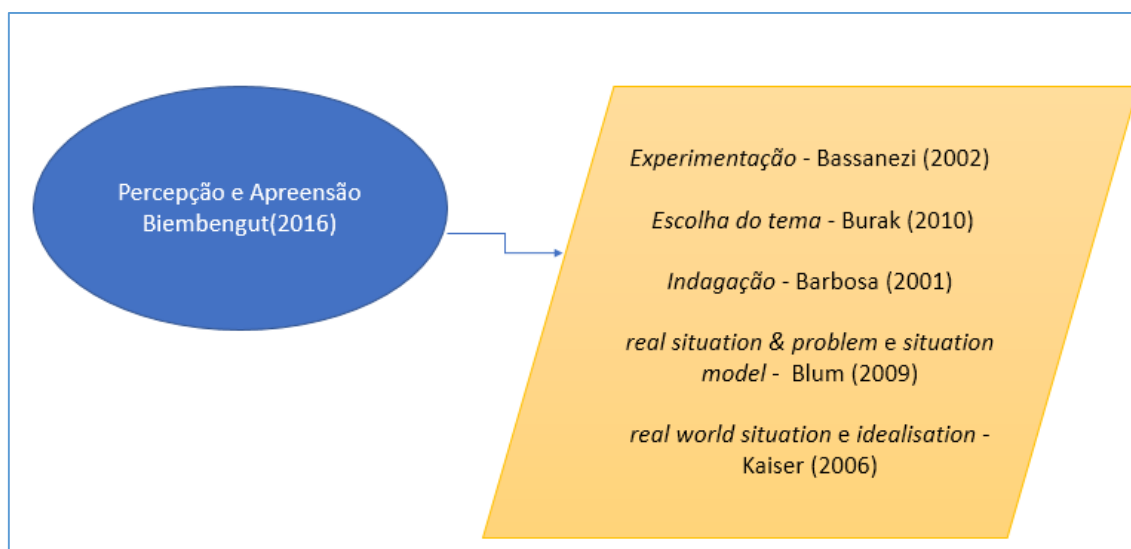
5.4.4 Etapas da Modelagem Matemática

A análise da forma como as intervenções são realizadas nas produções selecionadas torna-se fundamental para responder à pergunta de pesquisa que consiste em compreender de que modo os estudantes realizam pesquisa. Embora, como evidenciado anteriormente, os teóricos apresentem diferentes etapas, porém semelhantes, a serem percorridas durante o processo de modelagem, optou-se, nessa análise, seguir as etapas propostas por Biembengut (2016), considerando que a autora desenvolve seus estudos evidenciando que, além de um método de ensino, a MM é um método de pesquisa. As etapas definidas por Biembengut (2016) são: Percepção/apreensão; Compreensão/explicação e Significação/expressão.

A primeira etapa, Percepção e Apreensão, consiste, de acordo com Biembengut (2016), em ações como o reconhecimento da situação-problema e a familiarização com o assunto a ser modelado. A autora destaca que o modo como o conteúdo abordado é compreendido, depende da forma de como o contexto é percebido, por isso, evidencia-se a etapa inicial híbrida de percepção e apreensão.

Embora com termos diferentes, a primeira etapa defendida pela autora, corresponde às primeiras etapas definidas por outros teóricos, conforme apresentado na Figura 1.

Figura 1 - Relação entre as etapas de Biembengut com outros autores.



Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Analisando a primeira etapa proposta por Biembengut (2016) torna-se evidente que para os autores, essa primeira etapa consiste na fase da escolha do tema e a familiarização com a situação a ser estudada. Além disso, é consenso entre os autores que a escolha do tema pode ser feita pelo professor e pelos estudantes.

Com essa perspectiva, analisou-se as 105 produções selecionadas, com a finalidade de compreender quais foram as situações iniciais e se a sugestão de tema/conteúdo partiu dos estudantes ou do professor/pesquisador. A análise das situações iniciais encontra-se no Quadro 23, que apresenta a frequência de algumas situações iniciais encontradas nas pesquisas. Vale salientar que, evitando um texto extenso, não foram inseridas todas as situações encontradas, uma vez que em diversas pesquisas foram desenvolvidas mais de uma intervenção.

Quadro 23 - Quantificação das Situações iniciais da Modelagem

TEMA	Quantidade
Meio Ambiente	4
Conteúdo do livro didático	54
Vendas	12
Atividades lúdicas	5
Corpo Humano	2
Uso do álcool e cigarro	1
Melhorias na escola	4
Esporte	8
Moda	7
Gastos	23
Índice de Motorização	1
Evolução do homem	3

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A categoria Meio Ambiente corresponde a quatro produções nas quais os estudantes ao tomarem iniciativa com a permissão do professor pesquisador decidiram investigar os acontecimentos referentes ao clima, pecuária, pesca e agricultura. A categoria Atividades lúdicas, representa cinco dissertações nas quais os autores relatam a participação dos estudantes no processo de escolha do tema que consiste em utilizar jogos que proporcionem a aprendizagem. Os estudantes escolhem o jogo e depois reproduzem um modelo aprimorado do jogo com finalidades educacionais.

As categorias Vendas e Gastos emergiram a partir de 35 produções, entre dissertações, teses e artigos. Nessas pesquisas os estudantes são desafiados a produzirem modelos que representem a compra e venda de produtos. Na dissertação de Costa (2016), o autor apresenta uma situação de ensino na qual é proposta a criação de um modelo para a venda de *smartphones* desenvolvidas por um grupo de estudantes durante uma intervenção. Já na dissertação de Campos (2015), os estudantes desenvolvem modelos e discutem a respeito dos gastos com o cinema e com a copa do mundo. Sabendo que os estudantes se envolvem em situações de compra e venda diariamente torna-se relevante a ideia proposta pelos participantes em modelar situações do cotidiano.

Tratando da Educação Básica e da idade dos estudantes que lá estão presentes é fácil compreender o interesse dos estudantes pelo esporte e pela moda, essas categorias correspondem a 15 produções, trata-se de um tema que é abordado pelos jovens quase que diariamente nas instituições de ensino da Educação Básica. Na pesquisa de dissertação de Chaves (2006), a pesquisadora propõe uma investigação a respeito de um tema preventivo com os estudantes, relevante para a sociedade atual, o uso de álcool e drogas por parte dos jovens, a pesquisadora insere os estudantes como protagonistas nessa investigação.

Para Bassanezi (2010) e Biembengut (2014), na Modelagem o pesquisador pode buscar um problema do cotidiano e desenvolvê-lo com a finalidade de ensinar um conteúdo/tema da Matemática ou não, presente no currículo escolar. Foi possível identificar 54 pesquisas que convergem com essa perspectiva. Nessas pesquisas são desenvolvidas intervenções envolvendo a MM com a finalidade de ensinar um conteúdo presente no currículo escolar. Entre os principais conteúdos encontrados estão: Matrizes; Matemática financeira; Funções; Estatística; Geometria; Equação. Além disso, conforme

Bassanezi (2010) e Biembengut (2014), o professor/pesquisador pode utilizar-se da Modelagem para desenvolver um conteúdo durante o semestre.

Por outro lado, na maioria das pesquisas analisadas que desenvolvem uma intervenção de Modelagem com o objetivo de ensinar um conteúdo, a proposta parte do professor/pesquisador e não dos estudantes. Foi possível verificar que nas intervenções em que os temas sugeridos diferenciam-se do conteúdo programático da disciplina Matemática os temas partem dos estudantes. Assim, identificaram-se 62 pesquisas nas quais a intervenção foi sugerida pelo professor/pesquisador, enquanto em 26 produções a sugestão foi feita pelos estudantes e, em cinco, a escolha do tema foi realizada em concordância entre docentes e estudantes.

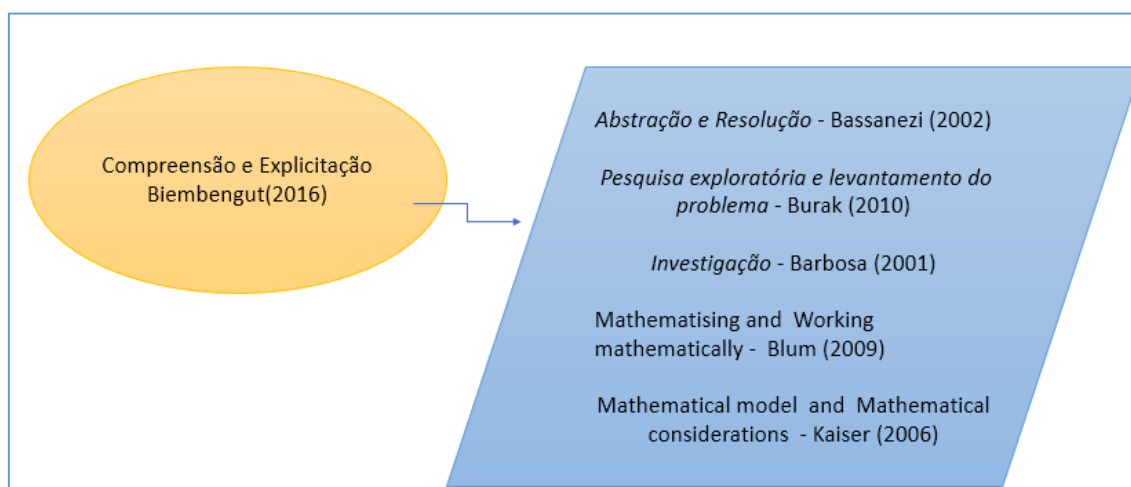
A escolha do tema sendo sugerido pelos estudantes é um dos aspectos característicos da MM defendido por Bassanezi (2002), Biembengut (2016), Burak (2002), Barbosa (2001), entre outros. Do mesmo modo, é um aspecto presente no contexto da Pesquisa em sala de aula apresentada por Moraes, Galiazzi e Ramos (2012) e Moraes e Lima (2004), quando os estudantes, na primeira etapa, tornam-se protagonista dos processos de ensino e aprendizagem ao decidir o contexto no qual será desenvolvida a investigação. Na Pesquisa em sala de aula, a primeira etapa consiste no *questionamento*, momento em que, segundo os autores, o estudante manifesta-se a respeito de temas presentes em sua realidade, tendo motivação na busca por respostas.

Assim, compreende-se que a busca pelo tema partindo dos estudantes em consenso com o professor é proposto tanto pela MM, quanto pela Pesquisa em sala de aula. Portanto, é possível perceber confluências entre a primeira etapa de ambas. Após a escolha e familiarização com o tema a intervenção envolvendo MM adentra na segunda etapa, a qual é descrita a seguir.

Conforme Biembengut (2016), a segunda etapa, Compreensão e Explicitação, é dividida em formulação e resolução do modelo que represente a situação do cotidiano a ser modelada. No processo de formulação ocorre a busca por informações, levantamento de dados e formulação de hipóteses que possam auxiliar na construção de um modelo seja ele físico, algébrico ou computacional. O desenvolvimento desse modelo é uma etapa essencial para que os estudantes possam chegar à explicitação, na qual o modelo proposto.

A segunda etapa apresentada por Biembengut (2016) converge com outras concepções teóricas, conforme é ilustrado na Figura 2.

Figura 2 - Representação da comparação entre a segunda fase de Biembengut e dos outros autores



Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Em todas as produções analisadas os autores afirmam que o momento em que os estudantes se reúnem em grupos para iniciar essa etapa, ocorre a busca por informações. Essa busca pode ser realizada em livros didáticos, revistas e jornais que contenham o tema. Em algumas produções os pesquisadores citam o uso do celular como dispositivo para pesquisa na *internet* como um dispositivo para busca de informações. A atividade em grupo aparece, também, em alguns relatos em que são realizados levantamento de dados, tais como: consumo de energia elétrica; gastos em cartões; vendas de produtos. Nessas pesquisas, os dados são coletados pelos estudantes fora do horário escolar e depois apresentados para o grupo, compartilhando com os colegas.

Das 105 pesquisas analisadas, 83 descrevem que o momento da produção de conhecimento e do modelo foi realizado apenas pelos participantes, sem a intervenção direta do professor/pesquisador. É evidente que o professor/pesquisador estava livre para interferir quando os participantes necessitam de ajuda, ou para evitar distanciar-se do caminho correto, mas não houve a interferência do professor com a finalidade de não permitir o caminho errado, uma vez que, nessa prática o erro faz parte da aprendizagem. Desse modo, percebe-se o professor como mediador durante a etapa de compreensão e explicitação.

Outro aspecto analisado corresponde ao tipo de modelagem realizada nas pesquisas. Biembengut (2016) apresenta dois tipos de Modelagem a física e a simbólica. Na Modelagem física o modelador ao percorrer as fases da modelagem tem o objetivo de apresentar um modelo, por exemplo, uma equação, um gráfico ou um protótipo. Na

Modelagem simbólica, de acordo com a autora, o modelador parte de um objeto ou produto que deseja aprimorar ou compreender melhor o fenômeno que o envolve. Um exemplo desse tipo de Modelagem consiste em observar um objeto existente no mundo real e a partir dele, desenvolver um modelo matemático ou filosófico baseado no objeto observado.

Nesse sentido, observou-se que na maioria das pesquisas, o modelo apresentado pelos participantes pode ser descrito como físico, representando um modelo algébrico ou geométrico correspondente à situação inicial a qual dispuseram a investigar. Em algumas pesquisas os estudantes reproduzem modelos que representa alguma situação da realidade, como exemplo, na pesquisa de dissertação de Marquez (2017), durante a intervenção um dos grupos se dispôs a desenvolver um modelo de roupa já existente, dessa forma, reproduzindo um protótipo físico de algo presente na realidade, consistindo em um modelo simbólico.

Na segunda etapa denominada compreensão e explicitação da Modelagem proposta por Biembengut (2016), os estudantes buscam por informações, realizam levantamento de dados e formulam hipóteses caracterizando um ato de pesquisar, seja ele em aparelhos eletrônicos como celular, computadores e tablets ou livros, jornais, revistas, entre outros. Esse ato de pesquisar, com o intuito de construir argumentos e formular hipóteses coincide com a segunda etapa da Pesquisa em sala de aula que é denominada como *construção de argumentos* por Moraes, Galiazzi e Ramos (2012). Assim, o processo na qual o estudante busca por informações que o auxiliará a responder os próprios questionamentos é um processo oriundo tanto da Modelagem quanto da Pesquisa em sala de aula.

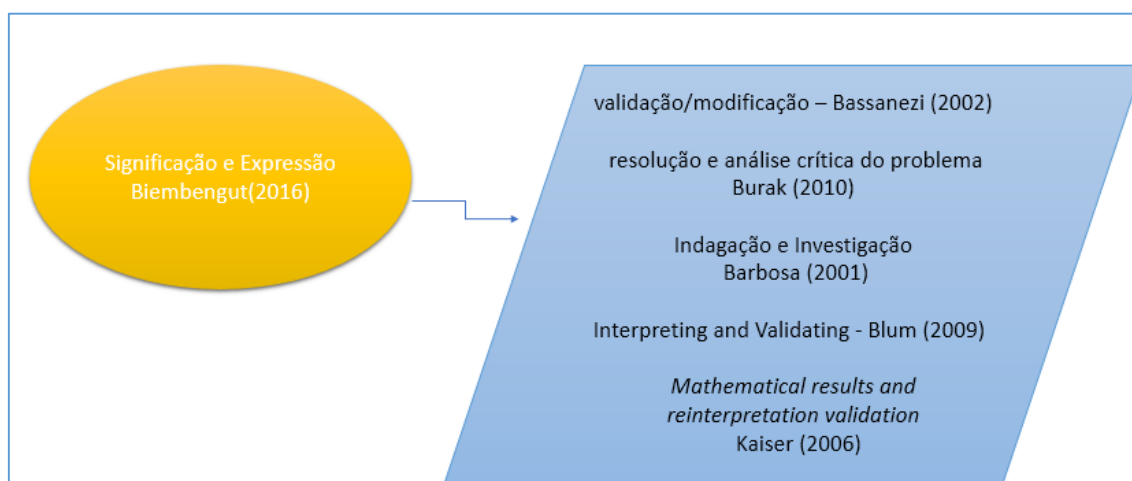
Após o levantamento de dados e produção de um modelo seja ele físico ou simbólico, é necessário explicitá-lo e verificar se o modelo é compatível com a situação modelada, ou não, objetivando a sua validação, caracterizando-se na próxima etapa descrita pela autora, Significação e Expressão.

Para Biembengut (2016), a terceira etapa é o momento em que o modelo produzido como resultado das etapas anteriores é testado para verificar se o resultado condiz com a situação modelada, se o modelo é satisfatório, ou seja, condiz com a realidade a qual foi baseado. Assim, pode ser validado pelos estudantes de forma oral

ou/escrita. Se o resultado não é satisfatório é retornado às etapas anteriores e reformulado até a validação se concretizar.

Essa terceira etapa, defendida por Biembengut (2016), corresponde a outras etapas propostas por outros teóricos, conforme é possível observar na Figura 3.

Figura 3 - Confluências entre a terceira etapa de Biembengut e outros autores



Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Na análise da amostra desse *corpus* percebeu-se que essa é uma etapa um pouco menos trabalhada ou descrita nas produções selecionadas, uma vez que em uma maioria significativa de dissertações, teses e artigos os resultados encontrados pelos estudantes aparecem como positivos, corretos. Foram identificados apenas três pesquisas em que é relatada a reformulação do modelo por parte dos estudantes, considerando que o primeiro modelo elaborado não foi satisfatório. É possível que na maior parte dos trabalhos, os autores utilizam a última versão do modelo produzido pelos estudantes na pesquisa publicada uma vez que o mais importante é apresentar o trabalho final dos estudantes que satisfizeram as etapas e os objetivos esperados.

Na terceira etapa da Modelagem, proposta por Biembengut (2016) e outros autores, os estudantes apresentam e validam o modelo referente à situação investigada, seja ele físico ou simbólico, perante aos colegas e professor. A apresentação e validação de um modelo aparece de forma semelhante na terceira etapa da Pesquisa em sala de aula denominada *comunicação*. De acordo com Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012), após a construção de argumentos os estudantes precisam apresentá-los e validá-los, compartilhando essa produção com os outros estudantes e professores. Dessa forma, o estudante recebe múltiplas perspectivas sobre os resultados encontrados validando, ou

não, a sua produção. Esses resultados podem ser apresentados de forma oral ou escrita, caracterizando-se como um modelo que representa o processo de pesquisa e construção dos argumentos. Diante disso, esse modelo validado pelo estudante durante a comunicação é confluyente com o modelo apresentado na terceira etapa da MM.

Nesse sentido, compreende-se que existem confluências entre as três etapas da Modelagem e da Pesquisa em sala de aula, resguardando as particularidades de ambas. Embora tenha sido possível verificar que a maioria das pesquisas selecionadas, perfazem as três etapas da MM, e, portanto, da Pesquisa em sala de aula, faz-se necessário compreender de que modo a pesquisa, de fato, se operacionaliza durante esse percurso. Com isso, busca-se responder à última pergunta de pesquisa desta revisão sistemática, seja ela: Quais relações entre a Modelagem e a Pesquisa como princípio educativo são encontradas nas pesquisas selecionadas?

5.4.5 A Pesquisa em uma intervenção com a Modelagem Matemática

Como último tópico de análise do *corpus* selecionado para compor esta RSL, procurou-se reconhecer o modo como o pesquisador propicia a pesquisa aos estudantes durante a intervenção.

Das 105 produções analisadas, 73 apresentam a pesquisa como um *ato de pesquisar*, durante o qual os estudantes procuram em livros, revistas, jornais e sites de busca na rede mundial de computadores por informações que serão relevantes para a compreensão do conteúdo envolvido e para avançar no processo de desenvolvimento da intervenção. Apesar de parecer evidente que o ato de pesquisar seria encontrado nas produções, a combinação de palavras-chave definidas no início desta revisão, consistia em uma união dos métodos, com a pretensão de encontrar outras possíveis relações.

Em 17 produções, sendo nove dissertações, uma tese e sete artigos, a pesquisa foi relacionada com o *levantamento de dados*, durante o qual os estudantes coletam dados presentes no mundo real, tais como: preços de produtos; valores; número de roupas; entre outros. Essa percepção de pesquisa relatada pelos pesquisadores vai ao encontro da concepção de pesquisa defendida por teóricos da Modelagem, como Bassanezi (2002), Biembengut (2016) e Burak (2002). Apesar do levantamento de dados consistir em uma situação de pesquisa no contexto real dos estudantes, e ser considerado pelos estudos sobre Pesquisa em sala de aula de Moraes, Galiazzi e Ramos (2002) e Moraes e Lima

(2004) como uma forma de pesquisa, não foi encontrada nenhuma menção ao termo Pesquisa em sala de aula ou Educar pela Pesquisa na maioria das produções selecionadas.

Apenas em três artigos identificam-se algumas menções em relação à MM e à Pesquisa em sala de aula. Considerando que o principal objetivo desta subseção é analisar as relações entre a Modelagem e a Pesquisa em sala de aula nas pesquisas selecionadas, torna-se relevante realizar uma análise mais minuciosa dessas produções. Assim, o Quadro 24 apresenta alguns dados dessas produções.

Quadro 24 - Artigos relacionados a Modelagem e Pesquisa em sala de aula

Código	Título	Autores	Ano	Base de dados
Artigo 01	Concepções de Modelagem e a Pesquisa em sala de aula na Educação Matemática	Emerson Silva de Sousa Isabel Cristina Machado de Lara Maurivan Güntzel Ramos	2018	Google Acadêmico
Artigo 02	Experiência museal e Modelagem Matemática: Contribuições para a Pesquisa em sala de aula	Daiane Renata Machado Bruna Dorneles Silveira Isabel Cristina Machado de Lara José Luís Schifino Ferraro	2017	Google Acadêmico
Artigo 03	O processo de Modelagem Matemática e a utilização de Linguagem científica no Ensino Médio	Morgana Scheller Maria Salett Biembengut	2015	Google Acadêmico

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

No artigo 01, os pesquisadores evidenciam uma aproximação entre as concepções de Modelagem de Bassanezi (2002), Biembengut (2014), Burak (2002) e Barbosa (2001) apresentando as confluências e discordâncias entre ambas. Além disso, os autores afirmam que existe uma relação paralela entre a Modelagem e a Pesquisa em sala de aula, uma vez que as atividades de Modelagem proporcionam ao estudante o desenvolvimento de investigações com a finalidade de levantar hipóteses e resolver problemas.

Nesse artigo, os autores afirmam que a Modelagem e a Pesquisa em sala de aula possuem uma aproximação com relação ao contexto do ensino pois, “[...] contribui para o seu desenvolvimento da consciência crítica e questionadora, criatividade, bem como do desenvolvimento do conteúdo matemático num contexto de reflexão social, cultural e política, proporcionado pela interdisciplinaridade [...]” (SOUSA; LARA; RAMOS, 2018, p.271).

No artigo 02, os autores desenvolveram uma pesquisa utilizando um espaço museal para proporcionar aos estudantes de uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental uma intervenção com a Modelagem na sala de aula tomando o museu como um espaço motivador e instigante para os estudantes desenvolver pesquisa. Nessa abordagem, os autores afirmam que a intervenção por meio da MM é um método que permite aos estudantes desenvolverem o processo de investigação por meio da busca de respostas para os questionamentos preliminares.

Além disso, os autores afirmam que em uma intervenção de MM aliada à Pesquisa em sala de aula, “[...] pode-se acompanhar o (des)envolvimento dos estudantes durante a atividade proposta, em relação à capacidade de investigar, argumentar, interagir, estimulando a criatividade e, proporcionando o trabalho em grupo.” (MACHADO, et al, 2017, p.14).

Finalmente, no artigo 03, as autoras desenvolveram uma intervenção envolvendo a MM com estudantes do Ensino Médio com o objetivo de verificar se as atividades propostas proporcionam aos estudantes o uso da linguagem científica. A perspectiva das autoras converge aos estudos de Biembengut (2014), ao defenderem que a prática da Pesquisa em sala de aula pode ser realizada por meio da Modelagem, pois durante a elaboração de um modelo é possível percorrer, de modo similar, as mesmas etapas. Além disso, as autoras afirmam que uma intervenção baseada na MM foge da transmissão de conteúdo ao mesmo tempo que cria condições para os estudantes aprenderem a realizar pesquisa:

Nestes termos, a investigação escolar, o educar pela pesquisa e a Modelagem Matemática na Educação são confluentes, resguardadas, suas particularidades, primam por práticas escolares não como meras ‘transposição’ de conteúdos: do livro didático para a exposição do professor e, desta exposição, para ‘um caderno’ dos estudantes. (SCHELLER; BIEMBENGUT, 2015, p.1146).

É possível verificar que essas três produções apresentam novas perspectivas em relação à utilização da pesquisa em intervenções desenvolvidas por meio da Modelagem em turmas da Educação Básica.

Na análise das produções provenientes na busca em cinco base de dados, é possível evidenciar as confluências entre a Modelagem e a Pesquisa como princípio educativo, pois em uma intervenção que envolve a MM a *busca por conteúdos* em sites da rede mundial de computadores, o *levantamento de dados*, são exemplos do ato de

pesquisar dos estudantes. Além disso, em algumas produções os pesquisadores ressaltam que esse tipo de intervenção proporciona a *indução do instinto investigativo* e *proporciona a interdisciplinaridade*. Adicionado a isso, tem-se o desenvolvimento da *capacidade de argumentação* e *interação* entre os participantes, de modo a proporcionar a *aprendizagem significativa* dos estudantes por meio do uso de subsensores inatos ao participante com a finalidade de proporcionar uma ressignificação a uma nova aprendizagem, a Aprendizagem Significativa. Por fim, o ato de pesquisar e de modelar proporciona ao participante o desenvolvimento de *posturas críticas* com relação ao discurso argumentativo.

Com essa perspectiva, a partir do *corpus* de análise desta RSL, 105 produções, é possível responder à pergunta anterior, verificando relações significativas entre a Modelagem e a Pesquisa como princípio educativo, evidenciadas, em particular, por três produções selecionadas.

5.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO

Nesse capítulo realizou-se a busca em cinco base de dados com a finalidade de encontrar teses, dissertações e artigos que relacionam a prática da MM com a Pesquisa como princípio educativo. No segundo passo estabeleceu-se cinco questões para ser respondidas por meio da RSL, são elas: Quais os principais objetivos encontrados nas pesquisas que desenvolvem uma intervenção de ensino por meio da Modelagem? Quais os principais teóricos da Modelagem encontrados nas pesquisas que compõem esse *corpus* de análise? Quais os principais pesquisadores contemporâneos da Modelagem citados nos trabalhos que compõem esse *corpus* de análise? Quais relações entre a Modelagem e a Pesquisa como princípio educativo são encontradas nas pesquisas selecionadas?

Na análise do *corpus* de pesquisa obtido por meio dessa RSL, verificou-se que a maior parte dos trabalhos que utilizam a MM para o ensino da Matemática busca a diversificação na abordagem dos conteúdos curriculares nas salas de aula da Educação Básica. A abordagem dos conteúdos por meio de uma intervenção com MM desperta o interesse dos estudantes pelo tema; desenvolve o senso crítico e investigativo e produz uma aprendizagem significativa nos participantes. Além disso, constatou-se que a MM é

um método de ensino que pode ser combinado com outras metodologias, tais como: Resolução de Problemas, Teoria das Situações Didáticas e Etnomatemática.

Entre os principais teóricos mais evidenciados pode-se citar no cenário nacional: Rodney Bassanezi; Maria Salett Biembengut; Jonei Barbosa; e Dionísio Burak. No cenário internacional encontrou-se Werner Blum; Gabriele Kaiser; Mogens Niss; Morten Blomhøj e Henry Pollak. Os pesquisadores mais evidenciados nesse *corpus* de análise foram Ademir Caldeira; Lourdes Maria de Almeida; Jussara Araújo, entre outros pesquisadores apresentados no gráfico 4.

Na análise desenvolvida nesse capítulo foi possível perceber as relações entre as etapas presentes na MM e a Pesquisa como princípio educativo. Na MM, independente da perspectiva teórica adotada, após a identificação do problema e das variáveis, os estudantes necessitam realizar pesquisas com a finalidade de compreender e assimilar o problema a ser resolvido, essa etapa da pesquisa encontrou-se duas perspectivas a busca por conteúdos e o levantamento de dados. Ao realizar uma pesquisa na rede mundial de computadores por um tema, o estudante está realizando uma busca por conteúdos, uma forma de assimilar o conteúdo por meio da leitura de algum material físico ou digital, nessa leitura o estudante de forma autônoma tem a possibilidade de compreender o problema para que possa resolvê-lo. No levantamento de dados, os estudantes não encontram as informações que precisam prontas em um livro ou meio digital, então torna-se necessário realizar experiências que possibilite compreender o problema.

A busca por conteúdos e o levantamento de dados são duas formas que caracterizam o ato de pesquisar, desde que o estudante de forma autônoma apresente um significado ao novo conhecimento adquirido, emergidos por meio da análise do *corpus* dessa RSL. O ato de pesquisar compreende os dois métodos de ensino aqui desenvolvidos, tanto a MM quanto a Pesquisa como princípio educativo. Além disso, em ambos ocorre a construção de um modelo, seja ele de forma físico, teórico ou simbólico (BIEMBENGUT, 2016). Essa apresentação do modelo como resultado de um produto produzido pelo estudante por meio de experimentos, ou pesquisa, é mais uma aproximação entre os métodos constatados na última etapa de ambos. A seguir apresenta-se a análise das entrevistas com os autores da Modelagem Matemática.

CAPÍTULO VI: ANÁLISE DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo serão apresentadas as categorias finais que emergiram da análise das entrevistas de cada um dos quatro pesquisadores²² da Modelagem Matemática. Vale ressaltar que as entrevistas foram fragmentadas em sua completude. A partir da fragmentação foram selecionados excertos os quais foram resignificados possibilitando o estabelecimento de unidades de significado. Por meio das unidades de significado

²² Neste capítulo apresenta-se apenas as entrevistas dos quatro pesquisadores da Modelagem.

originaram-se 158 categorias iniciais. Ao aproximar essas categorias iniciais, originaram-se 79 categorias intermediárias que novamente por suas convergências e semelhanças possibilitaram a emergência de 9 categorias finais, sejam elas: *Concepções de Modelagem Matemática; Definição e construção de modelo; Etapas da Modelagem Matemática; Contribuições da Modelagem Matemática; A pesquisa na Modelagem Matemática; Papel do Professor com o uso da Modelagem; Exemplos de Modelagem Matemática em sala de aula; Desafios da Modelagem Matemática na sala de aula; A Modelagem nos diversos níveis da educação*. Neste capítulo, serão abordadas cada uma dessas categorias finais e as respectivas categorias intermediárias²³ que possibilitaram sua emergência nas subseções seguintes.

6.1 CONCEPÇÕES DE MODELAGEM

A emergência dessa primeira categoria final, **Concepções de Modelagem**, foi possibilitada pela incidência de nove categorias intermediárias, conforme o Quadro 25.

Quadro 25 - Frequência das categorias sobre Concepções de Modelagem

Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
[Continua]		
A correlação entre a Modelagem Matemática e neurociência estabelecida pela pesquisadora (MB)	Teorias que fundamentam a Modelagem (12)	Concepções de Modelagem Matemática (41)
Os estudos da pesquisadora sobre a mente humana por intermédio da Neurociências (MB)		
A Modelagem Matemática como uma forma de metacognição (DB)		
Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
[Continua]		
A teoria da Psicologia do Desenvolvimento de Jean Piaget (DB)		
A teoria da Aprendizagem significativa de David Ausubel (DB)		
A teoria da Psicologia para o desenvolvimento humano de Lev Vygotsky (DB)		

²³ Vale sublinhar que as categorias intermediárias, serão referidas em itálico, para que sua designação não se torne repetitiva ao longo do texto.

O Pensamento complexo de Edgar Morin (DB)	Teorias que fundamentam a Modelagem (12)	Concepções de Modelagem Matemática (41)	
Pensamento complexo de Edgar Morin (DB)			
A nova racionalidade na Modelagem Matemática (DB)			
Inspirações Teóricas que embasam o pesquisador (DB)			
Inspirações Teóricas que embasam o pesquisador (DB)			
Modelagem e o método científico (DB)			
Diferença entre a Modelagem da História, das investigações Matemáticas e da resolução de problemas (JB)	Diferença da Modelagem de outros métodos de ensino (5)		
Modelagem Matemática não é o mesmo que Aplicação Matemática (MB)			
A diferença entre a Modelagem Matemática e Aplicação Matemática segundo a pesquisadora (MB)			
A Modelagem Matemática na concepção da Matemática aplicada (DB)			
Transição da concepção de Modelagem na perspectiva da Matemática aplicada para a Educação Matemática (DB)	Concepção de Modelagem na perspectiva do pesquisador (2)		
Concepção de Modelagem para o pesquisador (JB)			
Os caminhos necessários para fazer Modelagem (MB)	Precursor da Modelagem no Brasil (1)		
Primeiro professor a começar desenvolver experiências com a Modelagem no Brasil (MB)			
Diferença entre a Modelagem Matemática e a Modelagem na Educação Matemática (RB)	Diferentes perspectivas da Modelagem (12)		
Mudança na abordagem Metodológica da Modelagem Matemática (DB)			
Diferença das diversas concepções de Modelagem (DB)			
As Diferenças entre a Matemática e a Educação Matemática (DB)			
Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias		Categorias Finais
[Conclusão]			
Modelagem na perspectiva sócio-crítica (JB)			
Modelagem na perspectiva sócio-crítica (JB)			
Inspiração na perspectiva sócio-crítica (JB)			
Perspectiva socio-crítica nem sempre é operacionalizada (JB)			

A Modelagem na Educação Matemática constituída na construção de uma nova racionalidade (DB)	Diferentes perspectivas da Modelagem (12)	Concepções de Modelagem Matemática (41)
O Paradigma da Ciência Moderna e a Modelagem na Educação Matemática (DB)		
A nova racionalidade na Modelagem Matemática (DB)		
Novas perspectivas da Modelagem para o pesquisador (DB)		
O cuidado com o emprego de termos e expressões na área de Educação Matemática (DB)	Princípios da Modelagem Matemática (3)	
Diferença entre atividades de Modelagem e práticas de Modelagem (DB)		
Princípios da Modelagem na perspectiva da Educação Matemática (DB)		
A Concepção de Modelagem é oriundo das vivências pessoais de cada pesquisador (DB)	Concepção oriunda das vivências pessoais do pesquisador (1)	
A concepção de Modelagem na BNCC (DB)	A Modelagem na BNCC (1)	
Formação acadêmica do pesquisador (DB)	Formação acadêmica do pesquisador que contribuiu na sua concepção de Modelagem (4)	
Formação acadêmica do pesquisador (JB)		
Formação acadêmica do pesquisador (MB)		
Formação acadêmica do pesquisador (RB)		

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

As categorias intermediárias mais frequentes foram *Teorias que fundamentam a Modelagem Matemática*, e *Diferentes perspectivas da Modelagem*, ambas compostas por 12 categorias iniciais cada. A primeira emerge de excertos apenas de Biembengut e de Burak. Já acerca das *Diferentes perspectivas da Modelagem*, Biembengut é a única pesquisadora que não produz em sua fala unidades de significado nesse sentido²⁴.

Na categoria *Concepção de Modelagem na perspectiva do pesquisador*, apenas Barbosa e Biembengut, retomaram a essência do conceito da Modelagem durante a entrevista, enquanto que Burak apresentou os *princípios da Modelagem Matemática* e a forma na qual a Modelagem é apresentada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC),

²⁴ Neste capítulo um mesmo excerto de fala pode ser utilizado mais de uma vez, com a finalidade de exemplificar, reforçar uma ideia mencionada pelo pesquisador anteriormente, ou comparar falas conflitantes.

categorizada como *A Modelagem na BNCC*. Por fim, Biembengut evidencia os *precursores da Modelagem Matemática no Brasil*.

A Modelagem Matemática é um método de ensino e pesquisa estabelecido e difundido no país. No entanto surge a pergunta, quem começou a tratar da Modelagem no Brasil? Apenas na entrevista de Biembengut, encontram-se unidades de significado para a emergência da categoria intermediária *Precursor da Modelagem no Brasil*. Alguns trabalhos apresentam Bassanezi como precursor da Modelagem no país. Entretanto, de acordo com Biembengut: “*O Professor Ubiratan D’Ambrosio quando estava como Diretor do Instituto de Matemática da UNICAMP convidou o professor Aristides Barreto a vir à UNICAMP, momento em que o professor Rodney inteirou-se sobre Modelagem*”²⁵ (MB, ex02, 2022). Biembengut, durante a entrevista, ressalta que em suas lembranças a pessoa que estabeleceu o método de pesquisa Modelagem Matemática foi Bassanezi, mas que o Professor Aristides Camargo Barreto já desenvolvia trabalhos de Modelagem em suas aulas na Universidade Federal do Rio de Janeiro. De acordo com Bassanezi, a partir deste curso ministrado pelo Professor Aristides Barreto, foram surgindo mais pesquisas com essa finalidade, até que a partir daí estabelece-se o método de pesquisa: Modelagem Matemática. Vale salientar que Burak e Biembengut ingressam na Modelagem por meio das orientações do Professor Bassanezi.

Durante as entrevistas foi perguntado a cada pesquisador, qual a sua percepção a respeito das *Diversas concepções da Modelagem* em vigor no cenário educacional identificando-se uma percepção diferente para cada um deles. Para Burak, as diversas ramificações da Modelagem, vai ao encontro da formação, conhecimentos empíricos e estudos teóricos de cada sujeito. Ele afirma que:

Então as diferenças das concepções, para mim, são as diferenças das vivências e das trajetórias profissionais de cada professor, todos, talvez com mesmo objetivo, mas por pensamentos diferentes, por vieses diferentes. Então quando você pega a definição, por exemplo, ou o conceito do professor Barbosa, é um...

Jefferson Oliveira: - *É um ambiente de aprendizagem,*

Dionísio Burak: - *É um ambiente de aprendizagem, todo ambiente é de aprendizagem, não precisa ser da Modelagem, todo ambiente é de aprendizagem independentemente do juízo de valor, todo ambiente é, para mim. A condição dos estudantes são convidados a participar; o que é diferente, pois tive a preocupação de partir do interesse do estudante porque eu penso*

assim, se eu convido você para uma festa, mas você não quer ir para festa e daí o que é que eu vou fazer? Oh Jefferson vamos para uma festa? – Não, eu não quero ir para festa, hoje eu tenho que ir para missa. Tá bom, e aí o que é que eu vou fazer? Então quando eu parto do interesse do estudante eu quero dizer assim, que posso resolver esse possível impasse, porque como é que fica numa turma de 20, 30, 35, 40 estudantes que normalmente são as nossas classes, quando três ou quatro ou mais, por exemplo, não gostaram do tema e são obrigados a trabalhar, como é que fica? Então, cada um tem uma maneira de ver e conceber a Modelagem Matemática, mas todos tiveram as melhores intenções de buscar as coisas, todos tiveram a visão de tentar melhorar o ensino, então as concepções que você citou aí todos foram frutos de reflexões de vivência, de experiências e trajetória de vida das pessoas, nenhuma é melhor que a outra, cada um deve discernir o que deve fazer de melhor com seus estudantes. (DB, ex46, 2022).

Dessa forma, subentende-se que as diversas vivências do pesquisador no campo da Modelagem Matemática compõem diretamente a sua concepção. É nessa fala que emerge a categoria intermediária *Concepção oriunda das vivências pessoais do pesquisador*.

Já, na percepção de Biembengut, diversos nomes da Modelagem não realizam de fato Modelagem e sim, uma Aplicação Matemática:

Olha, algum desses que você citou, e que eu já li textos e materiais, não fizeram Modelagem, fizeram algumas aplicações, alguma coisa assim, é diferente. Aplicação Matemática é Aplicação Matemática, minha professora do primário já fazia Aplicação Matemática, por exemplo, o José foi no bairro comprou três pirulitos cada pirulito custou 10, quanto que ele gastou? sei lá, estou inventando. Então para mim, muitos não fazem Modelagem. (MB, ex13, 2022).

Em seus estudos sobre Modelagem, Biembengut (2014, p.21) afirma que: “A essência deste processo emerge da mente de uma pessoa quando alguma dúvida genuína ou circunstância instigam-na a encontrar uma melhor forma de alcançar uma solução, descobrir um meio de compreender, solucionar, alterar, ou ainda, criar ou aprimorar algo”. De fato, a Modelagem ocorre por meio de um tema ou problema do cotidiano na qual o professor e os estudantes não tem a resposta pronta para o problema e a investigação permite encontrar um modelo que satisfaça o problema da realidade. A pesquisadora ainda ressalta, em sua entrevista, que na *“Modelagem você entra na coisa com dados mas não sabe por onde começar, daí você ainda vai ter que traçar o caminho, você vai fazer a trilha que você vai ter que passar, o passo a passo, é difícil? não é! porém você tem que usar o cérebro, você tem que pensar, você tem que analisar qual é a melhor alternativa.”* (MB, ex14, 2022). Nesse aspecto, Burak tece afirmações que

corroboram o posicionamento de Biembengut, em relação à diferença entre a aplicação da Matemática e a concepção da Modelagem, quando afirma que a Modelagem,

[...] é uma ação pedagógica extraordinária quando o estudante consegue a partir dos dados elaborar um problema, pois os nossos estudantes, às vezes, nem sabe o que é o problema ou qual tipo de operação que tem que usar, porque aquele problema não tem nada a ver com ele, aquele problema surgiu para ele, fora de um contexto. Na Modelagem Matemática tudo tem o seu contexto, tudo que se tiver falando tá no contexto daquele tema, que é amplo, mas que está claro.”. (DB, ex32, 2022).

Evidencia-se, desse modo, que cada pesquisador traçou uma jornada diferente para constituir sua definição de Modelagem. Bassanezi explica que a Modelagem surgiu em sua trajetória quando,

[...] a gente ia dar um curso de especialização para professores. Aí eu planejei todo o curso: análise; geometria; álgebra; topologia, tudo que teria no curso de especialização que eu acreditava que fosse o ideal na época, mas chegando lá, a coisa era completamente diferente, eles juntaram alunos de primeiro, segundo, terceiro ano e professores para fazer todos de alunos, então o grupo era muito heterogêneo. Então se a gente desse um curso muito simples os professores não iriam aproveitar nada, e se fosse muito complicado os alunos não iriam aproveitar nada, então a gente teve que mudar, fazer uma estratégia na qual a maioria aproveitasse alguma coisa dessa Matemática. Foi quando a gente teve a ideia de fazer Modelagem Matemática, ou seja, fizemos visitas algumas indústrias da cidade onde a gente podia ver o que tem de Matemática. (RB, ex01, 2022).

Assim, iniciam-se as primeiras práticas de Modelagem do pesquisador, quando relata que nessas visitas gerou-se questionamentos nos participantes, tais como: como é o processo de produção de maçãs? E o que tem de Matemática na indústria de papel? Esses questionamentos instigaram nos estudantes curiosidades. Bassanezi ressalta que,

[...] então todo mundo entrou no mesmo nível para fazer o curso, a gente que estava dando o curso, e os alunos que eram bastante heterogêneos, e aí a gente podia agradar todo mundo ou desagradar todo mundo, era como se fosse um jogo que a gente não sabia qual o resultado. Mas foi muito interessante por que na pior das hipóteses os indivíduos da cidade iriam conhecer a cidade, as indústrias da cidade porque tinha criador de pesca. Os temas foram exatamente essas coisas malucas: peixe, fábrica de papel, criação de suíno, maçãs, etc. (RB, ex02, 2022).

Nesse processo de investigação, Bassanezi apresenta alguns fatos que descobriram nesta intervenção com os estudantes,

[...] quando a maçã é colhida, eles colocam toda maçã em cima do caminhão, em cima das caixas e leva para indústria. O que é uma indústria de maçã? é o lugar que eles resfriam essa maçã a 3 graus centígrados, para colocar isso depois na geladeira para não estragar. Porque se você colocar a maçã quente na geladeira ela queima toda casca, então tem que ter um resfriamento da maçã até 3 graus e depois pega essa maçã e quando ela tiver a 7° você coloca

dentro das câmaras frigoríficas para ela resistir. Porque se você pegar do pé e botar para vender, duas ou três semanas depois ela já está podre. Então essa parte da refrigeração é que conserva a maçã, por isso que você tem maçã no mercado para comprar senão você não teria, estaria tudo podre. E como era feito o resfriamento? era um tanque a 3 graus centígrados e eles coloca essas caixas em cima de uma esteira, essa esteira mergulha na água e sai na outra ponta do tanque, e vê se está a sete graus, porque tem um estatístico lá para verificar, por que passa a três dependendo da velocidade e sai a 7 porque ela entra a 27 ou 28 graus. Você pega de cima do caminhão e coloca no negócio de 3° ela tem que sair a 7°, tem toda uma Matemática então de resfriamento.

O problema é o seguinte que nessa fábrica a esteira tinha uma velocidade constante, com essa velocidade constante por exemplo se você colocasse as caixas a 25 graus, ela sairia exatamente a 7 graus, mas se você pegar um dia de sol brabo que as caixas ficaram em cima do caminhão e você coloca a 30 graus ela vai sair a 12 graus, então você tem que pegar essa caixa voltar e passar outra vez. Então a gente fez umas equações que você mudava a catraca da esteira dependendo da temperatura, você mudava a catraca da esteira, aí você deixava menos veloz ou mais veloz, isso aí são os modelinhos mais simples da física que você utiliza na Matemática de velocidade. Fizemos isso, mostramos para fábrica e a fábrica mudou, óbvio. (RB, ex15, 2022).

Nessa prática de Modelagem narrada pelo pesquisador, e outras diversas práticas, relatadas em seus livros (2002, 2006, 2010), o pesquisador construiu a sua definição de Modelagem que consiste “[...] na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.” (BASSANEZI, 2010, p.16). Os problemas oriundos da realidade visitada foram transformados em problemas matemáticos, resolvidos e devolvidos à realidade como uma solução para o problema real.

Burak afirma que sua concepção de Modelagem sofreu alterações desde a publicação de sua tese, uma vez que, no doutorado sob orientação do professor Bassanezi desenvolveu aplicações da Modelagem Matemática e, em seguida, ao conhecer a Educação Matemática, ressignificou o seu conceito de Modelagem. Isso verifica-se no seguinte excerto de sua fala:

Se você perceber nos artigos, antigamente eu chamava a Modelagem de alternativa, uma alternativa metodológica, porque assim ela foi concebida de início, porque se queria mudar o que estava posto naquele momento da trajetória nas décadas de 1970, 1980, então era uma alternativa. Depois com o desenvolvimento dessas leituras, reflexões, a gente foi chegando a constituir a Modelagem como uma Metodologia de ensino da Matemática, mas para se constituir numa metodologia eu precisava de bases teóricas que descem sustentação às ações, às formas de conceber. (DB, ex02, 2022).

Em 1998 publiquei o primeiro artigo fazendo essa mudança, porque chegou um tempo na minha vida profissional, na minha carreira e, na minha formação que eu tinha que mudar, eu tinha que mudar as coisas, e sair do conforto da Matemática Aplicada como a maioria fazendo Modelagem quase que nessa visão da Modelagem Aplicada priorizando a construção de modelos. (DB, ex05, 2022).

Burak complementa: “*minha preocupação nunca foi isso, minha preocupação era com o processo de ensino, formação de conceitos, construção do conhecimento do estudante, pela razão de priorizar a Educação Básica, desde a Educação na Infância até o Ensino Médio.*” (DB, ex06, 2022). De fato, a principal diferença das pesquisas da Modelagem Matemática para as práticas de Modelagem na perspectiva da Educação Matemática consiste em colocar o estudante no centro do processo de ensino e aprendizagem.

No decorrer da entrevista, questionou-se sobre as inspirações teóricas que fundamentam a concepção de cada pesquisador. Por meio da análise das respostas identificaram-se categoriais iniciais das quais originaram-se a categoria intermediária *Teorias que fundamentam a Modelagem*, uma das categorias mais frequentes, apresentada no Quadro 26.

Quadro 26 - Teorias que fundamentam a concepção de Modelagem de cada pesquisador

Dionísio Burak	Maria S. Biembengut	Jonei Barbosa	Rodney Bassanezi
Construção de uma nova racionalidade	A correlação entre a Modelagem Matemática e neurociência	Modelagem na perspectiva sócio-crítica	Nenhuma Inspiração Teórica
Forma de metacognição	Os estudos da pesquisadora sobre a mente humana por intermédio da Neurociências		
O Paradigma da Ciência Moderna			
A teoria da Psicologia do Desenvolvimento de Jean Piaget(DB)			
A teoria da Aprendizagem significativa de David Ausubel(DB)			
A teoria da Psicologia para o desenvolvimento humano de Lev Vygotsky(DB)			
O Pensamento complexo de Edgar Morin			

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

É perceptível que Bassanezi não possui nenhuma inspiração teórica, isto porque conforme o próprio pesquisador, ele é oriundo da Matemática Aplicada e não da Educação Matemática, desta forma não possui nenhuma inspiração teórica para definir o seu conceito de Modelagem, o conceito surgiu por meio de diversas práticas de Modelagem realizadas. Barbosa baseou seus estudos na abordagem da Educação Matemática Crítica de Ole Skovsmose. Conforme o pesquisador:

O trabalho do Ole Skovsmose, minha grande inspiração, foi a perspectiva da Educação Matemática crítica do Ole Skovsmose, principalmente o livro dele de 2002 que está traduzido para português: Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática, da coleção da autêntica. (JB, ex26, 2022).

E a partir do trabalho do Ole Skovsmose, eu fiz o link com o chão da sala de aula, com que tipo de discussão tem que aparecer na sala de aula para a perspectiva sócio-crítica está em operação, por que não basta o professor, o pesquisador conceitualizar que ele é a favor, que ele sustenta a perspectiva sócio-crítica, é preciso que isso se materialize no âmbito das interações discursivas entre os alunos. (JB, ex02, 2022).

Barbosa ressalta que analisava que na literatura diversas pesquisas enunciava o estudante no centro dos processos de ensino e de aprendizagem. No entanto, percebia que isso não se concretizava ao analisar o desenvolvimento da intervenção na sala de aula,

[...] eu observava muito, que muito trabalhos enunciando ser na perspectiva sócio-crítica mas na hora que trazia o episódio da sala de aula, o relato da sala de aula, não se operacionalizava ali a perspectiva sócio-crítica. Então se verificava muitas vezes, não sempre, uma separação entre o que dizia ser a intenção e como fazia em sala de aula. Então dava uma ideia de ser uma perspectiva sócio-crítica porque é legal ser crítico, quem que não vai ser crítico? todo mundo quer ser crítico, mas na hora que fazia em sala de aula por força da cultura, que eu diria que não é algo intencional, mas eu diria que por força da tradição da Matemática escolar você acaba caindo, você não opera a perspectiva sócio crítica. (JB, ex28, 2022).

Assim, o pesquisador define que a Modelagem Matemática deve ser realizada em um ambiente de aprendizagem em que o estudante deve ser convidado, pois a partir daí, ele está de fato no centro do processo de aprendizagem.

Burak foi o pesquisador que mais elencou teóricos que serviram como pilares epistemológicos para a construção da sua concepção. Ele elencou o estudo do comportamento humano e a aprendizagem dos sujeitos por meio da interação com outros indivíduos na perspectiva de Lev Semenovitch Vygotsky e Jean Piaget, assim como a aprendizagem significativa por meio da recussão dos subsensores proposta por David Ausubel, a metacognição e a construção de uma nova racionalidade como meios de intervir para proporcionar aprendizagem aos estudantes.

Biembengut, durante a entrevista, relatou que não possui nomes da Educação Matemática como inspiração teórica, isso se justifica por ter direcionado seus estudos para o campo da Neurociência. De acordo com a pesquisadora, é necessário compreender como funciona a mente e o comportamento do ser humano para entender como o sujeito aprende e apreende:

Eu acho que na minha concepção o melhor passo que eu dei foi buscar saber o máximo de Neurociência, como nossa mente funciona, porque a gente tem essa ou aquela maneira de ser, porque isso acontece com a gente, por isso que eu adotei no meu método os três passos da modelação na neurociência.

Eu estou buscando saber mais de Neurociência, para poder escrever um texto mostrando as possibilidades que a nossa mente nos proporciona na criação. Então talvez esse venha a ser, além dos meus novos livros de história, meu novo projeto, um livro não tão grande, mas trazer um pouco mais do porquê a gente tem essa ou aquela concepção, porque a gente tem essa ou aquela atitude[...], trazer um pouco mais das relações humanas e o que nos leva a ser desta ou daquela maneira. (MB, ex11-12, 2022).

Além disso, a pesquisadora estabelece críticas aos autores que desenvolvem práticas de Modelagem que na sua concepção são meras aplicações Matemáticas, “*Já assisti diversas pessoas da Educação apresentando algo supondo ser ‘Modelagem’; mas a maioria dessas não é MODELAGEM e sim, ‘Aplicação Matemática’ – aliás, fraquíssima Aplicação Matemática*”. (MB, ex01, 2022, grifo devido à ênfase na fala da entrevistada).

A crítica da pesquisadora sugere que algumas atividades intituladas de Modelagem não ultrapassa a simples aplicação de fórmulas ou resoluções de problemas básicos de Matemática. Nessa mesma prorrogativa, Burak complementa:

Muitos querem fazer Modelagem Matemática na Educação Matemática mas se utilizam dos paradigmas da ciência moderna, não dá certo, e se você ler o livro do Boaventura de Souza Santos, um livrinho chamado: Discurso sobre as ciências, você vai ver como é que é um método científico, tudo se rege pelo método científico, o método científico não permite o conhecimento do senso comum que as crianças vêm para a escola, por isso que não há diálogo, por isso que há imposição de conteúdo, contido em um programa. (DB, ex47, 2022).

Para o pesquisador, basear-se nos conteúdos contidos no programa curricular não configura-se em práticas de Modelagem, uma vez que o conteúdo é o centro do processo e não a aprendizagem do estudante sobre um tema presente no mundo real. Além disso, Burak faz uma crítica à construção do modelo ser a parte essencial no processo de Modelagem, segundo o pesquisador a aprendizagem do estudante deve ser a prioridade no processo:

A concepção que uso difere é uma questão epistemológica, aí é visão de conhecimento mesmo, eu não posso exigir de uma criança que construa modelos, se ela não tem nem a formação básica, não tem os conceitos, e nem construído o ferramental matemático necessários. Ela vai formando isso de forma gradativa, ao longo da sua escolaridade básica, então não tenho que ter a preocupação em criar modelos, mas ter a preocupação de ajudá-las a formar conceitos, por que conceito não se define cada um edifica, forma o seu conceito das coisas, então essa é a grande preocupação da educação básica,

e veja eu dediquei toda minha vida na formação básica de professores porque ali que eu acho que está o grande problema da educação. (DB, ex45, 2022).

Nesses dois aspectos apontados por Burak, esta pesquisa vai ao encontro da concepção de Biembengut, isso porque apesar da construção de conhecimento ser de fato o fator principal para uma prática de Modelagem, o professor da Educação Básica tem sempre uma grade curricular para cumprir no decorrer do ano letivo, portanto o programa curricular deve ser considerado no momento de pensar uma prática de Modelagem. Em relação à construção de modelo não ser importante para a prática, depende da concepção de modelo que o sujeito possui, conforme ressalta Barbosa. Essa discussão será retomada na segunda seção deste capítulo.

A categoria *Diferenças da Modelagem para outros métodos de ensino* emergiu a partir da discussão dos pesquisadores acerca do equívoco teórico relatado nas pesquisas entre a Modelagem e outras práticas de ensino. Apesar dos procedimentos metodológicos serem distintos, segundo os pesquisadores algumas pesquisas publicadas enunciam a Modelagem e acabam por aplicar outro método de ensino. Entre esses métodos foram elencados: Resolução de problema; Matemática Aplicada; História da Matemática; entre outros, como aponta Biembengut, durante a entrevista. Nesse sentido, Barbosa acrescenta,

[...] a outra dimensão é o que diferencia a Modelagem de outros ambientes como: a história da Matemática, as investigações Matemáticas, resoluções de problemas, que não é Modelagem. Então aí tem a definição que é o ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a resolver um problema e etc. Então o recorte que eu faço dessa definição, é que o ambiente para ser de Modelagem é preciso que seja um problema para os alunos, mas isso eles não tem um esquema pronto para resolver, e a situação tem que ser sustentação no mundo real, no dia-a-dia, etc. Eu continuo achando que a definição, ela é operacional para separar um tipo de ambiente de aprendizagem que é diferente de outros tipos de resolução de problema, ou de investigações Matemáticas, ou de história da Matemática e etc. (JB, ex05, 2022).

Em 2014, Biembengut publica o artigo intitulado: *Modelagem Matemática & resolução de problemas, projetos e etnomatemática: pontos confluentes*, no qual a pesquisadora evidencia os pontos comuns entre esses métodos de ensino e suas diferenças. Adicionado a isso, nessa produção ela já evidenciava o equívoco presente constantemente nas pesquisas que envolvem a Modelagem.

As categorias *Princípios da Modelagem Matemática*, além da categoria *A Modelagem na BNCC* emergiram da entrevista realizada com Burak. Para o pesquisador algumas atitudes e posturas devem ser repensadas quando estamos tratando de

Modelagem Matemática na Educação Básica, tais como a mudança na linguagem e nas práticas em sala de aula. O pesquisador afirma que houve mudanças a linguagem,

[...] nas palavras, até nas considerações mesmo pequenas que parecem não ter importância, quando você diz assim: processo de ensino – aprendizagem, eu digo ensino e aprendizagem, o conectivo e, ele entra, porque se colocar somente ensino – aprendizagem, parece uma relação direta, ensinou – aprendeu, e isso não é verdade. Então, tudo isso também tinha a ver com a mudança pretendida. Além disso, procuro sempre não denominar aluno, o meu estudante, tendo em vista que ao utilizar teorias de aprendizagem que considera o estudante ativo, considero que o estudante é um ser mais dinâmico, que está em busca das coisas, é ativo. Então essas expressões foram mudando na minha linguagem e, ainda, chamava de atividades de Modelagem. (DB, ex03, 2022).

Com efeito, na Modelagem o sujeito não é simplesmente um aluno que é um repositório de conhecimento do professor e sim um estudante que participa ativamente do processo de ensino e aprendizagem, portanto são termos que devem ser cuidados pelo professor ao dedicar sua prática de sala na Modelagem. Além disso, o pesquisador ressalta a diferença entre os termos Atividade e Prática de Modelagem,

[...] percebi que quando você faz uma atividade, a atividade é uma coisa qualquer, quando você realiza uma prática tem outro entendimento, a prática é revestida de fundamentação teórica, com método, objetivos, etc. É muito mais responsabilidade, então faz algum tempo que passei a denominar práticas com Modelagem Matemática. (DB, ex04, 2022).

Burak ressalta que essas mudanças na forma de referir-se aos estudantes e de repensar as práticas foram acontecendo ao longo de sua trajetória como pesquisador. Nesta trajetória, questiona a respeito do conceito de Modelagem Matemática apresentado na BNCC,

[...] quando você estudou as bases comum curriculares, você viu que a Modelagem na concepção da Educação Matemática é uma forma de operacionalizar a BNCC, porque ela não trata apenas das coisas Matemáticas, eles formam outras visões, outros conhecimentos nos estudantes. Então por isso que eu sou fã da Modelagem Matemática na concepção da Educação Matemática

Jefferson: - *Sim é tão importante o que está escrito lá na BNCC, não é? a Modelagem está descrita na Base, então é um dos nossos métodos de ensino mais...*

Dionísio Burak: - *Precisa ver Jefferson, qual é a concepção de Modelagem que está na base? porque se você ver aqui no Paraná, por exemplo, nós temos a concepção que eles chamam de Tendências da Educação Matemática no nosso currículo do Estado do Paraná, aí lá está descrita a resolução do problema, aí você vai ver quem está lá é Polya, você vai pegar a Modelagem está a concepção do Professor Bassanezi. Você vai pegar tudo que não é uma visão de Educação Matemática, é uma visão da Matemática.*

Jefferson: - É voltado mesmo para a resolução de problemas, não é professor? eles citam muito a Modelagem mais voltada à construção de um modelo para resolver problemas, é mais aquela Modelagem que está descrita no livro, algum modelo pronto para você analisar.

Dionísio Burak: - É, por exemplo aqui no Paraná, que nós temos a Modelagem Matemática, você vai ver que eles não têm a preocupação com as teorias da aprendizagem, não tem preocupação com os aspectos da sociologia que envolvem a educação, com aspectos da filosofia, com aspectos epistemológicos, não fazem a diferença. (DB, ex65, 2022).

Conforme Burak, a Modelagem que está discriminada na BNCC é a Modelagem Matemática na concepção da Matemática aplicada, ou seja, uma Modelagem voltada apenas para a construção de um modelo sem levar em conta a construção do conhecimento do estudante, algo defendido por ele na Modelagem na concepção da Educação Matemática. Ele compreende que a concepção de Modelagem na BNCC deveria ser repensada de forma a priorizar a construção do conhecimento ao invés da construção de um modelo. Nesse aspecto, verifica-se que a concepção de Burak vai ao encontro da concepção de Barbosa. Vale ressaltar que Burak foi o único pesquisador a trazer a problemática da BNCC para o contexto da entrevista.

Na categoria intermediária *Formação acadêmica do pesquisador que contribuiu na sua concepção de Modelagem*, emerge da primeira pergunta feita aos pesquisadores na entrevista que consistia compreender a formação acadêmica do pesquisador e a forma que essa formação impactou na formação de sua concepção. Essa categoria foi utilizada no terceiro capítulo de fundamentação teórica da Modelagem para descrever a formação de cada pesquisador antes de apresentar sua concepção.

É evidente que para Burak e Barbosa a construção do modelo não tem tanta relevância quando comparada as concepções de Bassanezi e Biembengut. Para Burak e Barbosa a construção do suposto modelo não passa de uma simples representação do problema ou aplicação de uma equação, uma vez que segundo os pesquisadores o desenvolvimento do modelo é mais complexo do que uma simples representação. Na próxima seção, apresenta-se a categoria *Definição e construção de modelo*.

6.2 DEFINIÇÃO E CONSTRUÇÃO DE MODELO

A categoria **Definição e Construção de Modelo** emerge de oito categorias intermediárias, conforme apresentado no Quadro 27.

Quadro 27 - Frequência das categorias sobre definição e construção de modelo

Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
Modelo definido como capacidade de descrição e predição dificulta a construção pelo estudante (JB)	Definição e construção de modelo (5)	Definição e construção de modelo (14)
Modelo como qualquer representação Matemática (JB)		
Modelos matemáticos são dependentes do seu processo de fabricação, não são neutros (JB)		
Definição de modelo para o pesquisador (DB)		
Compreensão de modelo para o pesquisador (DB)		
A prática de desenvolver modelos auxilia na experiência com Modelagem (MB)	Aprimoramento do processo de modelar por meio da construção de modelos (2)	
A constante produção de modelos permite o aprimoramento no processo de Modelar (MB)		
A compreensão da Modelagem por meio da prática com modelos (MB)	Compreensão da Modelagem por meio da construção de modelos (1)	
A pesquisadora afirma que o ser humano pensar por meio de modelos (MB)	Relevância do modelo na Modelagem (1)	
Exemplo da concepção de modelo para outros pesquisadores, segundo Burak (DB)	Concepção de modelo para outros pesquisadores (1)	
A necessidade de priorizar a construção do conhecimento do estudante ao invés da construção de um modelo (DB)	Priorizar o conhecimento matemático frente a construção de modelos (1)	
A Matematização de uma situação denominada de modelo por outros pesquisadores (DB)	Matematização e Modelo (1)	
A analogia é uma característica da Modelagem, buscar por modelos semelhantes (RB)	Analogia entre Modelos (2)	
Analogia com outros modelos matemáticos já produzidos (RB)		

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A categoria intermediária com maior frequência foi intitulada com o mesmo nome da categoria final, uma vez que nesta está presente o conceito de modelo para os pesquisadores, além disso, eles retratam suas percepções sobre a necessidade da construção de modelos em intervenções com a Modelagem Matemática na Educação Básica. As categorias *Aprimoramento do processo de modelar por meio da construção de modelos* e *Analogia entre modelos* possuem duas categorias iniciais que as compõem, ambas categorias intermediárias são frutos da fragmentação da fala do mesmo pesquisador. As demais categorias possuem apenas uma categoria inicial integrada.

Durante a entrevista com os pesquisadores em nenhum momento foi perguntado qual a concepção do pesquisador sobre modelos, ou se é necessária a construção de modelos em intervenções na Educação Básica. No entanto, ao dialogar sobre Modelagem Matemática é inerente essa questão vir à tona, emergindo assim a categoria intermediária *Definição e construção de modelo*. E, nessas aparições de fragmentos, é possível identificar que os pesquisadores possuem divergências. Bassanezi e Biembengut defendem a construção do modelo como uma etapa intrínseca no processo de Modelagem, enquanto que os pesquisadores Burak e Barbosa compreendem que não necessariamente deve haver um modelo como produto de um processo de Modelagem.

Para adentrar no embate das concepções dos pesquisadores a respeito da construção de modelos, é necessário compreender de fato, o conceito de modelo. Para tal, recorre-se a concepção de modelo do dicionário e dos autores que o defendem. No dicionário online²⁶ encontra-se que um modelo matemático é uma: “Representação matemática de um fenômeno físico humano etc., feita para que se possa melhor estudar o original.”. Essa definição presente no dicionário online vai ao encontro da concepção de Modelagem de Bassanezi no quesito uma representação da realidade. Para Biembengut (2016):

Um modelo precisa ser semelhante à realidade sob os aspectos que interessam á pesquisa em curso e, assim, atender às necessidades que o geraram. E ainda permitir efetuar modificações da situação-problema estudada ou desenvolver uma teoria que possa ser confirmada ou refutada por meio de testes empíricos [...]. (p.109).

Dessa forma, pode-se compreender que um modelo é um produto elaborado pelos estudantes em sala de aula como resultado de um processo de pesquisa e colaboração mútua entre os envolvidos, podendo ser representado como uma equação, uma fórmula, uma tabela, um gráfico, etc. Esse produto é uma representação da solução encontrada pelos estudantes para o tema investigado. No entanto, nem todos os pesquisadores possuem opiniões convergentes em relação à construção de um modelo pelos estudantes.

Em relação a categoria intermediária *Relevância do modelo na Modelagem*, Burak afirma que na Modelagem desenvolvida na Educação Básica é inviável a construção de um modelo, pois o conceito de modelo é visto de forma errônea:

²⁶ Modelo (matemática) – Dicionário online de Português (dicio.com.br). Acesso em 23/05/2023.

Bom, o que é um modelo? É uma expressão, resultado da matematização daquela situação, o problema da realidade é muito mais complexo, você não leva em consideração muitas coisas. Você quer calcular por exemplo, a gravidade do local, mas você não leva em consideração o amortecimento do pêndulo, você não considera nada, você não leva em consideração muitas coisas. Então é um problema, vamos dizer assim, é uma solução próxima. Então quando você fala em modelo é para mim, a matematização que você vai trabalhar. Então é o que eu digo assim, o modelo não é nada mais do que se trabalhar sobre aquele objeto matematizando, para mim modelo é uma matematização que ele expressa, por exemplo, em partes aquele fenômeno do estudo. (DB, ex58, 2022).

Burak evidencia a sua concepção de modelo, porém nas entrevistas percebeu-se a *Concepção de modelo para outros pesquisadores*. Barbosa corrobora as ideias de Burak a respeito da diferença entre *Matematização e Modelo*, e sobre a construção do modelo ser considerado uma matematização do objeto estudado, ou seja, a produção de um modelo depende da concepção de modelo evidenciada, segundo o pesquisador, quando se trata de Modelagem na Educação Básica:

Depende da definição de modelo, se você por exemplo assumir que um modelo é uma equação ou uma inequação, ou um sistema de equações ou inequações, com capacidade de descrição e predição, nem tudo que os alunos fazem pode ser enquadrado como modelo matemático. Então em muitos manuais de Matemática aplicada tem essa definição, mais ou menos assim de um modelo matemático. Então isso limita o modelo matemático ao fato de descrever e prever, com essa definição muita coisa que se faria no ensino fundamental por exemplo, não seria Modelagem Matemática. Porque o que os alunos fazem não tem capacidade de predição, a meu ver não. (JB, ex24, 2022).

No entanto, ao definir que,

[...] no ponto de vista da Educação Matemática cabe a gente definir modelo matemático como qualquer representação Matemática. Então os alunos lá fizeram umas continhas soltas no papel e aquilo se refere aquela situação, é uma representação Matemática, eu chamaria aquilo de modelo matemático. Então isso quer dizer que nessa definição o modelo não precisa ter a capacidade de predição ele pode ficar circunscrito a descrição. (JB, ex25, 2022).

Conforme estabelecido por Burak e Barbosa, o produto desenvolvido pelos estudantes pode não ser considerado um modelo dependendo da concepção de modelo estabelecido pelo pesquisador. Nesta pesquisa, comunga-se com a concepção de Biembengut (2016), na qual afirma que é inerente ao ser humano a pensar por meio de modelos, e, no processo de Modelagem, o resultado produzido pelos estudantes é considerado um modelo. A pesquisadora afirma que esse resultado não ultrapassa os rascunhos de uma atividade ou ensaios de pesquisa já desenvolvidos por outros métodos

de ensino, não exclusivo da Modelagem. Dessa forma, compreende-se nessa pesquisa que os conhecimentos produzidos pelos estudantes no processo, é um modelo.

A pesquisadora salienta que no processo de Modelagem, ocorre o *Aprimoramento do processo de modelar por meio da construção de modelos*, ou seja, a prática de construir modelos é que auxilia no desenvolvimento da habilidade de fazer Modelagem. Biembengut ressalta que só se aprende fazer Modelagem, construindo modelos, e frequentemente o professor realizando essas práticas, adquire confiança e torna-se capaz de reproduzir modelos com os estudantes. No entanto, o professor precisa tomar coragem em começar a fazer modelos “[...] e a partir dessa ‘primeira criação’, vamos aprimorando de tal forma a melhor auxiliá-los a interpretar o resultado, aprimorar seus modelos matemáticos”. (MB, ex05, 2022). Nesse aspecto, Biembengut afirma que o professor que nunca fez Modelagem, não tem condições de desenvolvê-la com os estudantes.

Em relação ao professor que nunca fez Modelagem, e precisa adquirir experiência no processo de construção de modelos, Bassanezi afirma que este pode-se valer da *Analogia entre modelos*. Ele explica:

Então no caso da Modelagem é bem assim, ou seja, a característica básica da Modelagem é a analogia, o que aconteceu mais ou menos com uma coisa, você faz acontecer mais ou menos com outra. Se você não sabe como é o crescimento do peixe mas você sabe como é o crescimento de galinha deve ser um negócio parecido, vai mudar alguma coisa, mas somente os parâmetros que mudam. Se você quer saber uma dinâmica populacional de algum indivíduo você vê quais são os modelos de dinâmica populacional que tem. Então é muito fácil fazer Modelagem porque existe um monte de modelos e você vê se a sua situação é análoga a qual outra, você molda mais ou menos para aquela base que está ali. (RB, ex18, 2022).

Dessa forma, segundo o pesquisador, o professor busca por modelos já produzidos que tenham relação com o tema investigado, e por meio desse modelo pronto o pesquisador tem uma ideia de como produzir um novo modelo. Complementando, afirma:

Esse modelo matemático é mais ou menos análogo a alguma outra coisa que você já conhece, se é um peixe que cresce, ele não vai crescer para infinito; uma galinha não vai para infinito, e o crescimento dele é sempre monótono, um dia ele está sempre maior que o outro dia. Então é uma curva crescente e monótona, ela é estável, ela não passa de um certo valor. (RB, ex27, 2022).

Embora Biembengut não se refira à utilização de analogias, compreende-se, que tanto em sua concepção quanto na de Bassanezi, o professor deve inicialmente aprender a fazer Modelagem, adquirir experiência com o processo para, em seguida, levar uma proposta para sala de aula, uma vez que o seu bom desenvolvimento depende da intimidade, domínio do professor com tal processo, dessa forma a pesquisadora destaca que ocorre a *Compreensão da Modelagem por meio da construção de modelos*. Paralelamente, Barbosa e Burak concordam que o modelo não é o foco do processo de Modelagem e, sim, a aprendizagem do estudante, quando Burak ressalta que é necessário *Priorizar o conhecimento matemático frente a construção de modelos*,

[...] eu não tenho preocupação com modelo, e eu acho que até o ensino fundamental você não devia ter muita preocupação com modelo, você deveria ter preocupação em construir conhecimento e ajudar o estudante a formar conceitos, eu acho que nisso também o Professor Barbosa, concorda. Considero que na faixa etária de escolaridade na qual tenho interesse, não há necessidade de construir modelo, porque o que significa construir modelo na matemática aplicada? O próprio nome Matemática Aplicada, parte de um princípio de que é necessário inicialmente conhecer Matemática para, então depois você aplicar. Nessa etapa inicial da escolaridade (Educação Básica) as crianças estão construindo o conhecimento matemático. O que se busca é a solução pura e simples dos problemas deles, porque se eles resolveram o problema, para mim eles não precisam fazer um modelo matemático, tanto que os modelos no ensino fundamental e médio e já tem tudo pronto, você vai ver que está tudo pronto lá nos livros os modelos, expressões áreas das figuras planas, espaciais, de equações, já estão lá, assim como os algoritmos. (DB, ex59, 2022).

Na concepção de Burak e Barbosa, na qual a construção do conhecimento matemático é priorizada frente a construção do modelo, o professor não tem como pré-requisito a prática de Modelagem para poder iniciar na sala de aula da Educação Básica. Contudo, não se trata de um processo simples, etapas devem ser percorridas. Nesse sentido, a seguir apresenta-se as concepções dos pesquisadores sobre as Etapas.

6.3 ETAPAS DA MODELAGEM MATEMÁTICA

A categoria final, **Etapas da Modelagem Matemática**, foi a segunda categoria em termos de frequência de excertos retirados das entrevistas. Emergiu a partir de 16 categorias intermediárias, apresentadas no Quadro 28.

Quadro 28 - Frequência das categorias sobre Etapas da Modelagem Matemática

Categories Iniciais	Categories Intermediárias	Categories Finais
[Contínua]		
Etapas da Modelagem proposta por outros autores nem sempre ocorrem ou ocorrem em ordem diferente (JB)	Não existem etapas pré-estabelecidas para o ambiente de Modelagem (2)	Etapas da Modelagem Matemática (31)
Estudantes não seguem as etapas do processo de Modelagem proposto por outro autor (JB)		
Etapas do ambiente de Modelagem conforme a organização do trabalho pedagógico (JB)	Etapas do ambiente de Modelagem a partir da organização do trabalho pedagógico (3)	
Etapas da Modelagem são etapas do trabalho pedagógico, não da construção do modelo (JB)		
Organização escolar e os três casos de ambiente de aprendizagem (JB)		
Lançamento ou elaboração do problema, trabalho dos estudantes em grupo, interação do professor, socialização e sistematização (JB)	Processo de Modelagem (2)	
Relação direta entre a Matemática e a Modelagem (RB)		
Alterações nas etapas da Modelagem na transição da Matemática aplicada para Educação Matemática (DB)	Aprimoramento teórico das etapas (2)	
As Mudanças do pesquisador nas etapas por meio das práticas de Modelagem (DB)		
A Contextualização do problema na Modelagem (DB)	Contextualização do problema (1)	
Escolha do tema após a visitação (RB)	Escolha do tema (6)	
Processo da escolha do tema em uma intervenção com a Modelagem (RB)		
Escolha de um tema apropriado pelos estudantes (RB)		
Definir o objetivo e escolher o tema é o primeiro passo (RB)		
Escolha do tema pelo estudante (DB)		
Ponto de partida da Modelagem (DB)		
Perceber a Matemática presente e criar hipóteses (RB)		
A percepção no processo de Modelagem (MB)		
Criação do problema em um problema de Modelagem (RB)	Criação do problema (2)	
Formas de levantar o problema em uma intervenção (RB)		
Levantamento dos dados e organização com uso da estatística (RB)	Levantamento de dados (3)	
Coleta de dados (DB)		
A etapa do levantamento de problemas (DB)	Verificação do modelo (1)	
Verificação do modelo encontrado com a situação problema estabelecida inicialmente (RB)		
As relações entre o processo de memorização e a apreensão (MB)	A Apreensão do processo na Modelagem	

		(2)	
Categories Iniciais	Categories Intermediárias	Categories Finais	
[Conclusão]			
A importância da busca pelo conhecimento para aprender e apreender sobre o tema (MB)	A Apreensão do processo na Modelagem (2)	Etapas da Modelagem Matemática (31)	
Exemplo da realização da pesquisadora na etapa da divulgação dos resultados pelos estudantes (MB)	Compreensão e Explicitação do tema (1)		
O papel do professor frente ao erro no processo de Modelagem (MB)	O erro no processo de aprendizagem (1)		
O professor deve avaliar o modelo dos estudantes antes de apresentar para toda turma (MB)	Validação do modelo encontrado pelos estudantes (1)		
A etapa da resolução de problemas (DB)	Resolução de problemas (1)		
Etapa da Análise crítica da solução (DB)	Análise crítica da solução (1)		

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Das 16 categorias intermediárias que constituem essa categoria final, a que apresenta a maior frequência é a *Escolha do tema*, composta por categorias iniciais advindas dos excertos da fala de Bassanezi e Burak, pesquisadores esses que compõem a segunda categoria intermediária com maior frequência, o *Levantamento de dados* ao lado da categoria intermediária *Etapas do ambiente de Modelagem a partir da organização do trabalho pedagógico* oriunda da fala de Barbosa.

Com duas categorias iniciais, observa-se dois grupos de categorias: o primeiro grupo corresponde ao pesquisador que não percebe a Modelagem como um processo que possua etapas definidas em sala de aula, categoria intermediária *Não existem etapas pré-estabelecidas para o ambiente de Modelagem* e o segundo grupo que defende as ações procedimentais realizadas pelos estudantes, denominadas pelos pesquisadores de etapas.

Dos quatro pesquisadores entrevistados, três apresentam etapas ou fases no processo de Modelagem, conforme o Quadro 1 apresentado no Capítulo 2. Durante a entrevista, instigou-se os pesquisadores a relatarem as ações que correspondem as etapas propostas na teoria. Em unanimidade os pesquisadores concordam que a Modelagem na sala de aula possui etapas, fases ou momentos. Entretanto, discordam em relação à sequência que é proposta na teoria. De acordo com Barbosa:

É, eu não acho que o trabalho de sala de aula segue aquelas etapas. É possível que aqueles aspectos ocorram mas não naquela ordem. Então o trabalho dos alunos, e isso não vale só para os alunos eu diria até um modelador profissional de Matemática Aplicada, ele está aqui simplificando o problema mas ele já está pensando na possível solução, aí vai e volta. (JB, ex10, 2022).

Conforme a prerrogativa do pesquisador, a Modelagem na Educação Básica é diferente da Modelagem realizada por um modelador profissional, pois Barbosa, até um modelador profissional pode ter dificuldade de modelar seguindo as etapas pré-definidas sem a possibilidade de ter um processo de recursividade. O pesquisador exemplifica,

[...] se a gente gravar um grupo de alunos resolvendo um problema de Matemática e pegar aquelas fases que o Rodney propõe no seu livro por exemplo, você vai ver que eles se movem entre aquelas etapas mas eles não seguem aquela ordem,

Jefferson Oliveira: *não é de forma linear,*

Jonei Barbosa: não é de forma linear. (JB, ex14, 2022).

De fato, na sala de aula da Educação Básica os estudantes percorrem as etapas da Modelagem de forma não linear. No entanto, se as etapas forem compreendidas como momentos da Modelagem na sala de aula, o modelo proposto por Bassanezi atende a todos os critérios de *Aprimoramento teórico das Etapas* ressaltados por Barbosa, uma vez que Bassanezi propõe a modificação, etapa na qual é possível retornar as etapas anteriores com a finalidade de aprimorar o modelo.

Hipoteticamente alterando o modelo proposto por Bassanezi, introduzindo a modificação como uma etapa central que percorre todas as etapas desde a experimentação até a aplicação, então este modelo de etapas soluciona a crítica levantada por Barbosa, uma vez que, independente da etapa escolhida sempre haverá a possibilidade de recursividade. Barbosa pondera as *Etapas do ambiente de Modelagem a partir da organização do trabalho pedagógico*, o que para o autor é diferente das etapas propostas por Bassanezi, “*Então eu não divido nas etapas em termos do modelo como os meus colegas Bassanezi faz, Salett faz, eu prefiro dividir em termos da organização do trabalho pedagógico, ou seja, como a aula, o ambiente de Modelagem é organizado.*” (JB, ex11, 2022). Barbosa diz que o processo de Modelagem com as etapas visando a produção de conhecimento do estudante seriam estabelecidas da seguinte forma:

Então basicamente é o convite, que é o momento que o professor lança um problema ou ele pede aos alunos que elaborem o problema, o trabalho dos alunos em grupo com a participação do professor; o professor se movendo entre os diferentes grupos; o processo de socialização que os alunos compartilham as suas soluções e suas razões; o seu pensamento; e o processo de sistematização que aí é feito pelo professor. (JB, ex12, 2022).

O pesquisador complementa,

[...] por isso que minha definição quando eu vou falar da organização curricular ela dá conta de três possibilidades: caso um, caso dois, e caso três, reconhecendo todos como Modelagem, porque vai aplicar um em um lugar, ou os três no mesmo lugar, dependendo do professor, da escola, do momento. Então é uma decisão do professor. (JB, ex20, 2022).

Estabelecida a insatisfação do Barbosa em relação às etapas, os demais pesquisadores convergem no quesito etapas, convergência esta já estabelecida no Quadro 1, sendo reapresentado abaixo no Quadro 29, apenas com os pesquisadores participantes da entrevista, com a finalidade de evidenciar a correlação entre as etapas propostas. Vale salientar que conforme mencionado no primeiro capítulo desta tese, adotou-se a concepção de Modelagem na Educação Matemática de Biembengut, desta forma, reformulou-se o quadro a partir das etapas da pesquisadora.

Quadro 29 - Convergência entre as etapas da Modelagem

PESQUISADORAS	BIEMBENGUT	BASSANEZI	BURAK	BARBOSA
ETAPAS DA MM	Percepção e Apreensão	Experimentação	Escolha do tema	Formulação do problema
			Pesquisa Exploratória	Simplificação
		Abstração	Levantamento do problema	
	Compreensão e Explicação	Resolução do Modelo	Resolução do problema	Coleta de dados
	Significação e Expressão	Validação	Análise crítica da solução	Solução
		Modificação		

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Em todas as concepções teóricas analisadas, a unanimidade entre os entrevistados é que a Modelagem se inicia pela *Escolha do tema*, categoria intermediária advinda de seis categorias iniciais ou *Contextualização do problema*, com apenas uma categoria inicial. Nesse aspecto, durante a entrevista foi solicitado aos pesquisadores que detalhassem as ações que ocorrem nesse momento em sala de aula.

O Processo de Modelagem em sala de aula origina-se por meio da escolha do tema seja pelos estudantes ou por sugestão do professor. No entanto, os pesquisadores afirmam que é essencial que o professor permita que os estudantes sejam os responsáveis pela escolha do tema. De acordo com Burak, quando o estudante escolhe o tema, o processo torna-se motivador e desafiador,

[...] quando o estudante pode escolher o tema, e isso não significa que quando ele escolhe o tema ele fica livre para qualquer coisa, absolutamente não! ele escolhe o tema pelo gosto, porque eu penso assim, eu vejo que se o estudante faz aquilo que ele gosta, ou manifesta interesse, ele faz com muito mais prazer, não desiste muito fácil das coisas. Quando o professor determina, delinea coisas, muitas vezes, os estudantes não tem, vamos dizer assim, vontade e nem interesse naquele assunto. (DB, ex11, 2022).

Bassanezi afirma que na escolha do tema o estudante deve ser provocado, o pesquisador exemplifica como o professor deve instigar os estudantes,

[...] então o estudante escolheu trabalhar com plantação de batata, ele vai ter que saber como plantar batata, ou porque que ele escolheu isso. Então cada um tem que convencer os outros, aí faz por escolha ou votação, tudo isso leva quase uma semana para decidir o que é muito interessante. Então na hora que o cara escolhe o tema ele se sente obrigado a trabalhar naquilo, a participação dele já fica marcada por que ele escolheu fazer aquilo lá, ele não foi obrigado. (RB, ex10, 2022).

Nessa mesma perspectiva, Barbosa afirma que “[...] se eles têm a chance de proporem o tema, isso é positivo para aprendizagem dos alunos.” (JB, ex19, 2022). Compreende-se, portanto, que a escolha do tema é uma etapa de coparticipação entre os estudantes e o professor, de forma que, o professor deve permitir que os estudantes elejam temas, pois isso é um fator fundamental tanto para o seu engajamento quanto para sua aprendizagem. Para isso, Bassanezi ressalta que os estudantes podem dissertar seu tema para a turma, com a finalidade de criar o engajamento nos colegas. Burak complementa:

Então eu penso que começa pelo interesse, pelo assunto, e se transforma numa motivação, numa motivação intrínseca não extrínseca. Intrínseca porque ele faz o que ele gosta, porque ele quer saber o resultado, porque ele quer construir, ele quer buscar as respostas das suas questões, não por mercantilismo como fazem: “ah, faz isso e ganha 3 pontos, se faz aquilo ganha mais 2 pontos” não! ele vai fazer pelo interesse que o motivou a buscar. (DB, ex12, 2022).

Na escolha do tema, Barbosa e Burak ressaltam que o tema pode surgir por meio dos temas de interesse de um integrante ou de um grupo de estudantes. Burak ressaltava que:

Quando comecei a trabalhar com Modelagem o trabalho era individual, depois da conversa com os professores participantes a gente resolveu fazer diferente em dupla, isso já melhorou bastante, mas depois a gente ainda mudou para até três ou quatro participantes. Isso foi porque eu senti que era melhor para os participantes, e eu não tive dúvida em mudar, deixar de fazer individual e vamos fazer em pequenos grupos. (DB, ex48, 2022).

Conforme o pesquisador, a interação entre os estudantes é fundamental para o envolvimento dos estudantes, para isso o professor deve ficar atento de forma a valorizar o conhecimento empírico dos estudantes. Após a escolha do tema, primeiro momento da Modelagem elencado pelos pesquisadores, os estudantes são convidados a levantar informações sobre o tema, essa etapa é denominada de Abstração para Bassanezi; Pesquisa exploratória e Levantamento do problema para Burak; e Simplificação para Barbosa.

Nesta etapa, os pesquisadores afirmam que é o momento em que o estudante inicia a busca por informações sobre o tema elencado na etapa anterior, para Burak,

[...] a pesquisa exploratória por exemplo, às vezes ele tem interesse em um tema e o que se sabe ou conhece do tema? – “Ah não conheço nada!”. Então nós vamos ter que buscar saber sobre esse tema, assim segue para uma outra etapa, a chamada pesquisa exploratória, na qual o estudante vai se valer de vários meios para buscar na internet, ele vai buscar na literatura, ele vai buscar nas conversas, nas entrevistas, ele vai ter várias formas de coletar dados sobre aquele assunto; e isso sabe Jeferson, dá muito mais sentido as coisas depois, porque ele conhece mais sobre assunto, ele pesquisa. (DB, ex54, 2022).

Na mesma perspectiva de Burak, Bassanezi explica como ocorre a *Criação do problema* em sala de aula,

[...] para levantar o problema de cada grupo, eles tinham os temas e tinha um levantamento de problemas, como que vai levantar problemas? primeiro você tem que ter dados, se você não tem dados da situação o negócio fica teórico. Então se você vai plantar batata, você tem que contar quantos sacos de batata dar por hectares? qual o peso da batata? mas você precisa ter tabela, então você tem um curso de estatística. (RB, ex11, 2022).

Nessa etapa, o estudante faz conjecturas sobre o tema, conforme ressalta Bassanezi:

Se você tem um levantamento dos dados você faz as suas conjecturas: quais são as variáveis essenciais que você tem ali? o quê tá variando ou não? no caso do peixe, o que varia no crescimento no peixe? o que varia no peso dele? o comprimento dele varia? Então você tem que ter uma tabela para peso, uma para comprimento, aí você vai fazer o seu modelo matemático. (RB, ex26, 2022).

Burak apresenta um exemplo do levantamento de dados em uma prática de Modelagem na Educação Básica,

[...] vamos supor, vamos pegar um tema, e consideramos uma indústria de cerâmica, como é que eles podem fazer essa busca? Veja que antes disso tudo, eu tenho que, antes de desenvolver uma prática com Modelagem, levar em conta dois princípios: primeiro partir sempre do interesse do grupo(s) do(s)

estudantes e segundo: sempre que possível, coletar os dados no local onde se dá o interesse, e depois vem então as demais etapas. Então essa etapa da pesquisa exploratória, e levando em conta o segundo princípio, vamos pensar: bom, nós temos sempre que possível, porque às vezes não é possível você, buscar os dados no local. Então vamos supor que se interessem pelo tema que envolve o fundo do mar, você não vai lá no local para fazer isso, ou ainda, se o tema for órbita dos planetas, quais são as orbitas dos planetas? Qual é o tipo de órbita? Você não vai buscar os dados lá. Então aí você se vale das fontes da literatura, você se vale dos sites, você se vale das pessoas[...]. (DB, ex54, 2022).

De fato, quando os estudantes propõem o tema, pode acontecer do tema proposto não possibilitar o levantamento de dados por conta da impossibilidade de ir até o local. Nesse caso, o pesquisador salienta que o levantamento de informações deve ser feito por meio de uma pesquisa bibliográfica, documental, *internet*, entre outros meios que possibilitem a busca por informações. O pesquisador complementa exemplificando quando é possível o professor e estudantes realizarem uma pesquisa de campo:

Então você vai fazer o trabalho da cerâmica: pela internet você pode várias coisas sobre isso, você pode pegar um pouco sobre a história da fabricação dos tijolos essas coisas todas, as datas históricas são importantes, depois você pode visitar uma indústria cerâmica marcar uma visita para saber de onde e como é que se dá os processos, quais são os tipos de processos envolvidos na produção de cerâmica, pode ver lá onde eles extrai o barro, como é que o barro chega até à cerâmica para a fabricação dos produtos, você vai se valendo de várias coisas. Você pode fazer entrevista com funcionários, pode fazer entrevista com gerente, você pode fazer várias coisas, são maneiras que você vai coletando seus dados. São esses dados que vão lhe permitir levantar os problemas, a quarta etapa do processo da Modelagem. Então você vai numa indústria lá, você faz investigações sobre quantos tijolos se fabricam por mês ou por ano, eles vão explicando algumas coisas lá para vocês, qual é o tempo de secagem? como é que faz a secagem dos tijolos por fornalha ou outra forma? Qual tipo de combustível que se utiliza? Carvão, ou é gasolina, óleo, ou lenha, as fornalhas, como são alimentadas por qual tipo? A que temperatura chegam? Nesse sentido são tantos os dados que se coletam lá dentro, qual é o tempo de duração de um processo completo para produzir o tijolo, secar e está pronto para utilização? (DB, ex54, 2022).

Burak descreve possíveis questionamentos e dados que os estudantes podem levantar em uma pesquisa de campo, o autor ainda complementa:

Então se tem várias coisas que podem ser perguntadas e esses dados são os elementos que vão nos permitir levantar as questões, os problemas, veja que os dados e essa coleta de dados às vezes os estudantes querem saber assim, por exemplo, qual seria o custo do deslocamento para trazer o barro para cerâmica? Muitas vezes o local do barro não fica no próprio local onde está sendo produzida cerâmica, às vezes fica um pouco longe, mas daqui a pouco ele não coletou esse dado, ele tem que voltar à pesquisa outra vez, aí por isso que eu digo assim que é muito vinculado, sempre o ensino e a pesquisa na Modelagem Matemática na concepção da Educação Matemática são indissociáveis. Então ele volta lá perguntando como é que eles fazem isso? qual é a quantidade que vem cada vez? qual é o consumo da semana? Enfim, aí ele vai perguntando para coletar mais dados, sempre está alimentando os

dados dele para formulação das questões, é claro que isso vai depender do nível de escolaridade, das turmas que se for da educação infantil se é uma coisa, se for do fundamental é outra, se for do médio outro. Enfim, mas um mesmo tema pode ser trabalhado desde a educação infantil até o ensino médio e isso tem lógica. (DB, ex54, 2022).

Nesse processo de *Levantamento de dados*, Barbosa ressalta que uma outra forma de levantar dados é por meio da rede mundial de computadores presentes no aparelho de celular que os estudantes já levam para sala de aula:

Olha, hoje é internet, quando eu comecei a trabalhar com a Modelagem Matemática, o nosso acesso à internet era muito limitado. Na nossa época as pessoas iam fazer entrevistas com profissionais, iam para a biblioteca, buscar revistas. Hoje não, hoje é na própria aula o aluno pega o celular e dá um Google, no ensino médio principalmente, geralmente todos os alunos do ensino médio já tem um smartphone, então, internet, ele vão na internet. (JB, ex21, 2022).

Os pesquisadores apresentaram diversas vias para os estudantes levantarem os dados, ou realizarem pesquisa de caráter bibliográfico, documental ou de campo durante uma das etapas da Modelagem. Nos exemplos apresentados por Burak e Bassanezi, a ida até a fábrica de cerâmica ou a ida no campo buscar informações ou conversar com um especialista sobre o assunto, é uma das formas de levantar informações. Em posse desses dados os estudantes os ressignificam, consolidando um processo de pesquisa por meio da Modelagem. Burak e Barbosa apresentam uma segunda maneira de levantar dados para a pesquisa, por meio das informações presentes na rede mundial de computadores, é evidente que a busca por informações na *internet* não configura-se pesquisa, Contudo, quando os estudantes coletam essas informações e relacionam à solução do problema investigado, esses dados levantados deixam de ser uma simples informação e passam a ser um dado de pesquisa que pertence à solução do problema.

As etapas de *Escolha do tema* e *Levantamento de dados* denominado pelos autores, é o que Biembengut denomina como *percepção e apreensão* do tema. Em relação *A Percepção da Matemática e criação de hipóteses*, a pesquisadora explica que:

Nesse primeiro momento, é a hora de fazer com que as pessoas percebam, ter uma percepção, é como se ela fosse entrar no buraco, mas ela precisa ter uma ideia do que pode ser esse buraco, é como se ela fosse passar por uma porteira, mas ela precisa ter uma percepção do que vai acontecer depois da porteira. (MB, ex15, 2022).

Em relação *À apreensão do processo de Modelagem*, a pesquisadora afirma que:

A mente, quando eu falo uma palavra, a mente de imediato começa a tentar perceber e aprender no sentido de segurar. No começo você fez isso, compreendeu e aprendeu, isso vai para uma memória de curto ou médio prazo, porque não é tão importante para você, mas ela vai para memória de médio prazo, se você não precisar mais disso, e não pensar nisso você vai esquecer, por que você vai esquecer? Por que é próprio da mente humana. Nossa mente ela faz uma espécie de um filtro, daqui a pouco ela joga fora aquilo que ela não está usando. (MB, ex16, 2022).

Segundo Biembengut (2014, p.24), “[...] essa fase inclui ações como: o reconhecimento da situação-problema; a familiarização com o assunto a ser modelado”. Dessa forma, compreende-se que na primeira etapa o estudante primeiro precisa perceber o tema, nesse caso proposto por ele ou pelo grupo, para então buscar informações sobre esse tema, seja como levantamento de informações, ou busca de dados, para então apreender sobre o tema estabelecido.

A próxima etapa proposta por Biembengut denomina-se *Compreensão e Explicitação do tema*, de acordo com a pesquisadora:

O objetivo principal dessa fase no processo de Modelagem é chegarmos a uma explicitação, um modelo que nos leve à solução ou nos permita a dedução de solução. Este modelo pode conter um conjunto de expressões aritméticas e/ou algébricas, representações gráficas ou geométricas, aplicações computacionais. Uma vez modelada, resolvemos a situação-problema a partir do modelo e realizamos a aplicação. (MB, 2014, p.24).

Nessa etapa, depois da familiarização com o tema, de acordo com a pesquisadora os estudantes devem levantar hipóteses, realizar pesquisa, levantar dados, para a partir desses dados obtidos, produzirem um modelo que possa representar a solução do problema investigado. Essa fase é denominada de resolução do modelo para Bassanezi e resolução do problema para Burak. Barbosa delimita o segundo momento para coleta de dados.

De acordo com Burak “[...] a resolução de problemas é quando os conteúdos matemáticos fazem sentido” (DB, ex30, 2022). Nessa etapa, quando os conteúdos matemáticos, que durante as aulas de paradigma tradicional são ensinados de forma aleatória sem a menor contextualização, nem paralelo com a realidade, são contextualizados e são partes essenciais para encontrar a solução do problema investigado.

Bassanezi apresenta um exemplo na qual um ramo da Matemática pouco desenvolvido na Educação Básica pode ser essencial para resolução de problemas com Modelagem,

[...] a primeira coisa a fazer é obter os dados, fazer uma tabela, se você fazer Matemática tem que ter número, se vai fazer crescimento de peixe você tem que ter medida dos peixes durante algum tempo, o crescimento de galinhas tem que ter a medida do peso das galinhas, você tem uma estatística por trás. Então a parte de estatística é interessante para o levantamento de dados. (RB, ex25, 2022).

Na mesma perspectiva de Burak, Bassanezi exemplificou que a estatística é um conteúdo matemático utilizado para solucionar problemas de natureza quantitativa por meio das medidas de tendência centrais e variação dos dados, conteúdos esses que apresentado aos estudantes sem nenhuma contextualização com a realidade é percebido como mais um conteúdo complexo da Matemática para os estudantes. Burak complementa que

[...] quando você vai resolver os problemas na Modelagem Matemática evidentemente que começa fazer sentido, significado e importância dos conteúdos matemáticos na solução daquela questão, ou daquelas questões. Desse modo, passa a ter sentido você fazer uma operação, um sistema de equações, trabalhar com gráficos, trabalha com estatística, começam a fazer sentido esses conteúdos, como uma leitura de mundo, uma leitura de uma situação que ele vive, então tudo passa a ter significado e sentido. (DB, ex36, 2022).

Dessa forma, compreende-se que a etapa da *Resolução do problema* é quando os estudantes de posse dos dados compreende a forma na qual os conteúdos matemáticos são essenciais para a produção de uma possível solução para o problema na qual estão estudando, dessa compreensão o estudante explicita essas ideias para os colegas e professor com a finalidade de produzirem um modelo que represente a solução do problema.

Após a produção de um modelo que represente a solução do problema, adentra-se nas etapas que corresponde a verificação da confiabilidade do modelo e a apresentação desse modelo para os colegas, professores e comunidade. Esta fase Bassanezi denomina de *Validação*; Burak denomina de *Análise crítica da solução*; Barbosa denomina este momento de *Solução* e Biembengut denomina de *Significação e Expressão*. Vale salientar que nesta fase Burak e Barbosa não adotam o termo modelo, apenas a produção feita pelos estudantes como resultado do processo da prática com a Modelagem.

Em relação ao procedimento de *Análise da solução* e o processo para *Validação do modelo encontrados pelos estudantes*, Barbosa ressalta que,

[...] uma forma muito produtiva, inclusive para produzir discussões reflexivas, é pegar a lousa, dividir em partes e chamar cada grupo para colocar sua

solução e explicar como chegou nela, na lousa, porque possivelmente serão soluções diferentes ou se não, produzem uma solução, o que foi feito. Porque isso permite por meio do contraste entre as diferentes soluções, dos diferentes grupos, discutir a ligação entre a solução e as decisões tomadas na produção da solução, por que dá para mostrar que a solução em Matemática não é neutra, depende das decisões que foram tomadas, das hipóteses, etc. (JB, ex23, 2022).

De fato, a produção dos estudantes deve ser discutida entre os integrantes do grupo e também com o professor, pois neste momento pode surgir questionamentos não pensados pelos envolvidos na construção do modelo proposto, sobre isso Biembengut afirma:

Eu acho que seria interessante que apresentasse ao professor, talvez antes de apresentar para os colegas apresentar para o professor, isso era uma coisa que eu sempre pedir para passar primeiro pelo meu filtro, porque ai é o momento de você falar “olha poderia dar uma ajeitadinha aqui”, não custa nada é um atitude de pai e mãe nessa hora, é dar aquela ajeitadinha, porque ai você garante que o estudante vai mais seguro na hora da sua exposição. (MB, ex24, 2022).

Burak converge às ações elencadas por Barbosa e Biembengut porém vai além e endossa uma nova condição,

[...] a etapa que chamamos de análise crítica da solução, é quando professor e estudantes vão comentar as suas respostas, às suas questões, a solução dos seus problemas, se o método está adequado, se foi diferente do usual, se aquela questão embora matematicamente esteja correta, mas se for aplicar uma coisa da realidade não serve, pois é inadequada. (DB, ex37, 2022).

Segundo o pesquisador, a solução matemática do problema encontrada pode está correta, no entanto, nem sempre é viável quando comparada com a realidade do mundo em que vivemos, sobre isso o pesquisador exemplificou:

Então esse é o momento em que o professor trabalha os conceitos da Matemática, mas também trabalha as outras coisas, vamos dizer assim, problemas de situações do cotidiano dele, que ele pode resolver matematicamente, mas que se for levar para uma prática isso não dá certo. Por exemplo, eu pegaria a situação dessas casas pré-fabricadas, as empresas podem construir, eles constroem numa semana vamos dizer assim, mas daqui a pouco o estudante diz assim, - eu tenho pressa quero construir em 2 dias, - Ah matematicamente ele pode aumentar o número de horas trabalhadas, colocar mais operários, vamos supor que se ele trabalhava com seis precisa de oito homens trabalhando em vez de seis horas trabalhando agora doze horas ele pode chegar a solução desejada. Entretanto os processos que se exige para montagem, da secagem das coisas, e do próprio processo de construção, vai perceber que mesmo matematicamente aquilo estando correto e coerente na prática, no real da vida, na realidade daquele sujeito não se dá. (DB, ex38, 2022).

Com efeito, o pesquisador exemplifica com êxito a diferença entre as soluções Matemáticas encontradas e a comparação dessa solução com o mundo real, nem sempre o modelo ideal encontrado é válido para a realidade do tema no mundo real, vale salientar que apenas o pesquisador levantou esse quesito durante as entrevistas. Bassanezi apresenta outro conceito não elencado pelos outros entrevistados, quando afirma que na *Análise da Solução*, categoria intermediária emergente, de um modelo a recursividade é um processo que perpassa entre todas as etapas da MM, pois nela é possível realizar a *Verificação do modelo* produzido pelos estudantes,

[...] você testa os seus modelos de maneira geral, começa com modelo mais simples possível, um modelo de diferença por exemplo, aí você faz seu modelo, feito o seu modelo matemático o que você tem que fazer é testar com os dados reais se ele bate ou não bate, geralmente não bate porque você fez um negócio tão simples que ali é uma realidade Matemática não bate, então o que você vai fazer? você vai modificando seu modelo para chegar nos dados reais, se coincidir com seus dados reais então seu modelo é ótimo, agora não vamos esperar que o modelo Matemático seja exatamente igual os dados reais, porque Matemática é uma coisa realidade é outra, se tiver mais ou menos é uma grande coisa para fazer previsão. (RB, ex28, 2022).

Analisando a definição das etapas propostas por Biembengut e Burak, não é perceptível a recursividade entre as etapas, uma vez que aparenta ser um processo linear que quando o professor decidiu implementar na Educação Básica, ao iniciar da primeira etapa desencadeia perfeitamente um processo de garante o escalonamento entre as etapas até chegar na última, sem mencionar o processo de volta nas etapas anteriores toda vez que for percebido um erro. Vale salientar que é inerente ao analisar as etapas de Biembengut e Burak que o processo de Modelagem é recursivo, no entanto não está explícito na descrição das etapas como está nas fases propostas por Bassanezi, que a denomina como Modificação.

Em relação à categoria intermediária *O erro no processo de aprendizagem*, os pesquisadores afirmam que o professor deve mediar o momento de forma a conduzir os participantes a perceberem o erro sem interferir diretamente no processo de tomada de decisão dos estudantes, Burak afirma que,

[...] quando você está trabalhando em um problema, muitas vezes você percebe que o estudante ele comete um equívoco, por exemplo, no fazer uma operação, ou no levantar uma hipótese. Então essa etapa por exemplo, que é a análise crítica, você já pode começar a fazer ali, de onde veio isso daí? É isso mesmo? veja bem, pense, Será que você poderia fazer desse jeito? quando você faz assim o que você está considerando? Então você vai chamando a atenção do estudante, e isso é o que eu chamo avaliação, que é um processo educativo a avaliação também, porque na medida que você chama você não

vai dizer que tá errado, olha bem, veja bem, veja que quando você faz isso da tal resultado, é isso que você quer? - ah não! não é isso. (DB, ex55, 2022).

Biembengut ainda ressalta:

Durante o processo de Modelagem qualquer erro que acontece no processo e isso acontece, nós temos que está preparado para ajudar a refazer, e ver que é um erro, e porque foi um erro, essa condição é essencial porque se nós professores não identificarmos que ele está cometendo um erro nós estamos correndo o risco de ter perdido tempo. (MB, ex22, 2022).

De fato, uma vez que na Educação Básica o professor tem um cronograma a cumprir, não é viável deixar os estudantes desviar-se muito do caminho correto, pois além de perder tempo, pode gerar uma desmotivação nos estudantes após perceberem que cometeram erros no final do processo. Dessa forma, os pesquisadores reafirmam que o professor deve intervir, questionando os participantes em relação ao processo de tomada de decisão, provocando uma reflexão nos estudantes, com a finalidade de evitar o caminho errôneo.

Após a validação do modelo, de acordo com os pesquisadores, os estudantes devem apresentar o modelo para os colegas, professores e para a comunidade escolar. Esse processo de adaptação do modelo e de apresentação para a comunidade, é o que Biembengut denomina de Significação e Expressão, a última etapa. Em seguida, apresenta-se as contribuições da Modelagem Matemática.

6.4 CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA

As **Contribuições da Modelagem Matemática**, como categoria final, teve sua emergência a partir do agrupamento de 23 fragmentos que deram origem a 15 categorias intermediárias. Esse agrupamento está representado no Quadro 30.

Quadro 30 - Frequência das categorias sobre Contribuições da Modelagem Matemática

Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
[Continua]		
Escolha do tema pelo estudante causa mais interesse (JB)	Estudante escolhe o tema (4)	
Escolha do tema pelo estudante é positivo para sua aprendizagem (JB)		
A motivação gerada no estudante por meio da escolha do tema (DB)		
Escolha do tema pelo estudante proporciona motivação (DB)		
Compreender o que o estudante compreende por meio de sua fala (JB)	Os estudantes expressam suas compreensões (1)	

Cada grupo expõe sua resolução promovendo uma discussão reflexiva (JB)	Discussão reflexiva entre os estudantes (1)	Contribuições da Modelagem Matemática (23)
Fazer Modelagem para discutir o papel da Matemática na sociedade (JB)	Motivação para fazer Modelagem em sala de aula (1)	
Vantagens do uso da Modelagem vai além de outras metodologias (JB)	Para além de outras metodologias (1)	
Possibilidade de discutir a natureza dos modelos matemáticos (JB)	Discussão da natureza dos modelos matemáticos (1)	

Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
[Conclusão]		
Modelagem Matemática é a única que leva para o mundo real (JB)	Estudante em contato com o mundo real (2)	Contribuições da Modelagem Matemática (23)
Estudantes discutem como a Matemática é usada na sociedade (JB)		
O estudante como participante ativo no processo de Modelagem (RB)	Protagonismo do estudante (1)	
Estudo coletivo e colaborativo entre estudantes heterogêneos (RB)	Estudo coletivo e colaborativo (1)	
A importância das relações de empatia entre o professor e os estudantes para a aprendizagem (MB)	A aproximação entre o professor e os estudantes por meio da Modelagem (1)	
A relevância do diálogo entre o professor e o estudante (DB)	A Modelagem auxilia no desenvolvimento do diálogo entre o professor e os estudantes (2)	
A valorização do estudante por meio do diálogo (DB)		
O conhecimento empírico do estudante como ponto de partida na MM (DB)	Valorização do conhecimento empírico do estudante (1)	
O desenvolvimento da capacidade de trabalhar em grupo (DB)	Habilidade de trabalhar em grupo (2)	
Modelagem Matemática não é tarefa individual (JB)		
A utilização das práticas de Modelagem para dar sentido aos conteúdos Matemáticos (DB)	A MM como instrumento que proporciona um significado aos conteúdos matemáticos (1)	
Habilidades adquiridas pelos estudantes em uma prática com a Modelagem (DB)	Habilidades proporcionadas pela prática com a MM (3)	
Habilidades adquiridas pelos estudantes em uma prática com a Modelagem (DB)		
Modelagem para motivação ou para desenvolvimento de habilidades (JB)		

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Na primeira categoria intermediária, *Estudante escolhe o tema*, originada por quatro categorias iniciais, dois pesquisadores ressaltam as contribuições do processo da Modelagem Matemática quando a escolha do tema parte dos estudantes. A segunda maior

categoria intermediária, *Habilidades proporcionadas pela prática com a MM*, com três categorias iniciais, destaca as habilidades adquiridas pelos estudantes em uma prática de Modelagem. As demais categorias elencadas evidenciam adjetivos que caracterizam as contribuições diretas no processo de aprendizagem gerada por intermédio da Modelagem.

Na categoria Etapas da Modelagem, apresentada na seção anterior, foi relatado pelos pesquisadores a escolha do tema como a primeira etapa no processo de Modelagem. Os pesquisadores ressaltam a importância da escolha do tema pelo estudante, fragmentos que originaram a categoria intermediária *Estudante escolhe o tema*. De acordo com Burak, “[...] se o professor permite que ele escolha aí o professor vai desenvolver a prática a partir desse tema trabalhando com ele porque aí ele está motivado, ele está interessado, se motiva e aí vai atrás.” (DB, ex14, 2022). Barbosa reforça essa contribuição quando questiona e afirma: “Qual é a vantagem dos alunos proporem o tema? É que certamente é um tema que interessa a eles, e com interesse certamente tem mais engajamento, porque a gente só se engaja em alguma coisa e aprende quando a gente tem interesse pelo que a gente está fazendo.” (JB, ex18, 2022). Conforme os pesquisadores ao permitir que os estudantes escolham o tema a ser trabalhado, ele instiga nos participantes a motivação necessária para continuar trabalhando com o tema a fim de encontrar a resposta para o problema na qual eles próprios propuseram.

Barbosa ainda ressalta que: “Então, o porquê que eu quero fazer Modelagem na sala de aula pode motivar os alunos? Pode. Pode facilitar a aprendizagem? Pode, mas não é o principal motivo. O principal motivo é para discutir o papel da Matemática na sociedade, então isso é do âmbito do porquê e para quê fazer Modelagem, é a perspectiva sócio-crítica.” (JB, ex03, 2022). Conforme ressalta o pesquisador, uma intervenção com a abordagem sócio crítica nas aulas de Matemática desperta nos estudantes a *Motivação para fazer Modelagem em sala de aula*, no entanto uma outra contribuição a ser ressaltada é o senso crítico que o sujeito desenvolve por meio da prática com a Modelagem, quando afirma que “a Modelagem é a única que propicia que os alunos discutam como que Matemática é usada nos debates sociais, são utilizadas na sociedade.” (JB, ex32, 2022). Nesse aspecto, Burak corrobora a perspectiva de Barbosa na evolução da formação de conceitos pelo sujeito, no quesito que *a Modelagem valoriza o conhecimento empírico dos estudantes* e a partir desse conhecimento empírico transforma em um conhecimento acadêmico, modelando o sujeito para posicionar-se em debates sobre temas do cotidiano.

Barbosa destaca a importância da Modelagem na sala de aula e destaca a *Modelagem Matemática para além de outras metodologias* de ensino, quando afirma:

Se eu fizer uma resolução de problema com a tarefa em termos de Matemática pura, os alunos também serão chamados ao protagonismo. Se eu usar uma investigação Matemática os alunos também serão convidados ao protagonismo. Se eu pedir os alunos para resolverem uma situação no Geogebra no smartphone eles também estão sendo chamados ao protagonismo. Então eu não diria que é isso que justifica a Modelagem Matemática [...]. (JB, ex29, 2022).

Nesse aspecto, a fala do pesquisador ainda evidencia a categoria intermediária *Discussão da natureza dos modelos matemáticos*, e a sua eficácia que justifica o desenvolvimento da Modelagem na sala de aula,

[...] Jefferson Oliveira: isso não é exclusivo da Modelagem,

Jonei Barbosa: não é exclusivo da Modelagem. O que é exclusivo da Modelagem? eu diria que é a possibilidade de discutir a natureza dos modelos matemáticos e como que a Matemática é utilizada na sociedade para fora da sala de aula, isso nenhum outro ambiente permite.

Porque em uma resolução de problema semi-real ou de Matemática pura, você não tem essa possibilidade. Você está dentro da disciplina Matemática, com Modelagem você sai da disciplina Matemática, você vai para o “mundo real”.

Então a Modelagem é a única que propicia que os alunos discutam como que Matemática é usada nos debates sociais, são utilizadas na sociedade. (JB, ex29-32, 2022).

De fato, a principal vantagem da Modelagem Matemática para Educação Básica é os estudantes produzirem um modelo de um determinado problema proposto por eles, e a partir desse modelo verificar a sua validade no mundo real. Diante disso, originou-se a categoria intermediária, *O estudante em constante contato com o mundo real*, que possibilita aplicar esse conhecimento empírico nas aulas de Matemática. Em unanimidade os pesquisadores ressaltam outra contribuição da Modelagem, a possibilidade do trabalho em grupo com pessoas heterogêneas produzir um conhecimento compartilhado, *Estudo coletivo e colaborativo*. Sobre isso Burak afirma que,

[...] eles discutem porque a gente sempre faz o trabalho em grupos, em pequenos grupos de três a quatro estudante. Então os diálogos acontecem dentro do grupo eles, e os estudantes as vezes nem estão muito acostumados a trabalho no grupo mas quando você vai começando o trabalho com Modelagem as pessoas se agrupam em três a quatro pessoas para fazer o trabalho. (DB, ex22, 2022).

Bassanezi corrobora essa afirmação ressaltando que nesses grupos os estudantes com mais dificuldades é auxiliado e incentivado pelo estudante que acessa o conhecimento com mais rapidez, “[...] o que era interessante também que tinha uns

alunos muito fracos outros melhorzinho os melhores ajudavam os mais fracos, então era um estudo coletivo, então era tudo que você precisava ter para fazer uma aprendizagem legal.” (RB, ex12, 2022).

Além disso, Burak destaca a melhora no convívio social, quando sua fala apresenta excertos que originam a categoria intermediária *A Modelagem auxilia no desenvolvimento do diálogo entre o professor e os estudantes*:

Quando você compartilha o processo, você ouve o estudante, você dialoga, você permite que ele fale. O diálogo com estudante é importante, no entanto no nosso ensino mais usual não se tem diálogo, pois é o professor quem determina tudo, que leva tudo pronto, e ao estudante cabe apenas ser reativo fazer o que é solicitado.

Então isso tem implicações para a aprendizagem porque quando você dialoga, você conversa, ouve o teu estudante, ele se anima com as coisas, e ele se sente também valorizado como estudante. (DB, ex15-16, 2022).

Biembengut ainda salienta que além da MM aprimorar o diálogo entre o professor e os estudantes, desenvolve *A aproximação entre o professor e os estudantes por meio da Modelagem*, no sentido da evolução do sentimento de empatia para com o próximo, habilidade esta necessária para o ser humano viver em sociedade. Segundo Biembengut, “[...] se você está fazendo um trabalho com seus estudantes e eles estão achando legal, a possibilidade de eles apreender e aprender é enorme depende dessa relação de empatia, o ser humano em si tem uma coisa chamada de sensibilidade, essa sensibilidade ela é a essência das nossas empatias e antipatias, é ela que atrai ou afasta.” (MB, ex17, 2022).

De fato, a prática investigativa proporcionada pela MM na sala de aula da Educação Básica, mencionada pelos pesquisadores, proporciona a *Discussão reflexiva entre os estudantes*, sejam elas sobre os conhecimentos empíricos de cada estudante, ou sobre o conhecimento geral do grupo acerca do tema investigado. Nesse ambiente estabelecido, o estudante tem a possibilidade de expressar suas compreensões sobre o tema, ato que segundo Burak e Barbosa em uma aula de caráter tradicional não se sente seguro para expressar sua opinião, discurso presente nos fragmentos que possibilitaram a categoria intermediária *Os estudantes expressam suas compreensões*.

Burak ainda ressalta outras contribuições da Modelagem na Educação Básica quando afirma que,

[...] portanto, todas as etapas da Modelagem têm a competência de fazer o sujeito refletir, repensar, elas têm a possibilidade de fazer um indivíduo desenvolver a sua autonomia, a sua auto crítica, porque na análise crítica

também não deixa de ser um momento de reflexão sobre uso da Matemática, você usou essa estratégia poderia ter usado outra estratégia para resolver isso? então aí vem as discussões das coisas. Então a ideia da Modelagem é justamente essa, fazer com que o sujeito desenvolva uma atitude mais crítica, mais refletida. Outra coisa que também a gente percebe nas práticas com Modelagem é que o estudante é protagonista da primeira até a última etapa. (DB, ex39, 2022).

O autor ainda afirma que:

E isso tudo porque a Modelagem propicia que o estudante se torne protagonista das suas ações, que ele vai em busca, que ele desenvolva, a capacidade de pesquisar, a capacidade de refletir, a capacidade do diálogo, do respeito pelas coisas, pelas opiniões dos outros, o espírito mais crítico sobre as coisas. Um ser que tenha as suas próprias opiniões, que não se deixe levar pelas conversas das pessoas, mas que forme sua opinião, pois é interessante é ter a sua visão e não a visão de terceiros, então é isso que você quer desenvolver nessa educação básica. (DB, ex44, 2022).

Burak destaca A MM como instrumento que proporciona um significado aos conteúdos matemáticos, quando afirma que:

Um pesquisador vai moldando ao longo do tempo, e quando você vai resolver os problemas na Modelagem Matemática evidentemente que começa fazer sentido, significado e importância dos conteúdos matemáticos na solução daquela questão, ou daquelas questões. Desse modo, passa a ter sentido você fazer uma operação, um sistema de equações, trabalhar com gráficos, trabalha com estatística, começam a fazer sentido esses conteúdos, como uma leitura de mundo, uma leitura de uma situação que ele vive, então tudo passa a ter significado e sentido. (DB, ex36, 2022).

A MM contribui positivamente para a formação do sujeito em desenvolvimento na Educação Básica. Conforme relatado pelos pesquisadores, ela contribui tanto no aspecto social quanto no aspecto intelectual do indivíduo. No aspecto social destacam-se, as categorias intermediárias *Habilidade de trabalhar em grupo*, o diálogo com o próximo, a empatia com outra pessoa e *Protagonismo do estudante*. No aspecto intelectual sublinha-se a habilidade de posicionar-se sobre um determinado assunto com outras pessoas, o senso crítico sobre a realidade a qual está inserido, desenvolvimento de estratégias, reflexão e autonomia do pensamento.

Esse conjunto de *Habilidades proporcionadas pela prática com a MM* é o fator principal que o professor deve considerar para desenvolver essas práticas com os estudantes, pois conforme destacou Barbosa, a Modelagem é o único meio em que o estudante por meio de um modelo produzido por ele pode comparar com uma situação presente na realidade em que está inserido, e esta condição desenvolve o senso crítico e

outras habilidades já mencionadas na formação do sujeito. A seguir apresenta-se a pesquisa em uma proposta de Modelagem Matemática.

6.5 A PESQUISA NA MODELAGEM MATEMÁTICA

Essa categoria final emergiu da pergunta realizada aos pesquisadores durante a entrevista: *Para o senhor de que forma os estudantes realizam pesquisa durante uma intervenção de MM?* Esse questionamento objetivou compreender a concepção de pesquisa do entrevistado. É integrada por sete categorias intermediárias, originadas de apenas oito categorias iniciais, devido às diferentes visões apresentadas pelos pesquisadores. Essa categorização está apresentada no Quadro 31 abaixo.

Quadro 31 - Frequência da categoria sobre A Pesquisa na Modelagem Matemática

Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
Internet como meio para realizar pesquisa (JB)	Pesquisa por meio da internet (1)	A Pesquisa na Modelagem Matemática (8)
Os estudantes buscam dados no processo de pesquisa (MB)	Pesquisa por meio da busca de dados (2)	
Para fazer previsões os estudantes levantam dados sobre o assunto (RB)		
O equívoco entre os conceitos de pesquisa e busca de dados (MB)	Concepção de pesquisa (1)	
A prática da pesquisa exploratória pelos estudantes (DB)	Pesquisa exploratória (1)	
A importância da pesquisa no processo de solução do problema (DB)	Relevância da Pesquisa (1)	
Os estudantes pesquisam outras coisas que já foram feitas (RB)	Pesquisa por analogia (1)	
Os estudantes pesquisam durante o semestre (RB)	Pesquisa como um processo (1)	

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Biembengut afirma que desenvolveu diversas práticas de Modelagem na Educação básica, em especial com os estudantes do Ensino Médio e:

Todo processo de Modelagem feito com os alunos do Ensino Médio eles fizeram pesquisa, eles fizeram buscas de dados e na busca de dados eles foram estudar os dados e aí que entra a pesquisa. A pesquisa é quando você estuda os dados, pesquisa não é ir lá catar coisa, ir lá catar coisa é o lixeiro quando passa aqui catando o lixo. (MB, ex25, 2022).

A pesquisadora ainda ressalta que na maior parte dos trabalhos observa que “[...] os estudantes não realizam pesquisa – e sim, buscam dados.”. (MB, ex06, 2022).

Conforme a pesquisadora ressaltou no fragmento anterior, na sua concepção a pesquisa acontece a partir do momento em que os estudantes, em posse dos dados, ou das informações coletadas estudam os dados, e então essas informações tem um sentido estabelecido no contexto estudado. Dessa forma, foi realizada uma pesquisa e não uma busca por dados ou cópia de sites da *internet*.

Barbosa resalta que o professor deve utilizar das tecnologias disponíveis para proporcionar a *Pesquisa por meio da busca de dados*, uma das categorias intermediárias emergentes, sem ter a necessidade de sair do ambiente escolar:

Olha, hoje é internet, quando eu comecei a trabalhar com a Modelagem Matemática, o nosso acesso à internet era muito limitado. Na nossa época as pessoas iam fazer entrevistas com profissionais, iam para a biblioteca, buscar revistas. Hoje não, hoje é na própria aula o aluno pega o celular e dá um Google, no ensino médio principalmente, geralmente todos os alunos do ensino médio já tem um smartphone, então internet, ele vão na internet. (JB, ex21, 2022).

De acordo com o pesquisador, com os avanços tecnológicos os estudantes tem a possibilidade de coletar informações ou dados por meio dos *smarthphones* na qual tem acesso à internet, a *Pesquisa por meio da internet*, além disso, o pesquisador resalta que os estudantes podem realizar as entrevistas por meio de aplicativos sem a necessidade de se deslocar do ambiente escolar. Esse avanço tecnológico destacado pelo pesquisador é viável em algumas situações na qual o professor não tem como se deslocar com os estudantes para fazer a *Pesquisa exploratória*, nesse cenário, os celulares e computadores são uma ferramenta viável para auxiliar no processo de coleta de dados, no entanto. Vale ressaltar que os dados colhidos não são pesquisa, e sim apenas dados, conforme resalta Biembengut, somente será pesquisa quando esses dados forem incorporados ao problema estudado.

Diante das falas dos pesquisadores verifica-se que a pesquisa pode ser realizada por meio da busca de dados e por meio da *internet*. Adicionado a isso, uma nova categoria é identificada na fala de Bassanezi. Ele apresenta um outro tipo de pesquisa utilizada por estudantes de mestrado e doutorado, a *Pesquisa por analogia*. Conforme Bassanezi:

Em um programa de pesquisa tanto mestrado quanto o doutorado aí o cara é individual, não tem mais grupo, aí ele tem que fazer a pesquisa de outras coisas que já foram feitas para fazer analogia, ele não vai criar do nada, então você como orientador indica onde ele tem que procurar as coisas, orientador é mais para indicar onde procurar e obviamente tem que ajudar ele a criar o modelo, mas é pelo processo de analogia que se faz. (RB, ex32, 2022).

O autor exemplifica a pesquisa por analogia,

[...] esse modelo matemático é mais ou menos análogo a alguma outra coisa que você já conhece, se é um peixe que cresce ele não vai crescer para infinito, uma galinha não vai para infinito, e o crescimento dele é sempre monótono, um dia ele tá sempre maior que o outro dia, então é uma curva crescente e monótona, então ela é estável, ela não passa de um certo valor. (RB, ex27, 2022).

Em relação à pesquisa em uma prática de Modelagem, Burak contribui afirmando que o ensino e a pesquisa são um combo necessário para a aprendizagem do estudante. Ele diz que,

[...] o ensino e a pesquisa vão sempre juntos, porque ele (o estudante ou o grupo) vai lá coletar dados quando ele levanta o problema, viu que precisa de algo, no entanto não tem aqueles dados ali e ele quer resolver aquele problema vai ter que buscar, e quando ele vai buscar ele tem a ideia do que ele vai buscar, ele tem mais discernimento do que ele vai perguntar, sabe é assim muito mais consciente do que ele vai perguntar, e do que ele vai fazer. (DB, ex34, 2022).

O pesquisador complementa com um exemplo:

Então vamos dizer assim, a elaboração dos problemas na Modelagem Matemática eles tem esse propósito de fazer com que o estudante entenda e saiba o que ele vai querer buscar, e que vai facilitar a sua própria compreensão e, muitas vezes, ele vai perceber que quando ele for buscar dados ele (o estudante ou o grupo) tem que se preparar antes de fazer a sua pesquisa exploratória, até para saber o que vai perguntar porque senão vai lá no local, vê as coisas bonitas, ouve muitas informações, no entanto, não sabe nada daquilo, porque não ficou com os dados, não ficou com nada, então isso também é uma atitude de formação de um pesquisador. (DB, ex35, 2022).

É perceptível a congruência da *Concepção de pesquisa* elencado pelos pesquisadores, os estudantes durante a prática de Modelagem, frente a um problema, sentem a necessidade da busca por informações, e essa busca pode ser realizada por meio de uma pesquisa exploratória ou por meio das tecnologias disponíveis. Essa percepção converge aos resultados encontrados por meio da análise das pesquisas na RSL, no capítulo 4, que estabeleceu que a pesquisa é o processo de busca por conteúdos e levantamento de dados para responder o problema proposto.

Essa busca por dados é apenas a etapa inicial do processo de pesquisa, conforme afirma Biembengut, após a incorporação dos dados no problema estabelecido, esses dados ressignificados tornam-se o produto da pesquisa realizada pelos estudantes, de forma que esses participantes apropriam-se desse conhecimento e argumentam sobre a relação desses dados com o problema, desenvolvendo um senso crítico. Uma vez que apenas as

respostas encontradas na *internet* não se configuram como cópia cognitiva de outro sujeito. Conforme Burak, esse processo contribui diretamente para a formação do indivíduo enquanto pesquisador, evidenciando ao estudante a *Relevância da pesquisa* na sua formação, outra categoria intermediária que compôs a categoria sobre a pesquisa na MM.

Complementando, na categoria *Pesquisa como um processo*, Bassanezi apresenta um aspecto essencial que o professor deve observar ao levar a MM para a sala de aula. Conforme Bassanezi, o professor deve compreender que a pesquisa deve ser um projeto de longo prazo realizado em diversas aulas durante um semestre, pois não se configura uma aplicação que se encerra em duas ou três aulas. O pesquisador conta que em diversas intervenções que já desenvolveu,

[...] era legal porque eles ficavam com tema pesquisando durante o semestre para aplicar nas férias, e isso era muito interessante. O que era interessante também que tinha uns alunos muito fraco, outros melhorzinho, os melhores ajudavam os mais fracos. Então era um estudo coletivo, então era tudo que você precisava ter para fazer uma aprendizagem legal. (RB, ex34, 2022).

Dessa forma, compreende-se que o professor deve planejar a intervenção com a MM na Educação Básica visando desenvolvê-la em um trimestre, ou semestre, de modo a abranger um período de tempo favorável à aprendizagem dos estudantes. A seguir, apresenta-se a categorização do Papel do professor com o uso da Modelagem.

6.6 PAPEL DO PROFESSOR COM O USO DA MODELAGEM

A categoria **Papel do professor com o uso da Modelagem** emerge da fragmentação das entrevistas com todos os pesquisadores, a partir das sete categorias intermediárias apresentadas no Quadro 32.

Quadro 32 - Frequência das categorias sobre o Papel do Professor

Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
Professor precisa mediar e provocar os estudantes (JB)	Professor como mediador e provocador (4)	
O professor como mediador (DB)		
Professor interage, provocando e desafiando os estudantes (JB)		
A partir do tema escolhido pelo estudante o professor precisa apresentar possíveis modelos (RB)		
Professor precisa convidar (JB)	Professor como instigador (2)	
O processo de instigar os estudantes por meio da pergunta (MB)		

O Professor tem que ter o conhecimento sobre o conteúdo (MB)	Professor deve ter domínio do conteúdo (2)	Papel do professor com o uso da Modelagem (12)
O domínio do conteúdo por parte do professor como um requisito para escolha do tema (MB)		
O professor deve aprender a modelar antes de desenvolver Modelagem com os estudantes (MB)	Professor precisa fazer Modelagem antes de ensinar aos estudantes (1)	
Escolha do tema pelo professor pode gerar a desmotivação do estudante (DB)	Professor proporciona ao estudante a escolha do tema (1)	
A forma como o professor procede frente ao erro do estudante (DB)	Professor não aponta o erro do estudante (1)	
A forma como o professor deve proceder para auxiliar os estudantes verificar os resultados encontrados (DB)	Professor auxilia na verificação dos resultados (1)	

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A categoria intermediária que apresenta a maior frequência é o *Professor como mediador e provocador*, advinda de três categorias iniciais constituída a partir da fragmentação da narrativa dos pesquisadores Barbosa e Burak. A categoria o *Professor deve ter domínio do conteúdo*, foi possibilitada pela fragmentação da entrevista de Biembengut. As demais categorias apresentam funções que o professor deve desempenhar em uma prática de Modelagem na Educação Básica.

Os pesquisadores ressaltam a relevância do papel do professor para que uma prática de Modelagem tenha sucesso, uma vez que, para que se estabeleça um ambiente de Modelagem é necessário que essa atitude venha do professor. Um aspecto que merece destaque, nos ditos de Biembengut, que origina a categoria intermediária *Professor precisa fazer Modelagem antes de ensinar aos estudantes*, é que: “Primeiro de tudo esse professor da educação básica tem que primeiro aprender a fazer, porque se ele não aprender primeiro, ele não vai fazer. Segundo ele sequer vai saber avaliar.” (MB, ex23, 2022). De fato, se o professor nunca desenvolveu uma prática de Modelagem não tem como auxiliar os estudantes, uma vez que não participou ativamente do processo de Modelagem, tampouco conseguirá auxiliar os estudantes.

Se o professor já desenvolveu práticas de Modelagem, Barbosa afirma que o próximo passo do professor é o convite aos estudantes. Ele afirma que, “[...] então o máximo que o professor tem que fazer, esse é o desafio, é convidar os alunos.” (JB, ex08,

2022), sublinhando que o professor deve apenas convidar, tendo consciência que em uma turma ele não consegue atingir todos os estudantes:

Então em uma aula de Modelagem, como qualquer aula de resolução de problemas etc, o professor ele tem que ficar rodando, provocando os alunos, e mesmo assim eu diria, eu não vou dizer que é impossível, mas eu diria que é muito difícil você atingir 100% dos alunos, por que há fatores que são externos a escola que você não controla. (JB, ex09, 2022).

Assim, o pesquisador exemplifica que o convite do professor busca atingir o máximo de estudantes possível com a pretensão de diversificar a forma de compreender a Matemática no mundo real. Barbosa complementa,

[...] o professor organiza os alunos em grupos para ele discutirem e o professor ele passeia entre os grupos, provocando os alunos, desafiando os alunos, mas tendo o cuidado de não resolver pelos alunos, a menos que às vezes os alunos eles ficam empacados, ele se debruça sobre o problema e não consegue mais andar, aí às vezes o professor precisa intervir e dá uma dica, fala assim: “olha porque vocês não tentam tal coisa para ver” para o trabalho andar. Então essa é a próxima fase, é o trabalho em grupo. (JB, ex16, 2022).

Biembengut corrobora a perspectiva de Barbosa no quesito motivar o estudante, e exemplifica a forma do *Professor como instigador* do estudante para pensar no processo,

[...] às vezes o aluno fala assim: “- professora aqui eu vou fazer a parede o que eu tenho que fazer?” eles estavam fazendo a maquete de isopor, “- o que eu tenho que fazer aqui? - qual a distância que eu tenho que deixar?” eles fazem esse tipo de pergunta, é interessante que muitas vezes o aluno faz uma pergunta e você não tem nem noção por onde começar, aí você pensa, “putz não tinha pensado nisso” mas nós na posição de professores o que acontece pela ordem natural, é seu cérebro começar a fazer um looping e buscar alternativas para dar uma boa resposta que possa satisfazer esses estudantes, então é nesse sentido. (MB, ex19, 2022).

Em seguida, de acordo com Burak, o professor tem um papel vital na motivação dos estudantes, que é a escolha do tema, de acordo com Burak “[...] a escolha do tema você veja, quando o professor parte do tema, este pode não ser do interesse do estudante aí não se tem garantia e sucesso.” (DB, ex13, 2022). O pesquisador ainda ressalta, “[...] mas se o professor permite que ele escolha aí o professor vai desenvolver a prática a partir desse tema trabalhando com ele porque aí ele está motivado, ele está interessado, se motiva e aí vai atrás.”. (DB, ex14, 2022). Conforme Burak, o professor não deve propor o tema, pois essa atitude pode desmotivar os estudantes por consequência de não ter interesse no tema proposto, nesse caso, o *Professor proporciona aos estudantes a escolha do tema* para que se estabeleça um ambiente de aprendizagem favorável à aprendizagem.

Com o tema estabelecido, o professor tem a predição dos conteúdos necessários para que os estudantes consigam desenvolver a resolução do problema. Nesse momento, Biembengut ressalta que o *Professor deve ter domínio do conteúdo* para que possa auxiliar os estudantes, especialmente no que procurar e onde procurar. Isso vai ao encontro da outra função do professor apontada por Burak e Bassanezi, *Professor como mediador*, tanto no sentido de ser um provocador quanto como apresentar modelos durante o processo para auxiliar os estudantes na escolha do tema e na divisão das tarefas. Burak afirma que,

[...] a função da mediação do professor em dirigir, em organizar, os seus estudos, e aí ele (o estudante ou os grupos) vai perceber que tudo aquilo que ele falou está dentro de um contexto mas às vezes você precisa, vamos dizer assim, dirigir melhor as coisas para chegar num ponto mas ele, o estudante tem a percepção de quão amplo os temas podem ser. (DB, ex27, 2022).

Bassanezi ressalta que uma outra atribuição do professor como mediador é de apresentar modelos aos estudantes, modelos que se assemelham com a situação estudada, “[...] então aí você tem que usar uma técnica que você coloca cinco ou seis modelos que você sabe que vai ter e discorre sobre cada um para eles escolherem não deixar tão livre.” (RB, ex24, 2022). Essa técnica apresentada por ele é mais apropriada quando se desenvolve Modelagem na perspectiva da Matemática Aplicada. Quando o interesse é a aprendizagem do estudante da Educação Básica, a semelhança de modelos não é o foco essencial do processo.

Na produção do modelo, Burak traz uma fala que possibilita a emergência da categoria *Professor auxilia na verificação dos resultados* encontrados pelos estudantes. Conforme o pesquisador:

Então você vai instigando-o a fazer uma metacognição, pensar sobre o problema, quando ele ver a sua resolução inicial, do problema inicial, porque depois ele vai reformulando isso. Então esse é um processo bem educativo. Pouco desejável você chamar atenção, com expressões, - ah isso tá errado! veja aí, porque você já disse que ele não estava certo. Nessa forma de abordagem é correto e desejável saber por que o estudante pensou daquele jeito? É para você saber por que você pensou desse jeito? Então, isso é a forma de abordagem do processo é muito diferente sabe Jefferson. (DB, ex56, 2022).

De fato, o professor deve auxiliar os estudantes de forma a não interferir diretamente no processo, mas mediar a situação para que os sujeitos expliquem o raciocínio premeditado e as conclusões por eles estabelecidas, o pesquisador salienta que estas conclusões podem estar equivocadas e neste caso, o *Professor não deve apontar o*

erro do estudante, mas sim provocá-los de forma que os mesmos percebam o erro. Além disso, o pesquisador afirma que,

[...] quando você está trabalhando em um problema, muitas vezes você percebe que o estudante comete um equívoco, por exemplo, no fazer uma operação, ou no levantar uma hipótese. Então essa etapa, por exemplo que é a análise crítica você já pode começar a fazer ali, de onde veio isso daí? É isso mesmo? veja bem, pense, Será que você poderia fazer desse jeito? quando você faz assim o que você está considerando? então você vai chamando a atenção do estudante e isso que eu chamo que é uma avaliação, que é um processo educativo a avaliação também, porque na medida que você chama você não vai dizer que tá errado, olha bem, veja bem, veja que quando você faz isso da tal resultado, é isso que você quer? - ah não! não é isso. (DB, ex55, 2022).

Nessa forma de conduzir o processo proposto por Burak, o professor não evidencia ao estudante o erro, ele instiga os sujeitos a perceberem o equívoco, desta forma não gera uma desmotivação nos participantes. Essa preocupação da desmotivação é também apontado por Barbosa e Biembengut. A seguir apresentam-se alguns exemplos de intervenções realizadas com a Modelagem relatadas pelos pesquisadores na entrevista.

6.7 EXEMPLOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

A categoria final **Exemplos de Modelagem Matemática na sala de aula** emerge do momento inicial da entrevista ao ser solicitado aos pesquisadores que narrassem alguma intervenção com a Modelagem. Emergente de oito categorias intermediárias, contém 10 fragmentos que são exemplos de diversos momentos da Modelagem, tais como etapas, abordagem do professor em sala de aula, entre outras já utilizadas para exemplificar situações relatadas nas seções anteriores. Portanto, essas categorias não serão explicitadas nessa seção. O Quadro 33 apresenta a aproximação das categorias que resultam nos exemplos de Modelagem.

Quadro 33 - Frequência das categorias sobre Exemplos de Modelagem

Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
[Continua]		
Exemplo do aumento da tarifa do transporte coletivo de Ambiente de Modelagem (JB)	Exemplos de Ambiente de Modelagem em sala de aula (1)	
Visitas a algumas indústrias para identificar a Matemática (RB)		

Visitas em locais de interesse dos estudantes (RB)	Primeiras experiências com Modelagem em sala de aula (4)	Exemplos de Modelagem Matemática em sala de aula (18)
Visitas guiadas para compreender como o local funcionava (RB)		
Projeto de construção de casas (MB)		
A escolha do tema define com o que o estudante irá trabalhar (RB)	Exemplos de escolha do tema (2)	
Exemplo da Abordagem do professor para que haja a escolha do tema por parte dos estudantes em uma prática com a Modelagem (DB)		
Exemplo de utilização de bactericida em uma fábrica (RB)	Exemplos de Modelagem em sala de aula (5)	
Exemplo da velocidade de resfriamento da maçã (RB)		
Modelos que preveem as ondas da Covid (RB)		
Modelagem de problemas com vírus (RB)		
Exemplo de uma aplicação da Modelagem por uma prática com a Modelagem (DB)		
O processo de pesquisa realizado pelo estudante na prática de Modelagem (DB)	Exemplo de pesquisa na Modelagem Matemática (4)	
A busca do estudante por informações em uma prática de Modelagem (DB)		
Exemplo do processo de pesquisa em uma prática com a Modelagem (DB)		
Exemplo da pesquisa em uma intervenção com a Modelagem (MB)		
Exemplo com a Análise crítica da solução em um problema da realidade (DB)	Exemplo da Análise crítica (1)	

Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
[Conclusão]		
Exemplos de como o professor deve proceder quando o conteúdo é desconhecido pelos estudantes (DB)	Exemplo do procedimento que o professor deve adotar quando o conteúdo é desconhecido pelos estudantes (1)	Exemplos de Modelagem Matemática em sala de aula (18)
Exemplo da matematização do problema feita pelo estudante (DB)	Exemplo da Matematização do problema (1)	

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Nas categorias intermediárias *Exemplos de escolha do tema; Exemplos de pesquisa na Modelagem Matemática; Exemplo de Análise Crítica; Exemplo do procedimento que o professor deve adotar quando o conteúdo é desconhecido pelos estudantes; Exemplo da Matematização do problema* encontraram-se exemplos de

fragmentos nos quais os pesquisadores apresentaram exemplo de situações que envolvem a prática da Modelagem na sala de aula que já foram usados para exemplificar seções anteriores. No entanto, nessa seção apresentam-se as descrições que representam as intervenções com a Modelagem na sala de aula narrada pelos pesquisadores durante a entrevista.

A categoria intermediária *Primeiras experiências com Modelagem em sala de aula* emergiu da fala de Bassanezi e Biembengut. Bassanezi narrou o primeiro curso de Matemática que ministrou. Foi o início da sua carreira com a prática com a Modelagem Matemática. De acordo com o pesquisador:

A gente ia dar um curso de especialização para professores. Aí eu planejei todo o curso: análise, geometria, álgebra, topologia, tudo que teria no curso de especialização que eu acreditava que fosse o ideal na época, mas chegando lá coisa era completamente diferente, eles juntaram alunos de primeiro, segundo, terceiro ano e professores para fazer todos de alunos, então o grupo era muito heterogêneo. Então se a gente desse um curso muito simples os professores não iriam aproveitar nada, e se fosse muito complicado os alunos não iriam aproveitar nada. Então a gente teve que mudar, fazer uma estratégia na qual a maioria pudesse aproveitar alguma coisa dessa Matemática. Foi quando a gente teve a ideia de fazer Modelagem Matemática, ou seja, fizemos visitas algumas indústrias da cidade onde a gente podia ver o que tem de Matemática por exemplo na plantação de maçã? o que tem de Matemática na indústria de papel? (RB, ex01, 2022).

O pesquisador reitera que se trata da primeira experiência com a MM, e exemplifica,

[...] era como se fosse um jogo que a gente não sabia qual o resultado, mas foi muito interessante por que na pior das hipóteses os indivíduos da cidade iriam conhecer a cidade, as indústrias da cidade, porque tinha criador de pesca. Os temas foram exatamente essas coisas malucas: peixe, fábrica de papel, criação de suíno, maçãs, etc.

Então fizemos visitas em todos esses locais, visitas guiadas porque aí os engenheiros explicavam o que acontecia para a gente entender. (RB, ex01-03, 2022).

Nessa mesma prática de Modelagem, Bassanezi apresenta um relato do processo de Modelagem em um tanque de criação de bactérias:

Uma outra coisa interessante é o seguinte, nesse tanque onde tá aquela pasta tem uma criação de bactéria, não tem jeito, a criação de bactéria se alimenta daquele negócio e se você deixar muita bactéria o papel sai estragado, amarelado, então tem que controlar a quantidade de bactérias. Eu estou contando isso porque é interessante, eles usavam nessa fábrica 50 litros de bactericida em 8 horas isso era o que eles usavam, então a pergunta que a gente fez foi a seguinte: - se você jogar esse bactericida de maneira diferente

em vez de jogar tudo de uma vez deixar ele pingando durante as 8 horas os 50 litros tem influência ou não? diminui a quantidade de bactéria ou não? pergunta meio maluca, mas é genial. Essa pergunta depois resolveu uma tese de doutorado em controle de câncer, parece que não tem nada a ver uma coisa com a outra mas orientei uma tese de doutorado onde esse controle foi baseado no controle que a gente tinha feito em uma fábrica de papel, é muito interessante. (RB, ex13, 2022).

Complementa relatando que ao finalizarem um modelo desse experimento, foi enviado um relatório à fábrica informando que atingiriam a eficácia do processo se deixassem o bactericida pingando por 8 horas. Bassanezi conta que a fábrica mudou o processo de produção, devido aos resultados dessa pesquisa. Esse relato do pesquisador endossa a sua definição de Modelagem que consiste em transformar problemas da realidade para o mundo da Matemática, resolver o problema e encontrar uma solução que satisfaça o problema na vida real.

Na entrevista com Biembengut, a pesquisadora narrou a sua primeira prática de Modelagem, motivada pelo seu orientador Bassanezi,

[...] ele me dá essa ideia de fazer casinha com meus alunos, e eu chego para os meus alunos que a maioria deles cortavam cana o dia inteiro, eles iam cansados, eles estudavam à noite não era EJA era curso normal. A maioria dormia na carteira, eles dormiam de cansaço. Eram crianças que tinham começado a trabalhar com cinco, seis anos de idade[...]. Fim da história. Eu chego na escola e pego duas turmas, uma turma de quinta série e a outra de sétima, chego para eles e digo: - o que vocês acham de vocês guardarem os cadernos e a gente conversar um pouco sobre as eleições que vai ter esse ano? começo com essa conversa e entro nas eleições do ano e eles vão comentando sobre os políticos, e eles estavam comentando que os políticos estavam prometendo fazer núcleos de casas populares que seria importante não só para eles terem uma casa melhor, como também seria uma forma deles terem emprego. (MB, ex10, 2022).

Nesse momento percebe-se que o tema da prática de Modelagem a ser proposta pela pesquisadora surge por meio de uma conversa com os estudantes abrangendo uma situação que faz parte de suas realidades. Biembengut segue comentando sobre como foi desenvolvida a prática de Modelagem com essa turma:

E aí eu fiz a experiência do fazer casinha com alunos, nessas duas turmas da sétima série e da quinta série, e lembrando que não era EJA e a aula começava às 6:30 da tarde e ia até às 10 horas da noite. Eu fiz esse projeto com os alunos dessas duas turmas e os alunos gostaram tanto, as aulas foram tão boas, tão salutaras. E um dia eu nas aulas da Unicamp, desci para tomar café com o Rodney, e ele lembra que na primeira aula eu falei dos meus alunos e ele disse para eu fazer casinha com eles, aí ele olhou para mim e disse: “- tudo bem, como tá seus alunos?” aí eu disse: - pois é professor o senhor disse para fazer casinha com meus alunos e é o que eu estou fazendo, e ele disse, “-você levou a sério?” e eu disse, - oh Rodney, não era para levar? aí ele perguntou: “- como é que tá os trabalhos?” eu disse: -tá legal, e expliquei como estava, aí

ele disse: “-eu queria ver” e então combinamos os dias e ele foi até lá, e ele foi conversar com as duas turmas, tanto da quinta quanto da sétima, e aí ele se entusiasma e ficou muito contente com o resultado, e os alunos diziam a ele como fizeram isso, como fizeram aquilo, ele ficou bastante encantado, foi bastante legal. (MB, ex10, 2022).

Ela relata que essa prática de MM com os estudantes das turmas de quinto e sétimo ano da cidade de Estiva Gerbi, proposta por seu orientador, foi o ponto de partida na sua carreira no campo da Modelagem. Depois dessa intervenção, foi convidada para replicar essa prática em cursos de formação de professores e ministrar palestras. Esse acúmulo de experiências possibilitou escrever os diversos livros publicados sobre Modelagem.

Na entrevista com Burak, o pesquisador não narrou especificamente uma prática de Modelagem na qual participou ativamente. No entanto, apresentou um panorama geral de diversos projetos de Modelagem que desenvolveu em sua cidade Guarapuava e em outras cidades vizinhas,

[...] ao longo dessas quase quatro décadas a Modelagem Matemática já foi desenvolvida mesmo aqui em Guarapuava em uma escola que envolveu 17 turmas na década de 1980, 17 turmas do ensino primário, que era antigamente, era chamado de ensino primário, nós desenvolvemos um projeto com a Modelagem durante praticamente dois anos numa escola envolvendo 17 turmas, todos os anos: primeiro, segundo, terceiro, quarto ano, e ainda tinha uma turma de estudantes que tinham algumas necessidades especiais. Depois disso, também tivemos um projeto que nós desenvolvemos, que teve bastante êxito, porque os projetos nas escolas eles dependem não apenas da vontade do professor, eles dependem da direção, depende de uma série de coisas, não é Jefferson? Embora você tem boa vontade de fazer intervenções na escola, mas depende disso muito da direção, depende da área pedagógica, depende do próprio professor se abrir a essa experiência. [...] mas eu tenho uma outra intervenção muito interessante que foi Ivaiporã aqui também no Paraná, onde nós desenvolvemos um curso com os professores, foi assim um projeto de 90 horas envolvia parte da vivência nas práticas com Modelagem, depois a preparação para esse professor trabalhar em sala de aula, o trabalho em sala de aula, e depois uma avaliação sobre como é que foi esse projeto, então foi assim também bastante exitoso. (DB, ex67, 2022).

O pesquisador reitera que a Modelagem na Educação Matemática é uma prática que visa apresentar uma nova concepção de ensino ao professor da Educação Básica:

Então são projetos que a gente percebe que houve todas as condições para que ele pudesse desenvolver com os professores, porque tem que tirar o professor de sala de aula, o mínimo possível mas às vezes tem que tirar, também tem que ter a boa vontade do professor também em querer mudanças, porque às vezes os professores querem mudança mas não querem mudar paradigmas, isto é, querem fazer coisas novas com para paradigmas velhos. [...] Então esses são os projetos que o pessoal tem trabalhado mas também tem assim os meus orientandos que já trabalharam na escola da educação básica praticamente todos terminado o mestrado, o doutorado e continuam trabalhando com a Modelagem Matemática nas escolas, outros fizeram Modelagem comigo mas não são professores e às vezes não foram para

Universidade, então e às vezes na escola a sempre encontram maiores dificuldades, e encontrando dificuldades os professores, às vezes, não se sentem incentivados pela direção da escola, pelo tempo, pela obrigatoriedade muitas vezes de cumprir o currículo, e isso pode ser, as vezes, um fator que inibe as iniciativas dos professores em trabalhar com Modelagem na Educação Matemática. (DB, ex67, 2022).

Burak apresentou diversas práticas de Modelagem realizadas utilizando a sua concepção. As diversas adoções da perspectiva de Burak é constatada na RSL descrita no capítulo 4, ao identificar que o pesquisador está citado em 38 produções selecionadas. Outro fator relevante a destacar é que Burak descreve uma situação percebida pelos professores que tem interesse em modificar o ensino e a aprendizagem de Matemática na Educação Básica. Os encargos de pressão para cumprimentos de prazos, cronograma, conteúdos explanados na lousa, avaliações, entre outros, são entraves que desmotivam o profissional a buscar alternativas de ensino, tal situação foi levantada por outros pesquisadores e será descrita na seção seguinte.

Da entrevista com Barbosa emergiu a categoria intermediária *Exemplos de Ambiente de Modelagem em sala de aula*. O pesquisador relatou um ambiente de aprendizagem na qual presenciou em uma turma de Licenciatura em Matemática com estudantes da cidade de Feira de Santana na Bahia,

[...] tem uma intervenção que eu gostei bastante, na verdade foi na licenciatura em Matemática nos alunos do primeiro semestre, o que eu gostei na verdade foi que com ela eu pude formular as ideias e discussões Matemáticas, técnicas e reflexivas, e ainda discussões paralelas. Então foi um ambiente que a gente estava discutindo o aumento da tarifa do transporte coletivo na cidade de Feira de Santana, na época eu era Professor da UEFS, e a ideia era propiciar aos alunos um ambiente de Modelagem para depois a gente refletir sobre o que era Modelagem Matemática. Então eu disse para eles, “façam de conta que vocês são alunos do Ensino Médio e esse é o problema: qual é o impacto do aumento do transporte coletivo na vida das famílias?” e o único dados que eles tinham era o valor da passagem antes e agora. E foi muito produtivo, eles se envolveram bastante, etc. (JB, ex01, 2022).

Barbosa destaca a relevância da perspectiva sócio-crítica no processo de intervenção com a Modelagem na Educação Básica,

[...] mas do ponto de vista de pesquisa foi uma intervenção que me deu dados, que me deu insights, para falar dos tipos de discussões que podem ocorrer no ambiente de Modelagem Matemática, e foi a partir desse estudo que eu fiz um link entre a perspectiva sócio-crítica que teoricamente tinha discutido, etc. E a partir muito do trabalho do Ole Skovsmose, mas eu fiz o link com o chão da sala de aula, com que tipo de discussão tem que aparecer na sala de aula para a perspectiva sócio-crítica está em operação, por que não basta o professor, o pesquisador conceptualizar que ele é a favor, que ele sustenta a perspectiva sócio-crítica, é preciso que isso se materialize no âmbito das interações

discursivas entre os alunos, e aí o click foi aquela ideia das discussões reflexivas. (JB, ex01-02, 2022).

Nesse ambiente de Modelagem, Barbosa ressalta que a parte mais interessante foi poder observar a discussão entre os estudantes acerca de questões sociais e da necessidade das famílias que necessitam tomar o transporte público com frequência e a forma que isso impacta na vida familiar. Nesse ambiente foi estabelecido a relação entre a Matemática e o cotidiano vivido por estudantes da Educação Básica da cidade.

Nas descrições de Bassanezi e Biembengut percebe-se que a intervenção narrada marcou positivamente os pesquisadores, pois foi a primeira intervenção em ambos casos. No relato de Burak, nota-se a bagagem do pesquisador no ramo da Modelagem na Educação Matemática. Barbosa por outro lado, narrou uma discussão sócio crítica realizada pelos estudantes com o foco na realidade de famílias da cidade de Feira de Santana que necessita tomar o transporte público com frequência. Em ambos os casos percebe-se que todos os pesquisadores tem uma bagagem na Modelagem que os permitem discutir sobre o tema com propriedade e estabelecer a sua concepção. A seguir apresenta-se a categorização dos desafios da Modelagem em sala de aula.

6.8 DESAFIOS DA MODELAGEM EM SALA DE AULA

A categoria **Desafios da Modelagem em sala de aula** é composta por quatro categorias intermediárias que emerge da fala dos pesquisadores sobre problemas pelos quais os professores da Educação Básica se deparam quando adentram no ambiente escolar. O Quadro 34 apresenta o modo como as categorias foram aproximadas por suas semelhanças.

Quadro 34 - Frequência das categorias sobre Desafios com a Modelagem Matemática em sala de aula

Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
Insegurança do professor frente a escolha do tema pelos estudantes (JB)	Insegurança do professor (3)	Desafios da Modelagem Matemática em sala de aula (6)
A insegurança do professor em seguir um novo paradigma (DB)		
A insegurança do professor para iniciar na prática de Modelagem (DB)		
Alguns estudantes da Educação Básica não se interessam pela escola (JB)	Desinteresse de alguns estudantes (1)	
A realidade dos estudantes da Educação Básica que trabalham o dia todo antes de irem para escola (MB)	Realidade social dos estudantes da Educação Básica	

Interesse do professor em mudar as práticas do ensino (MB)	(2)	
O professor precisa sair de sua zona de conforto (DB)	Professor sair da zona de conforto (1)	

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A categoria intermediária que apresenta maior frequência de fragmentos é a *Insegurança do professor*, tendo relação direta com a última categoria insegurança para o *Professor sair da zona de conforto*, as outras duas categorias versam a respeito do *desinteresse dos estudantes* pela escola e a *realidade social dos estudantes* da Educação Básica.

Biembengut e Burak apresentam argumentos dos quais emergem a categoria intermediária *Professor sair da zona de conforto*. Biembengut, em sua entrevista, enfatiza que a Modelagem na Educação Básica não ocorre sem que haja interesse do professor em mudar as práticas do ensino e aprendizagem da Matemática em sala de aula. Burak reforça esse pensamento afirmando que é necessário que o professor saia do ensino tradicional e busque alternativas para o ensino, ao afirmar “[...] *também o professor deve se dispor à nova experiência porque reconheço não ser fácil sair do seu conforto, muitas vezes, de um problema, ou de um conteúdo matemático, nos quais haja segurança, para estudar coisas em que algumas vezes, não se tem domínio nenhum sobre o assunto.*” (DB, ex19, 2022).

Outro desafio da Modelagem foi expresso pela categoria *Insegurança do professor*. Nessa categoria reconhece-se essa insegurança no processo de autoconvencimento do professor, ao perceber que necessita desenvolver novas práticas de ensino, transitando do domínio da sala de aula por meio da lousa e exercícios, para a transição de um projeto na qual o estudante está no centro do processo. Trata-se de uma mudança difícil de aderir em um primeiro momento. Todavia, esse novo paradigma deve ser trabalhado a longo prazo por meio do curso de formação de professores, na qual ele pode vivenciar essa prática e tenha interesse em aplicar em suas turmas, ressalta Burak.

Ao adentrar a sala de aula com a perspectiva da Modelagem o professor encontra outro entrave destacado por Barbosa na categoria *Desinteresse de alguns estudantes*. Conforme o pesquisador, ao convidar os estudantes para participar de um ambiente de Modelagem, o professor pode notar alguns estudantes que não tem nenhum interesse em participar do processo, e isso pode acabar desmotivando o profissional. Isso é perceptível

quando afirma: “Na maioria das circunstâncias os alunos estão na escola por que precisam estar, ou então porque tem outros interesses, por exemplo acha que a escola é um clube social, é o lugar de namorar.” (JB, ex07, 2022). Esse fato levantado por Barbosa é reforçado por Biembengut quando menciona que a escola é um local que evidencia as mazelas sociais dos estudantes evidenciando como desafio a categoria intermediária *Realidade social dos estudantes da Educação Básica* que a frequentam. Ela exemplifica que em uma das escolas onde trabalhou os estudantes eram cortadores de cana que trabalhavam durante todo dia e a noite, ao chegar na sala de aula, debruçavam-se na cadeira para descansar. Dessa forma, torna-se evidente que o contexto social e familiar na qual o estudante está inserido reflete na sala de aula. Conforme ressalta Barbosa, muitas vezes o estudante vai à escola para fazer uma alimentação que não tem em casa e todos esses fatores contribuem para desmotivar o estudante a assistir aulas expositivas. No entanto, os pesquisadores reforçam que o professor deve incentivar esse estudante por meio de propostas de ensino na qual ele proponha o tema, o que aumentaria a chance de sua participação no processo.

A escolha do tema por parte dos estudantes já abordado nas seções anteriores, é apontado por Barbosa e Burak como uma etapa que causa insegurança em alguns professores, isso porque, segundo os pesquisadores esses professores temem que os participantes escolham temas os quais envolvam conteúdos que não dominam. Para Barbosa, “[...] é possível que o professor se sinta inseguro em trabalhar com o tema proposto pelos alunos, então se para ele for mais seguro ele propor o tema, então esse é o caminho.” (JB, ex17, 2022) . Para ele, se o professor se sentir inseguro com a escolha do tema feita pelos estudantes uma alternativa é conduzi-los a escolher um tema na qual tema conhecimento. Isso vai ao encontro do discurso de Bassanezi ao afirmar que o professor, nessa situação, pode chegar em sala e, por meio de um bate papo, ou exposição do tema, ou questionamentos aos estudantes sobre o tema, utilizar esses artifícios de forma a gerar neles interesse pelo tema a ser trabalhado. Biembengut ressalta que se o professor não se sente seguro com a escolha do tema não deve se arriscar, e deve mudar o tema.

Na teoria da MM a escolha do tema deve partir dos estudantes. Entretanto, na prática é perceptível que os professores podem sentir-se inseguros com um determinado tema que não dominam. Por isso, os pesquisadores abrem essa exceção para motivar os professores a aderirem as práticas de Modelagem na Educação básica.

Todas os desafios apresentados pelos pesquisadores evidenciam a dificuldade em convencer o professor a romper com o paradigma do ensino tradicional e desenvolver práticas com Modelagem na sala de aula. Para romper com esse paradigma estabelecido na Educação Básica por décadas, é necessário que o professor conheça os métodos de ensino nos quais o estudante está no centro do processo de aprendizagem, conforme ressaltam os estudos de Fiorentini (1995) e Lara (2011). Além disso, torna-se necessário investir em cursos de formação de professores com ênfase na aprendizagem do estudante por meio da Modelagem, e desenvolver práticas de Modelagem com esses professores para que possam vivenciar essa experiência, instigando, assim, o seu interesse em desenvolver com os estudantes atividades desse tipo. Vale retomar que, conforme resalta Biembengut, o professor que nunca fez Modelagem não tem como ensinar aos estudantes. Além disso, torna-se viável o investimento na formação continuada desse professor por meio do oferecimento de cursos de pós graduação nessa área. A seguir apresenta-se a Modelagem presente nos diversos níveis da Educação.

6.9 A MODELAGEM NOS DIVERSOS NÍVEIS DA EDUCAÇÃO

A categoria final **A Modelagem nos diversos níveis da Educação** originou-se da aproximação de três categorias intermediárias. O Quadro 35 apresenta a frequência de cada uma das categorias mencionadas.

Quadro 35 - Frequência das categorias sobre Modelagem nos diversos níveis da Educação

Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
Preocupação do pesquisador com o processo de construção de conhecimento da Matemática na Educação Básica (DB)	A Modelagem na Educação Básica (2)	A Modelagem nos diversos níveis da Educação (6)
A Modelagem Matemática presente na Educação básica (DB)		
Características da Modelagem em cursos de graduação (RB)	A Modelagem na graduação (1)	A Modelagem nos diversos níveis da Educação (6)
Características da Modelagem em cursos de Especialização (RB)	A Modelagem na pós-graduação (3)	
Características da Modelagem em cursos de Mestrado e Doutorado (RB)		
A liberdade do pesquisador para a escolha da concepção de Modelagem (DB)		

Fonte: elaborado pelo autor(2023).

Nas categorias intermediárias é possível observar a utilização da Modelagem Matemática em diversas etapas do ensino. A primeira categoria intermediária *Modelagem na Educação Básica* integra práticas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio e a EJA. Nas duas próximas categorias evidencia-se a forma que é desenvolvida a *Modelagem no Ensino Superior* e na *Pós-graduação*, que inclui a Especialização e os cursos de Mestrado e Doutorado.

Na RSL apresentada no capítulo 4 desta tese, apresentou-se um panorama das pesquisas com a Modelagem nas diversas etapas da Educação Básica que compreende turmas do ensino regular e EJA. De acordo com Burak, a Modelagem é um método de ensino que está presente em todos os níveis da Educação: “*Além disso, você vê a Educação Matemática se fazendo presente nos vários níveis da Escolaridade Básica, desde a Educação Infantil, indo para o Ensino Fundamental I, Ensino Fundamental II, Ensino Médio, essas crianças que têm oportunidade de trabalhar na Modelagem em uma concepção da Educação Matemática, elas são diferenciadas.*” (DB, ex43, 2022).

De fato, conforme os resultados da RSL percebe-se que a Modelagem pode ser desenvolvida com os estudantes de todas as etapas da Educação Básica, seja para estudantes com idade regular ou para estudantes jovens e adultos. No entanto, Burak ressalta que na Educação Básica a preocupação do professor deve ser com a construção de conhecimento do estudante. Ele diz que, na sua concepção de Modelagem, o processo de construção de conhecimento do estudante é a parte mais importante que o professor deve considerar, e não a construção de um suposto modelo. De acordo com o pesquisador “[...] *minha preocupação, nunca foi isso, minha preocupação era com o processo de ensino, formação de conceitos, construção do conhecimento do estudante, pela razão de priorizar a Educação Básica, desde a Educação na Infância até o Ensino Médio.*” (DB, ex06, 2022). Nesse sentido, considerando as turmas de anos iniciais, a produção dos estudantes condiz com a concepção de modelo proposto por Barbosa e Burak, no sentido que é uma construção de conhecimento representada no papel, sem a necessidade de predição ou representação real do tema trabalhado. Vale ressaltar que tal posicionamento sobre a necessidade da construção de um modelo varia de pesquisador para pesquisador, conforme apresentado na seção 6.2.

Bassanezi apresenta como é o procedimento com a *Modelagem Matemática no Ensino Superior* e na *Pós-Graduação*. De acordo com o pesquisador, conforme o nível

de ensino há uma diversificação nas exigências. Ele afirma que tanto na graduação, quanto na Especialização o professor divide os estudantes em grupos e auxilia na escolha do tema com a finalidade de atingirem o conteúdo da disciplina a ser desenvolvido:

O curso regular você tem que escolher o tema para chegar naquele conteúdo que você vai dar, a parte mais difícil de Modelagem no curso regular porque eles tem que saber escolher o tema, e se você escolhe o tema o aluno não é co-participante. Você tem que fazer ele escolher o tema que você quer que ele escolha e você desenvolve isso com a classe, você vai fazer a Matemática chamando sempre a atenção do problema que tem que resolver.

Na especialização são grupos que escolhe o tema, grupo de cinco eles discutem entre si e a gente fica só cutucando os modelos por que não tem experiência, aí você vai fazendo perguntas para ele ir montando o modelo, porque se eu der um modelo pronto perde a graça. Mas a participação é do grupo total, o grupo que participa, mas em especialização a coisa é bem esquematizada porque é mais fácil de fazer Modelagem, os temas são mais livres, você não precisa saber onde vai chegar, chegou em alguma coisa já é Modelagem. (RB, ex30-31, 2022).

De acordo com suas falas, percebe-se que essas etapas todo o processo da Modelagem acontecem de forma semelhante ao apresentado na Educação Básica, em relação a escolha do tema, produção dos estudantes, preocupação com a grade curricular, entre outros. Comungando da perspectiva de Bassanezi, todas essas condições foram elencadas por Burak e Biembengut. No entanto, quando se trata de Modelagem no Mestrado ou Doutorado, Bassanezi afirma que existe diferença na forma do professor conduzir o processo:

Em um programa de pesquisa tanto mestrado quanto o doutorado aí o cara é individual, não tem mais grupo, aí ele tem que fazer a pesquisa de outras coisas que já foram feitas para fazer analogia, ele não vai criar do nada, então você como orientador indica onde ele tem que procurar as coisas, orientador é mais para indicar onde procurar e obviamente tem que ajudar ele a criar o modelo, mas é pelo processo de analogia que se faz. (RB, ex32, 2022).

Na Pós-Graduação *Stricto Sensu* a Modelagem tem um viés da Matemática Aplicada na qual o objetivo é apresentar um modelo com capacidade de predição, um modelo que apresenta variáveis, que é capaz de produzir resultados compatíveis com o mundo real. Para chegar nesse modelo o pesquisador precisa procurar alguma analogia com outros modelos já produzidos e a partir desse construir o seu, sobre isso Bassanezi exemplifica,

[...] agora o que é muito interessante é quando você faz uma Modelagem com o problema acontecendo, é diferente de quando já aconteceu, por exemplo, no caso da covid fazer um modelo da covid enquanto está tendo a doença é quase que impossível do ponto de vista matemático, você não sabe como que os dados estão atuando, você tem que usar outras Matemáticas malucas com essa

da fuzzy, mas por exemplo, se você voltar lá na época da gripe espanhola, já ouviu falar na gripe espanhola?

Jefferson Oliveira: -sim, já.

Rodney Bassanezi: - foi que aconteceu mais ou menos 100 anos atrás, quando teve a gripe espanhola lá a população do mundo era 1,6 bilhões, atualmente nós estamos com quase oito bilhões, e isso há 100 anos. 500 milhões pegaram a doença, quase um terço da população do mundo, esses 500 milhões morreram 50 milhões,

Jefferson Oliveira: - 10%

Rodney Bassanezi: - 10% dos que pegaram a doença morreram, então foi uma catástrofe quase dizimou a população, o vírus é quase idêntico ao covid tem pouca diferença, os dois vírus daquela época e desse, os dois eram corona vírus, porque que morreu tanta gente? porque primeiro ninguém sabia o que era um vírus direito, não existia vacina, [...]. (RB, ex17, 2022).

Bassanezi aborda os primeiros modelos matemáticos desenvolvidos com a finalidade de prever os próximos estágios de um evento. Por exemplo, uma endemia:

O primeiro modelo de epidemia que funcionou legal foi feita quase dez anos depois da gripe espanhola que é o modelo SIR. O modelo SIR é suscetíveis, infectados e recuperados, você coloca em uma equação diferencial as três variáveis com sistema comportamental ou seja o que é suscetível em contato com que é infeccioso passa ser infeccioso você sai de um compartimento e entra no outro você tem uma variação aqui você usa a equação diferencial nisso aí, é um modelo clássico chamado modelo SIR que funcionou durante esse 100 anos, mas como ele fez isso? depois da pandemia, não dava para ele fazer durante a pandemia, agora a gente para fazer a Modelagem atual você usa o modelo dele por que a base tá ali, só que você muda as coisas, porque agora é mais evoluído o modelo do que o que eles fizeram, a base está lá. (RB, ex17, 2022).

Vale ressaltar que mesmo que as produções realizadas na Educação Básica, Ensino Superior e Especialização sejam menos rigorosas que as produções realizadas em propostas desenvolvidas no Mestrado e Doutorado, em ambos os casos as etapas da Modelagem estão presentes de forma semelhante no processo, desde a escolha do tema até a produção do modelo. Nessa perspectiva, apesar do rigor ser diferente em ambos os casos, tem-se a construção do conhecimento feito pelos estudantes de forma a gerar um produto que procura resolver um problema oriundo do cotidiano, condições estas estabelecidas na concepção de Modelagem de Bassanezi.

6.10 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo, apresentou-se a categorização e os metatextos emergentes das entrevistas realizadas com os principais pesquisadores da Modelagem no cenário Nacional e que participaram da pesquisa por meio de uma entrevista. Em cada seção, foi

apresentado o quadro de categorização juntamente com o metatexto da categoria final, conforme estabelecido na ATD.

Em relação às concepções de Modelagem, evidenciou-se que Bassanezi não possui nenhuma inspiração teórica no desenvolvimento da sua concepção de Modelagem, Burak e Biembengut ambos orientados pelo Bassanezi, possuem confluência no sentido da Modelagem como um método de ensino eficaz para desenvolver conteúdos estabelecendo conexões com a realidade dos estudantes. Porém ambos discordam no quesito construção de modelos, para Biembengut a construção de um modelo pelo estudante é fundamental em uma prática de Modelagem. Burak, por outro lado, defende que o essencial é a construção de conhecimento pelo estudante e não a construção de um modelo. Nesse sentido, Barbosa corrobora a perspectiva de Burak, porém ambos possuem dissemelhanças, no sentido que a Modelagem pode ser definida como um ambiente de aprendizagem para Barbosa, enquanto que para Burak todo ambiente em si já é de aprendizagem de algum modo. Barbosa afirma que sua concepção de MM se diferencia dos demais por meio da perspectiva sócio crítica. De acordo com o pesquisador, uma parte dos pesquisadores da Modelagem não levam em consideração a discussão crítica que deve ser desenvolvida com os estudantes, preocupando-se apenas com a construção do modelo.

Durante a entrevista, foi perguntado aos pesquisadores quais tipos de ações realizadas pelos estudantes caracterizavam cada etapa definida na sua teoria. Dessa forma, tornou-se possível comparar e confirmar a relação entre as etapas dos pesquisadores propostas no Quadro 30. Nas três etapas propostas por Biembengut, adotada nessa pesquisa como autora principal, é possível verificar o conjunto de ações que estabelecem relações com as etapas propostas por Bassanezi, Burak e Barbosa. Em unanimidade os pesquisadores ressaltam que a Modelagem se inicia por meio da escolha do tema, e que essa escolha deve ser feita pelos estudantes de forma a proporcionar motivação e protagonismo. Bassanezi reforça que o tema deve ser escolhido pelo estudante, porém, se o professor não se sente seguro, deve mediar os estudantes por meio de perguntas, diálogos sobre o tema de forma a induzi-los a escolher um determinado tema. Biembengut ressalta que para essas etapas da Modelagem vingarem, é essencial que o professor tenha realizado outras práticas de Modelagem, pois sem essa prática o professor não tem condições de auxiliar os estudantes.

De acordo com os pesquisadores, a Modelagem contribui positivamente para a aprendizagem dos estudantes de forma a torná-los protagonistas da própria aprendizagem, além de motivá-los e desenvolver a habilidade de posicionar-se criticamente sobre determinado tema. Em contraponto, ressaltam que para isso o professor deve assumir um papel de mediador do conhecimento, intervindo quando necessário para não permitir que se desmotivem quando se depararem com conceitos que não conhecem ou conceitos errôneos. Nesse aspecto o professor é a chave fundamental para intervir e direcionar os estudantes para o caminho mais adequado.

Em relação à pesquisa no processo de Modelagem os pesquisadores afirmam que os estudantes realizam inicialmente a busca por dados. Essa busca pode ser realizada de diferentes formas: por meio da navegação em páginas da internet; busca em livros didáticos; ida a um determinado local coletar informações; entrevista com algum especialista, entre outras. Todos esses procedimentos apresentados erroneamente como pesquisa em trabalhos acadêmicos é apenas um processo de coleta de dados. Conforme os pesquisadores, essa coleta de dados torna-se uma pesquisa quando os estudantes estudam os dados e esses dados se tornam parte do processo de resolução o problema estabelecido, esta fusão entre os dados e o problema de pesquisa emergindo um conceito novo, é denominado de pesquisa.

No próximo capítulo, apresenta-se a categorização da Pesquisa como princípio educativo.

CAPÍTULO VII: ANÁLISE DA PESQUISA COMO PRINCÍPIO EDUCATIVO

Neste capítulo serão apresentadas as categorias finais emergentes da análise das entrevistas de cada um dos quatro teóricos da Pesquisa como princípio educativo. Assim como no capítulo anterior, as entrevistas foram fragmentadas na sua completude. A partir da fragmentação foram selecionados excertos os quais foram ressignificados possibilitando o estabelecimento de unidades de significado. Por meio dessas unidades,

constituíram-se 127 categorias iniciais. Ao aproximar essas categorias iniciais, originaram-se 52 categorias intermediárias que novamente por suas convergências e semelhanças possibilitaram a emergência de sete categorias finais, sejam elas: *Concepções de Pesquisa; Etapas da Pesquisa; Contribuições da Pesquisa; Papel do professor na pesquisa; Exemplos com a Pesquisa em sala de aula; Desafios da Pesquisa em sala de aula; Modelo e Modelagem em uma produção autoral*. Neste capítulo, nas subseções seguintes, serão abordadas cada uma dessas categorias.

7.1 CONCEPÇÕES DE PESQUISA

A categoria, **Concepções de Pesquisa**, emergiu por meio de oito categorias intermediárias, apresentadas no Quadro 36.

Quadro 36 - Frequência das categorias sobre Concepções de pesquisa

Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
[Continua]		
A capacidade de seleção e reconstrução do cérebro (PD)	Teorias que fundamentam a Pesquisa (13)	Concepções de Ensino e Pesquisa (28)
Sobre a reconstrução da realidade feita pelo cérebro (PD)		
As diferentes concepções da realidade para as diferentes pessoas (PD)		
O conceito de mediação (PD)		
A reconstrução da ciência e seu impacto na realidade (PD)		
As metodologias ativas devem manter o foco na aprendizagem do estudante e não no ensino do professor (PD)		
A inspiração teórica do pesquisador (PD)		
Sobre a densidade teórica do Educar pela pesquisa e da Pesquisa em sala de aula (MG)		
Inspirações teóricas da pesquisadora (MG)		
Inspirações teóricas da pesquisadora (MG)		
As Inspirações teóricas do pesquisador (MR)		
A autorregulação da aprendizagem (VL)		
Fundamentos teóricos da pesquisa em sala de aula (VL)		
Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
[Conclusão]		
A diferença entre a aula tradicional e a aula com a autoria do estudante (PD)	Fundamentos do ensino tradicional e do ensino com pesquisa (3)	
A reprodução dos conteúdos da Matemática na sala de aula (PD)		
A aprendizagem instrucionista em vigor nas escolas (PD)		
A Abstração de um conteúdo curricular da Matemática (PD)	Abstração no ensino de Matemática	

A relevância da abstração na matemática escolar (PD)	(2)	Concepções de Ensino e Pesquisa (28)
A Matemática que é ensinada na escola não é a mesma do cotidiano dos estudantes (PD)	Matemática presente no cotidiano dos estudantes e apresentada na sala de aula (2)	
A Matemática presente em diversas situações do cotidiano (PD)		
A Diferença entre ensinar e aprender Matemática por meio da pesquisa (PD)	Ensino e aprendizagem da Matemática por meio da pesquisa (1)	
A Pesquisa em sala de aula como uma prática do Educar pela Pesquisa (MG)	Pesquisa em sala de aula como uma prática do Educar pela Pesquisa (4)	
Sobre a proximidade entre o Educar pela Pesquisa e a Pesquisa em sala de aula (MG)		
A teoria e prática entre a Pesquisa em sala de aula e o Educar pela Pesquisa (MG)		
Sobre a Pesquisa em sala de aula ser uma aplicação do Educar pela Pesquisa (MG)		
Concepção de Pesquisa para a pesquisadora (MG)	Concepção de pesquisa (1)	
Sobre o que há de novo na concepção de pesquisa (MG)	Avanços no conceito da pesquisa (2)	
Novas considerações da Pesquisa em sala de aula (MR)		

Fonte: elaborado pelo autor(2023).

As *Teorias que fundamentam a Pesquisa* foi a categoria intermediária que mais apresentou categorias iniciais, com 13 fragmentos. A segunda maior categoria foi a *Pesquisa em sala de aula como prática do Educar pela Pesquisa*, oriunda da entrevista com a pesquisadora Maria do Carmo Galiazzi, com quatro categorias iniciais integradas. A categoria *Fundamentos do ensino tradicional e do ensino com pesquisa*, apresentou três categorias iniciais da entrevista com Pedro Demo. O pesquisador ainda é a base das categorias *A abstração no ensino de Matemática* e *A Matemática do cotidiano e escolar*, ambas com duas categoriais iniciais cada. A categoria intermediária *Os avanços no conceito da pesquisa* se constituiu de duas categoriais iniciais.²⁷

Neste capítulo disserta-se sobre o conceito de pesquisa. A pergunta inicial é, o que é pesquisa? Retomando o conceito de pesquisa estabelecido no quarto capítulo, por meio de uma busca no dicionário, encontrou-se que a pesquisa pode ser definida como “*Reunião de operações ou atividades que visa descobrir novos conhecimentos em vários*

²⁷ Neste capítulo um mesmo excerto de fala pode ser utilizado mais de uma vez, com a finalidade de exemplificar, reforçar uma ideia mencionada pelo pesquisador anteriormente, ou comparar falas conflitantes.

domínios, principalmente no âmbito científico.”; “Ação ou efeito de pesquisar, de buscar mais informações a respeito de algo ou de alguém.”; “Estudo realizado para aumentar o conhecimento em determinada área do saber.”; “Ação de investigar de maneira detalhada; investigação”. Esse conceito do dicionário foi reforçado na RSL quando identificou-se que a pesquisa pode ser percebida como um ato de pesquisar dos estudantes em várias fontes de dados. Além disso, na RSL evidenciou-se que a pesquisa é definida como o levantamento de dados em uma intervenção com a Matemática.

Dessa forma, torna-se necessário a retomada desse conceito, pois na entrevista Galiuzzi apresentou a sua *Concepção de pesquisa*, uma das categorias intermediárias: “*O que significa pesquisar? Significa escrever de mão própria, porque na medida que eu escrevo de mão própria, eu tenho ali um cuidado, eu diria assim, eu tenho uma recursividade nas palavras, que é uma ideia de pesquisa*” (MG, ex07, 2022). Para ela, a pesquisa acontece quando o estudante, por meio do ato de pesquisar, escreve as informações encontradas com as próprias palavras, dando um novo sentido ao contexto. Essa definição da pesquisadora, vai ao encontro da *Concepção de Pesquisa* proposta por Moraes, Galiuzzi e Ramos (2018), quando os autores definem que:

A Pesquisa em sala de aula pode ser compreendida como um movimento dialético, em espiral, que se inicia com o questionar dos estados do ser, fazer e conhecer dos participantes, construindo-se a partir disso novos argumentos que possibilitam atingir novos patamares desse ser, fazer e conhecer, estágios esses então comunicados a todos os participantes do processo. (MORAES, GALIAZZI E RAMOS, 2018, p.2).

O conceito de pesquisa está difundido no contexto acadêmico, porém Galiuzzi e Ramos destacam concepções novas em relação à pesquisa, fragmentos dos quais emergiram a categoria intermediária *Avanços no conceito da pesquisa*. Segundo Galiuzzi, a Pesquisa em sala de aula não é um método de ensino que é aplicado apenas em uma aula de 50 minutos. Afirma que a Pesquisa em sala de aula é um método que ultrapassa as barreiras da sala de aula, “*eu diria que se alargou a ideia daquela pesquisa escrita ao período da sala de aula usual de uma escola, mesmo uma escola de Ensino Superior, para uma ideia mais ampliada, para atividades educativas que certamente são aulas.*” (MG, ex08, 2022). Na mesma perspectiva de Galiuzzi, Ramos aponta que o ponto de partida no processo de pesquisa é que se altera de uma intervenção para outra. De acordo com o pesquisador:

Então a essência dos fundamentos que a gente tem trabalhado tem se mantido, o que muda às vezes é o tipo de ponto de partida. Antes por exemplo, a gente tinha muito essa ideia de partir de experimento, a gente colocava sempre experimento como algo prioritário, mas hoje dá para partir de um vídeo, de um jogo no computador, usando tecnologias, as possibilidades de recursos vão mudando e portanto os pontos de partida podem ser diferentes. Então para mim essa é uma mudança importante. Então há tempos atrás, meus livros todos juntos com o Roque eram livros que trabalhavam muito a questão da experimentação e agora está presente muito a questão das Tecnologias, isso vai mudando conforme o que vai aparecendo, mas a essência que é a ideia do problema, da pergunta, da transformação dos argumentos, da reconstrução dos argumentos, e a comunicação que o aluno faz de resposta às perguntas a partir dos novos argumentos que tem caráter não só de divulgação mas tem caráter de validação do seu conhecimento, quando ele divulga, quando ele fala o que ele achou naquele experimento, naquele vídeo, ou naquela situação a partir da pesquisa que ele faz, ouvindo o professor e ouvindo outros colegas, ele valida aquilo como verdades mesmo que provisório. Então é isso, por enquanto os fundamentos, as essências são as mesmas, mas o que pode ir mudando são os pontos de partida para fazer a pesquisa, e ele pode partir até de uma entrevista com pessoas, as possibilidades são infinitas está em aberto isso. (MR, ex03, 2022).

O ponto de partida que Ramos utiliza para introduzir a Pesquisa em sala de aula na Educação Básica é relevante, pois demonstra que esse mediador do conhecimento descentralizou-se do papel de detentor do conhecimento e permite que o estudante seja o protagonista do processo de aprendizagem, estes são os *Fundamentos do ensino tradicional e do ensino com a pesquisa*, outra categoria intermediária. Nessa perspectiva, Demo afirma, durante a entrevista, que,

[...] a gente acha que dando aula o aluno aprende, a aula é importante para lhe dar com o conteúdo, aprender é outro fenômeno. Aprender, o estudante tem que participar plenamente, tem que se motivar, tem que entrar de cabeça, para entender e se tornar autor daquilo que aprende, então ai cheguei mais recentemente na ideia da autoria. (PD, ex06, 2022).

O pesquisador ressalta que na Matemática, o processo ainda é mais complexo, pois o professor de Matemática percebe o ensino apenas por meio da aula inteiramente expositiva e reprodução de exercícios descontextualizados. Para Demo:

Chegando na Matemática que a grande maioria dos professores de Matemática não sabem produzir Matemática, só sabem reproduzir, até porque acham que a Matemática é formal e, portanto, já está pronta. Então não tem o porquê inventar né? a gente não vai reinventar o Teorema de Pitágoras, mas eu gosto de dizer sempre, se você não recriar o Teorema de Pitágoras você nunca vai entender, então precisa pesquisar, precisa mudar este enfoque. (PD, ex07, 2022).

Em relação ao Teorema de Pitágoras, Demo apresenta um exemplo em que uma professora da Educação Básica oportunizou aos estudantes aprenderem o conteúdo por meio do processo de pesquisa:

Lá em Campo Grande nós fizemos uma experiência com uma professora de Matemática bem diferente, ela pegou cinco meninas e tentou motiva-las a estudar o teorema de Pitágoras. Naturalmente com meninas já é mais arredo, no começo elas não quiseram depois foram pegando. Então ela deu uma sugestão interessante, vocês vão fazer um filme, vão fazer um vídeo de celular, explicando o teorema. Elas gostaram da ideia, foram estudar o teorema. Elas não tiveram aula, foram estudar o teorema, entenderam o teorema, e fizeram o vídeo que eu vi, o que aconteceu aí, uma autoria de matemática. (PD, ex08, 2022).

A professora de Matemática ao propor que as estudantes produzissem um vídeo sobre o referido teorema, incentivou as estudantes a buscarem sobre o tema, e neste processo de busca, elas tiveram que desenvolver o conteúdo com as próprias palavras e ideias. Esse processo narrado pelo pesquisador caracteriza-se um processo autoral das estudantes, configurando-se, em um exemplo da aprendizagem da componente curricular Matemática por meio da pesquisa, neste caso, *O ensino e aprendizagem da Matemática por meio da pesquisa*, outra categoria intermediária.

Adicionado a isso, Demo ressalta que o professor ao aderir a prática do Educar pela Pesquisa deve compreender que nessa proposta não existe o ensino por meio da pesquisa e sim a aprendizagem do estudante por meio da pesquisa, isso porque, o foco principal está na aprendizagem do estudante e não no ensino do professor:

Matemática, quando a pessoa insiste muito em ensinar Matemática é porque acho que vai colocar as coisas dentro da cabeça do estudante, não dá para fazer isso, tem que cuidar para que o aluno aprenda Matemática. O ensino é subserviente a aprendizagem, o ensino está abaixo da aprendizagem, é instrumento da aprendizagem, ele não anda por cima, o fenômeno maior é aprendizagem, e esse não tá existindo na escola direito, o ensino tem de sobra, aula de Matemática tem de sobra. (PD, ex20, 2022).

De fato, na maior parte das pesquisas analisadas com o viés no ensino de Matemática na Educação Básica, torna-se evidente o ensino da Matemática, com o objetivo da aprendizagem dos estudantes, entretanto é mais latente o ensino por parte do professor do que o foco na aprendizagem. Para mudar esse fato, Demo ressalta que as universidades deveriam se aproximar mais das escolas da Educação Básica com a finalidade de incentivar os professores da Educação Básica a produzirem mais intervenções com o foco na aprendizagem do estudante, no entanto segundo o pesquisador, não é a realidade das escolas atualmente.

Além disso, Demo aborda aspectos que originam a categoria intermediária *Matemática presente no cotidiano dos estudantes e apresentada na sala de aula*. Para

ele, a Matemática escolar parece estar bem distante da realidade dos estudantes. Isso se evidencia ao afirmar que:

Eu acho que o lado interessante dessa discussão que muito já sacaram, bem como o Carraher que eu citei a você, é que no cotidiano a Matemática não é um problema, até para o índio que nunca estudou Matemática, ela não é problema. Ele sabe que a árvore tem um tamanho, tem uma grossura, ele sabe que tem um peso, tem um tamanho, todo mundo sabe isso e não é o maior problema. Todo mundo vai no supermercado e faz compras, eu não conheço ninguém que não vai para o supermercado porque não sabe contar, todas essas pessoas mesmo que não tenham estudado, sabem contar a seu modo no cotidiano, esse cotidiano é muito interessante. Então cabe a pergunta: e porque que na escola a Matemática é um problema? então de certa maneira a escola também capricha no problema. A escola não cuida de fazer uma Matemática do dia- a- dia em que as pessoas vêm Matemática em torno dela. Agora isso não tem nada a ver com tirar a abstração, com tirar a necessidade de entender, isso não tem nada a ver, a Matemática é abstrata, é o grande valor dela, inclusive em termos tecnológicos, eu acho que isso é fundamental. (PD, ex17, 2022).

Com efeito, percebe-se que no cotidiano a população vai a estabelecimentos comerciais, transportes públicos e frequenta ambientes que utiliza a aritmética básica, e isso não é um empecilho para essas pessoas no cotidiano. Todavia, no ambiente escolar o conteúdo proposto por meio de problemas é considerado muito complexo pelos estudantes, por este motivo muitos estudantes apresentam baixo desempenho na disciplina, ocasionando baixo desempenho acadêmico.

Nesse sentido, Demo destaca o papel da abstração em sala de aula, originando fragmentos que culminaram na categoria intermediária *Abstração no ensino de Matemática*. Mesmo diante da relevância da abstração, os estudantes devem ser os protagonistas do processo de investigação para que haja a aprendizagem. O pesquisador complementa ressaltando que a abstração da Matemática está por trás de grandes invenções tecnológicas presentes no cotidiano, o que justifica sua manutenção em sala de aula.

A complexidade da Matemática apresentada na escola e sua correlação com o cotidiano dos estudantes é unanimidade entre os pesquisadores da pesquisa. Galiuzzi afirma que os conteúdos apresentados nas aulas de Matemática parecem estar bem distante da realidade dos estudantes, e uma forma do professor fazer essa aproximação é por intermédio da Pesquisa em sala de aula. Vale ressaltar que Demo é autor da filosofia do Educar pela Pesquisa e Galiuzzi e Ramos são autores da Pesquisa em sala de aula. Tais obras justificam semelhanças encontradas nos fragmentos que deram origem a categoria intermediária *Pesquisa em sala de aula como uma prática do Educar pela Pesquisa*.

De acordo com Galiuzzi, a diferença entre as duas concepções, “na banca estávamos a Valderez, e eu, e a doutoranda era orientada pelo Maurivan. A Valderez é quem escreve o livro da Pesquisa em sala de aula e nós na época dissemos: olha nós botamos o nome do livro: Pesquisa em sala de aula, para não escrever de novo Educar pela Pesquisa” (MG, ex04, 2022). De fato, na entrevista com Demo, o pesquisador ressalta que escreveu a teoria sobre o Educar pela Pesquisa enquanto que os autores Moraes, Galiuzzi e Ramos (2013), realizaram a prática da sua filosofia de ensino.

Durante a entrevista foi perguntado a cada pesquisador quais as concepções teóricas que os inspiraram para o estabelecimento de tais concepções, uma vez que cada pesquisador possui um arcabouço teórico. Vale ressaltar que apesar de não estar nominalmente presente na autoria da concepção da Pesquisa em sala de aula, a pesquisadora Lima estava presente no grupo de pesquisa que desenvolveu tal concepção, fato esse narrado pelos entrevistados Ramos e Galiuzzi. Dessa forma, no Quadro 37 elencou-se *Teorias que fundamentam a pesquisa* de acordo com os pesquisadores entrevistados.

Quadro 37 - Teorias/Teóricos que embasam a Pesquisa como princípio educativo

Maurivan Ramos	Pedro Demo	Maria Galiuzzi	Valderez Lima
Jerome Bruner	Neurociência	Hermenêutica filosófica	Autoregulação da Aprendizagem
John Dewey	Filosofia da Ciência	Missconceptions	Fernando Becker
Jean Piaget	Mediação	Abordagem Sócio-Histórica	Jean Piaget
Lev Vygotsky	Reconstrução da Ciência		
Kill Patrick			
Paulo Freire			

Fonte: elaborado pelo autor(2023).

Por meio do quadro, é perceptível que alguns pesquisadores elencaram autores que o embasaram teoricamente, outros apresentaram teorias, e uma pesquisadora apresentou tanto autores quanto teorias. Ramos foi o pesquisador que mais apresentou referências. Ele relata que por ser oriundo da Química pura adentrou na área da Educação no mestrado, em suas primeiras referências. Afirma que:

Defrontei com vários autores que eu nunca tinha visto, porque o conhecimento que eu tinha era de Química, era da Química dura, então ali eu comecei a me defrontar com Bruner, Dewey, com Piaget, Vygotsky veio bem mais tarde, porque Vygotsky chegou nos livros aqui no Brasil em 1984 ou 1986, e isso aí era 1988 ou 1989. Então não se falava em Vygotsky naquela época, depois é que começaram a chegar gradativamente os livros de Vygotsky e a gente começou a se apropriar, e aí entrou aquele confronto entre Vygotsky e Piaget. Então esses autores foram os autores do início, o Kill Patrick, por exemplo, e

principalmente autores americanos, ingleses, que tinha esse foco muito grande na experimentação e na investigação. E eles pertenciam a escola nova, principalmente ali já se falava bastante na questão do protagonismo dos estudantes. Então eu comecei a me defrontar com esses autores, depois mais tarde veio o Vygotsky, e aí comecei o próprio Paulo Freire. O Paulo Freire eu ganhei o livro de uma aluna da minha na escola que eu nem conhecia, eu ouvia falar do Paulo Freire e a visão que eu tinha era de um cara que foi exilado, porque ali era época da ditadura e ele voltou em 1979 para o Brasil, e eu estava exatamente nessa época fazendo doutorado, e não se falava muito em Paulo Freire na própria universidade, porque havia dentro da universidade espões da ditadura militar, às vezes até dentro das aulas tinha gente assim olhando, observando o que a gente nem sabia, de vez em quando entrava uma pessoa diferente.(MR, ex04, 2022).

Nas aulas em disciplinas do doutorado com o professor Ramos, o mesmo relatava que conheceu diversos autores da Educação em sua carreira, porém quando abordava sobre “O patrono da Educação Brasileira” ele exibiu com orgulho a foto que possuía com Paulo Freire, a sua maior inspiração teórica.

O pesquisador Demo inspirou-se no estudo sobre o processo de reconstrução da realidade feita pelo cérebro, apresentado pela Neurociência, e os conceitos da Filosofia da Educação para desenvolver a sua Filosofia do Educar pela Pesquisa. Segundo o pesquisador,

[...] eu fui ver que na Biologia, na Neurociência, isso está bastante bem colocado, o cérebro, os nossos sentidos não são entidades que copiam, que reproduzem, são entidades que selecionam, que reconstróem. Então a mente humana reconstrói a realidade, ela não pega a realidade diretamente, ela pega uma realidade reconstruída de acordo com nosso olhar. Então isso também bate bem com a tradução da filosofia da ciência ou da filosofia da educação, se quiser, que a gente aprende de dentro para fora e não de fora para dentro. (PD, ex03-04, 2022).

Um outro conceito abordado por Demo foi a mediação. Para ele, a mediação é um conceito desenvolvido para a aprendizagem do estudante e não especificamente para o ensino do professor, pois sublinha que o professor deve emancipar o estudante, ou seja, dar liberdade e autonomia, para que o mesmo possa raciocinar e construir o seu conhecimento próprio.

Em relação aos seus embasamentos teóricos, Galiazzi afirma que a sua maior inspiração teórica foi o Professor Roque Moraes, seu orientador. A pesquisadora, elenca mais teorias que o embasaram teoricamente,

[...] quem foi meu grande inspirador, foi o Professor Roque Moraes meu orientador, é dali que eu conheço o Demo por exemplo, ele entregou o livro para eu ler. Mas ultimamente eu tive sim um encontro com a hermenêutica filosófica, que é esse encontro teórico que parece se descortinar algumas

coisas que estavam encobertas. Depois disso, também teve esse encontro com as Missconceptions, que é toda teoria que nós temos aí dos nossos grandes colegas da química que está trabalhando sobre isso. A hermenêutica filosófica conseguiu descortinar tudo isso e dizer: “ó, isso aí que vocês faziam não era bem isso, vocês apostavam que uma concepção de aluno pudesse mudar simplesmente porque vocês estavam explicando, e a Ciência leva séculos para chegar naquela conclusão, e vocês acham que o estudante rapidamente vai trocar calor por temperatura, ou vai trocar essas nossas grandes Missconceptions”, falei calor com temperatura porque é a tese de doutorado do Hotman e tantas outras que temos. Então a hermenêutica filosófica foi minha inspiração, e a fenomenologia, se é teoria que eu te digo que me inspira a ler são essas duas, na época quando eu estava fazendo a tese de doutorado eu me encantei muito pela abordagem sócio-histórica. (MG, ex09-10, 2022).

Lima apresenta o conceito da auto regulação da aprendizagem, e mais dois autores como inspirações teóricas. De acordo com a pesquisadora, pode-se compreender a auto regulação da aprendizagem do estudante no momento,

[...] quando ele consegue pensar, refletir e acompanhar o seu próprio processo de aprendizagem, o que definitivamente não é uma coisa que se consiga em aula tradicionais ou em aulas que são muito centradas na figura do professor, mas que quando elas são centradas no estudante é possível de desenvolver isso por um espaço de tempo relativamente longo. (VL, ex03, 2022).

Dessa forma, compreende-se a auto regulação da aprendizagem como o processo em que o estudante se torna o sujeito da própria aprendizagem, não sendo um estudante passivo no processo, pelo contrário questiona, busca e reflete, isso devido à emancipação dada pelo professor. A pesquisadora apresentou dois teóricos que se tornaram referências em sua pesquisa:

A pesquisa é produção de conhecimento pela humanidade, mas historicamente os autores têm feito comparações entre as teorias pedagógicas e as teorias de produção de conhecimento, tanto que se você pega o Fernando Becker, lá tu vai ver que ele pega o empirismo, o apriorismo e o construtivismo para defender as ideias do Piaget. Então, eu acho que as teorias de produção de conhecimento, as teorias filosóficas de produção de conhecimento elas se amparam com toda a certeza a Pesquisa em sala de aula, as ideias do Pedro Demo também, mas o que eu digo é que ele veio a enriquecer uma discussão que já era feita. (VL, ex05, 2022).

Lima ressalta que historicamente algumas pesquisas já foram realizadas relacionando ou comparando tendências/métodos de ensino. De fato, por meio de uma busca em bases de dados tais como as utilizadas no capítulo de RSL, percebe-se que existem algumas pesquisas que visam comparar esses métodos, isso se dá possivelmente pelas relações de semelhanças entre as concepções dos métodos, ou entre as etapas, que é o caso dessa tese. Vale salientar que neste mesmo momento da entrevista, a pesquisadora já confirma que o Educar pela Pesquisa e a Pesquisa em sala de aula

possuem relações de semelhança, com base nessas afirmações dos teóricos, pode-se afirmar que a Pesquisa em sala de aula é uma aplicação da teoria Educar pela Pesquisa do Demo. A seguir apresenta-se a categorização das etapas da Pesquisa em sala de aula.

7.2 ETAPAS DA PESQUISA

A categoria **Etapas da Pesquisa** emerge do agrupamento de 12 categorias intermediárias apresentadas no Quadro 38.

Quadro 38 - Frequência das categorias sobre Etapas da Pesquisa

Categories Iniciais	Categories Intermediárias	Categories Finais
[Continua]		
O conceito de questionamento reconstrutivo (PD)	Questionamento reconstrutivo (1)	Etapas da Pesquisa (33)
O questionamento reconstrutivo como combustível para reconstrução do professor (PD)	Reconstrução do professor por meio do questionamento reconstrutivo (2)	
O questionamento reconstrutivo como uma filosofia de vida (PD)		
Sobre a busca de dados na rede mundial de computadores (PD)	Internet como auxílio na busca de dados (4)	
A internet como ferramenta auxiliar a pesquisa e não apenas para busca de dados (PD)		
Sobre romper as fronteiras da sala de aula física por meio da internet (PD)		
A diferença entre busca na internet e pesquisa (PD)		
Recursos para buscar dados em uma pesquisa (MR)	Busca por dados em uma pesquisa (1)	
Sobre a diferença entre fazer pesquisa e buscar na internet na concepção do pesquisador (MR)	Diferença entre buscar dados e fazer pesquisa (2)	
A diferença entre buscar informações e realizar pesquisa (VL)		
A primeira etapa da pesquisa em sala de aula (MG)	Primeira etapa da Pesquisa em sala de aula (4)	
O questionamento com o ponto de partida na pergunta do estudante (MR)		
A primeira etapa da Pesquisa em sala de aula (VL)		
Sobre a primeira etapa da Pesquisa em sala de aula (VL)		

Categories Iniciais	Categories Intermediárias	Categories Finais
[Conclusão]		
As ações que configuram a pergunta do aluno na sala de aula (MG)	Pergunta do estudante (3)	
O professor não deve ignorar a pergunta do aluno (MG)		

A pergunta do estudante como ponto de partida para realizar a Pesquisa em sala de aula (MR)		Etapas da Pesquisa (33)
O processo de construção de argumentos (MG)	Segunda etapa da Pesquisa em sala de aula (5)	
Reconstrução de argumentos (MR)		
Formas de desenvolver a construção de argumentos em sala de aula (VL)		
A construção de argumentos (VL)		
O processo da construção de argumentos na sala de aula (VL)		
Procedimentos na etapa da comunicação (MR)	Terceira etapa da Pesquisa em sala de aula (5)	
A comunicação para validação do conhecimento produzido (MR)		
A apresentação da produção autoral pelo estudante (VL)		
Sobre a necessidade da apresentação de um produto final pelo estudante (VL)		
Sobre a produção de um produto final apresentado pelo estudante (VL)		
Formas de validar o conhecimento (MG)	Validação do conhecimento (1)	
O erro do estudante está integrado as etapas da Pesquisa em sala de aula (MG)	Erro do estudante nas etapas da Pesquisa em sala de aula (1)	
Sobre as etapas da Pesquisa em sala de aula (VL)	Etapas da pesquisa (4)	
Sobre a interação entre as etapas (VL)		
A Pesquisa em sala de aula é cíclica e não linear (VL)		
Sobre o erro do estudante está inserido nas etapas da Pesquisa em sala de aula (VL)		

Fonte: Elaborado pelo autor(2023).

As categoriais intermediárias *Segunda e Terceira etapa da Pesquisa em sala de aula* foram as que mais agregaram categoriais iniciais com cinco fragmentos cada. Com quatro fragmentos obteve-se três categoriais intermediárias, *A internet como auxílio na busca de dados; Primeira etapa da Pesquisa em sala de aula e Etapas da pesquisa*. A pergunta do estudante possui três categoriais iniciais, ambas da entrevista do mesmo pesquisador. *Diferença entre buscar dados e fazer pesquisa e Reconstrução do professor por meio do questionamento reconstutivo* apresentaram duas categoriais iniciais cada.

A Pesquisa como princípio educativo possui uma filosofia de ensino e um método de ensino, denominadas de Educar pela Pesquisa e Pesquisa em sala de aula, respectivamente. A Pesquisa em sala de aula conforme apresentado no quarto capítulo

possui três etapas. Na entrevista foi questionado aos pesquisadores a respeito das ações procedimentais que caracteriza cada etapa.

Em relação à categoria intermediária *Etapas da pesquisa*, Lima afirma que a Pesquisa em sala de aula possui de fato três etapas, mas que no contexto escolar, o processo não ocorre linearmente como está descrito na teoria. Ela menciona que “[...] *essas fases são interessantes, mas elas não precisam e nem deve ser levadas ao pé da letra sobre pena de não dar certo.*” (VL, ex06, 2022). A pesquisadora reforça que:

Eu gosto mais de lidar com essa ideia de levar para dentro da sala de aula princípios que são inerentes à pesquisa, em que momento? Não é uma coisa cronológica, quando tu estás trabalhando com questionamento, os alunos já estão fazendo argumentos provisórios que embora incompletos, ou até às vezes equivocados, são argumentos, na medida em que eles expressam isso em uma discussão em sala de aula seja no pequeno grupo ou seja no grande grupo juntamente com professor, ele está trabalhando com a comunicação oral, então esses momentos não acompanham uma etapa após a outra, eles aparecem, eles não acontece de forma linear, acontece tudo embolado, não tem como ser assim separado, não tem como ser linear.(VL, ex19, 2022).

Segundo Lima, no momento da proposta do tema, ou discussão sobre os questionamentos estabelecidos, os estudantes já podem estabelecer conjecturas e compartilhar esse momento com os outros colegas, o que configura-se a etapa da comunicação, mostrando que as etapas da Pesquisa em sala de aula não acontece sempre de forma linear, mas com a recursividade entre as etapas.

O Educar pela Pesquisa não possui etapas definidas, porém, na categoria intermediária *Questionamento reconstrutivo*, emergente da fala de Demo, pode ser compreendido como o processo de reconstrução do professor e do estudante quando posto como responsável pelo próprio processo de aprendizagem por meio da pesquisa, e isso, conforme Demo, é uma filosofia de vida que o profissional da Educação Básica deve incorporar em suas práticas. Nesse aspecto, Demo afirma que:

Então essa ideia de questionamento reconstrutivo, é um fundamento de vida realmente, no sentido que você vai sempre se renovando, a gente tem que aprender isso, a gente precisa se alto renovar, o que mais vejo na escola Jefferson, é o professor de matemática que há 20 anos da mesma aula, todos têm essa miséria, mas quem mais tem é o professor de Matemática porque botaram na cabeça dele que a Matemática é a mesma toda a vida. Então ele perdeu a ideia de reconstruir, ele não reconstrói nada, ele dá a mesma aula. Acho que a vida é uma reconstrução constante. (PD, ex24, 2022).

De fato, à docência é um processo de auto *Reconstrução do professor por meio do questionamento reconstrutivo* na Educação Básica, categoria intermediária que

originou-se da fala de Demo, com a finalidade de aprimorar as suas práticas em sala de aula visando priorizar a aprendizagem do estudante. Demo afirma que para que haja uma evolução no ensino de Matemática, o professor deve mudar suas práticas, descentralizando-se do processo de ensino imposto no sistema de ensino tradicional, dando oportunidade ao estudante de assumir o protagonismo do processo. No seu livro Demo (2006) reforça que,

[...] uma coisa é manejar textos, copiá-los, decorá-los, reproduzi-los. Outra é interpretá-los com alguma autonomia, para saber fazê-los e refazê-los. Na primeira condição, o aluno ainda é objeto de ensino. Na segunda, começa a despontar o sujeito com proposta própria. (DEMO, 2006, p.28).

Em relação às etapas da Pesquisa em sala de aula, Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012) apresentam três etapas: Questionamento, Construção de argumentos e Comunicação. Os pesquisadores apresentam as ações procedimentais de cada etapa quando aplicados em uma sala de aula. De acordo com os pesquisadores Galiuzzi, Ramos e Lima, a Pesquisa em sala de aula se inicia por meio da *Pergunta do estudante*. Galiuzzi afirma que o professor deve estar atento a pergunta do estudante, pois ela é o ponto de partida fundamental para o engajamento no processo. Conforme a pesquisadora:

Então isso para mim é o início da Pesquisa em sala de aula, não precisa a pergunta está em ponto de interrogação mas, quando nós estamos exatamente em sala de aula a gente percebe a pergunta, seja na manifestação do aluno, eu diria que é quase uma necessidade do aluno aprender aquele conteúdo para entender um outro. Então ela precisa começar especialmente com essa ideia do lançamento da pergunta do aluno, pode vir a partir de uma pergunta do professor? Pode! Obviamente pode, desde que ele tenha para lançar isso. (MG, ex12, 2022).

Lima corrobora a perspectiva de Galiuzzi, e apresenta outras situações que podem ocorrer na sala de aula que se configura na categoria intermediária *Primeira etapa da Pesquisa em sala de aula*, conforme a pesquisadora,

[...] então nesse primeiro momento tem que criar esse tipo de estrutura, se ele vai partir dos questionamentos dos alunos ou não, eu não sei aí depende, mas ele pode não partir. Ele pode trazer uma situação-problema, pedir para os alunos se manifestarem e por meio dessa manifestação, tentando encontrar soluções eles vão trabalhar com a formulação de hipóteses, eles vão discutir para ver se aquelas hipóteses são adequadas ou não são, eles podem eventualmente ainda nessa primeira etapa fazer buscas de informações em livros, ou com pessoas, com especialistas, conversar com a comunidade. Eles podem fazer um pequeno survey na comunidade deles para ver o que a comunidade, pai e mãe, tio, a vó, pensam sobre aquela questão. (VL, ex08, 2022).

A *Pergunta do estudante*, categoria intermediária que emerge do discurso de Galiazzi e Ramos, é um dos meios de iniciar a pesquisa. Em contraponto, mas que pode ser visto como um complemento, Lima apresenta uma segunda hipótese que é o professor criar um clima em sala de aula aberto ao diálogo de modo que o estudante tenha a oportunidade de discorrer seus conhecimentos empíricos sobre o tema, e permitir que os participantes iterem-se com o tema por meio de buscas em fontes de informações disponíveis. Outra opção é que desenvolvam uma *survey* com familiares e comunidade sobre o tema. Nesse aspecto, Ramos corrobora as perspectivas de Lima e Galiazzi e apresenta sua concepção acerca dos procedimentos da primeira etapa:

O questionamento é o ponto de partida quer dizer, o questionamento é o momento que a gente pensa quais são as dúvidas que a gente tem? o que a gente quer aprender por meio da pergunta? veja bem que as aulas por meio da pesquisa, por meio da investigação, teve um movimento muito grande nos Estados Unidos que eles chamam de Quarry based learning, é um movimento que é a aprendizagem baseada na investigação, e este movimento americano ele nasce nos anos 1970, 1980, eles partem sempre do questionamento, mas é o questionamento do professor, o professor é que coloca problemas para os alunos investigarem, nós aqui no sul e também tem um grupo que trabalha em São Paulo que foi coordenado, liderado, pela professora

- Sasseron?

- Ana Maria Pessoa de Carvalho. A Sasseron é uma discípula da Ana Maria Pessoa de Carvalho. [...]. (MR, ex05, 2022).

Nesse momento, Ramos aborda sobre o método Ensino por Investigação proposto pela pesquisadora Ana Maria de Carvalho e disseminado por diversos pesquisadores, entre eles Lúcia Helena Sasseron, uma das principais referências no assunto. Ramos exemplifica a principal diferença entre o Ensino por Investigação e a Pesquisa em sala de aula:

A Ana Maria que é da Física, ela é que chama a Aula por investigação, eles também ali predominam essa ideia da pergunta do professor, quer dizer, o professor apresenta problemas e aí os estudantes têm que investigar, nós aqui: Eu, o Roque, a Maria do Carmo, a Valdez e o grupo de gestores aqui do Sul, nós chamamos de Pesquisa em sala de aula e que tem proximidade muito grande com o Educar pela Pesquisa do Demo. Nós entendemos que tem que ser valorizada a pergunta dos estudantes, quer dizer, o estudante tem que perguntar, porque aí é que ele vai ter o interesse, porque aí é que ele vai ser corresponsável em buscar respostas. Então nós entendemos que primeiro: o estudante tem que perguntar, como é que eu faço isso? porque os estudantes não estão acostumados a perguntar, a cultura da nossa escola é uma cultura na qual professor é que faz perguntas, o professor é que pergunta na aula, o professor que diz alguém tem alguma dúvida e às vezes as coisas ficam por ali, o professor faz as perguntas do livro ou o professor faz as perguntas da prova, quer dizer em geral o professor não cultiva o fato do aluno produzir, construir, apresentar seus questionamentos e seus interesses. Então nós sempre trabalhamos com essa ideia de que o estudante tem que ser trabalhado,

tem que ser exercitado, essa é a questão de produzir perguntas. (MR, ex05, 2022).

Ramos narra uma experiência que o professor pode implementar em uma aula de Química,

[...] como é que isso se dá no nosso entender? vamos supor a gente pega uma vela e pede para o aluno examinar ela apagada. Depois pede para ele acender a vela, pede para colar a vela na cera, observar, e a gente pede para ele fazer perguntas, e aí quantas quiserem. Tem aulas que eu fiz assim com os estudantes por exemplo, que eles fizeram somando as perguntas deu mais de 100 perguntas ao total, e aí o professor vai olhar para essas perguntas, vai discutir com eles, vai tentando construir respostas com eles, mas algumas perguntas são mais complexas, são perguntas que a gente chama de perguntas investigáveis. (MR, ex06, 2022).

Nesse caso, o pesquisador discorre sobre as perguntas as quais para responder o estudante precisa buscar dados e não apenas optar pela resposta sim ou não. Ramos exemplifica:

No experimento da vela, mas como eu disse a gente pode dar um vídeo para os alunos olharem e dizer: “façam perguntas”, ou então ler um texto, texto simples sobre algo e façam perguntas. Em vez do professor fazer perguntas, a ideia é os alunos fazerem as perguntas. Eu faço sempre um exercício com os alunos para entender essa lógica que é bem interessante, eu projeto ali no slide, Power Point, talvez você já tenha até passado por uma aula dessas minhas, em que eu projeto a face, a tela da Monalisa, e aí eu peço para eles olharem para Monalisa e fazerem perguntas. Então eles começam a fazer perguntas, são muitas perguntas que aparece: quando foi feito? quem é que pintou? que método que usou? quem era aquela mulher? o que era aquele sorriso porque não se sabe se ela está alegre ou triste? porque isso, porque aquilo? Então eles vão aprendendo a observar e pela observação vão aprendendo a fazer perguntas. Eu uso esse exercício para depois refletir com eles a necessidade deles fazerem perguntas. (MR, ex07, 2022).

Busca por dados em uma pesquisa foi uma das categorias intermediárias para a qual, conforme Ramos, o professor pode utilizar-se de vários meios para que os estudantes realizem a observação de experimentos, observação de um vídeo, leitura de textos, apresentações em multimídia, entre outros meios, para instigar nos estudantes perguntas sobre o tema a ser investigado. Nesse aspecto, por meio das narrativas apresentadas por Galiazzi, Ramos e Lima, percebem-se as possíveis ações que o professor pode utilizar-se na primeira etapa da Pesquisa em sala de aula.

Vale ressaltar que os pesquisadores reforçam que o professor deve valorizar a pergunta do estudante, de forma a não constrangê-lo pelo questionamento feito, pois isso pode gerar um bloqueio cognitivo. Outro ponto elencado por Ramos e Lima foi que o professor não pode confundir o conceito de busca por dados com pesquisa. Na primeira etapa, o questionamento, os pesquisadores afirmam que o estudante deve ser convidado

a levantar dados sobre o tema. Da fala de Ramos e Lima emerge a categoria intermediária *Diferença entre buscar dados e fazer pesquisa*. Conforme Lima,

[...] a busca de informações é quando tu vai aos livros ou a internet hoje em dia buscar as respostas para questões que já estão sobejamente discutidas, e as respostas estão descritas lá no livro, é válido, e precisa ter essa etapa. Agora a pesquisa é quando o aluno vai em busca de uma resposta que não tem lugar nenhum, ele vai construir a resposta juntando elementos daqui, dali. (VL, ex24, 2022).

Ramos exemplifica essa diferença de conceitos mencionando que:

A pesquisa na internet é um tipo de pesquisa, é uma pesquisa bibliográfica, porque você está buscando o conhecimento, os saberes que estão escritos, isso poderia estar no livro, poderia estar em uma enciclopédia, e poderia estar na internet, então isso é uma pesquisa bibliográfica. Mas nem toda pesquisa que a gente faz ela é bibliográfica, nem toda, é como eu disse, se ele faz uma pesquisa, ele faz um experimento, e que testa e chega a conclusões, isso não é uma pesquisa bibliográfica, isso é uma pesquisa de caráter experimental. Então o que é uma pesquisa no fundo? pesquisar é você ter uma pergunta e sair em busca de respostas, isso é pesquisa, agora um dos modos de fazer isso é procurar na internet, outro modo fazer isso é entrevistar pessoas. (MR, ex31, 2022).

Dessa forma, a *internet* é apenas uma ferramenta que os estudantes podem utilizar para realizar pesquisa, em alguns casos, uma pesquisa bibliográfica. No entanto, existem diversos vieses para os estudantes desenvolverem pesquisa que não seja por meio da internet. Ramos apresenta um exemplo,

[...] eu lembro que uma orientada minha, ela trabalhou com os alunos a Pesquisa em sala de aula e ela estava trabalhando alimentos, e tinha várias perguntas sobre alimentos, sobre veganismo, os alimentos veganos, alimentos macrobióticos, alimentos vegetarianos, e ela não sabia nada disso, ela não estudou isso, mas tinha uma loja na cidade que ela trabalhava, que trabalhava com esses produtos, e ela foi lá conversar com a pessoa e a pessoa era especialista nisso. Então ela convidou essa pessoa para dar uma palestra na sala de aula e a pessoa deu uma baita palestra e aquilo ali ajudou os alunos a responderem as suas perguntas sobre todas essas questões: o que é vegano? o que não é? Eles poderiam ter ido na internet e achar a resposta também, mas isso aí não foi uma pesquisa bibliográfica de buscar respostas, mas foi trazendo alguém que é especialista para falar sobre isso. Então eu penso que esse é um problema, porque a maior parte das pessoas acham que “ah ela vai pesquisar, então ela vai na internet” como se pesquisar fosse ir a internet, pesquisar não é isso. Pesquisar para mim é buscar perguntas, fazer os questionamentos e construir argumentos buscando respostas de várias formas diferentes e comunicar para divulgar e validar os seus resultados, e com isso então aprender uma série de questões, isso sim para mim é fazer pesquisa. (MR, ex31, 2022).

Sobre isso, Demo corrobora a concepção de Ramos afirmando que a prática da busca na internet deve se tornar aliada do professor e não uma concorrente, capaz de tornar-se uma conexão com o mundo e romper fronteiras na sala de aula. Dessas

considerações origina-se a categoria intermediária *Internet como um auxílio na busca por dados*.

Ramos exemplifica que esta prática, de consulta à internet, pode ser percebida como análoga a uma busca em uma enciclopédia, sendo apenas uma etapa no processo de construção do conhecimento por intermédio da pesquisa. Essas ações elencadas pelos pesquisadores vão ao encontro da definição da etapa proposto por Moraes, Galiuzzi e Ramos(2012).

Depois do questionamento, os pesquisadores ressaltam que a próxima etapa consiste na construção de argumentos, contida na categoria intermediária *Segunda etapa da Pesquisa em sala de aula*. Nessa etapa, os estudantes desenvolvem buscas pelo tema, levantamento de dados, nos diversos meios de busca de informações. Nesse aspecto, os pesquisadores Galiuzzi, Ramos e Lima apresentaram características da etapa. Lima afirma que na segunda etapa, o professor é uma figura fundamental no processo, pois ele direciona os estudantes nas fontes e locais onde pode ser realizado o levantamento de dados:

Eu penso que a construção de argumentos ela tem que ser “pare e passo” acompanhada pelo professor, porque o que é, se eu não vou dar respostas sobre o que é fotossíntese, eu tenho que criar condições para que o estudante vá construir esse conceito, ou procurar os elementos principais que são relativos a esse conceito. Então ele precisa estudar e ele vai fazer isso.

Ele vai estudar em sala de aula com o junto com professor, não é em casa, o professor vai indicar as fontes, vai acompanhar, vai ser em grupo para que ele possa discutir com seus pares, ele vai escrever sobre isso, ele vai expor, vão ter rodadas dentro da sala de aula nas quais eles precisam conversar entre eles, quer dizer eles trabalharão em pequenos grupos, mas o grande grupo tem que ser ativado em vários momentos para que comece a haver um consenso em relação a determinados aspectos que vão constituir o conceito. (VL, ex13-14, 2022).

A perspectiva de Ramos coincide com a concepção de Lima, e o pesquisador ainda acrescenta sua compreensão sobre a segunda etapa quando afirma que,

Eu até prefiro chamar de reconstrução de argumentos, porque na verdade a gente sempre tem um argumento, os próprios estudantes sempre tem um argumento mesmo que seja primitivo, mesmo que seja falho, mesmo que seja muito rasante, superficial, senso comum, eles só vão saber fazer uma pergunta se ele já conhece alguma coisa, eles não conseguem fazer uma pergunta sobre algo que eles não sabe absolutamente nada. Então quando eles fazem uma pergunta ele já tem alguma possibilidade de resposta. Então o que eu penso é o seguinte: o segundo momento, o momento da reconstrução do argumento, vai depender muito do tipo de pergunta que eles vão ter que buscar a resposta. (MR, ex08, 2022).

Ramos exemplifica as ações que caracterizam a segunda etapa na prática da sala de aula,

[...] isso aí pode acontecer de várias formas, ou os alunos escolhem as perguntas que eles formularam para ir buscar as respostas, ou Professor ver as perguntas que são mais investigáveis e divide entre os grupos, e aí então o professor pergunta para os alunos: “bom as perguntas estão aqui, e agora vocês vão planejar o modo de buscar resposta para essas perguntas”, e aí eles vão pensar que modo: “será que bastaria ir a internet e buscar a resposta das perguntas?” “Será que lá já tem algumas respostas?” “Será que tem livros que tem essas perguntas e essas respostas?” “Será que dependendo da pergunta, será que teria algum experimento que eu poderia fazer para poder fazer um projeto de modo a buscar respostas de um modo experimental?” “Será que eu poderia convidar alguém especialista por exemplo, que conhece isso aí, e que viesse aqui dar uma palestra na sala de aula? e a partir da palestra dele buscar respostas para essas perguntas?” “Será que tem algum vídeo ou vídeos que tratam desse assunto que eu poderia buscar a resposta?” Então veja que é um momento que a gente tem que lançar a mão de uma forma dessa, ou de várias formas dessas para tentar buscar a respostas, possibilidades de respostas para essa pergunta. (MR, ex09, 2022).

Verifica-se que os exemplos apresentados por Ramos, vão ao encontro da fala de Lima, pois a pesquisadora afirma que o professor nesse momento é o responsável por guiar os estudantes nas fontes onde podem encontrar o conteúdo pretendido. Corroborando as afirmações de Lima e Ramos, Galiuzzi ressalta que o professor ao guiar os estudantes por meio da literatura, na busca por levantamento de dados, ou informações, os estudantes ainda são protagonistas da situação. A intervenção do professor faz-se necessária, pois a tomada de decisão equivocada pelo estudante, pode desmotivá-lo a continuar no processo de pesquisa.

Com o questionamento realizado e a busca por informações concluída, os estudantes iniciam o processo da construção de uma nova ideia por meio dos dados coletados. Ao começarem a discursar sobre o que ocorre depois do questionamento, os pesquisadores produziram fragmentos que possibilitaram a emergência da categoria intermediária *Terceira etapa da Pesquisa em sala de aula*, denominada de Comunicação. De acordo com Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012, p.8), nesta etapa a pesquisa precisa evoluir, é necessário que “[...]atinja um estágio de comunicar resultados, de compartilhar novas compreensões, de manifestar novo estado do ser, do fazer e do conhecer, o que contribui para a sua validação na comunidade em que esse processo está se dando.”.

Na etapa da comunicação, Ramos e Lima apresentaram as suas concepções a respeito dos procedimentos em sala de aula que configuram esse momento. Ramos é

cirúrgico em descrever os momentos exatamente como consta na teoria da Pesquisa em sala de aula, de acordo com o pesquisador:

A etapa da comunicação é quando os estudantes vão apresentar para os seus colegas, os professores, em um debate o seu problema e as respostas que ele chegou, e aí o professor vai colocando para os estudantes: “e aí, o que vocês acham tá correto? é isso mesmo? tem lógica?” para fazer os estudantes pensarem juntos, se daqui a pouco todos estão de acordo e o professor acha que é aquilo mesmo, então ele vai dizer “é isso aí mesmo, então esse é o caminho”, aí o professor pode fazer um fechamento, pode fazer uma síntese. Agora se tiver algo que não está correto ele tem que trabalhar isso com os estudantes, mostrar para eles, “vamos lá quem tem outra resposta para isso? quem poderia apresentar um outro argumento?” e pronto até que alguém vai surgir alguma ideia, ou se não surgir nenhuma ideia, então o professor em uma posição difícil, complexa, em que o professor tem que entrar, ele tem que intervir. (MR, ex20, 2022).

É evidente que nessa etapa ocorre a socialização do conhecimento entre os estudantes do grupo, com os outros colegas da turma e com o professor. Nesse momento, segundo Ramos e Galiuzzi, ocorre um processo semelhante a uma comunidade científica, pois os sujeitos desenvolvem um conceito e outras pessoas julgam o trabalho para validar este conhecimento, ou seja, trata-se da categoria intermediária *Validação do conhecimento*.

Para Ramos, a comunicação “[...] tem esse papel de divulgar a resposta que o sujeito chegou ao problema, a situação problema que ele investigou, mas também tem o papel de validar esse conhecimento como verdade, porque se todos ali estão de acordo, se o professor diz muito bem é isso mesmo, então eles estão ajudando esse estudante a validar aquilo como uma verdade.” (MR, ex23, 2022).

Essa ação de compartilhar o conhecimento é o que os pesquisadores denominam de comunicação. Nesse sentido, nos textos da Pesquisa em sala de aula, compreende-se que nessa etapa os estudantes apresentam a sua produção de conhecimento, essa produção pode ser escrita, ou expressada verbalmente. Lima ressalta que na Pesquisa em sala de aula “[...] o produto dele é ele me mostrar que ele construiu um conhecimento sobre o conteúdo conceitual *x* ou sobre o conteúdo procedimental *y*, que eu me propus a que ele aprendesse, que eu ajudei a construir uma estrutura de ensino para que ele aprendesse.” (VL, ex20, 2022). Dessa forma, a pesquisadora ressalta que o mais importante no processo é o estudante demonstra que compreendeu o conteúdo, sem ter necessariamente que apresentar uma produção. A pesquisadora reforça que,

[...] ele não é um pequeno cientista fazendo pesquisa na minha aula, por isso que eu te digo, eu estou desenvolvendo com ele os princípios de pesquisa. Para ele me dar um produto final só se eu tivesse proposto um projeto de trabalho que ele desenvolveria que também funcionaria, mas não é o caso, eu não vejo necessidade disso, eu vejo a necessidade dele construir conhecimento, dele ser autor da sua aprendizagem e dele compreender aquilo que ele fala sobre determinados conceitos científicos que não são trabalhados. (VL, ex22, 2022).

Nesse momento, o entrevistador faz o seguinte questionamento: então de que forma o professor acompanha a produção do estudante? Lima afirma que:

Você tem que constantemente está pedindo para ele escrever, para ele falar, você tem que acompanhar continuamente os grupos dando várias rodadas de conversa com todos os grupos e com todos os alunos do grupos, tem que fazer momentos de síntese parciais durante o tempo todo em que você está estudando determinado conceito. Então o material é esse, ele vai escrever no caderno dele as aprendizagens dele, tu tem que olhar o caderno. [...]. (VL, ex23, 2022).

Embasado na teoria da Pesquisa em sala de aula, a partir da fala da pesquisadora, surge um novo questionamento, e Lima responde,

Jefferson: *- essa escrita no caderno dele, não é o que está descrito no texto do Moraes Galiazzi e Ramos como um produto? essa escrita dele não é um produto? não é a produção de conhecimento dele?*

Valderez: *- É a produção de conhecimento dele, sim, é que tu me perguntaste como um produto, eu entendi como um produto formal ao final, não é o final, isso é gradativo, a cada vez que ele escreve alguma coisa no caderno, ou ele produz um vídeo, ou ele cria uma peça de teatro, ou ele cria um folder, em ciências é bem comum a gente fazer isso criar um folder, criar um livreto para discutir com a comunidade, ele está me mostrando a aprendizagem dele, se quiser chamar de produto sim, é que produto para mim tem uma conotação de ser algo acabado. (VL, ex 23, 2022).*

De acordo com Lima a produção apresentada pelo estudante é um produto do processo de conhecimento que o mesmo construiu ao percorrer as etapas da Pesquisa em sala de aula. A pesquisadora ainda ressalta que esses estudantes podem apresentar esse produto por escrito ou verbalmente na sala de aula, conforme ressaltou Ramos. Vale salientar que essa discussão sobre a produção do estudante ser considerada um produto não se encerra neste momento, será retomada na seção 7.7 e no próximo capítulo.

Conforme ressaltado por Lima, as etapas da Pesquisa em sala de aula é um processo recursivo em que o Professor pode percorrer na ordem em que o momento em sala de aula exige. Em relação a isso, foi questionado aos pesquisadores em qual etapa está prevista o erro do estudante. As respostas dadas a essa pergunta apresentaram algumas semelhanças que originaram a categoria intermediária *O erro do estudante está presente em todas as etapas do processo*. Além de estar em todas as etapas, Galiazzi e

Ramos afirmam que acerca disso, é papel do professor utilizar da recursividade da pesquisa pra voltar na etapa anterior e em parceria com o estudante solucionar a fonte do erro. A seguir, apresenta-se a categorização das contribuições da pesquisa.

7.3 CONTRIBUIÇÕES DA PESQUISA

A categoria **Contribuições da Pesquisa** emerge do agrupamento de quatro categorias intermediárias apresentadas no Quadro 39.

Quadro 39 - Frequência das categorias sobre Contribuições da pesquisa

Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
Aprendizagem passa pela participação e produção do estudante (PD)	Estudante como sujeito principal no processo de aprendizagem (3)	Contribuições da Pesquisa (12)
O erro conceitual no protagonismo do estudante (MG)		
O protagonismo do estudante (VL)		
A evolução da escrita e argumentação dos estudantes com a Pesquisa em sala de aula (MG)	Contribuições da Pesquisa em sala de aula na formação do estudante (5)	
Vantagens do uso da Pesquisa em sala de aula (MR)		
Vantagens do uso da Pesquisa em sala de aula (MR)		
A diferença entre a postura do estudante no ensino tradicional e na Pesquisa em sala de aula (MR)		
O processo de construção do conhecimento (VL)	Contribuições da Pesquisa na argumentação do estudante (1)	
A evolução na argumentação do estudante por meio do processo de pesquisa (VL)		
As vantagens da Pesquisa em sala de aula para o Professor (MR)		
As vantagens de utilizar a Pesquisa em sala de aula (VL)	Vantagens da pesquisa para o estudante e para o professor em sala de aula (3)	
Sobre as vantagens de utilizar a Pesquisa em sala de aula (VL)		

Fonte: Elaborado pelo autor(2023).

A categoria intermediária *Contribuições da Pesquisa sem ala de aula na formação do estudante* foi a maior categoria, com cinco categoriais iniciais, a segunda categoria com mais excertos foram *Estudante como sujeito principal no processo de aprendizagem* e *Vantagens da pesquisa para o estudante e para o professor em sala de aula* com três categorias iniciais cada.

Na entrevista os pesquisadores apresentaram algumas contribuições por meio das diversas experiências presenciadas ao longo da carreira acadêmica das quais, por suas semelhanças, originaram a categoria intermediária *Contribuições da Pesquisa em sala de aula na formação do estudante*. Lima evidencia que na Pesquisa como princípio educativo o professor incentiva o estudante a pensar, raciocinar e “[...] incentiva o estudante a ser autor das suas ideias, vai incentivar o estudante a fazer uma reflexão para ver se o que ele está dizendo é pertinente ou não, a buscar informações que o ajude a agregar mais elementos para eles poderem discutir aquela questão.” (VL, ex11, 2022). De fato, ao instigar os estudantes a buscarem conhecimentos sobre o tema discutido e ouvir as suas percepções sobre o tema, o professor motiva o estudante a desenvolver a pesquisa com mais afinco uma vez que, segundo Demo, “[...] a aprendizagem passa pela pesquisa, passa pela participação do estudante e pela produção dele.” (PD, ex01, 2022). Esse processo, segundo os pesquisadores, é uma das muitas contribuições da Pesquisa como princípio educativo.

Os pesquisadores Lima, Galiazzi e Ramos apresentaram em suas falas diversas contribuições da pesquisa. Lima contribui nessa discussão elencando que a pesquisa contribui diretamente na,

[...] comunicação oral, embora eu não tinha visto nenhum estudo aprofundado sobre isso, que seja só sobre isso, é uma questão que é inegável. A gente vê a forma como um aluno que tem uma trajetória de trabalho com Pesquisa em sala de aula, quando ele está imerso nesse ambiente, como ele tem uma capacidade de comunicação oral muito grande, e também a construção do conhecimento científico, ela transparece nos argumentos que ele usa para defender determinadas ideias. (VL, ex04, 2022).

Além do desenvolvimento da comunicação oral, Lima apresenta outras contribuições, implicando na emergência da categoria intermediária *Estudante como sujeito principal no processo de aprendizagem*,

[...] ele vai como protagonista dos processos de aprendizagem, ele vai ter muito mais chance de construir os conteúdos gerais dos Campos conceituais da disciplina pela forma como as ações são encaminhadas, e ele coloca a mão

na massa para fazer isso. Mas ele aprende a dialogar, ele aprende a respeitar a opinião dos outros, coisa que está tão faltando nos dias de hoje.

Ele desenvolve uma habilidade de falar em público corretamente, descrever quando necessário algo que seja autoral sem realizar cópia. Então tudo isso ajuda o sujeito a ter uma formação integral que é mais consistente. (VL, ex25-26, 2022).

O discurso de Galiazzi vem a corroborar a fala de Lima acrescentando que em sua prática em sala de aula nas disciplinas de licenciatura em Química:

Bom, é o que eu sempre ouvi nas próprias aulas de Química dos meus colegas que eu trabalhava na licenciatura, eles diziam assim, os meus colegas que trabalham na área da química específica, “os alunos da licenciatura sabem argumentar e escrever muito melhores do que os nossos do bacharelado” por que isso era exercitado, porque eu tinha disciplina que eles me viam todos os semestres, eu tinha oito disciplinas com eles fazendo isso, obviamente acabava que eles aprendiam a escrever e a se posicionar melhor. (MG, ex24, 2022).

A pesquisadora evidencia unidades de significados em suas respostas que originam a categoria intermediária *Contribuições da pesquisa na argumentação dos estudantes*, tanto na escrita quanto no posicionamento em público, segundo Lima e Galiazzi. Nessa mesma perspectiva, Ramos acrescenta que um fator positivo da Pesquisa em sala de aula “[...] é a questão do aluno se interessar mais, quando ele tem uma pergunta ele se interessa mais.” (MR, ex14, 2022). Na primeira etapa da Pesquisa em sala de aula, o questionamento, é um fator motivador, pois para Demo e Ramos se o estudante tem uma pergunta ele se interessa por procurar uma resposta. Ramos e Lima discorrem sobre outras contribuições, expressas na categoria intermediária, *Vantagens da pesquisa para o estudante e para o professor em sala de aula* na Educação Básica:

A pesquisa gera muito mais conhecimentos do que o conhecimento de um professor numa sala de aula botando conhecimento no quadro, transmitindo ali. A pesquisa ela amplia isso, porque o sujeito tem que procurar mais conhecimento, mais subsídios para responder a pergunta que ele tem, então ele aprende muito mais, ele estabelece relações entre conceitos. Então eu penso que é mais rico a aprendizagem. A pesquisa também trabalha no interesse dos alunos que eu já falei. A pesquisa coloca o sujeito na posição de protagonista como você já falaste, quer dizer, ele tem que botar a mão, não é o professor que vai fazer para ele, ele tem que buscar, ele tem que responder, ele tem que apresentar as suas respostas. Então o envolvimento com a aprendizagem dele é muito maior do que no ensino tradicional transmissivo em que o sujeito é passivo, quer dizer, na pesquisa o sujeito é ativo, ele tem que fazer a ação da aprendizagem. (MR, ex15, 2022).

De fato, o estudante no centro do processo de aprendizagem desenvolve habilidades e competências que não são elencadas pelos professores em aulas do ensino tradicional. Dessa forma, Ramos ressalta que a pesquisa não aprimora somente a aprendizagem do estudante, mas a prática do professor. Ele afirma que:

Para o professor a pesquisa é legal, porque ela expõe para o professor o conhecimento que o aluno está produzindo, então ele pode lidar com o erro, com a falha, não na perspectiva da punição como é no ensino tradicional em que ele na qual se ele falha se ele erra, ele perde ponto, aquela coisa da punição, mas o professor pode usar o erro como um modo de compreender como o estudante está compreendendo, como estudante está entendendo, porque não está entendendo. (MR, ex16, 2022).

Conforme ressalta Demo, não adianta o professor investir em diversas metodologias de ensino se o estudante não estiver no centro do processo de aprendizagem. Partindo do conceito do estudante ativo no processo de aprendizagem, oriundo da teoria do Educar pela Pesquisa, Ramos estabelece uma simbiose entre a pesquisa, a aprendizagem e os métodos de ensino, de modo que o estudante como sujeito da própria aprendizagem permita ao professor visualizar os conceitos não compreendidos pelo estudante possibilitando a escolha do método de ensino que facilite a sua aprendizagem. O papel do professor é tão relevante no processo da pesquisa, que muitos fragmentos retirados das falas dos pesquisadores entrevistados possibilitaram uma categoria final a esse respeito, descrita na próxima seção.

7.4 PAPEL DO PROFESSOR NA PESQUISA

A categoria **Papel do professor na pesquisa** emerge do agrupamento de oito categorias intermediárias, compostas por 23 categorias iniciais, ambas apresentadas no Quadro 40.

Quadro 40 - Frequência das categorias sobre o papel do professor na Pesquisa

Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
[Continua]		
A mediação pelo professor (PD)	Papel do professor como mediador (7)	Papel do Professor na Pesquisa (23)
Atitudes que o professor deve adotar para engajar os estudantes (PD)		
O cuidado do professor para que os estudantes não reduzam a Matemática apenas para situações de interesse próprio (PD)		
A relevância no período estabelecido para os estudantes realizarem a Pesquisa na sala de aula (PD)		
A mediação feita pelo Professor na Pesquisa em sala de aula (MR)		
Cuidados que o professor deve ter com os estudantes (VL)		
Sobre uma possível intervenção direta do professor (MR)	Formação do Professor de Matemática (1)	
A mal formação do professor de matemática (PD)		
O professor deve valorizar a produção do estudante (PD)	Professor valoriza a produção do estudante	

	(1)	
O papel do professor como autor, cientista e pesquisador (PD)	Papel do professor na Pesquisa em sala de aula (2)	
Ações do professor na Pesquisa em sala de aula (VL)		
Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
[Conclusão]		
Sobre o erro do estudante (MG)	A forma como o Professor deve porta-se frente ao erro do estudante (4)	Papel do Professor na Pesquisa (23)
Sobre o erro do estudante no processo (VL)		
A forma como o professor deve proceder frente ao erro do estudante no processo (VL)		
Sobre como o professor proceder com o erro do estudante (MR)		
A postura do professor na Pesquisa em sala de aula (MR)	Postura do Professor (1)	
A avaliação do estudante na Pesquisa em sala de aula (MR)	Forma como o professor deve avaliar os estudantes na Pesquisa em sala de aula (5)	
A avaliação do estudante por meio de sua produção (MR)		
Concepção de prova para o pesquisador (MR)		
A avaliação processual do estudante na Pesquisa em sala de aula (MR)		
O processo de avaliativo do professor na pesquisa (VL)		
A preparação do professor para utilizar a Pesquisa em sala de aula (VL)	Professor deve prepara-se para desenvolver a pesquisa com os estudantes (2)	
O Professor precisa ter a prática da pesquisa para então poder incentivar os estudantes a pesquisar (VL)		

Fonte: Elaborado pelo autor(2023).

A categoria *Papel do professor como mediador* apresentou a maior frequência de categorias iniciais agregadas e a *Forma como o professor deve avaliar os estudantes na Pesquisa em sala de aula* possui cinco excertos de fala dos entrevistados sendo a segunda maior categoria desta seção. Em seguida, as categorias *A Forma como o Professor deve porta-se frente ao erro do estudante* e *Papel do professor na Pesquisa em sala de aula* possuem quatro e duas categorias iniciais integradas respectivamente. Com dois excertos emerge a categoria intermediária *O Professor deve prepara-se para desenvolver a pesquisa com os estudantes*.

Os pesquisadores destacaram durante a entrevista a vital importância do *Papel do professor na Pesquisa em sala de aula*. Lima afirma que esse papel é tão importante que pode interferir no êxito do processo. Já, Demo afirma que devemos refletir sobre a formação deste professor, de acordo com o pesquisador,

[...] a questão maior é, como você forma o professor de matemática? ele é muito mal formado. Eu acho que dos professores que nós temos desde pedagogos até os outros licenciados, o mais mal formado é o matemático. Então é uma contradição para mim porque de repente é uma das matérias mais estratégicas, todas são importantes naturalmente, mas quando você vai para o mercado mais sofisticado, o mercado que paga bem, sem matemática está difícil, então você está excluindo montanhas de pessoas só porque não consegue lidar com matemática. Então temos que rever isso aí. (PD, ex19, 2022).

Em relação à *formação do professor de Matemática*, o curso de Licenciatura em Matemática possui uma matriz curricular pensada em duas vertentes: formação de conteúdo voltado para as exatas, formação pedagógicas com disciplinas voltadas para as humanas. Na área das exatas destacam-se disciplinas como: Cálculo Diferencial e Integral I, II, III, IV; Cálculo Numérico; Álgebra I, II; Álgebra Linear I, II; Funções de variáveis complexas; Análise Matemática; Geometria Plana; Geometria Analítica. Enquanto que entre as disciplinas na área de formação do professor: Psicologia da Educação; Metodologia do Ensino, Estágio Supervisionado I, II, III; Filosofia da Educação; História da Educação; Política e Organização da Educação Básica; entre outros. Como evidenciado no Capítulo oito, seção 8.2, é possível verificar que, em geral, nos cursos de Licenciatura em Matemática é dispensado um número menor de disciplinas voltadas para formação pedagógica do professor. Destaca-se, diante disso, a necessidade de uma intensificação em relação à quantidade de disciplinas nesta área para que o conhecimento pedagógico do professor possa ser ampliado e aprofundado.

Nessa perspectiva, Lima corrobora a proposição de Demo e ressalta que se o professor não presenciou o processo de pesquisa na sua formação, então ele tem dificuldades de aceitar e aplicar esse método de ensino em suas aulas. De acordo com Lima,

[...] o professor de um modo geral, eu não vou nem dizer da Educação Básica, eu vou dizer o professor de um modo geral, não está preparado para trabalhar com os princípios de pesquisa, porque ele próprio não vivenciou a pesquisa escolar, nem acadêmica, essa questão de clube de ciências, de feira de ciências e iniciação científica, isso são nichos para poucos. Então o professor para trabalhar dessa forma, ele precisará estudar, ele precisará participar de grupos de estudo, eu acredito mais em grupo de estudo não em palestra, e

pegar um livro sozinho, mas grupo de estudos, de reflexão sobre a prática e nessa interlocução; constrói, estuda, discute, chama o especialista quando é necessário, vai lá aplica na sala de aula, volta com os resultados discute novamente com os pares. (VL, ex16, 2022).

A pesquisadora ainda ressalta que,

[...] o professor precisa estar preparado para abraçar isso, porque senão ele não tem os elementos para poder fazer um trabalho desse, e adiante muitas vezes ele próprio não tem autoria na sua escrita por exemplo. Tudo isso o livro do Demo até trata também quando na segunda parte ele fala da pesquisa no professor, basicamente o que ele defende é isso que o professor tem que...

Jefferson: *- primeiro começa a fazer pesquisa para depois conseguir aplicar em sala de aula,*

Valderez: *- É, ele tem que ser autor da sua prática pedagógica, ele não pode ser um reprodutor das sugestões que os livros dão, ou o que ele viu o outro professor fazer, fazer isso de uma forma mecânica e sem saber o que está fazendo. É voltando lá para tudo que te falei, é responder a pergunta: por que que eu estou fazendo dessa maneira e não de outra? eu tenho que saber dizer isso, fundamentado teoricamente, essa é a fundamentação teórica que eu tenho que ter para poder para defender meu argumento, de que assim funciona e do outro jeito não funciona. (VL, ex18, 2022).*

A vivência do processo de pesquisa é fundamental para que o professor possa desenvolver esse método de ensino em suas aulas, pois, segundo Demo, se o professor não vivenciou essa prática, apenas com a leitura teórica, ele não tem experiência para desenvolver na sala de aula da Educação Básica. É com esse sentido que Lima ressalta que *O professor deve preparar-se para desenvolver pesquisa com os estudantes.*

Os pesquisadores destacam o *Papel do professor como mediador*. Segundo Lima, Demo e Ramos, o professor tem um papel de mediador da aprendizagem para auxiliar os estudantes. Conforme Lima, o professor *“[...] tem que acompanhar, ele tem que desafiar, ele tem que fornecer as fontes, ele tem que responder na hora que ele acha que é preciso responder, porque se ele não responder o aluno não vai adiante.”* (VL, ex10, 2022). Nessa mesma perspectiva, Ramos apresenta as mesmas atribuições do professor e complementa afirmando que *“o professor vai fazer a mediação no sentido de favorecer a aprendizagem dos estudantes.”* (MR, ex17, 2022). Nesse aspecto, Demo define a mediação como *“a mediação do Vygotsky, mediar é cuidar para que o aluno aprenda, não é ensinar[...].”* (PD, ex11, 2022). Portanto, o papel do professor no desenvolvimento da Pesquisa em sala de aula, conforme Demo e Lima, é cuidar (mediar) para que o estudante esteja no centro da aprendizagem.

Além disso, Demo reforça que o professor deve engajar os estudantes durante o processo. A motivação, a palavra positiva e o incentivo são ferramentas fundamentais que

o professor pode utilizar como combustível para incentivar os estudantes. Além disso, Demo destaca o papel do professor na mediação com o reducionismo na escolha de temas dos estudantes, segundo o pesquisador:

Eu penso que sempre é o útil você conseguir trazer matemática para o cotidiano dos estudantes, isso é uma ideia boa eu acho, o que eu acho ruim é você reduzir matemática aquilo que os estudantes acham que é importante para eles, entendeu? porque aí eles vão ficar com matemática menor que é possível, e você como professor de matemática tem que cuidar disso. (PD, ex16, 2022).

É interessante que os estudantes escolham temas que rodeiam o próprio cotidiano, porém, é função do professor cuidar para que o tema selecionado seja de relevância para o grupo escolar e não somente para um estudante. Nesse contexto, Ramos destaca que o professor deve engaja-los, participando do processo junto com os estudantes, valorizando a sua produção, segundo Ramos, “o aluno vai pensar e a gente vai pensar junto com eles”. (MR, ex12, 2022). Dessa forma, o *Professor valoriza a produção do estudante*.

Um outro aspecto evidenciado por Galiazzi, é que em aulas regulares na Educação Básica é impossível o professor desenvolver pesquisa com os estudantes, devido ao período de tempo necessário para se realizar a Pesquisa em sala de aula. Isto porque em uma aula de 50 minutos é inviável que os estudantes perpassem pelas três etapas. Galiazzi e Demo concordam ao afirmar que o professor deve investir na pesquisa para além da sala de aula, por meio da qual os estudantes possam desenvolver pesquisa no turno oposto, ou desenvolver um projeto que dure o semestre ou o ano letivo.

Ramos enfatiza alguns aspectos sobre a postura do professor. Na sua fala, diz que o professor não deve dar resposta ao estudante, ou interferir diretamente no processo de tomada de decisão dos estudantes, mas sim participar do processo, questionando e proporcionando um ambiente favorável para que ele expresse seus pensamentos e discorra sobre o tema, valorizando inclusive a sua produção.

No momento em que o estudante sente confiança para expor seus pensamentos e opiniões sobre o tema, o professor deve cuidar para que essa confiança não seja rompida, criando uma barreira na qual o estudante não sentira mais confiança para expressar-se. Lima afirma que,

[...] quando o aluno traz alguma ideia equivocada a respeito de um determinado conceito científico, o que se tem que fazer é buscar compreender como é que ele raciocinou para chegar naquela pergunta, fazer uma pergunta simples: como você pensou para me dizer isso? e aí vai acompanhando.

O caminho teoricamente falando é esse, é sentar com ele, conversar, e dizer me explica, como você chegou até aqui? porque tu acha que é isso? então ele vai conseguindo relatar, as vezes ele se dá conta disso. Já me aconteceu, quando sentar para conversar com ele, às vezes ele próprio se dá conta “ah não mas pera aí um pouquinho, isso aí que eu disse era tal não é tal” ele mesmo se dá conta, ou se ele não se dá conta a gente para naquele ponto, vai discutir, vai conversar e vai até fazer uma exposição oral para ele sobre aquele aspecto do conceito, se for esse o caso. (VL, ex27-28, 2022).

Além de Lima, Demo ressalta a intervenção do professor no processo de pesquisa quando o estudante comete um equívoco. Ele afirma que ele deve instigar o estudante a expressar a sua forma de raciocínio, para que ao expressar-se o próprio estudante se dê conta do equívoco feito. Nessa perspectiva, Galiuzzi afirma que na área de exatas os professores costumam encarar o equívoco do estudante como um erro, e não cuidam em observar os caminhos que possibilitaram chegar na resposta dada. A pesquisadora apresenta um exemplo em que o professor descuidou-se ao encarar um erro conceitual do estudante,

[...] teve uma situação que me ensinou muito, que foi a pergunta que eu fiz, “o que são ácidos e bases?” Você vê que é uma pergunta da Química, e isso eles estavam no terceiro ano da graduação, e eles responderem. Então eu tinha um conjunto de diferentes compreensões do que era ácidos e bases. Tinha arrhenius, tinha os que tinham avançado nos ácidos moles e nos ácidos duros que são conceitos mais recentes, e eu colocava isso tudo em discussão. Mas teve uma afirmativa, que eu diria assim que eu não soube trabalhar, ou seja, todas essas informações dos alunos algumas eram mais adequadas, outras historicamente ultrapassados, mas teve uma que dizia assim: “ácido é o que tem h na frente e base são os que tem um h atrás”. Então isso eu coloquei em discussão, obviamente na medida que os alunos da Química encontraram isso, estávamos todos em aula, foi um espanto que alguém lá dentro tivesse colocado isso. Então de certa forma eu expus um erro, eu expus uma limitação muito forte do aluno. Então isso é um cuidado que a gente precisa ter em trabalhar com isso, porque obviamente os alunos sabem que a gente conhece a resposta correta. Então por isso esse movimento tem que ser mais vagaroso, essa situação me ensinou muito. (MG, ex23, 2022).

No exemplo narrado por Galiuzzi, nota-se que é um procedimento complexo quando trata-se de salas de aula da Educação Básica, pois uma atitude como essa pode gerar no estudante um bloqueio cognitivo que não o permitirá expressar-se em outras aulas ou quem sabe na vida. Portanto, a pesquisadora destaca a forma como o professor deve porta-se frente ao erro do estudante.

Ramos ainda destaca *A forma que o professor deve avaliar os estudantes no processo de pesquisa*, segundo o pesquisador:

A avaliação na pesquisa ela se dá a partir do processo todo que foi vivenciado e das produções seja isso que eu falei, ou um texto escrito, ou um vídeo, um power point, enfim são as produções dos alunos, textos, cartaz, enfim várias

formas de manifestar, explicitar, de apresentar a resposta ao problema, quer dizer, o que ele aprendeu nesse processo. (MR, ex25, 2022).

O pesquisador complementa:

Eu vejo que a própria avaliação tem outro caráter, a avaliação tem caráter de compreensão e não um caráter de seleção e classificatório, não interessa se o aluno é 10; 9; 5; 4; interessa se ele aprendeu ou não aprendeu, é isso que interessa e também na pesquisa a gente quer estimular sempre que o aluno escreva, tanto escreva quanto fale e também que leia e escute. (MR, ex18, 2022).

Conforme ressalta Ramos, a avaliação no processo de pesquisa é processual, ou seja, o professor avalia o desenvolvimento dos estudantes no decorrer das etapas da pesquisa. Essa avaliação é feita da sua produção e não uma prova que se aplica para atribuir uma nota quantitativa. A seguir, apresenta-se os *Exemplos da Pesquisa em sala de aula* apresentados pelos pesquisadores.

7.5 EXEMPLOS DA PESQUISA EM SALA DE AULA

A categoria **Exemplos da Pesquisa em sala de aula** emerge do momento inicial da entrevista na qual foi pedido aos pesquisadores que narrassem alguma intervenção com a Pesquisa em sala de aula, de preferência na Educação Básica. Essa categoria tem 12 categorias intermediárias, das quais sete categorias iniciais são exemplos de diversos momentos da pesquisa tais como: Falta de motivação; Uso da *internet* para realizar buscas; Produção de conhecimento; Construção de argumentos, entre outros, já utilizadas para exemplificar situações relatadas nas seções anteriores. Portanto, essas categorias não serão explicitadas nessa seção. O Quadro 41 apresenta a fragmentação das categorias que resultam nos Exemplos da Pesquisa.

Quadro 41 - Frequência das categorias sobre Exemplos da Pesquisa em sala de aula

Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
[Continua]		
Exemplo de um processo de autoria dos estudantes (PD)	Exemplo da autoria do estudante (1)	
A aplicação da Matemática nas tecnologias do cotidiano (PD)	Exemplos da Matemática aplicada na realidade (2)	
A Matemática elementar do cotidiano e a Matemática complexa da escola (PD)		
Exemplo da perda de interesse dos estudantes	Exemplo da falta de motivação na escola (1)	

com o avanço nas etapas escolares (PD)		Exemplos com a Pesquisa em sala de aula (18)
Exemplo da utilização de site para realizar buscas na internet (PD)	Exemplo do uso da internet para realizar pesquisa (1)	
Exemplo do processo de produção de conhecimento do estudante (PD)	Exemplo da produção de conhecimento do estudante (1)	
Experiências do pesquisador com a Pesquisa em sala de aula (MR)	Exemplos de intervenções com a Pesquisa em sala de aula (5)	
Exemplo prático da Pesquisa em sala de aula realizado pela pesquisadora (MG)		
Exemplo de um trabalho com a Pesquisa em sala de aula (MR)		

Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
[Conclusão]		
Exemplo de um trabalho com a Pesquisa em sala de aula (MR)	Exemplos de intervenções com a Pesquisa em sala de aula (5)	Exemplos com a Pesquisa em sala de aula (18)
Exemplo da aplicação da Pesquisa em sala de aula pela pesquisadora (VL)		
Exemplo de como ocorre a construção de argumentos dos estudantes na disciplina de Matemática (MG)	Exemplo da construção de argumentos (2)	
Exemplo da construção de argumentos na matemática (MG)		
Exemplo do processo de instigar o estudante a questionar (MG)	Exemplo da forma de instigar os estudantes a questionar (1)	
Exemplo de um erro conceitual do estudante e da forma que o professor interveio (MG)	Exemplo da intervenção do professor em um erro do estudante (1)	
Exemplo de experiências que visa valorizar a pergunta do estudante (MR)	Exemplo de proposta de ensino pautada na pesquisa (1)	
Exemplo de experimento que demonstra a necessidade do estudante fazer perguntas (MR)	Exemplo da pergunta do estudante (1)	
Os procedimentos da segunda etapa da Pesquisa em sala de aula (MR)	Exemplo dos procedimentos operacionais da segunda etapa (1)	

Fonte: elaborado pelo autor(2023).

Durante a entrevista, Demo afirmou que é um teórico da Pesquisa como princípio educativo, no qual o Educar pela Pesquisa é uma filosofia de ensino em que o professor pode inspirar-se para mudar a sua prática profissional e o conceito da aprendizagem do estudante. Todavia, o pesquisador ressalta que por ser um filósofo e sociólogo, não foi à sala de aula aplicar sua teoria. Porém ele ressalta que presenciou um trabalho de uma professora de Matemática de uma escola da rede pública em Campo Grande que aplicou o Educar pela Pesquisa, e que acompanhou o processo realizado e que se sentiu à vontade para compartilhar:

Lá em Campo Grande nós fizemos uma experiência de uma professora de Matemática bem diferente, ela pegou cinco meninas e tentou motiva-las a estudar o Teorema de Pitágoras, naturalmente com meninas já é mais arredo, no começo elas não quiseram depois foram pegando. Então ela deu uma sugestão interessante, vocês vão fazer um filme, vão fazer um vídeo de celular, explicando o teorema. Ai elas gostaram da ideia, ai foram estudar o teorema, então elas não tiveram aula, elas foram estudar o teorema, entenderam o teorema, e fizeram o vídeo que eu vi, o que aconteceu ai, uma autoria de Matemática. (PD, ex08, 2022).

Ao propor que as estudantes estudassem o Teorema de Pitágoras para fazer o vídeo, a professora descentralizou o ensino e permitiu que as cinco estudantes assumissem a autoria da sua aprendizagem. De fato, esse *Exemplo da autoria do estudante*, que constituiu umas das categorias intermediárias, apresentado por Demo é característico da Pesquisa como princípio educativo, pois ao buscar sobre o teorema na internet ou em livros didáticos, as estudantes ressignificaram o conteúdo para apresentar a professora, gerando uma aprendizagem significativa do conteúdo.

Os autores da Pesquisa em sala de aula, Galiuzzi, Ramos e Lima, apresentaram diversos exemplos que simulam situações que podem ocorrer durante uma prática com a pesquisa no contexto da sala de aula, estas suposições estão distribuídas nas seções de forma a exemplificar o contexto abordado. Com relação ao relato de uma experiência própria, Galiuzzi narra a seguinte prática:

Eu passei para a área de Estágio da Química e foi aí que eu fiz também Pesquisa em sala de aula com os alunos que envolviam o encontro deles com a escola. Então eles analisavam, primeiro eles escreviam esses encontros, foi um projeto muito bonito que durava dois anos, em que eles iam para escola e escreviam sobre as impressões que eles tinham da escola e ao mesmo tempo fazia o curso, e lá no final então, se pegavam esses diários deles que eram de 4 semestres, e eles analisavam, e disso virava o seu TCC. Então esse é um exemplo de Pesquisa em sala de aula que eu fiz ali com os alunos da graduação. (MG, ex02, 2022).

Na mesma perspectiva prática, Lima apresenta sua intervenção com a Pesquisa na sala de aula:

Foi um grupo do Maurivan. Ele trabalhava com todos os professores, era um projeto de pesquisa aprovado com financiamento. Então a gente fazia, ele era o coordenador e eu trabalhava junto, e não me lembro mais quem, mas acho que era só eu e ele, eram todos os professores do município de Guaíba, se não me engano. Então eles vinham para a universidade e a gente fazia grupos de estudo, tratava do assunto, eles criaram alguma coisa amparados nos princípios da pesquisa para ser utilizado na sala de aula, foram lá fizeram, e traziam isso para sala de aula e a gente discutia. Bom, mas isso levou, vou te dizer por baixo que era um ano de trabalho, mas eu acho que era mais foram dois anos. (VL, ex17, 2022).

Nota-se que nos dois exemplos apresentados por Galiazzi e Lima, a intervenção proposta foi na formação de professores da Educação Básica. Um projeto de pesquisa que objetiva apresentar o conceito de pesquisa aos professores e apoiar o desenvolvimento na sala de aula é fundamental e pouco desenvolvido atualmente, isso porque, a maior parte das formações continuadas não propõe esse tipo de intervenção, o que favorece que os professores continuem desconhecendo esses métodos de ensino que poderiam facilitar a aprendizagem do estudante. Dessa forma, esses professores, muitas vezes, só têm acesso a essas reflexões por meio da pós-graduação a qual, infelizmente, não é a realidade de todo funcionário da rede pública estadual e municipal de ensino. Nesse contexto, pode-se afirmar que esse é um dos fatores que contribui para a vigência do ensino tradicional.

Na sua entrevista, Ramos inicialmente afirma que sempre desenvolveu pesquisa com os estudantes na área da Química, o pesquisador relata quando começou a suas experiências,

[...] então desde a minha formação na graduação, eu trabalhava muito com essa questão de experimento, na verdade eu comecei em casa, minha mãe era professora e ela trazia livros de experiências, eu deveria ter uns 12 anos, 13 anos. Eu pegava aquele livro de experiências e eu testava aqueles livros, testava os roteiros e experimentos para ver como é que funcionava, aquelas coisa simples de colocar uma folha de parreira no álcool para ver o que acontecia e ela amarelava e o álcool ficava Verde, coisas assim, eu era de fazer experiências. Depois eu montei um laboratório em casa, comecei a fazer experimentos variados, eu tinha essa tendência já desde cedo. Aí eu e o Roque, fomos trabalhando até que a gente se encontrou nessas ideias da Pesquisa em sala de aula que a gente sempre achou que esse era o modo de aprendizagem mais adequado. [...]. (MR, ex01, 2022).

Em seguida, Ramos apresenta uma das práticas de ensino que preferiu compartilhar,

[...] então muitos experimentos que eu fazia com os alunos sobre a queima da vela por exemplo, eles tinham que fazer perguntas sobre o fenômeno da vela e aí a partir das perguntas eu ia discutindo com eles e a gente ia fazendo novos testes, novos testes e tal, até ficar com conhecimento amplo sobre o fenômeno, e assim vai. Tem muitos fenômenos que a gente usava na Química, e em geral eu partia das perguntas dos estudantes, e aí a partir das perguntas deles a gente ia tentando buscar respostas. E daí então que surgiu então as ideias da Pesquisa em sala de aula. (MR, ex01, 2022).

No exemplo apresentado por Ramos, percebem-se as etapas da Pesquisa em sala de aula explicitamente, sem que o pesquisador precise falar sobre elas. As experiências nas aulas de Química e Física, sempre atrai a curiosidade e interesse dos estudantes, fato esse que deve ser usado por professores da área para desenvolver a pesquisa com os estudantes.

Nos relatos nota-se que os pesquisadores da Pesquisa em sala de aula possuem uma bagagem de experiências práticas, comprovadas por meio dos seus artigos publicados e seus currículos lattes. No entanto, é interessante ressaltar que até mesmo os pesquisadores cometem erros ao desenvolver práticas em sala de aula, assim como exemplificado por Galiazzi,

[...] teve uma situação que me ensinou muito, que foi a pergunta que eu fiz, o que são ácidos e bases? Você vê que é uma pergunta da Química, e isso eles estavam no terceiro ano da graduação, e eles responderem, então eu tinha um conjunto de diferentes compreensões do que era ácidos e bases. Tinha arrhenius, tinha os que tinham avançado nos ácidos moles e nos ácidos duros que são conceitos mais recentes, e eu colocava isso tudo em discussão mas teve uma afirmativa, que eu diria assim que eu não soube trabalhar, ou seja, todas essas informações dos alunos algumas eram mais adequadas, outras historicamente ultrapassados mas teve uma que dizia assim: “ácido é o que tem h na frente e base são os que tem um h atrás”. Então isso eu coloquei em discussão, obviamente na medida que os alunos da química encontraram isso, estávamos todos em aula, foi um espanto que alguém lá dentro tivesse colocado isso. Então de certa forma eu expus um erro, eu expus uma limitação muito forte do aluno. Então isso é um cuidado que a gente precisa ter em trabalhar com isso, porque obviamente os alunos sabem que a gente conhece a resposta correta, então por isso esse movimento acho que esse movimento tem que ser mais vagaroso, essa situação me ensinou muito. (MG, ex23, 2022).

Isso evidencia que o professor da Educação Básica não deve temer a prática em sala de aula por sentir-se inseguro com o erro, pelo contrário deve motivar-se a desenvolver a pesquisa, pois conforme o que foi dito por Demo, Ramos, Galiazzi e Lima, o erro é um processo natural da aprendizagem. A seguir, apresenta-se os desafios da Pesquisa em sala de aula.

7.6 DESAFIOS DA PESQUISA EM SALA DE AULA

A categoria **Desafios da Pesquisa em sala de aula** é composta por cinco categorias intermediárias que emerge dos fatos elencados pelos pesquisadores sobre eventuais problemas pelos quais os professores da Educação Básica se encontram ao adentram no ambiente escolar. Esta fragmentação está apresentada no Quadro 42.

Quadro 42 - Frequência das categorias sobre Desafio da Pesquisa

Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
O problema da aprendizagem de matemática dos anos iniciais até o ensino médio (PD)	Obstáculos do ensino de Matemática na Educação Básica (1)	Desafios da Pesquisa em sala de aula (7)
O professor que repete a mesma aula e não muda a forma de conduzir a aprendizagem (PD)	Reprodução de conteúdo na aula tradicional (1)	
A falta de compromisso das instituições de ensino com a aprendizagem dos estudantes (PD)	Papel das instituições de ensino superior (1)	
Obstáculos para realizar Pesquisa na sala de aula (PD)	Obstáculos para implementar a Pesquisa na sala de aula (3)	
Obstáculos no conceito da Pesquisa na sala de aula da Educação Básica (PD)		
Considerações de fatores preliminares para a implementação da Pesquisa em sala de aula (VL)		
A dependência do estudante em esperar o conteúdo do professor no ensino tradicional (MG)	Dependência do estudante pelo ensino do professor (1)	

Fonte: elaborado pelo autor(2023).

Na categoria *Desafios da Pesquisa em sala de aula* emergiu a partir de cinco categorias intermediárias advindas de sete categorias iniciais. A categoria com maior unidades de significado foi *Obstáculos para implementar a Pesquisa na sala de aula*, com três fragmentos; com duas unidades de significado têm-se a categoria *Período de tempo necessário para fazer Pesquisa na sala de aula*, as outras quatro categorias se constituíram a partir de uma única categoria inicial. Vale salientar que essa categoria não estava presente nas perguntas da entrevista, emergiu da fala dos pesquisadores.

As falas de Demo e Lima, possibilitaram fragmentos que ao serem agrupados originaram a categoria intermediária *Obstáculos para implementar a Pesquisa na sala de aula*. Conforme Lima, o professor pode encontrar problemas oriundos da comunidade onde a escola está inserida, assim como obstáculos oriundos das condições sociais dos estudantes, para ela:

Então é trazer isso para dentro da sala de aula, agora de que forma? tem mil formas, vai depender da idade das crianças, vai depender das condições da escola, vai depender das condições da comunidade, se tem pai que vai poder ajudar nesse trabalho, se as crianças são absolutamente sozinhas por que o

capital cultural dos pais não permite que elas vão adiante, se a criança tem acesso a fontes de informação confiáveis que o professor vai indicar naturalmente, ou se ele vai ter que levar essas fontes para dentro da sala de aula. Então eu vejo que não tem como a gente pensar num caminho, tu tens que pensar em vários caminhos, em grandes eixos que tu precisa desenvolver, são diversas variâncias que influencia aí na primeira etapa. (VL, ex12, 2022).

As variáveis que envolvem o desenvolvimento da Pesquisa em uma sala de aula da Educação Básica foi bem destacada por Lima, no sentido que o professor inicialmente deve conhecer o público com o qual está trabalhando para então poder planejar a prática da pesquisa. Nesse sentido, em seus estudos, Demo (2011) destaca que o estudante deve estar no centro do processo de aprendizagem, e cada ser tem uma complexidade única, e as suas condições sociais e emocionais interferem diretamente no seu desempenho e comportamento em sala de aula. Outra variável destacada por Lima, corresponde às condições da escola, em algumas instituições de ensino o professor não tem a liberdade de trabalhar livremente com um projeto de pesquisa, por conta de fatores como carga de trabalho, empecilhos apresentados pela supervisão, condições precárias da escola, entre outros. Dessa forma, esse profissional da Educação Básica não tem uma condição básica de trabalho para desenvolver pesquisa.

Outro desafio apresentado por Demo, consiste na troca de profissionais com diferentes formações nas fases escolares do estudante, categoria intermediária *Obstáculos do ensino de Matemática da Educação Básica*. Demo afirma que nos anos iniciais do Ensino Fundamental alguns pedagogos tem dificuldades em ensinar Matemática, e quando esses estudantes adentram aos anos finais do Ensino Fundamental apresentam defasagens que um licenciado em Matemática não tem uma formação adequada para manejar. Dessa forma, segundo o pesquisador,

[...] na escola o estrago de Matemática vem desde o início. Já nos anos iniciais a Matemática vem inferiorizada, às vezes está 10 pontos atrás, 20 pontos atrás, já é uma coisa absurda, que é um problema do pedagogo, o pedagogo não sabe lidar com Matemática, mas também nos anos finais quando entra o licenciado ele não conserta, ele esculhamba mais ainda. Então não vejo saída, a Matemática é inferiorizada nos anos iniciais, super massacrada nos anos finais, e é praticamente liquidada no Ensino Médio. (PD, ex13, 2022).

Essa fala sugere que a quantidade de estudantes que adentram ao Ensino Médio sem ter domínio da aritmética básica é preocupante, e essa defasagem, segundo Demo, está na formação dos estudantes desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

O professor encontra um outro desafio, dentre os elencados pelos pesquisadores Demo e Galiuzzi, cujas categorias iniciais possibilitaram às categorias intermediárias

Reprodução de conteúdos na aula tradicional e Dependência do estudante em esperar o conteúdo por parte do professor. De acordo com Demo, os estudantes da Educação Básica estão acostumados com o ensino tradicional durante a jornada escolar que inicia nos anos iniciais do Ensino Fundamental e vai até Ensino Médio. Nesse aspecto, acrescenta que alguns professores da Educação Básica acabam reproduzindo ano após ano conteúdos em sala de aula, “[...] a gente faz a mesma aula, 20 anos a mesma porcaria, o mesmo exemplo, a mesma piadinha, é um professor totalmente parado no tempo, porque ele acha também que a Matemática está parada no tempo, eu acho isso uma visão totalmente errada.” (PD, ex25, 2022).

Nessa tentativa do profissional da Educação Básica em romper esse paradigma, observa-se que o estudante assume um papel de dependência ao esperar tudo pronto do professor. A fala de Galiazzi complementa Demo quando afirma que,

[...] quando se é aluno, de Ensino Médio e aluno da Educação Básica, é mais difícil, pois são alguns alunos que já tem muito forte essa vontade de conhecer e de aprender. Mas não é norma ao contrário, os alunos são bastantes acostumados pela própria escola a ficar esperando pelos nossos conteúdos”. (MG, ex19, 2022).

Para romper com esses paradigmas, Demo refere-se às instituições de ensino superior. Sua fala origina a categoria intermediária *Papel que as instituições de Ensino Superior*. Ele afirma que essas instituições deveriam estar mais presentes nas escolas da rede pública, tanto no quesito formação continuada para os professores, quanto na aproximação dos estudantes e comunidade escolar com a universidade. De acordo com o pesquisador:

Eu acho que grande parte da falta de aprendizagem na escola é que a escola não tem nenhum compromisso com estudante, nenhum, o estudante está lá de babaca, ele recebe o conteúdo e o professor vai embora acabou. Quando na verdade se o aluno não aprender, a escola não existe. Então eu acho que também as faculdades não fazem um diagnóstico da escola, não sabem o que está acontecendo na escola. (PD, ex30, 2022).

A aproximação entre a universidade e as escolas da rede de ensino facilita a renovação e aprimoramento da formação continuada de professores, favorecendo, dessa forma, as condições de aprendizagem dos estudantes. A seguir, apresenta-se a categorização do *Modelo em uma Produção autoral*.

7.7 MODELO E MODELAGEM EM UMA PRODUÇÃO AUTORAL

A categoria **Modelo e Modelagem em uma Produção Autoral** emerge do agrupamento de três categorias intermediárias originadas a partir de seis categorias iniciais apresentadas no Quadro 43.

Quadro 43 - Frequência das categorias sobre O Modelo e a Modelagem em uma Produção Autoral

Categorias Iniciais	Categorias Intermediárias	Categorias Finais
Diferença entre modelo e produção autoral do estudante para a pesquisadora (MG)	Conceito de modelo e produção autoral (4)	O modelo e a modelagem em uma produção autoral (6)
A concepção do produto produzido pelo estudante para o pesquisador (MR)		
Questionamento do pesquisador sobre uma produção de pesquisa ser um modelo (MR)		
A concepção de modelo e produção do estudante ter validade em outras áreas do conhecimento além da Matemática (MR)		
Ideias de modelo apresentadas pelo pesquisador (MR)	Conceito de modelo (1)	
As fases da modelagem convergirem com as da Pesquisa em sala de aula (MG)	Relações entre a Modelagem e a Pesquisa em sala de aula (1)	

Fonte: Elaborado pelo autor(2023).

Essa categoria retoma a discussão apresentada no final da seção anterior sobre a produção do estudante ser um produto. Os pesquisadores apresentaram as suas concepções quando questionados sobre a produção realizada pelo estudante pode ser considerada um modelo. Na categorização emergiram três categorias intermediárias.

É unanimidade entre os pesquisadores que a produção elaborada pelos estudantes ao percorrer as etapas da Pesquisa em sala de aula caracteriza um produto, afirmação essa semelhante ao apresentado no texto de Moraes, Galiuzzi e Ramos (2013). Na entrevista perguntou-se aos pesquisadores se essa produção apresentada pelos estudantes poderia ser considerada um modelo sobre o tema estudado. A fragmentação das respostas dadas pelos pesquisadores culminou na categoria intermediária *Conceito de modelo e produção autoral*.

Ramos inicialmente explica o que significa a produção autoral na sua concepção,

[...] o produto na verdade é a aprendizagem do estudante, esse que é o produto, agora o estudante pode expressar esse produto, manifestar esse produto de várias formas: pela escrita; por textos escritos; por cartazes; fazer um pequeno vídeo; tem produtos que o estudante pode expressar até na parte da comunicação para ele apresentar para os colegas as respostas ao problema. Ai no fundo em tudo isso, está a aprendizagem, porque ele só vai ser capaz de fazer um pequeno vídeo do próprio celular, que hoje é uma barbadia fazer isso, ou ele vai fazer um cartaz, ou ele vai fazer um PowerPoint,

ou ele vai fazer um texto, uma produção escrita, uma produção textual, ele só vai ser capaz de fazer isso corretamente, adequadamente se ele aprendeu algo com esse processo. (MR, ex24, 2022).

Todos os vieses apresentados pelo pesquisador são exemplos de produções autorais que podem ser desenvolvidas pelos estudantes na sala de aula. Na continuidade de sua fala, Ramos analisa a relação da produção do estudante com um modelo, alguns fragmentos dessa fala possibilitou a categoria intermediária *Conceito de modelo*:

Tem que ver o que se entende por modelo, porque ali não é necessariamente um modelo, ele pode ser um modelo, depende do que está investigando,

Jefferson: *- E qual a diferença para o senhor ali, da produção dele para um modelo?*

- Não, é que um modelo para mim parece que você está querendo chegar na ideia de uma Modelagem, mas eu só vou ter um modelo quando eu estiver trabalhando com o processo de Modelagem. Vamos supor, vou dar um exemplo para tentar entender, estou trabalhando por exemplo, em Ciências, a energia elétrica. Vamos supor que um aluno faça uma pergunta, “ah, como é que se chega no valor da energia elétrica? como se chega no valor que a gente paga na conta de luz?” aí então o professor pode pedir para eles trazerem contas de luz, e aí eles vão olhar ali como é que foi calculado, quais são os elementos que entram, quais são os percentuais, e no final o aluno pode apresentar uma fórmula matemática por exemplo, pode até testar essa fórmula, porque pode ser que um aluno venha de uma cidade, o outro aluno vem de outra, pode ser que a companhia seja até diferente, aí será que o modelo é o mesmo? aí eles podem comparar modelos e tal, aí sim seria uma ideia de modelo. Outro tipo de modelo que eu poderia trazer, vamos supor, um aluno quer fazer um trabalho de maquete por exemplo, trabalhar com a questão de moléculas, montar modelos de moléculas. Então tem um conteúdo que é extremamente abstrato, porque o objeto de estudo é do campo sub-microscópico que ninguém enxerga, ninguém vê. Então para a gente poder entender a gente teria que construir algo concreto a partir do pensamento abstrato, o fato dele montar moléculas, e ver como é que são os ângulos e tal, isso é uma forma de modelo. Pensando no ponto de vista químico, então aí sim nesse campo é um modelo. (MR, ex28, 2022).

Nesse momento da entrevista, é possível perceber que Ramos concebe modelo como o resultado de um processo de Modelagem, trazendo à tona a possibilidade da articulação da produção autoral com construção de um modelo, o que originou a categoria intermediária *Relação entre a produção autoral e o modelo*. Ramos diferencia um modelo pronto de um modelo que faz parte de um processo.

Os exemplos apresentados por Ramos evidenciam que tudo depende do entendimento que se tem acerca do conceito de modelo. Assim, tem-se situações de ensino na qual a apresentação da produção autoral do estudante não poderia ser valorizado se existisse um modelo pronto a seguir, ao mesmo tempo que é possível pensar em situações de ensino nas quais essa produção perpassa um processo, tendo como resultado

um modelo produzido pelo estudante. Ao refletir sobre outros conteúdos da Química, Ramos continua conversando sobre se a produção dos estudantes poderia ou não ser considerada um modelo, apontando questionamentos muito relevantes:

Agora se a gente for longe, daqui a pouco todo o conhecimento do sujeito é um modelo, é uma modelação de algo, a gente tem que cuidar. Eu não sei, eu não parei para pensar sobre isso, na verdade eu estou aqui conversando contigo e isso é uma discussão interessante. Será que todo conhecimento que eu chego, porque o conhecimento no fundo é uma abstração sobre algo, Será que todo conhecimento é um modelo? é uma modelação da realidade? pode ser. (MR, ex29, 2022).

Com efeito, retomando a afirmação de Demo, a abstração é inerente a Matemática e ao conhecimento, e segundo os pesquisadores da Modelagem a abstração é uma das etapas que envolve a construção de um modelo. Com essas lentes, Ramos relacionou com precisão o processo de abstração realizado pelo cérebro ao conectar um modelo a uma palavra, ou expressão do nosso cotidiano, tese essa defendida por Biembengut quando afirma que é inerente ao ser humano pensar por meio de modelos. Dessa forma, compreende-se que a produção realizada pelos estudantes ao percorrer as etapas da Pesquisa em sala de aula pode ser considerada um modelo da situação investigada pelos estudantes.

Galiazzi, inicialmente, afirmou que a produção autoral não pode ser considerada um modelo, pois,

[...] eu diria que o modelo, ele tem uma estrutura fechada, enquanto que a produção autoral do aluno é como ele quer expressar aquele resultado. Se eu te peço um trabalho acadêmico você vai expressar dentro de um modelo que a academia aceita o teu modo de pensar isso. Agora a produção de um acadêmico pode gerar dentro de uma escrita metafórica, de uma epígrafe, de uma poesia, de uma relação com algum livro, algum filme, coisa que o modelo mais tradicional de escrita não aceita. Você pode escrever na primeira pessoa ou podes escrever na terceira pessoa dentro deste modelo, mas a produção autoral é tua. E isso é muito mais aberto quando você vem para outros níveis de escrita mais baixos, nesse sentido uma das coisas que eu tenho feito nesses últimos 10 anos com professores, é escrever cartas, por que a carta se ela tem um modelo, tu vai colocar o lugar, a data, as cartas começam assim. Eu aprendi assim, no meu terceiro ano na época que chamava primário, tem um lugar onde eu escrevo a data, depois tem a saudação, e aí depois você começa a escrever. E depois lá no final você vai ter que fechar a carta, ao menos você vai ter que assinar, se não for uma carta anônima. Então eu tenho feito isso muito com professores e aí obviamente que isso é muito aberto, o gênero que escreve cartas chama-se gênero epistolar, mas obviamente que se existe um modelo que se tu disser “isso aqui é de uma carta” você vai reconhecer que é uma carta, dirigida a alguém. No entanto é totalmente aberta, você pode mentir, pode contar a verdade, as intenções da carta são muito abertas. E é aí que eu digo que é a diferença entre modelo e produção autoral. (MG, ex25, 2022).

No início de sua resposta, a pesquisadora apresenta uma analogia de escrita de cartas e trabalhos acadêmicos para mostrar que o modelo é um processo “pronto”, “engessado”, enquanto que na produção autoral o estudante tem a liberdade total de escrever o seu raciocínio. A afirmação de Galiazzi tem fundamento considerando o conceito de modelo como algo pronto para ser utilizado como base. O conceito em questão é a escrita, representação e fala dos estudantes serem considerados como algo produzido por eles sobre o tema investigado. Nesse contexto, esse exemplo apresentado pela pesquisadora não tem a mesma concepção de modelo utilizado pelos pesquisadores da Modelagem, por exemplo. Evidencia-se que a articulação não foi feita por Galiazzi, justificando seus argumentos de que de fato a produção autoral não teria lugar em um modelo pronto e estabelecido.

Durante a entrevista os pesquisadores foram respondendo às perguntas presentes no questionário indexadas no segundo capítulo desta tese. Entretanto, ao final de cada entrevista foi dada a oportunidade de cada pesquisador fazer alguma pergunta, comentário ou sugestão. E nesse ponto, ao final da entrevista com Galiazzi, a pesquisadora questionou qual a concepção de Modelagem e modelo na Matemática. Ao retirar fragmentos de sua fala e categorizá-los, originou-se uma última categoria intermediária, *As relações entre a Modelagem e a Pesquisa em sala de aula*.

Ao responder a pesquisadora estabelece relevantes considerações sobre as relações entre os dois métodos de ensino. Galiazzi inicia afirmando que não possui muita intimidade com a Modelagem Matemática, mas que acredita que existem relações, quando redireciona a pergunta ao entrevistador:

Eu não entendo nada de Modelagem Matemática, mas em todo caso eu acho que tem muito a ver, porque na hora que eu te digo como é que eu compreendo, ou quais são os limites de um conceito, existe de toda forma algo que eu modelei. Então a ideia da Pesquisa em sala de aula é bagunçar com esses modelos fixos ou restritos, então eu penso que tem relação. O que tu pensas sobre isso? tem semelhanças?

Jefferson: - *Minha hipótese é que as fases da Modelagem Matemática convergem com as fases da Pesquisa em sala de aula ...[...]. (MG, ex28, 2022).*

Ao afirmar que a MM possui relações com a Pesquisa em sala de aula em relação às etapas do processo, a pesquisadora afirma que:

É, eu também acho, eu não sei como é trabalhado isso em Matemática, mas eu penso que sim, mas tem toda a condição de convergir. Interessante né, porque

eu acho que essa ideia de Modelagem está na ideia do argumento, obviamente que tem diferentes formas de se entender o que seja um argumento: mais restritos, mais fechados, como tem uns modelos também: mais estruturados, menos estruturados, mais rígidos. Então essa ideia de que nós, enquanto seres humanos, produzindo essas ideias, esses modelos de interpretação do mundo, sem dúvida tem muita ver com isso. (MG, ex28, 2022).

A pesquisadora retoma a ideia do modelo como uma estrutura fechada e engessada. Contudo, ao comparar com a ideia do argumento, podendo ser modelado de acordo com a situação exigida verificam-se articulações com as concepções de modelo apresentadas pelos pesquisadores sobre MM. Diante disso, verifica-se que para Galiazzi a Modelagem e a Pesquisa em sala de aula possuem relações, em particular, quando a produção do estudante é comparada a um modelo representativo de uma situação investigada.

Tanto as respostas dadas por Ramos quanto por Galiazzi, trazem à tona que as relações entre os métodos Pesquisa em sala de aula e MM não consistem apenas na produção/modelo produzido pelo estudante, mas sim pelas correlações entre todas as etapas percorridas nos dois métodos de ensino e pelas relações entre as concepções de ensino oriundas da filosofia de vida do Educar pela Pesquisa e os fundamentos da MM. Essas relações, vistas como cerne desta pesquisa, estão descritas no próximo capítulo.

7.8 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO

Este capítulo de análise foi organizado em oito seções. As sete primeiras seções correspondem a cada categoria intermediária emergente da entrevista com os quatro principais teóricos da Pesquisa como princípio educativo. Em cada seção apresentou-se o quadro com a categorização e os metatextos resultantes da ATD.

Em relação às concepções teóricas, Demo apresentou seus estudos nas áreas da Neurociência e filosofia da educação. Ramos e Lima, apresentarem diferentes teóricos, bem como estudos em áreas comuns tais como, a epistemologia do professor e o estudo do desenvolvimento cognitivo e das relações entre as interações sociais. Galiazzi tratou sobre a abordagem histórica e a hermenêutica filosófica, e, embora, possua algumas inspirações teóricas diferentes, ambas convergem à concepção da aprendizagem do estudante por meio da pesquisa.

Referente às etapas da pesquisa, as perspectivas dos pesquisadores Galiazzi, Lima e Ramos convergem ao considerarem que o processo é cíclico e não linear. Isso remete à

liberdade que o professor possui de perpassar pelas etapas mais de uma vez, percorrendo-as de acordo como a situação em sala de aula exige. O questionamento reconstrutivo, proposto por Demo, reflete diretamente a primeira das etapas da Pesquisa em sala de aula. De acordo com Ramos e Lima, o professor pode propor diversos procedimentos para a primeira etapa. Ramos sugere experiências para instigar a curiosidade dos estudantes por meio de perguntas, enquanto Galiazzi e Lima propõem um diálogo para que os participantes proponham os temas que desejam investigar. Para Demo, todas essas proposições são relevantes desde que o professor permita que o estudante participe ativamente da escolha do tema a ser trabalhado.

Sobre a segunda etapa os pesquisadores ressaltam a necessidade de o professor mediar os caminhos que os estudantes devem percorrer para que um deslocamento errado não diminua a motivação inicial. Além disso, Galiazzi e Lima evidenciam que o processo de busca por informações deve ser realizado pelos estudantes. Sobre isso, Ramos destaca que esse processo pode perpassar por uma pesquisa documental, bibliográfica ou estudo de caso.

Na terceira etapa, os pesquisadores comungam a opinião de que os estudantes devem comunicar os resultados aos colegas de classe e ao professor. Em relação aos conhecimentos produzidos pelos estudantes expostos em um papel ou oralmente para a turma ser considerado como um modelo do tema trabalhado, os pesquisadores Ramos, Galiazzi e Demo concordam e Lima concorda parcialmente. De acordo com a pesquisadora, o estudante não é um pequeno cientista desenvolvendo pesquisa, portanto não se pode afirmar que a sua produção é um modelo de algo. Demo reforça que o questionamento reconstrutivo é referente tanto ao estudante quanto ao professor.

Em relação ao professor, os pesquisadores afirmam que o profissional de educação é uma figura importante para o estabelecimento do ambiente de Pesquisa na sala de aula, pois este professor precisa descentralizar-se do processo de ensino para proporcionar ao estudante o papel de sujeito da própria aprendizagem. Os pesquisadores Demo e Lima afirmam sobre a formação do professor ser precária e que esse profissional precisa conhecer a prática da pesquisa antes de aplicar em sala de aula. Além disso, reforçam os desafios que o professor encontra na sala de aula, tais como condições de trabalho precárias, problemas na comunidade e nas famílias dos estudantes e mal formação dos

estudantes. Para Demo e Lima todos esses fatores influenciam diretamente no ambiente de pesquisa que será estabelecido.

Além disso, os pesquisadores ressaltam que a Pesquisa como princípio educativo apresenta diversas contribuições para os estudantes, tais como, desenvolvimento da argumentação e da escrita, melhora na relação com outras pessoas e com grupos, entre outras contribuições que não são possibilitadas por meio do ensino tradicional. Por fim, os pesquisadores Demo, Galiazzi, Ramos e Lima, em unanimidade concordam que existem relações entre a MM e a Pesquisa como princípio educativo, hipótese apresentada no início desta tese e que será ampliada no próximo capítulo, *Relações entre a MM e a Pesquisa como princípio educativo*.

CAPÍTULO VIII: AS RELAÇÕES ENTRE A MODELAGEM MATEMÁTICA E A PESQUISA COMO PRINCÍPIO EDUCATIVO

O sexto e sétimo capítulos desta tese, foram dedicados a apresentar um estudo sobre cada método pontualmente. Neste capítulo, são apresentadas as relações entre a Modelagem Matemática e a Pesquisa como princípio educativo emergentes da análise das entrevistas com os oito pesquisadores referências percebidas entre as categorias finais emergentes da análise de cada método. Para tanto, estabeleceram-se quatro categorias que vão ao encontro do objetivo desta tese denominadas: *Teorias que fundamentam os teóricos*; *Princípios dos métodos de ensino*; *Etapas do método*; e, *Modelo e Produção autoral*, as quais serão abordadas nas subseções seguintes.

8.1 TEORIAS QUE FUNDAMENTAM OS TEÓRICOS

Nas entrevistas realizadas com os oito pesquisadores, a quarta pergunta consistia em analisar quais as principais referências teóricas que o pesquisador utiliza e que serviu ou serve como inspiração na concepção do método apresentado. É evidente que as teorias emergentes dessa pergunta não seria unânimes, uma vez que cada pesquisador possui suas

próprias referências teóricas e que apesar de abordarem sobre o mesmo método, as teorias são oriundas das vivências pessoais de cada pesquisador. Alguns pesquisadores citaram nome de autores que são suas referências, enquanto outros indicaram a perspectiva teórica que alicerça seu posicionamento teórico, ou ambos.

Dessa forma, no Quadro 44 apresentam-se as referências e as perspectivas teóricas de cada pesquisador apontadas durante a entrevista.

Quadro 44 - Referências e perspectivas teóricas dos pesquisadores

BURAK	BIEMBENGUT	BARBOSA	BASSANEZI	RAMOS	DEMO	GALIAZZI	LIMA
Construção de uma nova racionalidade	Correlações entre Modelagem Matemática e Neurociências	Modelagem na Perspectiva sócio-crítica	Não possui inspiração teórica	Jerome Bruner	Neurociências	Hermenêutica filosófica	Autoregulação da Aprendizagem
Forma de metacognição	A mente humana por intermédio da Neurociências			John Dewey	Filosofia da Ciência	Missconceptions	Fernando Becker
Paradigma da Ciência Moderna				Jean Piaget	Mediação	Abordagem Sócio-Histórica	Jean Piaget
Teoria da Psicologia do Desenvolvimento de Jean Piaget				Lev Vygotsky	Reconstrução da Ciência		
Teoria da Aprendizagem significativa de David Ausubel				Kill Patrick			
Teoria da Psicologia para o desenvolvimento humano de Lev Vygotsky				Paulo Freire			
Pensamento complexo de Edgar Morin							

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Por meio do Quadro 44, é possível estabelecer algumas relações entre as teorias que inspiraram os pesquisadores da MM e da Pesquisa como princípio educativo. Bassanezi destacou que não obteve nenhuma inspiração teórica para desenvolver seu conceito de Modelagem uma vez que sua área de atuação é a Aplicação Matemática e não a Educação Matemática.²⁸

Durante as entrevistas, foi possível verificar que algumas teorias são bem singulares e estão relacionadas aos estudos de determinados pesquisadores. Entre elas: *Construção de uma nova racionalidade; Paradigma da Ciência Moderna; Hermenêutica filosófica; Filosofia da Ciência; Missconceptions; Autoregulação da aprendizagem.*

O estudo da Neurociências, na área da Educação, conforme Biembengut (2016), busca compreender de que forma o cérebro, ao receber uma nova informação, aprende e apreende. Dessa forma, o pesquisador pode compreender como o cérebro, ao perceber informações do ambiente, gera estímulos que podem ser utilizados para favorecer a aprendizagem do estudante. Nesse contexto, Biembengut afirma:

Eu acho que na minha concepção o melhor passo que eu dei, foi buscar saber o máximo de Neurociências, como nossa mente funciona, porque a gente tem essa ou aquela maneira de ser, porque isso acontece com a gente, por isso que eu adotei no meu método os três passos da modelação na Neurociências. Eu estou buscando saber mais de Neurociências, para poder escrever um texto mostrando as possibilidades que a nossa mente nos proporciona na criação. Então talvez esse venha a ser, além dos meus novos livros de história, meu novo projeto, um livro não tão grande, mas trazer mais o porquê a gente tem essa ou aquela concepção, porque a gente tem essa ou aquela atitude[...], trazer um pouco mais das relações humanas e o que nos leva a ser desta ou daquela maneira. (MB, ex11-12, 2023).

Na mesma perspectiva de Biembengut, Demo acrescenta que “[...] na Neurociências, isso está bastante bem colocado, o cérebro, os nossos sentidos não são entidades que copiam, que reproduzem, são entidades que selecionam, que reconstruem.” (PD, ex02, 2023). De fato, o estudo do cérebro, um campo de Pesquisa em constante desenvolvimento, possibilita aos pesquisadores desenvolverem estratégias de ensino pensadas para atingir regiões cerebrais responsáveis pela aprendizagem, favorecendo o aspecto cognitivo dos estudantes. Em seu livro, Biembengut (2016), inicia

²⁸ Neste capítulo um mesmo excerto de fala pode ser utilizado mais de uma vez, com a finalidade de exemplificar, reforçar uma ideia mencionada pelo pesquisador anteriormente, ou comparar falas conflitantes.

a escrita destacando o seu estudo no campo da Neurociências e demonstrando a forma que o cérebro apreende e de que modo isso impacta na aprendizagem dos estudantes.

Outro aspecto teórico emergente desta pesquisa, corresponde aos autores *Jerome Bruner e John Dewey* ambos elencados por Ramos. Os autores versam a respeito do protagonismo do estudante no processo de aprendizagem. Ramos afirma que na concepção de Bruner os estudantes desenvolvem melhor o aspecto cognitivo por meio da investigação. Para isso, o professor deve permitir que os estudantes assumam o papel de protagonista da própria aprendizagem, concepção de ensino defendida por *John Dewey*. Ambas concepções relacionam-se diretamente com a concepção de *Paulo Freire*, na qual o professor descentraliza-se do posto de detentor do conhecimento e o estudante assume o papel de sujeito ativo. Nesse aspecto, vale relacionar que as concepções dos três autores elencados por Ramos, vão ao encontro das concepções do Educar pela Pesquisa, Pesquisa em sala de aula, bem como da MM.

Outro aspecto teórico que permeia entre as teorias, é a aprendizagem por meio do desenvolvimento e construção de projetos. Ramos aponta as concepções de Kill Patrick e Lima as concepções de Fernando Becker. Para esses teóricos, os estudantes assumem papel ativo nos processos de ensino e de aprendizagem.

As concepções pedagógicas de Jean Piaget e Lev Vygotsky servem como alicerce dos estudos dos pesquisadores Ramos, Demo e Lima. Piaget e Vygotsky abordam as fases do desenvolvimento cognitivo, por meio das quais definem as relações do sujeito em interação com o meio onde vive e suas relações com outros indivíduos.

Ao abordar o desenvolvimento cognitivo, torna-se relevante sistematizar que o estudo sobre o processo de apreensão do cérebro pode auxiliar os pesquisadores a desenvolver estratégias de ensino que permite o acesso às áreas remotas da aprendizagem as quais não se tinha acesso anteriormente. Isso é possibilitado por meio do campo da Neurociências relacionada às teorias do desenvolvimento cognitivo estabelecidas no cenário educacional por décadas. Esse estudo é necessário para a compreensão dos modos como o estudante pensa e interage quando posto em contato com situações experimentais novas, diferentes daquelas que está habituado. Essas novas situações, representadas nessa tese pela MM e pela Pesquisa em sala de aula, visam romper o paradigma do ensino tradicional, estabelecer um ambiente de Pesquisa na qual os estudantes são realocados de um depósito de informações para sujeitos responsáveis pela própria aprendizagem

desenvolvendo um conceito apreendido por meio do seu contato com o processo de Pesquisa ou por meio das produções autorais desenvolvidas, sejam elas um produto ou um modelo.

Esse novo conceito apreendido, é um conceito para o qual o estudante, por meio de conhecimentos empíricos, ao perpassar pelo processo de Pesquisa ou Modelagem desenvolve um novo significado. Burak explica, em sua entrevista, que, quando articulados aos seus conhecimentos prévios, esse novo conceito é denominado de aprendizagem significativa, conforme proposto por David Ausebel. Apresenta-se a seguir os *Princípios de ambos métodos de ensino*.

8.2 PRINCÍPIOS DOS MÉTODOS DE ENSINO

A categoria *Princípios dos métodos de ensino* emerge da análise das entrevistas com os pesquisadores dos dois métodos de ensino. Nessa categoria aborda-se sobre princípios que regem o ensino de Matemática na Educação Básica por meio da MM e da Pesquisa como princípio educativo. Esses princípios elencados pelos pesquisadores estão representados na Figura 4 a seguir.

Figura 4 - Esquema dos princípios dos métodos de ensino emergentes das entrevistas.



Fonte: elaborado pelo autor(2023)

O ensino da Matemática por meio da Pesquisa como princípio educativo e da MM segue quatro princípios cíclicos: *O rompimento do Paradigma do ensino tradicional; Autonomia do estudante; Professor Mediador; e Contribuições na Aprendizagem do estudante*. Estes princípios são cíclicos pois permeiam todas as etapas do processo de ensino e aprendizagem realizado pelo professor na sala de aula, seja por meio da Modelagem ou por meio da Pesquisa como princípio educativo.

O Rompimento do paradigma do ensino tradicional é um argumento utilizado pelos autores que buscam revolucionar o ensino de Matemática na Educação Básica que vigora há décadas. Entende-se por ensino tradicional a abordagem na qual os estudantes são vistos como receptores de informações vazias a serem preenchidos pelo conhecimento do professor, por meio de aulas expositivas, aplicações de exercícios, e prova. De acordo com Lara (2011, p. 100), nesse tipo de ensino, os estudantes são subjetivados por uma abordagem mais mecânica e pragmática da Matemática que ocorre “[...] através da memorização e da repetição precisa dos raciocínios e algoritmos transmitidos por esse professor”. Nessa perspectiva, Demo afirma que,

[...] nós ainda temos um domínio enorme na escola e na universidade de uma aprendizagem instrucionista, que eu chamo de instrucionismo, o professor instrui o aluno, não cuida da aprendizagem dele, não cuida da autoria dele, então instruir é simplesmente passar conteúdos, isso é o que os matemáticos fazem mas os alunos não entendem, e aí não acompanha. (PD, ex12, 2022).

Essa aprendizagem instrucionista evidenciada por Demo e Lara (2011), ainda vigora na maior parte das instituições de ensino com predomínio na Educação Básica. Lara (2011) e Fiorentini (1995) ressaltam que os professores devem perceber os prejuízos de aprendizagens deixados pelo ensino tradicional e adotar métodos de ensino que possam auxiliar os estudantes no processo de aprendizagem. Sobre essa mudança, Burak afirma que,

[...] isso pode causar desconforto e frustração para um professor que deseja mudar, mas não se sujeitar a seguir um novo paradigma que lhe permita a fazer coisas novas sendo subsidiado por teorias, capazes no sentido de promover essas mudanças, de prover essas novas formas de pensamento, aí não fica fácil, realmente fica difícil. (DB, ex20, 2022).

De fato, o profissional da Educação Básica não se sente seguro à mudança de paradigma de ensino que estabeleceu sua prática acadêmica e profissional. Isso pode ser

resultado desse professor não ter obtido uma formação acadêmica complacente com as necessidades atuais do contexto escolar. Durante a entrevista, Demo afirma que, na formação ideal o professor deveria ter a formação pura com um acréscimo de três anos de formação pedagógica. Essa formação idealizada pelo pesquisador, não se aproxima da realidade dos cursos de licenciatura em vigência no país. Realizando uma busca na grade curricular do curso de Licenciatura em Matemática de uma pequena amostra com três universidades²⁹ de três estados brasileiros³⁰, apresentam-se nos Quadros 45, 46 e 47 um comparativo do percentual dos componentes curriculares mais voltados para as exatas e aqueles com formação pedagógica. As universidades escolhidas foram: Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS; Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC; Universidade de São Paulo – USP.

Quadro 45 - Comparativo entre as disciplinas exatas e as pedagógicas da UFRGS

Disciplinas/Se mestre	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Exatas	60%	50%	80%	80%	80%	80%	70%	50%	25%	20%
Pedagógicas	40%	50%	20%	20%	20%	20%	30%	50%	75%	80%

Fonte: elaborado pelo autor(2023)

O curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS está organizado em 10 semestres, possibilitando a conclusão do curso em cinco anos. Na grade curricular constatou-se que em uma média de cinco disciplinas por semestre, uma carga de mais de 60%, referem-se a área de exatas, enquanto que a formação pedagógica do professor constitui em torno de 40%. Apenas nos dois últimos semestres, as disciplinas pedagógicas possuem uma carga maior que as disciplinas da área de exatas. Portanto, observando todos os semestres, o curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS possui uma carga

²⁹ As Universidades consideradas na busca, foram selecionadas por critérios de proximidade do pesquisador. A UFRGS representa a instituição pública do estado onde esta tese está sendo desenvolvida. A segunda Universidade representa a instituição onde o pesquisador realizou a graduação e mestrado. A terceira instituição representa o maior centro de ensino do país.

³⁰ Destacam-se abaixo a Universidade e o link da grade curricular analisada

- Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

http://www.ufrgs.br/ufrgs/ensino/graduacao/cursos/exibeCurso?cod_curso=335

- Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC

http://www.uesc.br/cursos/graduacao/licenciatura/matematica/grade_curricular_lic2013.pdf

- Universidade de São Paulo – USP

<https://uspdigital.usp.br/jupiterweb/listarGradeCurricular?codcg=45&codcur=45024&codhab=4&tipo=N>

horária voltada para o desenvolvimento das disciplinas de exatas, ou seja o conhecimento do conteúdo matemático, maior que as disciplinas de formação pedagógica, divergindo da perspectiva defendida por Demo (2011).

Quadro 46 - Comparativo entre as disciplinas exatas e as pedagógicas da UESC

Disciplinas/Semestre	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
Exatas	94%	68%	80%	80%	20%	60%	0%	0%	0%
Pedagógicas	16%	32%	20%	20%	80%	40%	100%	100%	100%

Fonte: elaborado pelo autor(2023).

Na UESC o curso de Licenciatura em Matemática está organizado em nove semestres possibilitando a conclusão do curso em quatro anos e meio. Ao analisar a grade curricular observa-se que no I, III e IV semestres a média de disciplinas de exatas é superior a 80%. Contudo, diferente que a UFRGS, as disciplinas pedagógicas predominam nos três últimos semestres do curso. Inclusive, os três últimos semestres são dedicados apenas à formação pedagógica. Nessa grade curricular os licenciados estudam as disciplinas de exatas no início do curso tendo acesso às disciplinas pedagógicas nos últimos semestres. Essa estrutura curricular aproxima-se do proposto por Demo (2011) ao afirmar que o professor deve obter inicialmente a formação na sua área de ensino, e em seguida, a formação pedagógica. Contudo, não se aproxima do tempo de três anos de disciplinas pedagógicas proposto pelo autor.

Quadro 47 - Comparativo entre as disciplinas exatas e as pedagógicas da USP

Disciplinas/Semestre	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Exatas	100%	60%	60%	50%	60%	50%	25%	25%	20%	20%
Pedagógicas	0%	40%	40%	50%	40%	50%	75%	75%	80%	80%

Fonte: elaborado pelo autor(2023).

Na USP o curso de Licenciatura em Matemática está organizado em 10 semestres possibilitando a sua conclusão em cinco anos. É perceptível que do primeiro ao quinto semestre há uma prevalência superior nas disciplinas de exatas, no sexto existe uma equidade e, nos quatro últimos semestres os estudantes tem um maior acesso as

disciplinas pedagógicas. Vale ressaltar que no primeiro semestre, os ingressantes são imersos 100% nas disciplinas de exatas sem nenhum contato com disciplinas pedagógicas.

Diante disso, verifica-se, por meio dessa breve busca em sua matriz curricular, que nenhuma dessas três universidades se aproxima do modelo ideal de curso idealizado por Demo (2011). Adicionado à isso, Demo e Burak, durante suas entrevistas, reforçam que as universidades deveriam ter uma aproximação maior com as escolas da Educação Básica, criando condições de formação continuada dos professores por meio de projetos que tenham como objetivo auxiliar esses educadores nos desafios que podem ser encontrados para proporcionar uma aprendizagem na qual o estudante não é um receptáculo de informações, mas um sujeito ativo, protagonista do processo de aprendizagem.

Ainda em relação ao ensino tradicional, Ramos acrescenta que com a Pesquisa em sala de aula o professor consegue desenvolver o conteúdo de forma mais significativa. Conforme o pesquisador:

A Pesquisa também gera conhecimentos muito mais do que o conhecimento de um professor numa sala de aula botando conhecimento no quadro, transmitindo ali, a Pesquisa ela amplia isso porque o sujeito tem que procurar mais conhecimento, mais subsídios para responder a pergunta que ele tem, então ele aprende muito mais, ele estabelece relações entre conceitos, então eu penso que é mais rico a aprendizagem. A Pesquisa também trabalha no interesse dos alunos que eu já falei também. A Pesquisa ela coloca o sujeito na posição de protagonista como você já falaste, quer dizer, ele tem que botar a mão não é o professor que vai fazer para ele, ele tem que buscar, ele tem que responder, ele tem que apresentar as suas respostas, então o envolvimento com a aprendizagem dele é muito maior do que no ensino tradicional transmissivo em que o sujeito é passivo, quer dizer, na Pesquisa o sujeito é ativo, ele tem que fazer a ação da aprendizagem. (MR, ex15, 2022).

O professor deve proporcionar ao estudante um ambiente no qual ele participe ativamente do processo de aprendizagem. Para Ramos, esse é um movimento que visa proporcionar a *Autonomia do estudante*. Para isso, Demo evoca o conceito de mediação do professor proposto por Lev Vygotsky,

[...] a mediação do Vygotsky, mediar é cuidar para que o aluno aprenda não é ensinar, então a gente teria que mudar um pouco aí, é claro que existe o ensinar, o ensinar não vai desaparecer porque nossa vida precisa de ensino, de instrução, de orientação e direcionamento também, mas o lado bonito disso é a aprendizagem, que tem autoria, que tem autonomia, que tem emancipação. (PD, ex39, 2022).

Demo afirma que para ocorrer a emancipação do estudante ao desenvolvimento da autonomia, o professor precisa descentralizar-se do papel de detentor do conhecimento e permitir ao estudante assumir o protagonismo. Em relação a isso, Burak ressalta que as práticas de Modelagem são o caminho para que o estudante desenvolva a sua autonomia, uma vez que,

[...] todas as etapas da modelagem e têm a competência de fazer o sujeito refletir, repensar, elas têm a possibilidade de fazer um indivíduo desenvolver a sua autonomia, a sua auto crítica, porque na análise crítica também não deixa de ser um momento de reflexão sobre uso da matemática, você usou essa estratégia poderia ter usado outra estratégia para resolver isso? então aí vem as discussões das coisas, então a ideia da modelagem é justamente essa fazer com que o sujeito desenvolva uma atitude mais crítica, mais refletida [...]. (DB, ex39, 2022).

Dessa forma, por meio dos posicionamentos de Demo e Burak, nota-se que o papel do professor refere-se a um *Mediador do conhecimento*. O papel do professor nas práticas de MM e Pesquisa como princípio educativo, está destacado em todas as entrevistas como sendo de mediador. Somado a isso, Barbosa e Lima, apresentam dois aspectos relevantes a serem observados no papel do professor.

Barbosa afirma que:

Então em uma aula de modelagem, como qualquer aula de resolução de problemas etc... o professor ele tem que ficar rodando, provocando os alunos, e mesmo assim eu diria, eu não vou dizer que é impossível, mas eu diria que é muito difícil você atingir 100% dos alunos, por que há fatores que são externos a escola que você não controla. (JB, ex09, 2022).

De fato, em uma sala de aula da Educação Básica o professor não consegue nem com a MM, ou com outro método de ensino atingir a totalidade dos estudantes, isso porque, conforme ressaltou o pesquisador, os estudantes possuem diferentes condições sociais e contextos que impactam no seu rendimento em sala de aula. Porém, é relevante perceber que mesmo que o professor não atinja todos os estudantes, ele consegue mudar a perspectiva da aprendizagem de Matemática de uma maior parte deles.

O aspecto levantado por Lima detalha ações que o professor pode ter durante a mediação com a Pesquisa em sala de aula,

[...] ele tem que acompanhar, ele tem que desafiar, ele tem que fornecer as fontes, ele tem que responder na hora que ele acha que é preciso responder, porque se ele não responder o aluno não vai adiante, ele tem que eventualmente ir para o quadro e fazer uma exposição oral sobre determinado conceito que está confundindo toda a turma. (VL, ex10, 2022).

Durante a mediação, o professor não deve interferir diretamente no desenvolvimento do raciocínio do estudante. Entretanto, Lima destaca que essa intervenção poderá ser necessária caso os estudantes deparem-se com um questionamento, ou problema que não consigam responder ou solucionar. Ramos e Bassanezi convergem a esse pensamento e complementam que se o professor não auxiliar nesse momento pode gerar uma desmotivação por parte dos estudantes, levando-os a abandonar o processo. Para tanto, o professor deve permear o grupo, instigando os estudantes e, se for preciso, auxiliá-los nos momentos de dificuldade. Conforme ressalta Demo (2011), o professor deve cuidar da aprendizagem do estudante. Nas práticas de MM e da Pesquisa como princípio educativo, o professor, por meio da mediação, emancipa os estudantes, desenvolvendo assim a sua autonomia.

Outras vantagens do uso desses métodos de ensino nas aulas de Matemática na Educação Básica que apresentam convergências foram apresentadas pelos pesquisadores. Para Burak,

[...] a modelagem propicia que o estudante se torne protagonista das suas ações, que ele vai em busca, que ele desenvolva, a capacidade de pesquisar, a capacidade de refletir, a capacidade do diálogo, do respeito pelas coisas, pelas opiniões dos outros, o espírito mais crítico sobre as coisas. Um ser que tenha as suas próprias opiniões, que não se deixe levar pelas conversas das pessoas, mas que forme sua opinião, pois é interessante é ter a sua visão e não a visão de terceiros, então é isso que você quer desenvolver nessa educação básica. (DB, ex44, 2022).

Em relação às vantagens da Pesquisa em sala de aula, Galiuzzi contribui apresentando um relato pessoal:

Bom é o que eu sempre ouvi nas próprias aulas de Química dos meus colegas que eu trabalhava na licenciatura, eles diziam assim, os meus colegas que trabalham na área da química específica, “os alunos da licenciatura sabem argumentar e escrever muito melhores do que os nossos do bacharelado” por que isso era exercitado, porque eu tinha disciplina que eles me viam todos os semestres, eu tinha oito disciplinas com eles fazendo isso, obviamente acabava que eles aprendiam a escrever e a se posicionar melhor. (MG, ex24, 2022).

São perceptíveis as semelhanças entre as contribuições dos métodos de ensino defendidos por Burak e Galiuzzi. Barbosa e Lima contribuem afirmando que por meio desses métodos desenvolvem-se a escrita, o posicionamento crítico, a argumentação, o relacionamento com os colegas, as relações sociais no interior e exterior da escola, os conhecimentos de busca por informações seja em sites de busca na *internet* ou em documentos, entre outros.

Os princípios ressaltados pelos oito pesquisadores, *O rompimento do Paradigma do ensino tradicional; Autonomia do estudante; Professor Mediador; e Contribuições na Aprendizagem do estudante*, são fundamentos que o professor da Educação Básica deve conhecer para sentir-se motivado, guiando-se pela diversificação do ensino de Matemática. Ressalta-se, neste ponto, que os rendimentos dos estudantes em provas nacionais evidenciam a ineficácia do ensino transmissivo, trazendo à tona a emergência por métodos de ensino que desenvolvam o aspecto cognitivo e social dos estudantes, facilitando a aprendizagem e tornando-os protagonistas da própria aprendizagem. A seguir, apresenta-se a convergência entre as etapas dos dois métodos de ensino.

8.3 RELAÇÕES ENTRE AS ETAPAS DA MM E DA PESQUISA EM SALA DE AULA

No terceiro capítulo desta tese apresentam-se as relações entre as etapas da MM apresentadas pelos principais autores que abordam esse método. No capítulo subsequente é estabelecido as relações entre as etapas da Pesquisa em sala de aula com a filosofia do Educar pela Pesquisa. Nos Capítulos VI e VII, entre as categorias finais emergentes apresenta-se as ações procedimentais de cada etapa dos métodos de ensino apontados pelos pesquisadores durante as entrevistas. A partir desses resultados, nesta seção, objetiva-se reconhecer as relações entre as etapas da MM e da Pesquisa em sala de aula.

Conforme estabelecido no Capítulo III, esta tese adotou a concepção de Modelagem de Biembengut (2016), portanto as etapas evidenciadas correspondem às etapas propostas pela pesquisadora: *Percepção e Apreensão; Compreensão e Explicitação; e, Significação e Expressão*. No quarto capítulo definiu-se a concepção da Pesquisa em sala de aula de Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012), portanto adotaram-se as etapas propostas pelos autores: *Questionamento; Construção de Argumentos; e, Comunicação*.

No primeiro capítulo, a hipótese de Pesquisa que culminou nesta tese refere-se à congruência entre as etapas dos dois métodos de pesquisa, ou seja, *A Percepção e Apreensão equivale ao Questionamento; A Compreensão e Explicitação corresponde à Construção de argumentos e a Significação e Expressão equipara-se a Comunicação*. Para investigar a hipótese estabelecida, na entrevista questionou-se aos pesquisadores de cada método as ações procedimentais de cada etapa, com a finalidade de estabelecer uma

comparação entre as etapas, para então aceitar ou refutar a hipótese inicial. A seguir, apresenta-se as relações entre as etapas.

8.3.1 Percepção e Apreensão equivale ao Questionamento

A hipótese de equivalência entre as etapas surge quando na leitura da definição apresentada pelos pesquisadores percebe-se uma correlação entre o que está sendo realizado em cada método na sala de aula. Dessa forma, faz-se necessário retomar a concepção dos pesquisadores antes de apresentar as ações procedimentais apresentadas por eles durante a entrevista.

Para Biembengut (2014, p.24) na primeira etapa, *Percepção e Apreensão*, o professor instiga os estudantes a apresentarem sugestões de temas motivadores e a problematizar o conhecimento, afirmando que essa etapa “[...] inclui ações como: o reconhecimento da situação-problema; a familiarização com o assunto a ser modelado”. Na concepção de Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012, p.4), a primeira etapa da Pesquisa em sala de aula compreende que: “Para que algo possa ser aperfeiçoado, é preciso criticá-lo, questioná-lo, perceber seus defeitos e limitações. [...] O questionar se aplica a tudo que constitui o ser, quer sejam conhecimentos, atitudes, valores, comportamentos e modos de agir”. Partindo do princípio que na primeira etapa o estudante é instigado pelo professor a problematizar temas o qual considera relevante, e familiarizar-se com esse tema por meio da investigação, inquiriu-se aos pesquisadores sobre outras concepções que possuem para caracterizar esse momento. No Quadro 48 são apresentadas algumas concepções elencadas pelos pesquisadores.

Quadro 48 - Concepções sobre a Primeira etapa

Pesquisadores	Concepções
[Continua]	
Bassanezi	“Você vai escolher um tema para desenvolver determinado assunto isso é mais específico não é tão geral, aquilo que escolher tem que ter basicamente alguma coisa do que você quer ensinar.” (RB, ex20, 2022).
Burak	“Quando o estudante pode escolher o tema, e isso não significa que ele quando escolhe o tema fica livre para qualquer coisa, absolutamente não. Ele escolhe o tema pelo gosto, porque eu penso assim, eu vejo que se o estudante faz aquilo que ele gosta, ou manifesta interesse, ele faz com muito mais prazer, não desiste muito fácil das coisas.” (DB, ex11, 2022).
Ramos	“Nós entendemos que tem que ser valorizada a pergunta dos estudantes, quer dizer, o estudante tem que perguntar porque, aí é que ele vai ter o interesse, porque aí é que ele vai ser corresponsável em buscar respostas.” (MR, ex05, 2022).

Biembengut	“Nesse primeiro momento é a hora de fazer com que as pessoas percebam, ter uma percepção que possa é como se ela fosse entrar no buraco, mas ela precisa ter uma ideia do que pode ser esse buraco, é como se ela fosse passar por uma porteira, mas ela precisa ter uma percepção do que vai acontecer depois da porteira.” (MB, ex15, 2022).
Pesquisadores	Concepções
[Conclusão]	
Galiuzzi	“Para mim é o início da Pesquisa em sala de aula, não precisa a pergunta estar em ponto de interrogação mas, quando nós estamos exatamente em sala de aula, a gente percebe a pergunta, seja na manifestação do aluno, eu diria que é quase uma necessidade do aluno aprender aquele conteúdo para entender um outro.” (MG, ex12, 2022).
Barbosa	“Agora se ele se sente à vontade com os alunos propondo o tema, ótimo, qual é a vantagem dos alunos proporem o tema? É que certamente é um tema que interessa a eles, e com interesse certamente tem mais engajamento, porque a gente só se engaja em alguma coisa e aprende quando a gente tem interesse pelo que a gente está fazendo.” (JB, ex18, 2022).
Lima	“Estimular os alunos a formularem hipóteses, nessa fase inicial, partir de desafios, vincular com as questões cotidianas deles, permitir que eles se expressem livremente criando uma atmosfera de diálogo em sala de aula.” (VL, ex07, 2022).

Fonte: elaborado pelo autor(2023).

Inicialmente é necessário ressaltar que o pesquisador Demo não consta no Quadro 48, acima, porque o Educar pela Pesquisa não se constitui em um método com etapas definidas. Trata-se de uma filosofia de ensino e aprendizagem que o professor adota para si, com o intuito de diversificar suas práticas em sala de aula e com o propósito de favorecer a aprendizagem do estudante proporcionando a autonomia no processo. Como sublinhado no Capítulo VII a Pesquisa em sala de aula é uma aplicação do Educar pela Pesquisa, na qual na condição de método de ensino, possui etapas. Dessa forma, afirma-se que a concepção de Demo (2011) está impregnada em todo contexto que envolve a Pesquisa em sala de aula.

Por intermédio das concepções apresentadas pelos pesquisadores no Quadro 48, percebe-se que a primeira etapa consiste na pergunta do estudante e no seu interesse em investigar um determinado tema, conforme os pesquisadores, esse interesse pode vir em forma de pergunta, sugestão de tema, proposta de debate, entre outros. Nesse aspecto, os pesquisadores ressaltam que a motivação no processo é intensificada quando o professor permite que a escolha do tema ou questionamento aconteça por parte dos estudantes. Bassanezi, Ramos e Burak destacam que o professor pode instigar os estudantes sobre um tema por meio de uma roda de conversa, apresentação de *powerpoint*, experimentos,

perguntas, entre outras práticas que desenvolva a sua curiosidade pelo tema que está sendo apresentado. De acordo com Bassanezi:

É importante que o aluno escolha o tema e não você, mas ele também não pode escolher qualquer coisa que não vai dar aquilo que você quer que dê. Então aí você tem que usar uma técnica que você coloca cinco ou seis modelos que você sabe que vai ter e discorre sobre cada um para eles escolherem não deixar tão livre. (RB, ex23-24, 2022).

Biembengut exemplifica a importância de o professor instigar os estudante por meio da pergunta,

[...] às vezes o aluno fala assim: “-professora aqui eu vou fazer a parede o que eu tenho que fazer?” eles estavam fazendo a maquete de isopor, “- o que eu tenho que fazer aqui? - qual a distância que eu tenho que deixar?” eles fazem esse tipo de pergunta, é interessante que muitas vezes o aluno faz uma pergunta e você não tem nem noção por onde começar, aí você pensa, “putz não tinha pensado nisso” mas nós na posição de professores o que acontece pela ordem natural, é seu cérebro começar a fazer um looping e buscar alternativas para dar uma boa resposta que possa satisfazer esses estudantes, então é nesse sentido. (MB, ex19, 2022).

A complementação que Ramos faz sobre a primeira etapa está em sintonia com a fala de Bassanezi e Biembengut:

Então a essência dos fundamentos que a gente tem trabalhado tem se mantido, o que muda às vezes é o tipo de ponto de partida, às vezes... antes por exemplo, a gente tinha muito essa ideia de partir de experimento, a gente colocava sempre experimento como algo prioritário, mas hoje dá para partir de um vídeo, de um jogo no computador usando tecnologias, quer dizer as possibilidades vão mudando, as possibilidades de recursos vão mudando e portanto os pontos de partida podem ser diferentes. Então para mim essa é uma mudança importante, então há tempos atrás meus livros todos juntos com o Roque eram livros que trabalhavam muito a questão da experimentação e agora está presente muito a questão das Tecnologias, então isso vai mudando conforme o que vai aparecendo mas a essência que é a ideia do problema, da pergunta[...]. (MR, ex03, 2022).

Portanto, compreende-se por meio das ações apresentadas pelos pesquisadores que na primeira etapa de ambos métodos de ensino, *instigar o estudante por meio de temas, perguntas, experimentações, e uso da tecnologia*, é o ponto de partida para instigar o espírito investigativo nos estudantes, de modo a iniciar o processo da auto dependência do conteúdo por parte do professor, muitas vezes impregnado pelo sistema tradicional de ensino. Vale salientar que conforme Barbosa, o professor nessa etapa não consegue envolver 100% dos estudantes da turma no processo, uma vez que cada sujeito tem suas características de vidas singulares. No entanto, esse professor deve mediar o processo de

forma a buscar outros temas ou questionamentos que possam abranger os estudantes em sua totalidade.

Nesse processo, conforme Biembengut (2014), o estudante percebe e apreende sobre o tema. No Capítulo V, desta tese, identificaram-se as relações entre as etapas dos pesquisadores da Modelagem sobre a perspectiva da concepção de Biembengut (2014, 2016). Após a análise das respostas de todos os pesquisadores sobre os procedimentos que envolvem a primeira etapa de ambos métodos de ensino, é possível identificar as relações presentes nessa etapa da concepção de Modelagem na Educação Matemática de Biembengut (2014, 2016) com a primeira etapa da Pesquisa em sala de aula proposta por Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012). Portanto é possível afirmar que a primeira etapa da MM equivale a primeira etapa da Pesquisa em sala de aula. Na próxima subseção, apresentam-se as ações procedimentais da segunda etapa.

8.3.2 Compreensão e Explicitação equivale a Construção de argumento

No Capítulo V, desta tese, na Figura 2, a *Compreensão e Explicitação*, segunda fase elencada por Biembengut (2016), equivale as segundas e terceiras etapas elencadas pelos outros pesquisadores da MM do cenário nacional. Em relação à Pesquisa em sala de aula, proposta por Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012), é possível afirmar que a segunda fase da MM equivale à segunda fase da Pesquisa em sala de aula.

Para validar essa afirmação, inicialmente, retoma-se a concepção teórica apresentadas pelos autores. De acordo com Biembengut (2014, p.24) essa etapa está “[...] baseada em uma compreensão criteriosa da situação-problema ou fenômeno, buscando propor um sistema conceitual, a fim de explicitar os dados.”. Para Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012, p.6), essa etapa “[...] implica diversificadas atividades que incluem o ler, o discutir, o argumentar, o reunir dados, analisá-los e interpretá-los. Isso pode tanto dar-se em nível individual como de grupo.”.

Na concepção teórica dos autores é possível compreender que tanto na MM, quanto na Pesquisa em sala de aula, a segunda etapa equivale a fase de aprender sobre o tema estabelecido, por meio da leitura, discussão e levantamento de dados com a finalidade de compreender sobre os dados/informações apreendidas. Para reafirmar essa convergência, de certo modo, já anunciada nessas perspectivas teóricas, os pesquisadores foram questionados durante a entrevista, sendo possível identificar suas concepções

acerca da segunda etapa no contexto da sala de aula. Tais concepções estão apresentadas no Quadro 49.

Quadro 49 - Concepções sobre a segunda etapa

Pesquisadores	Concepções
Bassanezi	“Para levantar o problema de cada grupo, então eles tinham os temas e tinha um levantamento de problemas, como que vai levantar problemas? Primeiro você tem que ter dados, se você não tem dados da situação o negócio fica teórico. Então se você vai plantar batata, você tem que contar quantos sacos de batata dar por hectares? Qual o peso da batata? Mas você precisa ter tabela, então você tem um curso de estatística”. (RB, ex11, 2022).
Burak	“A Pesquisa exploratória por exemplo, às vezes, ele tem interesse em um tema, e o que se sabe ou conhece do tema? - Ah não conheço nada! Nós vamos ter que buscar saber sobre esse tema. Então segue para uma outra etapa, a chamada pesquisa exploratória, na qual o estudante vai se valer de vários meios para buscar na internet, ele vai buscar na literatura, ele vai buscar nas conversas, nas entrevistas, ele vai ter várias formas de coletar dados sobre aquele assunto, e isso sabe Jeferson, dá muito mais sentido as coisas depois, porque ele conhece mais sobre assunto, ele pesquisa.” (DB, ex21, 2022).
Ramos	“Então o que eu penso é o seguinte: o segundo momento, o momento da reconstrução do argumento vai depender muito do tipo de pergunta que eles vão ter que buscar a resposta. Isso aí pode acontecer de várias formas, ou os alunos escolhem as perguntas que eles formularam para ir buscar as respostas, ou o professor vê as perguntas que são mais investigáveis e divide em outros grupos, e aí então o professor pergunta para os alunos: bom as perguntas estão aqui, ou a pergunta, e agora vocês vão planejar o modo de buscar resposta para essas perguntas. E, e aí eles vão pensar que modo: “será que bastaria ir a internet e buscar a resposta das perguntas?” “Será que na internet já tem algumas respostas?” “Será que os livros já tem essas perguntas e essas respostas?” (MR, ex08, 2022).
Biembengut	“Em todo processo de modelagem feito com os alunos do Ensino Médio eles fizeram pesquisa, eles fizeram buscas de dados e na busca de dados eles foram estudar os dados, aí que entra a pesquisa.” (MB, ex25, 2022).
Galiazzi	“Indo para construção de argumentos, na hora de construir argumentos, nós temos que estar lendo o que outras pessoas dizem sobre isso, ou conversando com outras pessoas, com outros textos, para daí nós termos a sequência disso.” (MG, ex14, 2022).
Barbosa	“Trabalhar com a Modelagem Matemática, o nosso acesso à internet era muito limitado. Na nossa época as pessoas iam fazer entrevistas com profissionais, iam para a biblioteca, buscar revistas. Hoje não, hoje é na própria aula o aluno pega o celular e dá um Google, no Ensino Médio principalmente, geralmente todos os alunos do Ensino Médio já tem um smartphone, então internet, ele vão na internet.” (JB, ex21, 2022).
Lima	“Ele vai estudar em sala de aula junto com professor, não é em casa, o professor vai indicar as fontes, vai acompanhar, vai ser em grupo para que ele possa discutir com seus pares, ele vai escrever sobre isso, ele vai expor, vão ter rodadas dentro da sala

de aula nas quais eles precisam conversar entre eles, quer dizer eles trabalham em pequenos grupos mas o grande grupo tem que ser ativado em vários momentos para que comece a haver um consenso em relação a determinados aspectos que vão constituir o conceito.” (VL, ex14, 2022).

Fonte: elaborado pelo autor(2023).

Conforme as concepções apresentadas pelos pesquisadores da MM e da Pesquisa sem ala de aula, presentes no Quadro 49, percebe-se que na etapa da *Compreensão e Explicitação* e da *Construção de argumentos*, os estudantes precisam levantar dados/informações sobre o tema investigado. Para isso, os pesquisadores afirmam que possuem diversas formas para o levantamento de dados. Burak e Bassanezi exemplificam uma saída de campo a uma indústria para levantar dados com profissionais da área investigada:

Foi quando a gente teve a ideia de fazer Modelagem Matemática, ou seja, fizemos visitas algumas indústrias da cidade onde a gente podia ver o que tem de matemática por exemplo na plantação de maçã? o que tem de matemática na indústria de papel? Então fizemos visitas em todos esses locais, visitas guiadas porque aí os engenheiros explicavam o que acontecia para a gente entender. (RB, ex01-03, 2022).

Na minha concepção a partir do interesse deles, vamos supor vamos pegar um tema, e seja uma indústria de cerâmica, como é que eles podem fazer essa busca? Veja que antes disso tudo, eu tenho que antes de desenvolver uma prática com modelagem levar em conta dois princípios: primeiro partir sempre do interesse do grupo(s) do(s) estudantes e segundo: sempre que possível, coletar os dados no local onde se dá o interesse[...] (DB, ex54, 2022).

O levantamento de dados/informações é um processo relevante e instigador para os estudantes, pois a saída da sala de aula parece motivá-los ainda mais no processo. No entanto, Demo, Burak e Ramos ressaltam que nem sempre é possível realizar a busca por informações por meio da saída em campo. Burak ressalta que:

Então vamos supor que se interessem pelo tema que envolve o fundo do mar? Você não vai lá no local para fazer isso Ou ainda, se o tema for órbita dos planetas, quais são as orbitas dos planetas? Qual é o tipo de órbita? Você não vai buscar os dados lá, então ai você se vale das fontes, da literatura, você se vale dos sites, você se vale das pessoas. (DB, ex54, 2022).

Nesse sentido, Ramos, Galiuzzi e Barbosa destacam que o professor deve utilizar pesquisas bibliográficas, documentais, buscas na *internet*, conversa com indivíduos envolvidos no contexto buscado, entre outras formas de levantar dados. Demo ressalta que o professor não deve perceber a *internet* como um inimigo da aprendizagem, e sim torná-la uma parceira na busca por informações. Em posse dos dados, os estudantes

estudam esses dados, de modo a relacioná-lo com a solução do problema inicial. Com esse propósito Lima afirma que,

[...] a busca de informações é quando tu vai aos livros ou a internet hoje em dia, buscar as respostas para questões que já estão sobejamente discutidas e as respostas estão descritas lá no livro, e é válido e precisa ter essa etapa, agora, a Pesquisa é quando o aluno vai em busca de uma resposta que não tem lugar nenhum, ele vai construir a resposta juntando elementos daqui dali. (VL, ex24, 2022).

De fato, o levantamento de dados e o estudo desses relacionados à solução do problema inicialmente proposto, é o que os pesquisadores definem como pesquisa. Isso se reconhece nas afirmações de Lima, Ramos e Burak. Para Ramos, em relação à Pesquisa em sala de aula,

[...] a pesquisa na internet é um tipo de pesquisa que é uma Pesquisa bibliográfica, porque tu está buscando o conhecimento, os saberes que estão escritos, então isso poderia estar no livro, poderia está em uma enciclopédia e poderia estar na internet, então isso é uma Pesquisa bibliográfica. Mas nem toda Pesquisa que a gente faz ela é bibliográfica, nem toda, é como eu disse se ele faz uma Pesquisa, ele faz um experimento e que testa e chega a conclusões, isso não é uma Pesquisa bibliográfica isso é uma Pesquisa de caráter experimental. Então eu vejo que... o que é uma Pesquisa no fundo? Pesquisar é tu ter uma pergunta e sair em busca de respostas, isso é Pesquisa, agora um dos modos de fazer isso é procurar na internet, outro modo fazer isso é entrevistar pessoas. (MR, ex31, 2022).

Sobre a pesquisa na Modelagem, Burak afirma:

Na modelagem então isso se faz tão presente Jefferson, porque o ensino e a Pesquisa vão sempre juntos, porque ele(o estudante ou o grupo) vai lá coletar dados quando ele levanta o problema viu que precisa de algo , no entanto não tem aqueles dados ali e ele quer resolver aquele problema vai ter que buscar, vai ter que buscar novamente e quando ele vai buscar ele tem a ideia do que ele vai buscar, ele tem mais discernimento do que ele vai perguntar, sabe é assim muito mais consciente do que ele vai perguntar, e do que ele vai fazer. (DB, ex34, 2022).

Portanto, pode-se concluir que a pesquisa é uma etapa no processo de Modelagem Matemática, presente especificamente na Compreensão e Explicitação. Essa etapa é realizada no grupo no qual os estudantes discutem entre si as possibilidades de solução. Dessa forma, pode-se afirmar que a etapa da Compreensão e Explicitação da MM equivale à Construção de argumentos da Pesquisa em sala de aula. A seguir, apresenta-se a terceira etapa dos métodos de ensino e pesquisa.

8.3.3 Significação e Expressão e Comunicação

Na Figura 3, presente no quinto capítulo desta tese, apresentam-se as relações entre a terceira etapa da MM, conforme Biembengut (2016), denominada de *Significação e Expressão*, com as demais concepções de teóricos nacionais de Modelagem. Nesta subseção evidencia-se as relações de convergência entre a terceira etapa da Modelagem com a terceira etapa da Pesquisa em sala de aula, denominada de *Comunicação*, por Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012).

Na concepção teórica de Biembengut (2014, p.25), essa etapa propõe verificar “[...] se o modelo atende às necessidades que o geraram, procuramos descrever, deduzir ou verificar outros fenômenos ou deduções – mostrar sua *significação*.”. E após essa verificação, “[...] é relevante *expressarmos* todo o processo a fim de que possa valer a outra pessoa que tenha interesse no assunto ou a nós mesmos.”. Por sua vez, Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012, p.8) afirmam que nessa etapa é necessário “[...] que a Pesquisa em sala de aula atinja um estágio de comunicar resultados, de compartilhar novas compreensões, de manifestar novo estado do ser, do fazer e do conhecer, o que contribui para a sua validação na comunidade em que esse processo está se dando”.

Compreende-se teoricamente, que nessas etapas os estudantes encontram uma solução/modelo para o problema proposto inicialmente e em seguida, apresentam essa solução para o grupo ou comunidade na qual está inserido. Dessa forma, na entrevista analisou-se as concepções dos pesquisadores sobre este momento na sala de aula, apresentado no Quadro 50.

Quadro 50 - Concepções dos pesquisadores sobre a terceira etapa

Pesquisadores	Concepções
[Continua]	
Bassanezi	<p><i>“Aí você faz seu modelo, fez o seu modelo matemático o que você tem que fazer é testar com os dados reais se ele bate ou não bate, geralmente não bate porque você fez um negócio tão simples que ali é uma realidade matemática não bate, então o que você vai fazer? você vai modificando seu modelo para chegar nos dados reais, se coincidir com seus dados reais então seu modelo é ótimo, agora não vamos esperar que o modelo matemático seja exatamente igual os dados reais, porque matemática é uma coisa realidade é outra, se tiver mais ou menos é uma grande coisa para fazer previsão.”</i> (RB, ex28, 2022).</p>
Burak	<p><i>“A etapa que chamamos de análise crítica da solução, é quando professor e estudantes vão comentar as suas respostas, às suas questões, a solução dos seus problemas, se o método está adequado, se foi diferente do usual, se aquela questão embora matematicamente esteja correta, mas se for aplicar uma coisa da realidade não serve, pois é inadequada.”</i> (DB, ex37, 2022).</p>

Ramos	<i>“A comunicação que o aluno faz de resposta às perguntas a partir dos novos argumentos que tem caráter não só de divulgação mas tem caráter de validação do seu conhecimento, quando ele divulga, quando ele fala o que ele achou naquele experimento, naquele vídeo, ou naquela situação a partir da Pesquisa que ele faz, ouvindo o professor e ouvindo outros colegas ele valida aquilo como verdades mesmo que provisório.” (MR, ex03, 2022).</i>
Biembengut	<i>“Eu acho que seria interessante que apresentasse ao professor, talvez antes de apresentar para os colegas apresentar para o professor, isso era uma coisa que eu sempre pedir para passar primeiro pelo meu filtro, porque aí é o momento de você falar “olha poderia dar uma ajeitadinha aqui”, não custa nada é um atitude de pai e mãe nessa hora, é dar aquela ajeitadinha, porque aí você garante que o estudante vai mais seguro na hora da sua exposição.” (MB, ex24, 2022).</i>
Galiazzi	<i>“A validação do conhecimento, e como é que a gente vai validar esse conhecimento? é justamente quando a gente escreve, se tu escreve tu apresenta.” (MG, ex15, 2022).</i>
Barbosa	<i>“O processo de socialização que os alunos compartilham as suas soluções e suas razões, o seu pensamento, e o processo de sistematização que aí é feito pelo professor.” (JB, ex12, 2022).</i>
Lima	<i>“Tu tem que constantemente está pedindo para ele escrever, para ele falar, tu tem que acompanhar continuamente os grupos dando várias rodadas de conversa com todos os grupos e com todos os alunos do grupos, tu tem que fazer momentos de síntese parciais durante o tempo todo em que tu está estudando determinado conceito, então o material é esse, ele vai escrever no caderno dele as aprendizagens dele, ele vai escrever no caderno, tu tem que olhar o caderno.” (VL, ex23, 2022).</i>

Fonte: elaborado pelo autor(2023).

Analisando a concepção teórica e nas práticas narradas pelos pesquisadores no Quadro 50, confirma-se a hipótese de que nessa etapa, os estudantes desenvolvem um modelo, ou produto, que representam uma solução para o problema estabelecido inicialmente. Nesse caso, vale salientar que esse produto produzido pelos estudantes pode sofrer alterações por conta da socialização do conhecimento, uma vez que, o professor e os estudantes podem levantar sugestões para aprimorar o modelo encontrado pelo grupo.

Por meio do Quadro 50 e da análise feita no Capítulo VI, identifica-se que a compreensão da etapa de *Significação e Expressão* evidenciadas por Bassanezi, Burak, Barbosa, Biembengut em relação à apresentação de um modelo que sintetiza uma possível solução para o problema proposto inicialmente, desenvolvidos no contexto da MM como método de ensino equivale-se as narrativas evidenciadas por Galiazzi, Ramos e Lima, a produção autoral dos estudantes apresentadas, no Capítulo VII, como uma possível solução para os questionamentos iniciais produzidos por meio das etapas da Pesquisa em sala de aula.

Os pesquisadores Bassanezi, Burak, Ramos e Lima ressaltam que a produção dos estudantes representa uma possível solução para o problema investigado. Contudo, e não deve, necessariamente, ser considerado com uma solução definitiva para o problema real,

uma vez que, a realidade é um contexto mais complexo que envolve diversas variáveis a serem investigadas, variáveis estas que envolvem conceitos mais complexos que podem não ser tangíveis aos estudantes naquele momento.

Os pesquisadores Demo, Ramos, Barbosa, Burak destacam que é relevante que o grupo socialize esse conhecimento para que o grupo escolar possa apresentar sugestões afim de melhorar o modelo/produto encontrado pelos estudantes. Esse processo, segundo Ramos, equivale-se ao processo de Produção de conhecimento da vida real, quando afirma que,

[...] então eles estão ajudando esse estudante a validar aquilo como uma verdade. Então todos estão aprovando como em uma comunidade científica, na comunidade científica é assim: partem dos problemas, problemas sociais, problemas científicos e depois se busca soluções para os problemas e depois se valida isso na comunidade para ver se tem para ver se está certo, se não está certo, isso a gente viu muito na pandemia todo mundo querendo saber o que é o vírus, como é que ele funciona, como é que ele não funciona, um vem com uma ideia outro vem com outra, daqui a pouco um vai lá e questiona não é isso, e por aí vai. (MR, ex23, 2022).

Diante disso, pelos conceitos teóricos abordados anteriormente e pelas concepções apresentadas pelos pesquisadores de ambos métodos de ensino, pode-se confirmar que a Significação e Expressão da MM equivale a Comunicação da Pesquisa em sala de aula. Na próxima seção, apresenta-se uma discussão sobre as possíveis relações entre modelo e produção autoral.

8.4 RELAÇÕES ENTRE MODELO E PRODUÇÃO AUTURAL

Na MM os estudantes por meio do processo do levantamento de dados e da resolução produzem um *modelo* que sintetiza uma possível solução para o problema da realidade investigado. Na Pesquisa em sala de aula os estudantes, na terceira etapa, desenvolvem um *produto* que é o resultado do processo de investigação que busca responder os questionamentos definidos na primeira etapa. Nesta tese, uma das hipóteses é que o modelo desenvolvido na MM equivale ao produto apresentado pelos estudantes na Pesquisa em sala de aula.

Na MM o conceito de modelo é estabelecido pelos pesquisadores. Para Biembengut (2016):

Um modelo precisa ser semelhante à realidade sob os aspectos que interessam à pesquisa em curso e, assim, atender às necessidades que o geraram. E ainda permitir efetuar modificações da situação-problema estudada ou desenvolver

uma teoria que possa ser confirmada ou refutada por meio de testes empíricos[...]. (p. 109).

Na concepção de Burak, apresentada durante a entrevista:

Bom, o que é um modelo? É uma expressão resultado da matematização daquela situação, o problema da realidade é muito mais complexo, você não leva em consideração muitas coisas. Você quer calcular por exemplo, a gravidade do local, mas você não leva em consideração o amortecimento do pêndulo, você não leva nada, você não leva em consideração muitas coisas, então é um problema, vamos dizer assim, é uma solução próxima. Então quando você fala em modelo é que para mim a matematização, que você vai trabalhar, então é o que eu digo assim, o modelo não é nada mais do que se trabalhar sobre aquele objeto matematizando, para mim modelo é uma matematização que ele expressa, por exemplo, em partes aquele fenômeno do estudo. (DB, ex58, 2022).

Para Barbosa, um modelo tem várias definições:

Depende da definição de modelo, se você por exemplo, assumir que um modelo é uma equação ou uma inequação, ou um sistema de equações ou inequações, com capacidade de descrição e predição, nem tudo que os alunos fazem pode ser enquadrado como modelo matemático. Então em muitos manuais de Matemática aplicada tem essa definição, mais ou menos assim de um modelo matemático. Então isso limita o modelo matemático ao fato de descrever e prever, com essa definição muita coisa que se faria no ensino fundamental por exemplo, não seria Modelagem Matemática. Porque o que os alunos fazem não tem capacidade de predição, a meu ver não. (JB, ex24, 2022).

Por meio dessas afirmações, compreende-se na MM um modelo como uma sintetização de uma possível solução para um problema oriundo da realidade. Esse modelo pode ser considerado como uma equação, um sistema, um gráfico, uma tabela, entre outras formas de representação, uma vez que um modelo pode ser físico ou simbólico, conforme ressalta Biembengut (2016), conceito apresentado no quarto capítulo desta tese.

Em relação ao conceito de produção autoral ou produto dos estudantes, os pesquisadores Galiazzi e Ramos apresentam a sua concepção afirmando que os conhecimentos produzidos pelos estudante, sejam escritos, ou de forma oral, podem ser considerados um produto. Galiazzi afirma que uma exemplificação de um produto é “[...] a produção de um acadêmico pode gerar dentro de uma escrita metafórica, de uma epígrafe, de uma poesia, de uma relação com algum livro, algum filme, coisa que o modelo mais tradicional de escrita não aceita.” (MG, ex25, 2022). Nessa mesma linha, Ramos destaca que,

[...] o produto na verdade é a aprendizagem do estudante esse que é o produto, agora o estudante pode expressar esse produto, manifestar esse produto de

várias formas: pela escrita, por textos escritos, por cartazes, fazer um pequeno vídeo, tem produtos que o estudante pode expressar até na parte da comunicação para ele apresentar para os colegas as respostas ao problema, aí no fundo em tudo isso aí está a aprendizagem, porque ele só vai ser capaz de fazer um pequeno vídeo do próprio celular, que hoje é uma barbada fazer isso, ou ele vai fazer um cartaz, ou ele vai fazer um Powerpoint, ou ele vai fazer um texto, uma produção escrita, uma produção textual, ele só vai ser capaz de fazer isso corretamente, adequadamente se ele aprendeu algo com esse processo.(MR, ex24, 2022).

Já, Lima não considera evidente que a produção autoral do estudante será considerado um produto, conforme a pesquisadora:

Eu chamo de aprendizagem de conteúdo conceitual, ele não tem por exemplo, eu não trabalho no sentido dele me apresentar alguma coisa, ele tem que me mostrar que aprendeu, só isso, não tem um produto, na sala de aula não tem um produto, na feira de ciências tem um produto, no clube de ciências tem porque vai desembarcar em uma apresentação pública, seja dentro da escola, seja dentro do município, seja onde for, agora, a Pesquisa em sala de aula ao meu ver, o produto dele é ele me mostrar que ele construiu um conhecimento sobre o conteúdo conceitual x ou sobre o conteúdo procedimental y, que eu me propus a que ele aprendesse, que eu ajudei a construir uma estrutura de ensino para que ele aprendesse,

Jefferson: - mas de que forma o estudante pode te demonstrar isso professora?

Valderez:- pela escrita, pela fala. (VL, ex20, 2022).

De fato, o estudante em sala de aula não produz um produto, quando considerado um produto acadêmico de exigência nível pós-graduação. No entanto, quando trata-se da Educação Básica a produção do estudante após passar pelas três etapas da Pesquisa em sala de aula, pode ser considerada um produto ou produção autoral que foi desenvolvida pelo estudante ao perpassar pelas três etapas.

Na MM, em unanimidade, a produção do estudante é considerada um modelo pelos pesquisadores da Modelagem. No entanto, no campo da Pesquisa em sala de aula não é uma unanimidade que a produção autoral do estudante possa ser considerada um modelo. Para compreender essa possível dessemelhança entre as concepções dos pesquisadores sobre a Pesquisa em sala de aula, durante a entrevista, questionou-se sobre as relações entre o modelo e a produção autoral do estudante. Essa relação foi estabelecida apenas por Ramos e Galiuzzi. No Quadro 51, apresentam-se as resposta dos pesquisadores da Pesquisa em sala.

Quadro 51 - Concepções dos pesquisadores sobre possíveis relações entre modelo e produção autoral

Pesquisadores	Concepções
[Continua]	

<p>Ramos</p>	<p>“É ..., tem que ver o que se entende por modelo, porque o modelo... ali não é necessariamente um modelo, ele pode ser um modelo depende do que está investigando...”</p> <p>Jefferson: - E qual a diferença para o senhor ali da produção dele para um modelo?</p> <p>- Não, é que um modelo para mim parece que você está querendo chegar na ideia de uma modelagem, mas eu só vou ter um modelo quando eu estiver trabalhando com o processo de modelagem. Vamos supor, vou dar um exemplo para tentar entender, estou trabalhando por exemplo, em Ciências a energia elétrica, vamos supor que um aluno faça uma pergunta, “ah, como é que se calcula... como é que se chega no valor da energia elétrica? como se chega no valor que a gente paga na conta de luz?” aí então o professor pode pedir para eles trazerem contas de luz e aí eles vão olhar ali como é que foi calculado, quais são os elementos que entram, quais são os percentuais e no final o aluno pode apresentar uma fórmula, ele pode apresentar uma fórmula matemática por exemplo, pode até testar essa fórmula, porque pode ser que o aluno venha de uma cidade o outro aluno vem de outra pode ser que a companhia seja até diferente, aí será que o modelo é o mesmo? aí eles podem comparar modelos e tal, aí sim seria uma ideia de modelo, outro tipo de modelo que eu poderia trazer, vamos supor, um aluno quer fazer um trabalho de maquete por exemplo, trabalhar com a questão de moléculas, montar modelos de moléculas, então tem um conteúdo que é extremamente abstrato, porque o objeto de estudo é do campo sub- microscópico que ninguém enxerga, ninguém vê, ninguém consegue... então para a gente poder entender a gente teria que construir algo concreto a partir do pensamento abstrato. Então o fato dele montar moléculas, e ver como é que são os ângulos e tal, isso é uma forma de modelo também pensando no ponto de vista químico, então aí sim nesse campo é um modelo.” (MR, ex28, 2022).</p>
<p>Galiazzi</p>	<p>“Eu diria que o modelo ele tem uma estrutura fechada, enquanto que a produção autoral do aluno é como ele quer expressar aquele resultado. Se eu te peço um trabalho acadêmico você vai expressar dentro de um modelo que academia aceita o teu modo de pensar isso. Agora a produção de um acadêmico pode gerar dentro de uma escrita metafórica, de uma epígrafe, de uma poesia, de uma relação com algum livro, algum filme, coisa que o modelo mais tradicional de escrita não aceita. Você pode escrever na primeira pessoa ou pode escrever na terceira pessoa dentro deste modelo, mas a produção autoral é tua, e isso é muito mais aberto enquanto tu vem para outros níveis de escrita mais baixos, nesse sentido uma das coisas que eu tenho feito nesses últimos 10 anos com professores, é escrever cartas, por que a carta se ela tem um modelo tu vai colocar o lugar, a data, as cartas começam assim eu aprendi assim no meu terceiro ano na época que chamava primário, tem um lugar onde eu escrevo e a data, depois tem a saudação e aí depois você começa a escrever. E depois lá no final você vai ter que fechar a carta, ao menos você vai ter que assinar, se não for uma carta anônima. Então eu tenho feito isso muito com professores e aí obviamente que isso é muito aberto, existe um modelo que chama epistolar, o gênero que escreve cartas chama-se gênero epistolar, mas obviamente que se se existe um modelo que tu pode, que se tu disser “isso aqui é de uma carta” você vai reconhecer que é uma carta, dirigida a alguém no entanto é totalmente aberta, tu pode mentir, tu pode contar a verdade, as intenções da carta são muito abertas. E é aí que eu digo que é a diferença entre modelo e produção autoral.” (MG, ex25, 2022).</p>

Fonte: elaborado pelo autor(2023).

Por meio das narrativas apresentadas no Quadro 51, percebe-se que inicialmente os pesquisadores Ramos e Galiazzi negam as relações entre as duas concepções em primeira instância. Entretanto, quando recorrem a exemplos que possam ilustrar a negativa da hipótese, percebem que uma produção autoral, ou um produto do estudante,

coincide com a ideia de um modelo quando considerado um modelo de um produto desenvolvido pelos estudantes com a finalidade de sintetizar uma solução para o problema proposto na primeira etapa. Por exemplo, no estudo de escritas acadêmicas, os textos desenvolvidos pelos estudantes podem ser considerados um modelo de uma carta, uma epígrafe, um texto argumentativo, dissertativo, entre outros.

Na investigação sobre o gasto de energia em uma residência, ou construção de modelos de átomos, os estudantes produzem uma planilha ou uma representação de modelos atômicos em forma de cartazes, isopor, entre outras. Percebe-se que este produto desenvolvido pelo estudante é de fato uma representação de um modelo atômico, ou um modelo do consumo de energia gasto por mês em uma residência.

Diante disso, infere-se que os pesquisadores Burak, Barbosa, Bassanezi, Biembengut, Ramos e Galiazzi concordam que o produto produzido pelo estudante pode ser considerado um modelo. Ramos complementa:

Agora se a gente for longe daqui a pouco todo o conhecimento do sujeito é um modelo, é uma modelação de algo, a gente tem que cuidar, eu não sei se eu não parei para pensar sobre isso, na verdade eu estou aqui conversando contigo e isso é uma discussão interessante, Será que todo conhecimento que eu chego... porque o conhecimento no fundo é uma abstração sobre algo, Será que todo conhecimento é um modelo? é uma modelação da realidade? pode ser. (RAMOS, ex29, 2022).

O questionamento levantado por Ramos é relevante, sendo citado pela segunda vez nesta tese, pois de certo modo, é respondido por Biembengut quando a pesquisadora afirma que é inerente ao ser humano pensar por meio de modelos. De acordo com Biembengut (2016), o desenvolvimento de modelos para apreender sobre os fenômenos naturais e sociais é intrínseco ao ser humano. Conforme ressalta Bassanezi e Biembengut a percepção de modelos está presente em diversas áreas tais como: Arte; Moda; Arquitetura; História; Economia; Literatura; Matemática. Portanto, nessa perspectiva, todo conhecimento desenvolvido pelo ser humano é estabelecido por meios de modelos, uma vez que é atinente à natureza humana o estabelecimento de um modelo cognitivo para desenvolver um conhecimento.

Dessa forma, confirma-se a hipótese que a produção autoral ou produto desenvolvido pelo estudante ao perpassar pelas três etapas da Pesquisa em sala de aula é semelhante a um modelo que os estudantes desenvolveriam ao passar pelas três etapas da MM. Vale salientar que como a pesquisa está associada ao processo da Modelagem, então

em ambos métodos, o resultado produzido pelos estudantes pode ser considerado semelhante, diferenciando-se apenas como uma escolha na forma de representação apresentada. Na última seção, apresentam-se as considerações do capítulo.

8.5 CONSIDERAÇÕES DO CAPÍTULO

Este capítulo objetivou apresentar as relações entre a MM e a Pesquisa como princípio educativo enquanto métodos de ensino e pesquisa. Para tanto, estabeleceu-se quatro categorias finais denominadas de *Teorias que fundamentam os teóricos*; *Princípios dos métodos de ensino*; *Etapas do método*; e *Modelo e Produção do estudante*. Em cada seção deste capítulo dedicou-se a apresentar as relações entre os métodos acerca dessas categorias.

Apesar dos pesquisadores apresentarem diferentes concepções teóricas, por meio do Quadro 44 foi possível perceber que predominam algumas teorias que fundamentam os teóricos, em particular, a concepção da mediação do professor na perspectiva de Vygotsky, o estudo da Neurociências e os estudos sobre a emancipação do estudante enquanto um participante ativo nos processos de ensino e aprendizagem. Paralelamente, percebe-se que essas concepções teóricas estão presente nos dois métodos de ensino e pesquisa, permeando a concepção de pesquisa e as etapas. Além disso, destaca-se o fato que o pesquisador Bassanezi não possui nenhuma inspiração teórica uma vez que é oriundo da perspectiva de Aplicação Matemática.

Com relação aos princípios dos métodos de ensino, é possível destacar que em ambas concepções de ensino os princípios se repetem. Em unanimidade os pesquisadores destacam a importância do rompimento do paradigma do ensino tradicional por parte do professor, pois apenas por meio da mudança de postura do professor, os estudantes são emancipados. Além disso, os pesquisadores ressaltam que o profissional da educação deve velar pela valorização, pela autonomia do estudante visto como um sujeito participante do processo de aprendizagem. Para tanto, o professor deve descentralizar-se do processo de ensino permitindo ao estudante assumir o protagonismo, desenvolvendo algumas habilidades para sua formação nesse processo, tais como: desenvolvimento da fala, escrita, e argumentação; habilidade em desenvolver Pesquisa; motivação; habilidade de trabalhar em grupo; diálogo com o próximo; empatia com outra pessoa; protagonismo; posicionar-se sobre um determinado assunto com outras pessoas; senso crítico sobre a

realidade a qual está inserido; desenvolvimento de estratégias; reflexão; e, autonomia do pensamento.

Em relação às três etapas que permeiam os métodos de ensino, é possível confirmar a hipótese inicial que as fases da Modelagem equivalem-se às fases da Pesquisa em sala de aula.

Na etapa do Questionamento, os estudantes estabelecem o tema por meio de perguntas, debates, proposição de um tema relevante para a comunidade, entre outros. Dessa forma, os estudantes buscam familiarizam-se e apreender com o tema, como estabelece-se na etapa de Percepção e Apreensão.

Na segunda etapa, de ambos os métodos, os estudantes buscam compreender o tema por meio da busca em diferentes fontes de pesquisa, sejam livros, *internet*, conversa com profissionais da área, entre outros, com a finalidade de levantar dados/informações que possam auxiliá-los na resolução do questionamento inicial. Em posse desses dados, segundo os pesquisadores, ocorre o estudo dos mesmos e a explicitação entre os estudantes para a construção de argumentos. Argumentos esses que após ser testado e aprovado pelo grupo, é apresentado ou comunicado ao professor e colegas como um produto ou modelo que representa uma sintetização da resolução do problema oriundo da realidade. Dessa forma, torna-se possível estabelecer uma conexão entre os dois métodos de ensino quando as etapas de ambos são equivalentes ou semelhantes.

O produto, segundo os pesquisadores sobre Pesquisa em sala de aula, pode ser considerado uma produção realizada pelos estudantes em forma de escrita, fala, *powerpoint*, tabelas, panfletos, gráficos, objetos físicos, entre outros, que representem uma sintetização ou solução para o problema oriundo da realidade. Essa representação é a mesma que os pesquisadores da MM denominam como modelo. Vale ressaltar que o modelo adotado nessa concepção não equivale ao modelo com ideia de predição de um tema adotado por Modeladores da Matemática aplicada.

Pelo exposto no decorrer deste capítulo, é possível compreender as relações de equivalência entre a Modelagem na Educação Matemática e a Pesquisa como princípio educativo. Essa semelhança está presente não apenas nas três etapas que permeiam o processo, como na filosofia de ensino que versa sobre a emancipação do estudante como protagonista e autônomo no processo de aprendizagem. Além disso, reconhecem-se

relações entre as produções de pesquisa apresentados ao final de cada método, nas quais o produto da pesquisa equivale ao modelo na MM.

Finalmente, no próximo capítulo apresentam-se as considerações finais sobre os resultados obtidos no desenvolvimento desta tese.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino tradicional ainda é um dos principais modelos de ensino utilizado por muitos professores da Educação Básica e do Ensino Superior, principalmente no componente curricular Matemática. Essa prática é recorrente, pois esses professores, na maioria das vezes, se subjetivaram e aprenderam por meio de um método de ensino transmissivo, criando o paradigma de que esse é o caminho mais seguro para garantir que o estudante adquira o conhecimento matemático. Consequência disso, as avaliações são vistas como um dos únicos dispositivos capazes de medir a aprendizagem e a capacidade do estudante. Com essa perspectiva, a aula expositiva, os exercícios de repetição e as provas são os principais meios de proporcionar a aprendizagem do sujeito, não levando em conta, na maioria das vezes, sua forma de pensar e relacionar-se com o contexto social na sala de aula.

Demo (2011) reforça que as universidades deveriam aproximar-se do contexto escolar para proporcionar a esses profissionais cursos de formação continuada com vista

a diversificar as práticas do ensino de Matemática desses professores. Autores como Fiorentini (1995), Lara (2011) e Demo (2011) reforçam que esses professores devem conhecer e desenvolver os métodos de ensino em suas aulas, com o desígnio de proporcionar uma aprendizagem na qual os estudantes saiam do papel de receptores de conhecimentos prontos, para um sujeito participante ativo, sendo os protagonistas dos processos de ensino e aprendizagem.

Nessa prerrogativa, a MM é um dos métodos de ensino e pesquisa que proporciona ao estudante a experiência de um sujeito ativo no processo de aprendizagem, pois ele inicia com a escolha do tema, problematiza, realiza o levantamento de dados, relaciona esses dados encontrados com o problema da realidade, e apresenta um modelo que corresponde a uma sintetização da solução do problema proposto inicialmente. Nesse mesmo viés, a Pesquisa como princípio educativo posiciona o estudante no centro do processo de ensino, de modo que seja instigado pelo professor a problematizar sobre um determinado tema, realizar a busca em fontes de informação, desenvolver um questionamento construtivo, apresentar um produto que represente a solução para o questionamento inicial. Portanto, a MM e a Pesquisa como princípio educativo são métodos de ensino que permitem ao professor descentralizar-se do papel de detentor do conhecimento e proporciona ao estudante a experiência de um sujeito responsável pela própria aprendizagem.

Diante disto, a hipótese inicial desta tese foi que a MM e a Pesquisa como princípio educativo possui confluências, definindo-se a questão direcionadora de pesquisa: *De que modo o método de pesquisa e ensino Modelagem Matemática se articula com a postura de ensino pautada na Pesquisa como princípio educativo na Educação Básica?* Tal problema gerou o seguinte objetivo geral: *Categorizar as articulações entre o método de pesquisa e ensino Modelagem Matemática e a postura de ensino pautada na Pesquisa como princípio educativo na Educação Básica.*

Para responder à questão de pesquisa e atingir o objetivo geral desta tese, desenvolveu-se uma RSL em cinco base de dados relevantes nos cenários acadêmicos de forma a categorizar teses, dissertações e artigos que apresentem relações entre os dois métodos de ensino. Além disso, foram realizadas entrevistas com os quatro autores referência da Modelagem Matemática, Rodney Bassanezi, Dionísio Burak, Maria Salett Biembengut e Jonei Barbosa; e pela Pesquisa como princípio educativo entrevistou-se

Pedro Demo, Maria do Carmo Galiuzzi, Maurivan Guntzel e Valderez Lima. Por meio da RSL e das entrevistas detalhadas nos capítulos VI, VII e VIII foi possível responder à questão de pesquisa.

As articulações entre a MM e a Pesquisa como princípio educativo foram percebidas em duas vinculações: *A filosofia de ensino e As etapas*. A Pesquisa como princípio educativo e a MM convergem na filosofia de ensino na qual o professor descentraliza-se dos processos de ensino e aprendizagem e oportuniza que o estudante assuma o protagonismo, um processo significativo que vai de encontro ao paradigma de ensino tradicional. Nesse processo, o professor assume o papel de mediador do conhecimento, ao invés de um detentor do conhecimento, permitindo que o estudante, por meio da interação com o tema e com os colegas, desenvolva habilidades e competências essenciais para a sua formação acadêmica. Segundo os pesquisadores entrevistados, algumas habilidades e competências atingidas pelos estudantes são: aprimoramento da argumentação; autonomia no pensamento crítico; aprimoramento nas relações sociais no interior e exterior da escola; desenvolvimento da postura crítica do estudante perante os colegas e o professor; aperfeiçoamento na busca por informações em sites de busca da rede mundial de computadores; o desenvolvimento crítico na tomada de decisão; e motivação para aprimorar seu conhecimento.

Em relação às etapas, a Pesquisa em sala de aula e a Modelagem Matemática possuem convergência nas três etapas estabelecidas teoricamente. Conforme identificado na análise das falas dos pesquisadores, durante a entrevista, a pesquisa no ambiente da sala de aula se inicia com o estabelecimento do tema, seja por meio da pergunta dos estudantes, ou de uma exposição do professor em forma de vídeo, de um problema recorrente da comunidade, ou, ainda, de um *powerpoint* apresentado pelo professor, que servirão como ponto de partida criando condições para que os estudantes procurem compreender e apreender sobre o tema. Esse processo é determinado como *Questionamento e Percepção e Apreensão* respectivamente. O próximo passo consiste na realização, por parte dos estudantes, de buscas em fontes de informações para o levantamento de dados sobre o tema, seja por meio de uma pesquisa documental, rede mundial de computadores (*internet*), pesquisa de campo, entrevista na comunidade, entre outros. Por meio dos dados levantados, os participantes estudam os dados e desenvolvem hipóteses de uma possível solução para o problema inicial. Essa hipótese é debatida no grupo e com o professor, com a finalidade de apresentá-la aos colegas de classe. Para essa

apresentação da hipótese, é necessário que os estudantes desenvolvam argumentos que possam auxiliá-los na explicitação para o grupo maior, essa etapa é denominada de *Construção de argumentos e Compreensão e Explicitação*, respectivamente.

Em seguida, os estudantes apresentam a solução encontrada aos outros colegas, em alguns casos à comunidade escolar, à instituição inicial do problema, entre outras, com a finalidade de demonstrar que a solução desenvolvida satisfaz o problema investigado. Essa solução pode ser apresentada por meio de um *produto/modelo* que pode ser compreendida como um texto, fórmula, equação, folder, vídeo, *powerpoint*, gráfico, entre outras formas de apresentação dos resultados encontrados pelos estudantes. Essa etapa é descrita como *Comunicação e Significação e Expressão*, respectivamente. Vale salientar que os pesquisadores destacam que as etapas, tanto na Pesquisa em sala de aula quanto na MM são cíclicas e não lineares, ou seja, o professor e os estudantes têm a liberdade de voltar para qualquer uma das etapas, perpassando-as conforme a necessidade da proposta.

Sobre a necessidade da construção de um modelo na Educação Básica, reitera-se a prerrogativa exposta por Biembengut quando afirma que o cérebro humano é programado para pensar por meio de modelos. De fato, em seu livro Biembengut (2016) afirma que a Neurociência evidencia que o cérebro humano estabelece uma relação entre uma palavra e uma imagem. Portanto, a construção de um modelo do tema trabalhado é uma forma de proporcionar ao estudante uma aprendizagem na qual será possível lembrar posteriormente o conteúdo apreendido. Assim, essa tese comunga com a concepção da construção de modelo defendida por Biembengut (2014, 2016).

Dessa forma, a hipótese inicial que a MM e a Pesquisa como princípio educativo possui confluências é confirmada por meio do reconhecimento das confluências apresentadas durante o desenvolvimento desta pesquisa, tanto no princípio educativo de ambas no contexto da sala de aula como nas etapas percorridas durante o processo. Um outro fator a ser destacado por meio da análise é que Bassanezi, Biembengut, Burak e Barbosa são pesquisadores da Educação Matemática, enquanto Demo, Galiuzzi, Ramos e Lima são pesquisadores da Educação em Ciências e a discussão apresentada nesta tese traz à tona que mesmo que os métodos de ensino sejam desenvolvidos em diferentes áreas do conhecimento eles conversam entre si, apresentando semelhanças muito explícitas, demonstrando que, tanto em um método quanto o outro ao serem utilizados pelo professor

asseguram que o estudante desenvolverá pesquisa e se tornará o protagonista do processo de aprendizagem.

Ao finalizar esta tese, espera-se justificar todo o seu desenvolvimento ao entender que tais conclusões podem proporcionar subsídios teóricos para o professor e motivá-lo a uma maior utilização da MM em sala de aula, em particular na Educação Básica, uma vez que suas semelhanças com a Pesquisa em sala de aula garante o protagonismo do estudante, o que desenvolveria competências básicas para o perfil do estudante esperado na atual sociedade. Adicionado a isso, reciprocamente, quando se pensa em elaborar uma proposta que oportunize a Pesquisa em sala de aula, a MM torna-se uma das alternativas assertivas para componente curricular Matemática.

Adicionado a isso, no desenvolvimento desta tese, especificamente no momento da investigação das relações entre as etapas da MM e da Pesquisa como princípio educativo, identificam-se possíveis relações entre as etapas dos métodos investigados com as etapas da Resolução de problemas e da Teoria das Situações didáticas. Diante disso, como perspectiva futura infere-se a necessidade de investigar as possíveis relações entre os métodos investigados e as tendências de ensino percebidas.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. Um olhar semiótico sobre modelos e modelagem: metáforas como foco de análise. *Zetetiké* (UNICAMP), v. 18, p. 379-406, 2010.

_____.; FERRUZZI, E. C. Uma aproximação Socioepistemológica para a Modelagem Matemática. *Alexandria* (UFSC), v. 2, p. 117-134, 2009.

_____.; BRITO, D. S. Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir?. *Ciência e Educação* (UNESP. Impresso), v. 11, p. 1-16, 2005.

_____.; DIAS, M. R. A questão da acessibilidade em uma rede escolar. *Ensaio* (Fundação CESGRANRIO. Impresso), Rio de Janeiro, v. 11, n.n 39, p. 180-196, 2003.

_____.; Silva, K. A. P.; VERTUAN, R. E. Sobre a categorização dos signos na Semiótica Peirceana em atividades de Modelagem Matemática. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias** (En línea), v. 6, p. 8-17, 2011.

AMARAL, I. B.; LIMA, V. M. R. A educação pela pesquisa, o questionamento e a crítica: propostas viáveis para ensinar e aprender. **Revista Acta Scientiae**, Canoas v. 13 n.1 p.140-157 jan./jun. 2011.

ARAÚJO, J. L. Uma abordagem Sócio-crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **Alexandria**, Florianópolis, SC, v. 2, n. 2, p. 55-68, jul. 2009.

AUSUBEL, D. P. **Educational psychology: a cognitive view**. New York, Holt, Rinehart, and Winston Inc., 1968.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**. 2001. 253 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

_____. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73- 80, 2004.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70. (2011).

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

_____. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3.ed., 2º reimpressão.- São Paulo: Contexto, 2010.

BIEMBENGUT, M.S. **Mapeamento na Pesquisa Educacional**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.

_____. **Modelagem matemática no Ensino Fundamental**. 1. ed. São Paulo: EDIFURB, 2014.

_____. **Modelagem Matemática e Resolução de problemas, Projetos e Etnomatemática: Pontos confluentes**. Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.7, n.2, p.197-219, novembro 2014.

_____. **Modelagem na educação matemática e na ciência**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 4ª ed. São Paulo: Contexto, 2007.

BLOMHOJ, M. Mathematical modelling - A theory for practice. En Clarke, B.; Clarke, D. Emanuelsson, G.; Johnansson, B.; Lambdin, D.; Lester, F. Walby, A. & Walby, K. (Eds.) **International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics**. National Center for Mathematics Education, 145-159. Suécia. 2004.

BLUM, W. **Applications and modelling in mathematics teaching** - a review of arguments and instructional aspects. In Niss, M, Blum, Wand Huntley, I (ed), loco cit., 10-29, 1991.

_____. Mathematical modelling in mathematics education and instruction In: **Teaching and learning mathematics in context**, Edited by Breiteig (etc.) 1993, Ellis Horwood Limited, Chichester, S. 3-14.

_____. FERRI, R.B. Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? **Journal of Mathematical Modelling and Application** 2009, Vol. 1, No. 1, 45-58.

BLUM, W. NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects - state, trends and issues in mathematics instruction. In **Educational Studies in Mathematics**, 22, 37-68. 1991.

BOGDAN, R; BIKLEN, S. Investigação qualitativa em Educação: fundamentos, métodos e técnicas. In: **Investigação qualitativa em educação**. Portugal: Porto Editora, p. 15-80, 1994.

BORBA, M. C. Calculadoras gráficas e Educação Matemática. Rio de Janeiro: USU, Ed. Bureau, 1999. p. 95-113 (**Série Reflexão em Educação Matemática**).

_____. Humans-with-media and continuing education for mathematics teachers in online environments. **ZDM**, Berlim. v. 44, p. 802–814, 2012.

BORGES, T. D. B.; LIMA, V. M. R. A Educação pela Pesquisa como abordagem facilitadora da argumentação dialógica. **Revista Insignare Scientia - RIS**, v. 3, p. 25-45, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

_____, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o ensino superior** – Lei nº 1302/2001. Brasília: 2001.

_____. **LDB: Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. – 9. ed. – Brasília: Câmara dos Deputados, Edições Câmara, 2014.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática. 2008.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino e aprendizagem**. Tese (doutorado educacional). Faculdade de Educação. Universidade de Campinas – Unicamp. Campinas, 1992.

_____. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, v. 1, p. 10-27, 2010.

- CALDART, S.R. Educação do Campo: notas para uma análise de percurso. **Trab. Educ. Saúde**, Rio de Janeiro, v. 7 n. 1, p. 35-64, mar./jun.2009.
- CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática: um outro olhar. **Alexandria - Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 33-54, jul. 2009.
- CAMPOS, D. G. **O desenvolvimento de posturas críticas nos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental por meio da Modelagem Matemática**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto -Minas Gerais. 2015.
- CAMPOS, I. S. **A divisão do trabalho no ambiente de aprendizagem de modelagem matemática segundo a educação matemática crítica**. Tese (Doutorado) Universidade Federal de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Educação: Conhecimento e Inclusão Social - Belo Horizonte, 2018.
- CHAVES, C. M. F. **Modelagem Matemática e o uso do álcool e do cigarro: uma forma de contextualizar a Matemática**. Dissertação (Mestrado). Centro Universitário Franciscano, Santa Maria -Rio Grande do Sul, 2006.
- CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné**. Paris: La Pensee Sauvage, 1991.
- CHILDE, G. **A evolução cultural do homem**. 5. ed. Rio de Janeiro: Koogan, 1981. 229p.
- COSTA, L. M. **A compreensão em atividades de Modelagem Matemática: uma análise à luz dos Registros de Representação Semiótica**. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Londrina, 2016.
- DATE, C. J. **Introdução a Sistemas de banco de dados**. Tradução da 7º edição americana, editora Campus, 2000.
- DEMO, P. **Pesquisa: princípio científico e educativo**. 14ª ed. São Paulo: Cortez, 2011.
- _____. **Pesquisa: princípio científico e educativo**. 12. ed. São Paulo: Cortez, 2006.
- DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives**, Strasbourg, v. 5, p. 35-65, 1993.
- EVES, H. **Introdução à história da matemática** / Howard Eves; tradução Hygino H. Domingues. 5a ed. – Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.
- FIorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas: Unicamp, ano. 3, n. 4, p. 1-37, 1995.
- GALLE, L. A. V.; PAULETTI, F.; RAMOS, M. G. Pesquisa em sala de aula: os interesses dos estudantes manifestados por meio de perguntas sobre a queima da vela. **REVISTA ACTA SCIENTIAE**, v. 18, p. 498-516, 2016.

GALIAZZI, M. C. O professor na sala de aula com pesquisa. In: MORAES, R.; LIMA, V. M. R. **Pesquisa em sala de aula: tendências para a educação em novos tempos**. 3. ed. Porto Alegre: Edipurcs, 2012. p. 215-231.

GALVANI, I. R. C. **A Modelagem Matemática e o desenvolvimento da Autonomia: um estudo com estudantes do Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado). UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ, 2018.

GESSINGER, R. M. Teoria e fundamentação teórica na pesquisa em sala de aula. In: MORAES, R.; LIMA, V. M. do R. **Pesquisa em sala de aula: tendências para a educação em novos tempos**. 3. ed. Porto Alegre: Edipurcs, 2012. p. 141-150.

GEHARDT, T; SILVEIRA, D. **Métodos de Pesquisa**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Editora da UFRGS, 2009.

GOMES, E. Ensino e aprendizagem de cálculo na engenharia: um mapeamento das publicações nos COBENGES. In: **Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**, 16, Canoas. Anais. Canoas: ULBRA, 2012.

KAISER-MESSMER, G. **Modelling and modelling competencies in school**. In: C. P. Haines et al. (Eds.): *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics*. Chichester: Horwood, S. 110-119. 2007.

_____. Application-orientated mathematics teaching: a survey of the theoretical debate. In: NISS, M., BLUM, W., HUNTLEY, I. (ed.). **Teaching of mathematical modelling and applications**. Chichester: Ellis Horwood, p. 83- 92, 1991.

_____. Modelling and modelling competencies in school. In: C. P. Haines et al. (Eds.): **Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics**. Chichester: Horwood, S. 110-119, 2007.

_____; SCHWARZ, B. TIEDEMANN, S. **Future teachers' professional knowledge on modelling**. In: LESH, R.; GALBRAITH, P.; HAINES, C. R.; HURFORD, A. (Org.), 2006.

_____.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **The International Journal on Mathematics Education**, v. 38, n. 3, p.302-310, 2006.

LAMONATO, M.; PASSOS, C. L. B. Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática. **Zetetiké**, v.19, 2012.

LARA, I. C. M. Formas de vida e jogos de linguagem: a Etnomatemática como método de pesquisa e de ensino. **Com a Palavra, O Professor**, v. 4, p. 36-64, 2019.

_____. O ensino da Matemática por meio da História da Matemática: possíveis articulações com a Etnomatemática. **Vidya** (Santa Maria. Online), v. 33, p. 51-62, 2013.

_____. A Constituição Histórica de Diferentes Sujeitos Matemáticos. **Acta Scientiae** (ULBRA), v. 13, p. 97-114, 2011.

LIMA, V. M. R. Pesquisa em sala de aula: um olhar na direção do desenvolvimento da competência social. In: MORAES, R.; LIMA, V. M. R. **Pesquisa em sala de aula: tendências para a educação em novos tempos**. 3. ed. Porto Alegre: Edipurcs, 2012. p. 203-214.

_____; REGINATO, A. E. A. E.; AMARAL-ROSA, M. P. Contribuições da pesquisa em sala de aula para formação integral: percepções de egressos do Ensino Médio. **Revista Insignare Scientia**, v. 3, p. 118-139, 2020.

_____.; GRILLO, M. C. A pesquisa em sala de aula. In: GRILLO, M.C.; FREITAS, A.L.S.; GESSINGER, R.M.; LIMA, V.M.R. (Org). **A gestão da aula universitária na PUCRS**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008.

MACHADO, D. R.; SILVEIRA, B. D.; LARA, I. C. M.; FERRARO, J. L. S. **Experiência Museal e Modelagem Matemática: contribuições para a Pesquisa em Sala de Aula**. VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA. ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil. 2017.

MAGINA, S. A pesquisa na sala de aula de matemática das séries iniciais do ensino fundamental: contribuições teóricas da psicologia. **Educ. rev.** Curitiba, n. se1, p. 63-75, 2011.

MARQUEZ, J. **Modelagem na Educação Matemática com vistas à Autonomia**. Dissertação (Mestrado). UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL, Porto Alegre, 2017.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 142 p, 2011.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C.; RAMOS, M. Pesquisa em sala de Aula: fundamentos e pressupostos. In: MORAES, Roque; LIMA, Valderez Marina do Rosário (Org.). **Pesquisa em Sala de Aula: tendências para a educação em novos tempos**. 3. ed. Porto Alegre: Edipurcs. Cap. 1. p. 11-20, 2012.

_____; GALIAZZI, M. C.; RAMOS, M. G. Pesquisa em sala de aula: fundamentos e pressupostos. In: MORAES, R.; LIMA, V. M. R. **Pesquisa em sala de aula: tendências para a educação em novos tempos**. 1. ed. Porto Alegre: Edipurcs, 2002. p. 11-20.

_____.; GALIAZZI, M. C. **Análise Textual Discursiva**. Ijuí: Unijuí. 2013

_____.; LIMA, V. M. R. **Pesquisa em sala de Aula: tendências para a educação em novos tempos**. Porto Alegre: Edipurcs, 2004.

NISS, M. Issues and problems of research on the teaching and learning of applications and modelling. In: J. F. MATOS et. al. **Modelling and Mathematics Education**. Chichester: Ellis Horwood, p. 72-88, 2001.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M.

- C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, p. 213 – 231, 2004.
- PAPERT, S. **A Máquina das Crianças: Repensando a Escola na Era da Informática**. Ed. rev. Porto Alegre, Artes Médicas, 2008.
- PICKERING, C.; BYRNE, J. The benefits of publishing systematic quantitative literature reviews for PhD candidates and other early career researchers. **Higher Education Research and Development**, v. 33, n. 3, 534-548, 2014.
- POLLAK, H. O. What is mathematical modeling? In: **Mathematical Modeling Handbook**. Bedford: COMAP, 2012.
- RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains**. Paris: Armand Colin, 1995.
- RAMOS, M. G.; LIMA, V. M. R.; ROCHA FILHO, J. B. A pesquisa como prática na sala de aula de Ciências e Matemática: um olhar sobre dissertações. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 3, p. 53-81, nov. 2009.
- ROSA, M.; OREY, D. C. Vinho e Queijo: Etnomatemática e Modelagem! **Revista Bolema**, v. 16, n. 20, p. 1-16, 2003.
- SCHELER, M.; BIEMBENGUT, M. S. O Processo de Modelagem Matemática e a utilização de Linguagem Científica no Ensino Médio. In: **Anais do Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, 4º, Ilhéus- Bahia-Brasil. p.1145-1156, 2015.
- SCHÖN, D. A. **Educando o profissional reflexivo**. São Paulo: Artmed, 2000.
- SILVA, M. R. G. Concepções didático-pedagógicas do professor-pesquisador em Matemática e seu funcionamento na sala de aula de Matemática. **Revista Bolema**, Ano 11, nº,12 pp. 13 a 27, 1996.
- Silva, K.A. P. ALMEIDA, L. M. W. ; GEROLOMO, A. M. L. . Aprendendo a fazer modelagem matemática: a vez do aluno. **Educação Matemática em Revista**, v. 1, p. 28-36, 2011.
- SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, n. 14, p. 66-91, 2000.
- SOUSA, E. S.; LARA, I. C. M.; RAMOS, M. G. Concepções de Modelagem e a Pesquisa em Sala de Aula na Educação Matemática. **Revista Exitus, Santarém/PA**, Vol. 8, Nº 1, p. 250 - 275, JAN/ABR 2018.
- TALL, D. **Introducing the three worlds of mathematics**. For the Learning of Mathematics, Fredericton, Canadá, v. 23 n. 3, p. 29-33, 2004.
- VARGAS, A. F. **Do Campo à Matemática: os princípios da Modelagem Matemática para uma Aprendizagem Significativa**. Dissertação (Mestrado). Universidade

Franciscana, PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA, 2020.

APÊNDICE A: RELAÇÃO DE TRABALHOS OBTIDOS POR MEIO DA REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

Neste Apêndice A, apresenta-se a relação das produções elencadas por meio da RSL desenvolvida no quinto capítulo desta tese. Para apresentar os trabalhos que foram utilizados para a análise, descreve-se no Quadro 52, abaixo os seguintes itens, a identificação (ID) do trabalho, referente a quantidade de trabalhos enumerados; título; o(s) nome(s) do(s) autor(es); o tipo de trabalho sendo classificado por (Tese – TS; Dissertação- DIS; Artigo-ART); o banco de dados(BD) no qual o trabalho foi selecionado; e o ano de publicação.

Quadro 52 - Relação de Trabalhos analisados por meio da RSL

ID	TÍTULO	AUTOR(ES)	TIPO	BD	ANO
T1	Modelagem Matemática em sala de aula: Principais obstáculos e dificuldades em sua implementação	Maria Carolina Machado Magnus	DIS	BDTD	2012
T2	A divisão do trabalho no ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática segundo a educação Matemática crítica	Ilaine da Silva Campos	TS	BDTD	2018
T3	Uma proposta de Avaliação da Aprendizagem Significativa em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula	Denise Fabiana Figueredo	DIS	BDTD	2013
T4	Modelagem Matemática como estratégia de Ensino em tópicos de Matemática Financeira	Cláudia Ferreira Soares Alves	DIS	BDTD	2016
T5	Modelação Matemática na sala de aula: O conceito de função exponencial numa sequência de atividades para o 1º ano do Ensino Médio	Lina Flávia Morete de Queirós Lima	DIS	BDTD	2017
T6	Do Campo a Matemática: Os princípios da Modelagem Matemática para uma Aprendizagem Significativa	Andressa Franco Vargas	DIS	BDTD	2020
T7	Percepções da Modelagem Matemática nos anos iniciais	Simone Raquel Casarin Machado	DIS	BDTD	2010
T8	Modelagem Matemática no Ensino-Aprendizagem: Ação e Resultados	Arthur Gonçalves Machado Júnior	DIS	BDTD	2005
T9	Modelagem Matemática e Autonomia: Um olhar para atividades no Ensino Fundamental	Ronalti Walaci Santiago Martin	DIS	BDTD	2019
T10	Modelagem Matemática e suas implicações para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática no 5º ano do Ensino Fundamental em duas escolas públicas do Vale do Taquari	Elise Cândida Dente	DIS	BDTD	2017
T11	Utilizando a Modelagem Matemática no processo de ensino para a aprendizagem no 9º ano do Ensino Fundamental sob uma perspectiva de Educação Matemática sócio-construtivista-interacionista	Laércio Conceição Pedrosa Nogueira	DIS	BDTD	2014
T12	Ensino e Aprendizagem de Estatística por meio da Modelagem Matemática: Uma investigação com o Ensino Médio	Miriam Maria de Andrade	DIS	BDTD	2008
T13	A Modelagem Matemática para o estudo de Funções no contexto da Educação Ambiental	Kátia Luciane Souza da Rocha	DIS	BDTD	2009
T14	Modelagem Matemática e o uso do Álcool e do Cigarro: uma forma de contextualizar a Matemática	Cristina Medianeira de Souza Chaves	DIS	BDTD	2006

T15	O desenvolvimento de posturas críticas nos estudantes do 9ºano do Ensino Fundamental por meio da Modelagem Matemática	Denilson Gomes Campos	DIS	BDTD	2015
T16	A Modelagem Matemática na introdução do conceito de Equação para alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental	Everton Jonathan de Andrade Salandini	DIS	BDTD	2011
T17	A Modelagem Matemática e o desenvolvimento da Autonomia: um estudo com estudantes do Ensino Médio	Ingridi Rodrigues Charal Galvani	DIS	BDTD	2016
T18	A Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: um estudo dos conceitos mobilizados por professores em uma atividade de Geometria	Marcos Edson Alves de Sousa	DIS	BDTD	2014
T19	Modelagem Matemática como ambiente de Aprendizagem de conteúdos Geométricos no 7º ano do Ensino Fundamental	Danielly Barbosa de Sousa	DIS	BDTD	2010
T20	Modelagem Matemática e o Esporte: uma proposta de Ensino e Aprendizagem com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de duas escolas	Janaina de Ramos Ziegler	DIS	BDTD	2015
T21	A Modelagem Matemática como proposta para a introdução á Probabilidade por meio dos “Passeios aleatórios da Mônica”	Paulo Avelino dos Santos	DIS	BDTD	2010
T22	Argumentação em atividades de Modelagem Matemática	Tancredo Heriberto Tonello	DIS	BDTD	2017
T23	Modelagem na Educação Matemática com vistas á autonomia	Janaina Marquez	DIS	BDTD	2017
T24	Estudando conteúdos Matemáticos com direcionamentos de Modelagem Matemática: o caso da Função Afim	Lorena Luquini de Barros Abreu	DIS	BDTD	2011
T25	A Educação Estatística e a Modelagem Matemática na formação crítica dos estudantes do Ensino Médio de escolas do município de Rio do Sul-SC	Andressa Trainotti	DIS	BDTD	2019
T26	Modelagem Matemática na Escola Básica: caracterização do conhecimento Matemático aprendido por Modelagem	Patric Machado de Menezes	DIS	BDTD	2017
T27	A Modelagem Matemática e o desenvolvimento da Autonomia: um estudo com estudantes do Ensino Médio	Ingridi Rodrigues Charal Galvani	DIS	CAPES	2016
T28	Competências dos alunos em atividades de Modelagem Matemática	Ana Paula Zanim Lorin	DIS	CAPES	2015
T29	A compreensão em atividades de Modelagem Matemática: uma análise a luz dos Registros de Representação Semiótica	Leandro Meneses da Costa	DIS	CAPES	2016

T30	O uso da Modelagem para o Ensino da Função Seno no Ensino Médio	Ricardo Ferreira dos Santos	DIS	CAPES	2014
T31	O uso de Tecnologias Digitais no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática	Rhômulo Oliveira Menezes	DIS	CAPES	2016
T32	Configurações de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Emerson Tortola	TS	CAPES	2016
T33	O raciocínio abduutivo em atividades de Modelagem Matemática	Daiany Cristiny Ramos	DIS	CAPES	2016
T34	Modelagem Matemática na Educação Básica: um olhar sobre os conhecimentos que emergem em experiências vivenciadas pelos estudantes	Edilene Farias Rozal	TS	CAPES	2017
T35	O pensamento analógico na Matemática e suas implicações na Modelagem Matemática para o ensino	Larissa Kovalski	DIS	CAPES	2016
T36	Uma proposta de Avaliação da Aprendizagem Significativa em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula	Denise Fabiana Figueredo	DIS	CAPES	2013
T37	Contribuições da Modelagem Matemática na constituição de comunidades de práticas locais: um estudo com alunos do curso de formação de Docentes	Bárbara Cândido Braz	DIS	CAPES	2014
T38	Unidade de Ensino potencialmente significativa com Modelagem Matemática para a aprendizagem do conceito de Volume em uma Escola Militar do RS	Alexandre Xavier dos Santos	DIS	CAPES	2017
T39	Modelagem Matemática crítica como atividade de Ensino e Investigação	Gleison de Jesus Marinho Sodré	DIS	CAPES	2013
T40	Aprendizagem Significativa em atividades de Modelagem Matemática	Cíntia da Silva	TS	CAPES	2018
T41	Ensino de Funções Trigonométricas com Modelagem Matemática	Adriana Tenir Egéa de Oliveira	DIS	CAPES	2019
T42	Modelagem Matemática como ambiente de Aprendizagem de Estatística na Educação Básica	Minéia Bortole Machado	DIS	CAPES	2017
T43	O Ensino e a Aprendizagem de Função Exponencial de um ambiente de Modelagem Matemática	Antônio Josimário Soares de Oliveira	DIS	CAPES	2013
T44	O uso da Modelagem Matemática no Ensino de Funções na Educação Básica	Sebastião Rodrigues da Silva	DIS	CAPES	2014
T45	Ensino-Aprendizagem de Funções Trigonométricas através do <i>software</i> GEOGEBRA aliado à Modelagem Matemática	Enaldo Vieira de Melo	DIS	CAPES	2016
T46	Estudo de Função Afim através da Modelagem Matemática	Soraya Martins Camelo	DIS	CAPES	2013
T47	A abordagem da Modelagem Matemática em situações-problema	Paulo Roberto Figueredo Pamphylio	DIS	CAPES	2017

	envolvendo Funções Afins e Quadráticas no Ensino Fundamental II				
T48	A Modelagem Matemática no processo de aprendizagem no ensino fundamental na rede pública	Marcio Alle Wanous	DIS	CAPES	2017
T49	Modelagem Matemática no Ensino da Trigonometria	Gleycianne Araujo Alves	DIS	CAPES	2017
T50	O ensino de funções através de Modelagem Matemática	Eder Joacir de Lima	DIS	CAPES	2017
T51	Modelos de crescimento e decaimento aplicados ao Ensino de Funções Exponenciais e Logarítmicas	Lincoln Ferreira Nunes	DIS	CAPES	2017
T52	Modelagem Matemática através da utilização de <i>softwares</i> no Ensino Médio para o estudo de Sequências numéricas: Progressão Aritmética e Progressão Geométrica	Marcelo Tadeu Uchôa Pinto	DIS	CAPES	2016
T53	Aplicação da Modelagem Matemática no estudo de Funções: Uma proposta de atividade para as escolas de tempo integral(ETI)	Marinaldo Zago	DIS	CAPES	2016
T54	Geometria, Modelagem e Código de barras na construção de Luminárias	Estela Aparecida Fernandes	DIS	CAPES	2013
T55	Modelagem Matemática no Projeto de um Ginásio Escolar	Rafael Zanoni Bossle	DIS	CAPES	2012
T56	Modelagem Matemática e introdução da Função Afim no Ensino Fundamental	Belissa Schonardie	DIS	CAPES	2011
T57	Argumentação em atividades de Modelagem Matemática	Tancredo Heriberto Tonelo	DIS	CAPES	2017
T58	Modelagem Matemática e manutenção de uma propriedade rural autossustentável	Thiago Troina Melendez	DIS	CAPES	2013
T59	A dissertation in partial fulfilment of the Master of Education at the Faculty of Education Stellenbosch University	Axanthe Knott	DIS	NDLTD	2014
T60	Thesis presented in partial fulfilment of the Master of Education at the Faculty of Education, Stellenbosch University	Piera Biccard	TS	NDLTD	2010
T61	The Didactisation practices in Primary School Mathematics Teachers Through Modelling	Piera Biccard	DIS	NDLTD	2013
T62	Mathematical Modelling in upper Secondary Mathematics Education in Sweden	Jonas Bergman Arleback	DIS	NDLTD	2009
T63	Development of a Model to support professional development of Primary Mathematics teachers in Mauritius	Premanund Moorgawa	TS	NDLTD	2005
T64	The effects of Acceleration on Students Achievement in senior secondary Mathematics a Multilevel Modelling Approach	Angela Kotsiras	TS	NDLTD	2007

T65	Modelagem Matemática como estratégia de Ensino em tópicos de Matemática Financeira	Cláudia Ferreira Soares Alves	DIS	NDLTD	2016
T66	Applying Realistic Mathematics Education in Vietnam: Teaching Middle School Geometry	Tuan Anh Le	DIS	NDLTD	2006
T67	Modelling Tasks for Learning, Teaching, Testing and Researching	Gilbert Greefrath	ART	NDLTD	2016
T68	Investigating the use of Models to develop Grade 8 Learners' Conceptual understanding of and Procedural Fluency with Fractions	Simon Albin	TS	NDLTD	2016
T69	A Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: um estudo dos conceitos mobilizados por professores em uma atividade de Geometria	Marcos Edson Alves de Sousa	DIS	BDTD	2014
T70	Identifying Modelling Tasks	Stefanie Meier	ART	NDLTD	2012
T71	O uso da Modelagem Matemática na formação de professores de Matemática da Educação Básica	Érick Macêdo Carvalho	DIS	NDLTD	2015
T72	Diálogos em Modelagem Matemática	Elaine Cristina Ferruzi Lourdes Maria Werle de Almeida	ART	SCIELO	2015
T73	Aspectos da Educação Ambiental crítica no Ensino Fundamental por meio de atividades de Modelagem Matemática	Daniana de Costa Edilson Pontarolo	ART	SCIELO	2019
T74	Aprendizagem Matemática no contexto educacional ribeirinho: a análise de Registros de Representação Semiótica em atividades de Modelagem Matemática	Tássia Cristina da Silva Pinheiro Fábio José da Costa Alves Maria do Perpétuo Socorro Cardoso da Silva	ART	SCIELO	2016
T75	Percepções sobre o uso da Tecnologia para a Aprendizagem Significativa de alunos envolvidos com Atividades de Modelagem Matemática	Adriana Helena Borssoi Lourdes Maria Werle de Almeida	ART	SCIELO	2015
T76	Apropriação Linguística e Significado em Atividades de Modelagem Matemática	Bárbara Nivalda Palharini Alvim Lourdes Maria Werle de Almeida	ART	SCIELO	2019
T77	Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática	Rodolfo Eduardo Vertuan Lourdes Maria Werle de Almeida	ART	SCIELO	2016
T78	Competência Matemática de los Alumnos em el contexto de una modelización: Aceite y Agua	J. Benito Búa Ares Maria Teresa Fernandez Blanco M. Jesús Salinas Portugal	ART	SCIELO	2014
T79	Constituição de comunidades de práticas locais e o ambiente de Aprendizagem da Modelagem Matemática: algumas relações	Bárbara Cândido Braz Lilian Akemi Kato	ART	SCIELO	2015

T80	Reflexões a respeito do uso da Modelagem Matemática em aulas nos anos iniciais do Ensino Fundamental	Emerson Tortola Lourdes Maria Werle de Almeida	ART	SCIELO	2013
T81	The Intervention of the Teacher in a Mathematical Modelling Environment and Regulation of the discursive Production of Students	Thaine Souza Santana Jonei Cerqueira Barbosa	ART	SCIELO	2012
T82	Interações dialógicas em Atividades de Modelagem Matemática	Elaine Cristina Ferruzzi Lourdes Maria Werle de Almeida	ART	SCIELO	2012
T83	Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir?	Lourdes Maria Werle de Almeida Dirceu dos Santos Brito	ART	SICELO	2005
T84	Concepções de Modelagem e a Pesquisa em sala de aula na Educação Matemática	Emerson Silva de Sousa Isabel Cristina Machado de Lara Maurivan Guntzel Ramos	ART	GA	2018
T85	Comparação entre o Custo de Construção de uma Casa Convencional e uma Casa Ecológica utilizando o Método da Modelagem Matemática	Umberto Paulo Amadori Carlos Roberto Ferreira	ART	GA	2015
T86	Modelagem Matemática, Ensino e Pesquisa: Uma experiência no Ensino Médio	Luciano Stropper da Silva	DIS	GA	2007
T87	Experiência Museal e Modelagem Matemática: Contribuições para a Pesquisa em Sala de Aula	Daiane Renata Machado Bruna Dorneles Silveira Isabel Cristina Machado de Lara José Luís Schifino Ferraro	ART	GA	2017
T88	Modelagem Matemática: considerações sobre a visão dos estudantes em relação a Matemática, seu ensino e aprendizagem	Patrizia Palmieri	DIS	GA	2006
T89	Aprendizagem Significativa de Função do 1º Grau: uma Investigação por meio da Modelagem Matemática e dos Mapas Conceituais	Silvas Venâncio da Luz	DIS	GA	2010
T90	O processo de Modelagem Matemática e a utilização de Linguagem Científica no Ensino Médio	Morgana Scheller Maria Salett Biembengut	ART	GA	2015
T91	Percepção da Matemática em atividades de Modelagem Matemática	Karina Alessandra Pessoa da Silva Lourdes Maria Werle de Almeida	ART	GA	2017
T92	Modelagem Matemática e suas implicações para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática no 5º	Elise Cândida Dente	DIS	GA	2017

	ano do Ensino Fundamental em duas Escolas Públicas do Vale do Taquari				
T93	A Resolução de Problemas, a Modelagem Matemática e desenvolvimento de habilidades Matemáticas em alunos do 7º ano do Ensino Fundamental	Katia Cristina Zequim	DIS	GA	2014
T94	Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma Investigação Imperativa	Vantielen da Silva Tiago Emanuel Kluber	ART	GA	2012
T95	Modelagem Matemática e raciocínio proporcional na Educação Infantil	Letícia Coutinho	DIS	GA	2020
T96	Percepções de professores sobre o uso da Modelagem Matemática em sala de aula	Eleni Bisognin Vanilde Bisognin	ART	GA	2012
T97	Ensino Matemática por meio da Modelagem Matemática	Felipe de Almeida Costa	ART	GA	2016
T98	Modelagem Matemática: um recurso Pedagógico para o Ensino de Matemática	Rúbia Juliana Gomes Fernandes Guataçara dos Santos Junior	ART	GA	2012
T99	Modelagem Matemática: uma proposta para o Ensino da Matemática	Cláudia Regina Confortin Vecili	DIS	GA	2006
T100	Ensino e Aprendizagem de Estatística por meio da Modelagem Matemática: uma investigação com o Ensino Médio	Mirian Maria Andrade	ART	GA	2008
T101	A viabilidade do Ensino de Matemática Discreta na Educação Básica usando Modelagem Matemática	Gessé Pereira Ferreira Abel Rodolfo Garcia Lozano	ART	GA	2009
T102	Obstáculos e Dificuldades apresentados por professores de Matemática recém-formados ao utilizarem Modelagem Matemática em suas aulas na Educação Básica	Amauri Jersi Ceolim Ademir Donizeti Caldeira	ART	GA	2017
T103	Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores	Elizabeth Gomes Souza Ana Virgínia de Almeida Luna	ART	GA	2014
T104	A “contextualização” e a Modelagem na Educação Matemática do Ensino Médio	Jonei Cerqueira Batbosa	ART	GA	2004
T105	Modelagem Matemática na Educação Infantil: considerações a partir de uma prática educativa com crianças de 3 e 4 anos	Celenita Ferreira Marcondes Vantielen da Silva Silva	ART	GA	2019

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

APÊNDICE B: Categorização da entrevista realizada com Jonei Barbosa

Quadro 53- Categorização da entrevista com Jonei Barbosa

Excertos	Fragmento da Entrevista	Categoria Inicial	Categoria Intermediária	Categoria Final
EX01	Tá, tem uma intervenção que eu gostei bastante, na verdade foi na licenciatura em Matemática nos alunos do primeiro semestre, o que eu gostei na verdade foi que com ela eu pude formular as ideias e discussões matemáticas, técnicas e reflexivas, e ainda discussões paralelas. Então foi um ambiente que a gente estava discutindo o aumento da tarifa do transporte coletivo na cidade de Feira de Santana, na época eu era Professor da UEFS, e a ideia era propiciar aos alunos um ambiente de modelagem para depois a gente refletir sobre o que era Modelagem Matemática. Então eu disse para eles, “façam de conta que vocês são alunos do Ensino Médio e esse é o problema: qual é o impacto do aumento do transporte coletivo na vida das famílias?” e o único dados que eles tinham era o valor da passagem antes e agora. E foi muito produtivo, eles se envolveram bastante, etc.	Exemplo do aumento da tarifa do transporte coletivo de Ambiente de Modelagem (JB)	Exemplos de Ambiente de Modelagem em sala de aula	Exemplos de Modelagem Matemática em sala de aula
EX02	E a partir muito do trabalho do Ole Skovsmose, mas eu fiz o link com o chão da sala de aula, com que tipo de discussão tem que aparecer na sala de aula para a perspectiva sócio-crítica está em operação, por que não basta o professor, o pesquisador conceptualizar que ele é a favor, que ele sustenta a perspectiva sócio-crítica, é preciso que isso se materialize no âmbito das interações discursivas entre os alunos	Modelagem na perspectiva sócio-crítica (JB)	Diferentes perspectivas da Modelagem	Concepção de Modelagem Matemática

EX03	Então, o porquê que eu quero fazer modelagem na sala de aula pode motivar os alunos? Pode. Pode facilitar a aprendizagem? Pode, mas não é o principal motivo. O principal motivo é para discutir o papel da Matemática na sociedade, então isso é do âmbito do porquê e para quê fazer modelagem, é a perspectiva sócio-crítica	Fazer Modelagem para discutir o papel da Matemática na sociedade (JB)	Motivação para fazer Modelagem em sala de aula	Contribuições da Modelagem Matemática
EX04	O principal motivo é para discutir o papel da Matemática na sociedade, então isso é do âmbito do porquê e para quê fazer modelagem, é a perspectiva sócio-crítica	Modelagem na perspectiva sócio-crítica (JB)	Diferentes perspectivas da Modelagem	Concepção de Modelagem Matemática
EX05	A outra dimensão é o que diferencia a modelagem de outros ambientes como: a história da matemática, as investigações matemáticas, resoluções de problemas que não é modelagem, então aí tem a definição que é o ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a resolver um problema e etc. Então o recorte que eu faço dessa definição é que o ambiente para ser de modelagem é preciso que seja um problema para os alunos, mas isso eles não tem um esquema pronto para resolver, e a situação tem que ser sustentação no mundo real, no dia-a-dia, etc. Eu continuo achando que a definição ela é operacional para separar um tipo de ambiente de aprendizagem que é diferente de outros tipos de resolução de problema, ou de investigações matemáticas, ou de história da matemática e etc.	Diferença entre a Modelagem da História, das investigações matemáticas e da resolução de problemas (JB)	Diferença da Modelagem de outros métodos de ensino	Concepção de Modelagem Matemática
EX06	A definição que é o ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a resolver um problema etc. Então o recorte que eu faço dessa definição é que é o ambiente para ser de modelagem é preciso que seja um problema para os alunos, mas isso eles não tem um esquema pronto para resolver, e a situação tem que ser sustentação no mundo real, no dia-a-dia, etc.	Concepção de Modelagem para o autor (JB)	Concepção de Modelagem na perspectiva do autor	Concepção de Modelagem Matemática

EX07	Na maioria das circunstâncias os alunos estão na escola por que precisam estar, ou então porque tem outros interesses, por exemplo acha que a escola é um clube social, é o lugar de namorar,	Alguns estudantes da Educação Básica não se interessam pela escola (JB)	Desinteresse dos estudantes	Desafios da Modelagem Matemática em sala de aula
EX08	Então o máximo que o professor tem que fazer, esse é o desafio, é convidar os alunos.	Professor precisa convidar (JB)	Professor como instigador	Papel do professor com o uso da Modelagem
EX09	Então em uma aula de modelagem, como qualquer aula de resolução de problemas etc, o professor ele tem que ficar rodando, provocando os alunos, e mesmo assim eu diria, eu não vou dizer que é impossível, mas eu diria que é muito difícil você atingir 100% dos alunos, por que há fatores que são externos a escola que você não controla.	Professor precisa mediar e provocar os estudantes (JB)	Professor como mediador e provocador	Papel do professor com o uso da Modelagem
EX10	É, eu não acho que o trabalho de sala de aula segue aquelas etapas. É possível que aqueles aspectos ocorram mas não naquela ordem, então o trabalho dos alunos, e isso não vale só para os alunos, eu diria até um modelador profissional de matemática aplicada, ele tá aqui simplificando o problema mas ele já está pensando na possível solução, aí volta, aí vai.	Etapas da Modelagem proposta por outros autores nem sempre ocorrem ou ocorrem em ordem diferente (JB)	Não existem etapas pré-estabelecidas para o ambiente de Modelagem	Etapas da Modelagem Matemática
EX11	Então eu não divido nas etapas em termos do modelo como os meus colegas Bassanezi faz, Salett faz, eu prefiro dividir em termos da organização do trabalho pedagógico, ou seja, como a aula, o ambiente de modelagem é organizado.	Etapas do ambiente de modelagem conforme a organização do trabalho pedagógico (JB)	Etapas do ambiente de modelagem a partir da organização do trabalho pedagógico	Etapas da Modelagem Matemática
EX12	Então basicamente é o convite, que é o momento que o professor lança um problema ou ele pede aos alunos que elaborem o problema, o trabalho dos alunos em grupo com a participação do professor, o professor se movendo entre os diferentes grupos, o processo de socialização que os alunos compartilham as suas soluções e suas razões, o seu pensamento, e o processo de sistematização que aí é feito pelo professor	Lançamento ou elaboração do problema, trabalho dos estudantes em grupo, interação do professor, socialização e sistematização (JB)	Processo de Modelagem	Etapas da Modelagem Matemática

EX13	Então aí sim dá para falar em etapas por que são etapas do trabalho pedagógico, não da construção do modelo, porque é muito difícil	Etapas da Modelagem são etapas do trabalho pedagógico, não da construção do modelo (JB)	Etapas do ambiente de modelagem a partir da organização do trabalho pedagógico	Etapas da Modelagem Matemática
EX14	Se a gente gravar um grupo de alunos resolvendo um problema de matemática e pegar aquelas fases que o Rodney propõe no seu livro por exemplo, você vai ver que eles se movem entre aquelas etapas mas eles não seguem aquela ordem, Jefferson Oliveira: não é de forma linear, Jonei Barbosa: não é de forma linear	Estudantes não seguem as etapas do processo de Modelagem proposto por outro autor (JB)	Não existem etapas pré-estabelecidas para o ambiente de Modelagem	Etapas da Modelagem Matemática
EX15	Eu acho difícil pensar em Modelagem Matemática com a tarefa individual porque você precisa discutir as hipóteses, que Matemática vai utilizar etc	Modelagem Matemática não é tarefa individual (JB)	Habilidade de trabalhar em grupo	Contribuições da Modelagem Matemática
EX16	O professor organiza os alunos em grupos para ele discutirem e o professor ele passeia entre os grupos, provocando os alunos, desafiando os alunos, mas tendo o cuidado de não resolver pelos alunos, a menos que às vezes os alunos eles ficam empacados, ele se debruça sobre o problema e não consegue mais andar, aí às vezes o professor precisa intervir e dá uma dica, fala assim: “olha porque vocês não tentam tal coisa para ver” para o trabalho andar. Então essa é a próxima fase, é o trabalho em grupo.	Professor interage, provocando e desafiando os estudantes (JB)	Professor como mediador e provocador	Papel do professor com o uso da Modelagem
EX17	É possível que o professor se sinta inseguro em trabalhar com o tema proposto pelos alunos, então se para ele for mais seguro ele propor o tema, então esse é o caminho.	Insegurança do professor frente a escolha do tema pelos estudantes (JB)	Insegurança do professor	Desafios da Modelagem Matemática em sala de aula
EX18	Agora se ele se sente à vontade com os alunos propondo o tema, ótimo, qual é a vantagem dos alunos proporem o tema? é que certamente é um tema que interessa a eles, e com interesse certamente tem mais engajamento, porque a gente só se engaja em alguma coisa e aprende quando a gente tem interesse pelo que a gente está fazendo.	Escolha do tema pelo estudante causa mais interesse (JB)	Estudante escolhe o tema	Contribuições da Modelagem Matemática

EX19	Então se eles têm a chance de proporem o tema, isso é positivo para aprendizagem dos alunos.	Escolha do tema pelo estudante é positivo para sua aprendizagem (JB)	Estudante escolhe o tema	Contribuições da Modelagem Matemática
EX20	Por isso que minha definição quando eu vou falar da organização curricular ela dá conta de três possibilidades: caso um, caso dois, e caso três, reconhecendo todos como modelagem, porque vai aplicar um em um lugar, ou os três no mesmo lugar, dependendo do professor, da escola, do momento, então é uma decisão do professor.	Organização escolar e os três casos de ambiente de aprendizagem (JB)	Etapas do ambiente de modelagem a partir da organização do trabalho pedagógico	Etapas da Modelagem Matemática
EX21	Olha, hoje é internet, quando eu comecei a trabalhar com a Modelagem Matemática, o nosso acesso à internet era muito limitado. Na nossa época as pessoas iam fazer entrevistas com profissionais, iam para a biblioteca, buscar revistas. Hoje não, hoje é na própria aula o aluno pega o celular e dá um Google, no ensino médio principalmente, geralmente todos os alunos do ensino médio já tem um smartphone, então internet, ele vão na internet.	Internet como meio para realizar pesquisa (JB)	Pesquisa por meio da internet	A Pesquisa na Modelagem Matemática
EX22	Eu sempre discuto com professores, só há uma maneira da gente compreender o que os alunos estão compreendendo, permitindo que eles falem na aula, e quando eu digo falar não é somente falar, é falar, é registrar, é o caderno, a lousa.	Compreender o que o estudante compreende por meio de sua fala (JB)	Os estudantes expressam suas compreensões	Contribuições da Modelagem Matemática
EX23	Uma forma muito produtiva, inclusive para produzir discussões reflexivas, é pegar a lousa, dividir em partes e chamar cada grupo para colocar sua solução e explicar como chegou nela, na lousa, porque possivelmente serão soluções diferentes ou se não produzem uma solução, o que foi feito. Porque isso permite por meio do contraste entre as diferentes soluções, dos diferentes grupos, discutir a ligação entre a solução e as decisões tomadas na produção da solução, por que dá para mostrar que a	Cada grupo expõe sua resolução promovendo uma discussão reflexiva (JB)	Discussão reflexiva entre os estudantes	Contribuições da Modelagem Matemática

	solução em Matemática não é neutra, depende das decisões que foram tomadas, das hipóteses, etc.			
EX24	Depende da definição de modelo, se você por exemplo, assumir que um modelo é uma equação ou uma inequação, ou um sistema de equações ou inequações, com capacidade de descrição e predição, nem tudo que os alunos fazem pode ser enquadrado como modelo matemático. Então em muitos manuais de Matemática aplicada tem essa definição, mais ou menos assim de um modelo matemático. Então isso limita o modelo matemático ao fato de descrever e predizer, com essa definição muita coisa que se faria no ensino fundamental por exemplo, não seria Modelagem Matemática. Porque o que os alunos fazem não tem capacidade de predição, a meu ver não.	Modelo definido como capacidade de descrição e predição dificulta a construção pelo estudante (JB)	Definição e construção de Modelo	Definição e construção de Modelo
EX25	No ponto de vista da Educação Matemática cabe a gente definir modelo matemático como qualquer representação Matemática, qualquer, então os alunos lá fizeram umas continhas soltas no papel e aquilo se refere aquela situação, então é uma representação Matemática, então eu chamaria aquilo de modelo matemático. Então isso quer dizer que nessa definição o modelo não precisa ter a capacidade de predição ele pode ficar circunscrito a descrição	Modelo como qualquer representação matemática (JB)	Definição de Modelo	Definição e construção de Modelo
EX26	O trabalho do Ole Skovsmose. Minha grande inspiração foi a perspectiva da Educação Matemática crítica do Ole Skovsmose, principalmente o livro dele de 2002 que está traduzido para português: Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática, da coleção da autêntica.	Inspiração na perspectiva sócio-crítica (JB)	Diferentes perspectivas da Modelagem	Concepção de Modelagem Matemática
EX27	Eu notava uns três agrupamentos em termos de perspectivas. Um agrupamento que defendia a Modelagem Matemática em termos da motivação dos alunos, de que isso motivaria os alunos, de	Modelagem para motivação ou para desenvolvimento de habilidades (JB)	Habilidades proporcionadas pela prática com a MM	Contribuições da Modelagem Matemática

	trazer os alunos para Matemática. Um outro agrupamento em torno de desenvolver as habilidades, chamadas de competências de modelagem, então uma coisa muito próximo do que se pratica na Matemática aplicada. E essa perspectiva que eu chamei de Sócio-crítica, que não é unicamente minha eu apenas dei um nome há uma série de trabalhos que tem na literatura brasileira com perspectivas críticas.			
EX28	Eu observava muito, que muito trabalhos enunciando ser na perspectiva sócio-crítica mas na hora que trazia o episódio da sala de aula, o relato da sala de aula, não se operacionalizava ali a perspectiva sócio-crítica. Então se verificava muitas vezes, não sempre, uma separação entre o que dizia ser a intenção e como fazia em sala de aula, então dava uma ideia de ser uma perspectiva sócio-crítica porque é legal ser crítico, quem que não vai ser crítico? todo mundo quer ser crítico, mas na hora que fazia em sala de aula por força da cultura, que eu diria que não é algo intencional, mas eu diria que por força da tradição da Matemática escolar você acaba caindo... você não operacional a perspectiva sócio crítica	Perspectiva sócio-crítica nem sempre é operacionalizada (JB)	Teorias que fundamentam a Modelagem	Concepção de Modelagem Matemática
EX29	Se eu fizer também uma resolução de problema com a tarefa em termos de Matemática pura, os alunos também serão chamados ao protagonismo. Se eu usar uma investigação matemática os alunos também serão convidados ao protagonismo. Se eu pedir os alunos para resolverem uma situação no Geogebra no smartphone eles também estão sendo chamados ao protagonismo. Então eu não diria que é isso que justifica a Modelagem Matemática.	Vantagens do uso da Modelagem vai além de outras metodologias (JB)	Para além de outras metodologias	Contribuições da Modelagem Matemática

EX30	Jefferson Oliveira: isso não é exclusivo da modelagem, <i>Jonei Barbosa:</i> não é exclusivo da modelagem. O que é exclusivo da modelagem? eu diria que é a possibilidade de discutir a natureza dos modelos matemáticos e como que a Matemática é utilizada na sociedade para fora da sala de aula, isso nenhum outro ambiente permite.	Possibilidade de discutir a natureza dos modelos matemáticos (JB)	Discussão da natureza dos modelos matemáticos	Contribuições da Modelagem Matemática
EX31	Porque em uma resolução de problema semi-real ou de Matemática pura, você não tem essa possibilidade, você está dentro da disciplina Matemática, com modelagem você sai da disciplina Matemática você vai para o “mundo real”.	Modelagem Matemática é a única que leva para o mundo real (JB)	Estudante em contato com o mundo real	Contribuições da Modelagem Matemática
EX32	Então a modelagem é a única que propicia que os alunos discutam como que Matemática é usada nos debates sociais, são utilizadas na sociedade,	Estudantes discutem como a Matemática é usada na sociedade (JB)	Estudante em contato com o mundo real	Contribuições da Modelagem Matemática
EX33	É, perceba que os modelos matemáticos eles são dependentes do seu processo de fabricação, que os modelos matemáticos não são neutros. Então por isso que para mim esse é o principal argumento para utilizar Modelagem Matemática, não é a motivação, não é que facilita a aprendizagem, claro a modelagem pode motivar os alunos e pode facilitar a aprendizagem, mas não é exclusivo da modelagem	Modelos matemáticos são dependentes do seu processo de fabricação, não são neutros (JB)	Definição de Modelo	Definição e construção de Modelo
Ex34	Eu sou licenciado em Matemática, fiz o doutorado em Educação Matemática. Além de Modelagem Matemática minhas pesquisas são na área de formação de professores, particularmente papel e materiais curriculares na formação e desenvolvimento dos professores, e o que se chama de Matemática para o ensino que é aquela Matemática específica para o Professor de Matemática, na verdade são meus temas mais atuais.	Formação acadêmica do autor (JB)	Formação acadêmica do autor que contribuiu para sua concepção	Concepção de Modelagem Matemática

APÊNDICE C: Categorização da entrevista realizada com Rodney Bassanezi

Quadro 54- Categorização da entrevista com Rodney Bassanezi

Excertos	Fragmento da Entrevista	Categoria Inicial	Categoria Intermediária	Categorias finais
EX01	A gente ia dar um curso de especialização para professores. Aí eu planejei todo o curso: análise, geometria, álgebra, topologia, tudo que teria no curso de especialização que eu acreditava que fosse o ideal na época, mas chegando lá coisa era completamente diferente, eles juntaram alunos de primeiro, segundo, terceiro ano e professores para fazer todos de alunos, então o grupo era muito heterogêneo. Então se a gente desse um curso muito simples os professores não iriam aproveitar nada, e se fosse muito complicado os alunos não iriam aproveitar nada, então a gente teve que mudar, fazer uma estratégia na qual a maioria aproveitar alguma coisa dessa matemática. Foi quando a gente teve a ideia de fazer Modelagem Matemática, ou seja, fizemos visitas algumas indústrias da cidade onde a gente podia ver o que tem de matemática por exemplo na plantação de maçã? o que tem de matemática na indústria de papel?	Visitas a algumas indústrias para identificar a Matemática (RB)	Primeiras experiências com Modelagem em sala de aula	Exemplos de Modelagem Matemática em sala de aula
EX02	Então todo mundo entrou no mesmo nível para fazer o curso, a gente que estava dando o curso e os alunos que que eram bastante heterogêneos e aí a gente podia agradar todo mundo ou desagradar todo mundo, era como se fosse um jogo que a gente não sabia qual o resultado, mas foi muito interessante por que na pior das hipóteses os indivíduos da cidade iriam conhecer a cidade, as indústrias da cidade porque tinha criador de pesca. Os temas	Visitas em locais de interesse dos estudantes (RB)	Primeiras experiências com Modelagem em sala de aula	Exemplos de Modelagem Matemática em sala de aula

	foram exatamente essas coisas malucas: peixe, fábrica de papel, criação de suíno, maçãs, etc.			
EX03	Então fizemos visitas em todos esses locais, visitas guiadas porque aí os engenheiros explicavam o que acontecia para a gente entender,	Visitas guiadas para compreender como o local funcionava (RB)	Primeiras experiências com Modelagem em sala de aula	Exemplos de Modelagem Matemática em sala de aula
EX04	Porque aí a gente decidia qual tema queriam adotar.	Escolha do tema após a visitação (RB)	Escolha do tema	Etapas da Modelagem
EX05	Bom, dividindo em grupos	Divisão de grupos (RB)	Processo de Modelagem realizada em grupo	Etapas da Modelagem
EX06	Então a gente “descobriu” que o mais difícil em Matemática não é resolver problemas é criar problemas, a criação do problema é tão importante quanto a resolução, às vezes até mais importante	Criação do problema em um problema de Modelagem (RB)	Criação do problema	Etapas da Modelagem
EX07	Por exemplo, quando você vai analisar uma criação de um peixe, você olha no tanque e você vê os peixes nadando aí você pensa: que matemática que tem ali? Né, então você tem que fazer uma abstração e dessa abstração é que você vai fazer a proporção, o que era importante na criação de peixe? como eles crescem, que horas você tem que pescar, existe alguma hora que você pesca que dá mais lucro ou menos lucro, veja se você esperar o peixe crescer muito ele come muito e você não vai ter o lucro desejado, se ele tá muito pequeno também, então você percebe que como ele cresce vai ter um ponto único onde é o lugar ideal para ele ser pescado, por exemplo, a mesma coisa acontece com a criação de galinhas, então você percebe que não tem nada a ver peixe com galinha mas o jeito de fazer a coisa é a mesma, ou seja, encontrar esse ponto de crescimento dos animais.	Perceber a Matemática presente e criar hipóteses (RB)	Percepção da Matemática e criação de hipóteses	Etapas da Modelagem
EX08	Então para fazer isso a gente faz um estudo dos Números Naturais, então você percebe que a gente não faz no curso de modelagem desses o negócio todo estruturadinho que você começa aqui chega lá, conforme você vai precisando, você faz	Perceber os conteúdos matemáticos que serão necessários(RB)	Abstração	Etapas da Modelagem

	uma volta para você chegar naquilo que você precisa.			
EX09	Eles faziam levantamento de temas, quais são os temas que nós vamos descobrir? então não é fácil decidir quais são os temas, tanto que era a primeira parte do curso, decidir quais são os temas, como que funciona? Você tem uma turma de 40 caras, você não tem grupo nenhum, cada um escolhe um tema, geralmente são 40 temas, então cada um vai ter uma chance de falar sobre seu tema para turma toda, ou seja, ele vai ter que convencer os outros que aquilo que ele escolheu é interessante.	Processo da escolha do tema em uma intervenção com a Modelagem (RB)	Escolha do tema	Etapas da Modelagem
EX10	Então escolheu trabalhar com plantação de batata, ele vai ter que saber como plantar batata, ou porque que ele escolheu isso, então cada um tem que convencer os outros, aí faz por escolha ou votação, tudo isso leva quase uma semana para decidir o que é muito interessante, então na hora que o cara escolhe o tema ele se sente obrigado a trabalhar naquilo, a participação dele já fica marcada por que ele escolheu fazer aquilo lá, ele não foi obrigado	A escolha do tema define com o que o estudante irá trabalhar (RB)	Exemplos de escolha do tema	Exemplos de Modelagem Matemática em sala de aula
EX11	Para levantar o problema de cada grupo, então eles tinham os temas e tinha um levantamento de problemas, como que vai levantar problemas? primeiro você tem que ter dados, se você não tem dados da situação o negócio fica teórico, então se você vai plantar batata, você tem que contar quantos sacos de batata dar por hectares? qual o peso da batata? mas você precisa ter tabela, então você tem um curso de estatística	Formas de levantar o problema em uma intervenção (RB)	Criação do problema	Etapas da Modelagem
EX12	O que era interessante também que tinha uns alunos muito fracos outros melhorzinho os melhores ajudavam os mais fracos, então era um estudo coletivo, então era tudo que você precisava ter para fazer uma aprendizagem legal.	Estudo coletivo e colaborativo entre estudantes heterogêneos (RB)	Estudo coletivo e colaborativo	Contribuições da Modelagem Matemática

EX13	<p>Uma outra coisa interessante é o seguinte, nesse tanque onde tá aquela pasta tem uma criação de bactéria, não tem jeito a criação de bactéria se alimenta daquele negócio e se você deixar muita bactéria o papel sai estragado, amarelado, então tem que controlar a quantidade de bactérias. Eu estou contando isso porque é interessante, eles usavam nessa fábrica 50 litros de bactericida em 8 horas isso era o que eles usavam, então a pergunta que a gente fez foi o seguinte: - se você jogar esse bactericida de maneira diferente em vez de jogar tudo de uma vez deixar ele pingando durante as 8 horas os 50 litros tem influência ou não? diminui a quantidade de bactéria ou não? pergunta meio maluca, mas é genial, essa pergunta depois resolveu uma tese de doutorado em controle de câncer, parece que não tem nada a ver uma coisa com a outra mas orientei uma tese de doutorado onde esse controle foi baseado no controle que a gente tinha feito em uma fábrica de papel, é muito interessante.</p>	Exemplo de utilização de bactericida em uma fábrica (RB)	Exemplos de Modelagem em sala de aula	Exemplos de Modelagem Matemática em sala de aula
EX14	<p>A modelagem matemática é muito rica nisso quando você procura inventar o problema e desse problema você vai fazendo e se? aí você vai aumentando a dosagem da Matemática.</p>	Relação direta entre a Matemática e a Modelagem (RB)	Processo de Modelagem	Etapas da Modelagem
EX15	<p>Quando a maçã é colhida eles colocam toda maçã em cima do caminhão, em cima das caixas e leva para indústria, o que é uma indústria de maçã? é o lugar que eles resfriam essa maçã a 3 graus centígrados, para colocar isso depois na geladeira para não estragar, porque se você colocar a maçã quente na geladeira ela queima toda casca, então tem que ter um resfriamento da maçã até 3 graus e depois pega essa maçã e quando ela tiver a 7° você coloca dentro das câmaras frigoríficas para ela resistir, porque se você pegar do pé e botar para vender duas ou três semanas depois ela já está tudo</p>	Exemplo da velocidade de resfriamento da maçã (RB)	Exemplos de Modelagem em sala de aula	Exemplos de Modelagem Matemática em sala de aula

	<p>podre, então essa parte da refrigeração é que conserva a maçã, por isso que você tem maçã no mercado para comprar senão você não teria, estaria tudo podre. E como era feito o resfriamento? era um tanque a 3 graus centígrados e eles coloca essas caixas em cima de uma esteira, essa esteira mergulha na água e sai na outra ponta do tanque e vê se tá sete graus, porque tem um estatístico lá para verificar, por que passa a três dependendo da velocidade e sai a 7 porque ela entra a 27 ou 28 graus. Você pega de cima do caminhão e coloca no negócio de 3° ela tem que sair a 7°, tem toda uma matemática então de resfriamento. O problema é o seguinte que nessa fábrica a esteira tinha uma velocidade constante, com essa velocidade constante por exemplo se você colocasse as caixas a 25 graus, ela sairia exatamente a 7 graus, mas se você pegar um dia de sol brabo que as caixas ficaram em cima do caminhão e você coloca a 30 graus ela vai sair a 12 graus, então você tem que pegar essa caixa voltar e passar outra vez, então a gente fez umas equações que você mudava a catraca da esteira dependendo da temperatura você mudava a catraca da esteira, aí você deixava menos veloz ou mais veloz, isso aí são os modelinhos mais simples da física que você utiliza matemática de velocidade, fizemos isso mostramos para fábrica e a fábrica mudou óbvio.</p>			
EX16	<p>Coloquei todo mundo para trabalhar a covid com a matemática fuzzy. Então fizemos vários trabalhos para fazer inclusive um planejamento dessas novas ondas, porque não tinha nenhum modelo que previa ondas, o nosso modelo previa ondas e também essa onda da Ômicron, então é um modelo genial, se você ver o modelo você percebe aonde vai ter uma</p>	<p>Modelos que preveem as ondas da Covid (RB)</p>	<p>Exemplos de Modelagem em sala de aula</p>	<p>Exemplos de Modelagem em sala de aula</p>

	onda, o que vai acontecer, usando essa matemática subjetiva			
EX17	<p>Agora o que é muito interessante é quando você faz uma modelagem com o problema acontecendo é diferente de quando já aconteceu, por exemplo, no caso da covid fazer um modelo da covid enquanto está tendo a doença é quase que impossível do ponto de vista matemático, você não sabe como que os dados estão atuando, você tem que usar outras matemáticas malucas com essa da fuzzy, mas por exemplo, se você voltar lá na época da gripe espanhola, já ouviu falar na gripe espanhola?</p> <p>Jefferson Oliveira:-sim, já.</p> <p><i>Rodney Bassanezi:</i>- foi que aconteceu mais ou menos 100 anos atrás, quando teve a gripe espanhola lá a população do mundo era 1,6 bilhões, atualmente nós estamos com quase oito bilhões, e isso há 100 anos. 500 milhões pegaram a doença, quase um terço da população do mundo, esses 500 milhões morreram 50 milhões,</p> <p>Jefferson Oliveira:- 10%</p> <p><i>Rodney Bassanezi:</i>- 10% dos que pegaram a doença morreram, então foi uma catástrofe quase dizimou a população, o vírus é quase idêntico ao covid tem pouca diferença, os dois vírus daquela época e desse, os dois eram coronavirus, porque que morreu tanta gente? porque primeiro ninguém sabia o que era um vírus direito, não existia vacina, [...] O primeiro modelo de epidemia que funcionou legal foi feita quase dez anos depois da gripe espanhola que é o modelo SIR. O modelo SIR é suscetíveis, infectados e recuperados, você coloca em uma equação diferencial as três variáveis com sistema compartimental ou seja o que é suscetível em contato com que é infeccioso passa ser infeccioso você sai de um compartimento e entra no</p>	Modelagem de problemas com vírus (RB)	Exemplos de Modelagem em sala de aula	Exemplos de Modelagem em sala de aula

	<p>outro você tem uma variação aqui você usa a equação diferencial nisso aí, é um modelo clássico chamado modelo SIR que funcionou durante esse 100 anos, mas como ele fez isso? depois da pandemia, não dava para ele fazer durante a pandemia, agora a gente para fazer a modelagem atual você usa o modelo dele por que a base tá ali, só que você muda as coisas, porque agora é mais evoluído o modelo do que o que eles fizeram, a base está lá.</p>			
EX18	<p>Então no caso da modelagem é bem assim, ou seja a característica básica da modelagem é a analogia, o que aconteceu mais ou menos uma coisa você faz acontecer mais ou menos com outra, se você não sabe como é o crescimento do peixe mas você sabe como é o crescimento de galinha deve ser um negócio, vai mudar alguma coisa, mas os parâmetros só que muda, se você quer saber uma dinâmica populacional de algum indivíduo você vê quais são os modelos de dinâmica populacional que tem, então é muito fácil fazer modelagem porque existe um monte de modelos e você vê a sua situação é análoga a qual, você molda mais ou menos para aquela base que está ali</p>	<p>A analogia é uma característica da Modelagem, buscar por modelos semelhantes (RB)</p>	<p>Analogia entre modelos</p>	<p>Definição e construção de modelo</p>
EX19	<p>Em Educação Matemática a modelagem é um processo para você aprender matemática não é para resolver problema, você usa a resolução de problemas para aprender matemática, então você faz uma matemática de trás para frente, modelagem matemática, normalmente o curso de matemática você começa do zero em matemática e desenvolve o curso, você dá um teorema e você faz uma aplicação do teorema, tudo errado isso, na modelagem você tem o problema primeiro e aí você vê que matemática você precisa para resolver o problema, aí o nego aprende</p>	<p>Diferença entre a Modelagem Matemática e a Modelagem na Educação Matemática (RB)</p>	<p>Diferentes perspectivas da Modelagem</p>	<p>Concepções de Modelagem Matemática</p>

EX20	A gente fez até um esqueminha para esse tipo de coisa que eu acho até que tem no livro, a primeira coisa é escolher o tema, ou melhor a primeira coisa é saber qual o objetivo do que você vai fazer, o objetivo é ensino-aprendizagem ou resolver um problema? tem que decidir, vamos supor que seja ensino-aprendizagem que é seu caso, você vai escolher um tema para desenvolver determinado assunto isso é mais específico não é tão geral, aquilo que escolher tem que ter basicamente alguma coisa do que você quer ensinar	Definir o objetivo e escolher o tema é o primeiro passo (RB)	Escolha do tema	Etapas da Modelagem
EX21	Você tem que ter experiência de modelagem de alguma outra coisa que você já fez para ter como exemplo de analogia, então se for parecido, você tem um conteúdo específico que você quer ensinar então você procura alguma coisa que vai te dar aquele conteúdo senão você vai chover no molhado e não sai nada	Professor deve ter experiência com a Modelagem para fazer analogias (RB)	Analogia entre modelos	Desafios da Modelagem Matemática em sala de aula
EX22	Geralmente exponencial e logaritmo tem tudo que tem variação, então você tem que ter uma série de modelos já vistos para fazer analogias que você precisa fazer	Exemplos de conteúdos da Educação Básica para realizar modelagem (RB)	Exemplos de Modelagem em sala de aula	Exemplos de Modelagem em sala de aula
EX23	É importante que o aluno escolha o tema e não você, mas ele também não pode escolher qualquer coisa que não vai dar aquilo que você quer que dê,	Escolha de um tema apropriado pelos estudantes (RB)	Escolha do tema	Etapas da Modelagem
EX24	Então aí você tem que usar uma técnica que você coloca cinco ou seis modelos que você sabe que vai ter e discorre sobre cada um para eles escolherem não deixar tão livre	A partir do tema escolhido pelo estudante o professor precisa apresentar possíveis modelos (RB)	Professor como mediador apresentando modelos	Papel do professor com o uso da Modelagem
EX25	A primeira coisa a fazer é obter os dados, fazer uma tabela, alguma tabela, se você fazer matemática tem que ter número, se vai fazer crescimento de peixe você tem que ter medida dos peixes durante algum tempo, o crescimento de galinhas tem que ter a medida do peso das galinhas você tem uma	Levantamento dos dados e organização com uso da estatística (RB)	Levantamento de dados	Etapas da Modelagem

	estatística por trás, então a parte de estatística é interessante para o levantamento de dados.			
EX26	Se você tem um levantamento dos dados então você faz as suas conjecturas: quais são as variáveis essenciais que você tem ali? o quê tá variando ou não? no caso do peixe, o que varia no crescimento no peixe? o que varia no peso dele? o comprimento dele varia, então você tem que ter uma tabela para peso, uma para comprimento, aí você vai fazer o seu modelo matemático	Questionamentos essenciais para desenvolvimento de um modelo matemático (RB)	Etapas da Modelagem	Etapas da Modelagem
EX27	Esse modelo matemático é mais ou menos análogo a alguma outra coisa que você já conhece, se é um peixe que cresce ele não vai crescer para infinito, uma galinha não vai para infinito, e o crescimento dele é sempre monótono, um dia ele tá sempre maior que o outro dia, então é uma curva crescente e monótona, então ela é estável, ela não passa de um certo valor	Analogia com outros modelos matemáticos já produzidos (RB)	Analogia entre Modelos	Definição e construção de modelo
EX28	Aí você testa os seus modelos de maneira geral, começa com modelo mais simples possível modelo de diferença por exemplo, aí você faz seu modelo, fez o seu modelo matemático o que você tem que fazer é testar com os dados reais se ele bate ou não bate, geralmente não bate porque você fez um negócio tão simples que ali é uma realidade matemática não bate, então o que você vai fazer? você vai modificando seu modelo para chegar nos dados reais, se coincidir com seus dados reais então seu modelo é ótimo, agora não vamos esperar que o modelo matemático seja exatamente igual os dados reais, porque matemática é uma coisa realidade é outra, se tiver mais ou menos é uma grande coisa para fazer previsão.	Verificação do modelo encontrado com a situação problema estabelecida inicialmente (RB)	Verificação do modelo	Etapas da Modelagem
EX29	A primeira coisa colocar o aluno como co-participante do processo, quando ele escolhe o tema mesmo que você influenciado na escolha ele que	O estudante como participante ativo no	Protagonismo do Estudante	Contribuições da Modelagem Matemática

	escolheu não foi você que escolheu para ele, você tem que participar o mínimo possível nessa escolha do tema, para ele não falar: olha o cara que quer que eu faça isso	processo de modelagem (RB)		
EX30	Na especialização são grupos que escolhe o tema, grupo de cinco eles discutem entre si e a gente fica só cutucando os modelos por que não tem experiência, aí você vai fazendo perguntas para ele ir montando o modelo, porque se eu der um modelo pronto perde a graça. Mas a participação é do grupo total, o grupo que participa, mas em especialização a coisa é bem esquematizada porque é mais fácil de fazer modelagem, os temas são mais livres, você não precisa saber onde vai chegar, chegou em alguma coisa já é modelagem	Características da Modelagem em cursos de especialização (RB)	A Modelagem na especialização	A Modelagem nos diversos níveis da Educação
EX31	No curso regular você tem que escolher o tema para chegar naquele conteúdo que você vai dar, a parte mais difícil de modelagem no curso regular porque eles tem que saber escolher o tema e se você escolhe o tema o aluno não é co-participante, você tem que fazer ele escolher o tema que você quer que ele escolha e você desenvolve isso com a classe, você vai fazer a matemática chamando sempre a atenção do problema que tem que resolver	Características da Modelagem em cursos de graduação (RB)	A Modelagem na graduação	A Modelagem nos diversos níveis da Educação
EX32	Em um programa de pesquisa tanto mestrado quanto o doutorado aí o cara é individual, não tem mais grupo, aí ele tem que fazer a pesquisa de outras coisas que já foram feitas para fazer analogia, ele não vai criar do nada, então você como orientador indica onde ele tem que procurar as coisas, orientador é mais para indicar onde procurar e obviamente tem que ajudar ele a criar o modelo, mas é pelo processo de analogia que se faz	Características da Modelagem em cursos de pós graduação (RB)	A Modelagem na pós graduação	A Modelagem nos diversos níveis da Educação
Ex 33	Eu estudei na Unesp de Rio Claro onde tem um curso atualmente de Educação Matemática um dos primeiros que teve no Brasil, hoje tem até mestrado	Formação acadêmica do autor(RB)	Formação acadêmica do autor que contribuiu para sua concepção	Concepção de Modelagem Matemática

	<p>e doutorado lá no meu tempo não tinha nada. Eu comecei a estudar lá quando praticamente começou a universidade, fiz minha graduação em Matemática na licenciatura e bacharelado, aí fui trabalhar em Brasília em 1965, nos anos do Ai-5, vocês são novos não lembro dessas coisas não o tempo dos militares mandavam mais do que deviam, e a universidade era um lugar muito visado é sempre um lugar subversivo por definição, então a polícia baixava sempre na universidade e quebrava o pau, prendia tantos professores. Então esse foi meu início de carreira, Professor da Universidade de Brasília na época na época dos militares, trabalhei em Brasília de 66 até 69 e em 69 a Unicamp estava iniciando então eu vim para São Paulo e comecei a trabalhar em uma outra universidade que também estava começando que era a Unicamp, eu sempre trabalhei em universidades que estavam começando, então na Unicamp eu trabalhava com Matemática pura e então a gente fazia pesquisa mais na área da Matemática pura especificamente na área de análise. Então na época fazer doutorado era um negócio quase que impossível mesmo porque não tinha orientador a gente estava na Unicamp tinha seis professores, 3 da estatística, 1 da análise, então comecei fazer o mestrado na Unicamp e quando terminei o mestrado para fazer o doutorado o meu orientador faleceu então estava complicado fazer essa parte do doutorado. Então a gente viajava para São Paulo para Rio Claro para fazer cursos fora mas não tinha nada efetivo até que o Ubiratan d'Ambrosio foi contratado na Unicamp aí comecei a trabalhar com Ubiratan, ai fiz meu doutorado em superfícies mínimas que é uma mistura de geometria com análise, nada aplicada e nada de</p>			
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--

	educação até aí. Aí meus primeiros trabalhos de orientação foram exatamente nessa área de superfícies mínimas mas a gente tinha como objetivo ajudar outras pessoas nas férias, então a gente organizou alguns cursos de especialização em vários locais, o primeiro que teve mais efeito foi um que a gente fez em Guarapuava onde trabalhava o Dionísio Burak ele era professor da faculdade			
Ex34	Era legal porque eles ficavam com tema pesquisando durante o semestre para aplicar nas férias isso era muito interessante. o que era interessante também que tinha uns aluno muito fraco outros melhorzinho os melhores ajudavam os mais fracos, então era um estudo coletivo, então era tudo que você precisava ter para fazer uma aprendizagem legal.	A pesquisa desenvolvida a longo prazo (RB)	Pesquisa como um processo	A Pesquisa na Modelagem Matemática

Fonte: elaborado pelo autor(2023).

APÊNDICE D: Categorização da entrevista realizada com Maria Salett Biembengut

Quadro 55 – Categorização da entrevista com Biembengut

Excertos	Fragmento da Entrevista	Categoria Inicial	Categoria Intermediária	Categoria Final
Ex 01	Já assisti diversas pessoas da <i>Educação</i> apresentando algo <i>supondo ser</i> ‘ <i>Modelagem</i> ’; mas a maioria dessas não é <i>MODELAGEM</i> e sim, ‘ <i>aplicação matemática</i> ’ – aliás, <i>fraquíssima aplicação matemática</i> .	Modelagem Matemática não é o mesmo que aplicação Matemática (MB)	Diferença da Modelagem de outros métodos de ensino	Concepções de Modelagem Matemática
Ex 02	A primeira pessoa a tratar de <i>Modelagem</i> , no Brasil, foi o <i>Aristides Camargos Barreto</i> (já falecido); mas o <i>Aristides</i> , também, <i>não criou</i> um método.	Primeiro Professor a começar desenvolver experiências com a Modelagem no Brasil (MB)	Precursor da Modelagem no Brasil	Concepções de Modelagem Matemática
Ex 03	O professor <i>precisa Saber</i> o que vai ensinar – <i>SABER MESMO</i> . Caso o <i>professor</i> saiba mais ou menos, os Estudantes <i>NÃO SÃO INGÊNUOS</i> . Eles percebem <i>quando</i> o professor <i>não entende do assunto</i> e está ‘ <i>ENROLANDO</i> ’.	O Professor tem que ter o conhecimento sobre o conteúdo (MB)	Professor deve ter domínio do conteúdo	Papel do professor como o uso da Modelagem
Ex 04	Sublinho mais uma vez: <i>se queremos saber modelar</i> , precisamos saber criar Modelos.	A prática de desenvolver modelos auxilia na experiência com Modelagem (MB)	Aprimoramento do processo de modelar por meio da construção de modelos	Definição e Construção de modelo
Ex 05	E a partir dessa ‘ <i>primeira criação</i> ’, vamo-nos aprimorando de tal forma melhor auxiliá-los a <i>Interpretar o resultado</i> , <i>aprimorar seus modelos matemáticos</i> .	A constante produção de modelos permite o aprimoramento no processo de Modelar (MB)	Aprimoramento do processo de modelar por meio da construção de modelos	Definição e Construção de modelo
Ex 06	Os estudantes <i>não realizam pesquisa</i> – e sim, buscam dados.	Os estudantes buscam dados no processo de pesquisa (MB)	Pesquisa por meio da busca de dados	A Pesquisa na Modelagem Matemática
Ex 07	Não confundir ‘ <i>pesquisa</i> ’ com ‘ <i>busca</i> ’ ou ‘ <i>levantamento de dados</i> ’. Pesquisa implica <i>CRIAÇÃO – ALGO NOVO – ISSO É, PRODUZIR ALGO INÉDITO, APRIMORAR ALGO</i>	O equívoco entre os conceito de pesquisa e busca de dados (MB)	Concepção de Pesquisa	A Pesquisa na Modelagem Matemática

Ex 08	Eu comecei a fazer Modelagem fazendo modelo, como se fosse uma resolução de problemas, ao entrar para entender o porquê fazemos modelos	A compreensão da Modelagem por meio da prática com modelos (MB)	Compreensão da Modelagem por meio da construção de modelos	Definição e Construção do modelo
Ex 09	<p>Na verdade eu começo fazendo Modelagem mas um dia eu me perguntei, porque fazemos modelos? porque nós pensamos por meio de modelos,</p> <p>Jefferson: - e isso é da necessidade humana né professora, inclusive a senhora disse isso no seu livro,</p> <p>Biembengut: - é, veja bem, se eu falo cachorro, vem na tua cabeça um animal, mas de repente na minha cabeça já vem o cara ali dono do boteco[...], se eu falar para você: - o que é cumequieto, o que vem na tua cabeça?</p> <p>Jefferson:- não conheço essa expressão,</p> <p>Biembengut: - pois é, daqui um dia sequer você vai lembrar da pergunta que eu te fiz, e sabe porque você vai esquecer? porque ela não formou um modelo mental. Então, se eu falo cachorro você já tem um modelo mental de cachorro, pode ser pequenininho; pode ser pinscher; pode ser dobermann; a raça que for, mas cumequieto eu não disse o que é, e eu não vou dizer, sabe o que vai acontecer Jefferson? daqui uns dias você vai falar assim, - a Salett falou uma palavra e ficou perguntando o que é e eu não me lembro mais.</p>	A autora afirma que o ser humano pensar por meio de modelos (MB)	A relevância do modelo na Modelagem	Definição e Construção do modelo
Ex 10	Então ele me dá essa ideia de fazer casinha com meus alunos, e eu chego para os meus alunos que a maioria deles cortavam cana o dia inteiro, eles iam cansados, eles estudavam à noite não era EJA era curso normal, a maioria dormia na carteira, eles dormiam de cansaço. Eram crianças que tinham começado a trabalhar com cinco, seis anos de idade[...]. Fim da história, eu chego na escola e	A realidade dos estudantes da Educação Básica que trabalham o dia todo antes de irem para escola (MB)	Realidade social dos estudantes da Educação Básica	Desafios da Modelagem Matemática em sala de aula

	<p>pego duas turmas, uma turma de quinta série e a outra de sétima, chego para eles e digo: - o que vocês acham de vocês guardarem os cadernos e a gente conversar um pouco sobre as eleições que vai ter esse ano? começo com essa conversa e entro nas eleições do ano e eles vão comentando sobre os políticos, e eles estavam comentando que os políticos estavam prometendo fazer núcleos de casas populares que seria importante não só para eles terem uma casa melhor, como também seria uma forma deles terem emprego, e aí eu fiz a experiência do fazer casinha com alunos nessas duas turmas da sétima série e da quinta série.</p>			
Ex 11	<p>Eu acho que na minha concepção o melhor passo que eu dei foi buscar saber o máximo de Neurociência, como nossa mente funciona, porque a gente tem essa ou aquela maneira de ser, porque isso acontece com a gente, por isso que eu adotei no meu método os três passos da modelação na Neurociência.</p>	<p>A correlação entre a Modelagem Matemática e Neurociência estabelecida pela autora (MB)</p>	<p>Teorias que fundamentam a Modelagem</p>	<p>Concepções de Modelagem Matemática</p>
Ex 12	<p>Eu estou buscando saber mais de Neurociência, para poder escrever um texto mostrando as possibilidades que a nossa mente nos proporciona na criação, então talvez esse venha a ser, além dos meus novos livros de história, meu novo projeto um livro não tão grande, mas trazer mais o porquê a gente essa ou aquela concepção, porque a gente tem essa ou aquela atitude[...], trazer um pouco mais das relações humanas e o que nos leva a ser desta ou daquela maneira.</p>	<p>Os estudos da autora sobre a mente humana por intermédio da Neurociências (MB)</p>	<p>Teorias que fundamentam a Modelagem</p>	<p>Concepções de Modelagem Matemática</p>
Ex 13	<p>Olha algum desses que você citou e que eu já li textos e materiais não fizeram modelagem, fizeram algumas aplicações, alguma coisa assim é diferente, aplicação matemática é aplicação matemática, minha professora do primário já fazia aplicação matemática, por exemplo, o José foi no bairro</p>	<p>A diferença entre a Modelagem Matemática e Aplicação Matemática segundo a autora(MB)</p>	<p>Diferença da Modelagem e outros métodos de ensino</p>	<p>Concepções de Modelagem Matemática</p>

	comprou três pirulitos cada pirulito custou 10, quanto que ele gastou? sei lá, tô inventando. Então para mim muitos não fazem Modelagem.			
Ex 14	Modelagem você entra na coisa com dados mas não sabe por onde começar, daí você ainda vai ter que traçar o caminho, você vai fazer a trilha que você vai ter que passar, o passo a passo, é difícil? não é! porém você tem que usar o cérebro, você tem que pensar, você tem que analisar qual é a melhor alternativa.	Os caminhos necessários para fazer Modelagem (MB)	Concepção de Modelagem na perspectiva do autor	Concepções de Modelagem Matemática
Ex 15	Nesse primeiro momento é a hora de fazer com que as pessoas percebam, ter uma percepção que possa É como se ela fosse entrar no buraco, mas ela precisa ter uma ideia do que pode ser esse buraco, é como se ela fosse passar por uma porteira, mas ela precisa ter uma percepção do que vai acontecer depois da porteira.	A percepção no processo de Modelagem (MB)	Percepção da Matemática e criação de hipóteses	Etapas da Modelagem Matemática
Ex 16	A mente, quando eu falo uma palavra a mente ela de imediato começa a tentar perceber e aprender no sentido de segurar. No começo você fez isso compreendeu e aprendeu, isso vai para uma memória de curto ou médio prazo, por que não é tão importante para você, mas ela vai para memória de médio prazo, se você não precisar mais disso, e não pensar nisso você vai esquecer, porque você vai esquecer? por que é próprio da mente humana, nossa mente ela faz uma espécie de um filtro, daqui a pouco ela joga fora aquilo que ela não tá usando.	As relações entre o processo de memorização e a apreensão(MB)	A Apreensão do processo na Modelagem	Etapas da Modelagem Matemática
Ex 17	Se você está fazendo um trabalho com seus estudantes e eles estão achando legal, a possibilidade de eles apreender e aprender é enorme depende dessa relação de empatia, o ser humano em si tem uma coisa chamada de sensibilidade, essa sensibilidade ela é a essência das nossas empatias e antipatias, é ela que atrai ou afasta.	A importância das relações de empatia entre o professor e os estudantes para a aprendizagem (MB)	A aproximação entre o professor e os estudantes por meio da Modelagem	Contribuições da Modelagem Matemática

Ex 18	Olha a minha sugestão sempre é não se arrisque, escolha um assunto que você senti que você consegue tocar, porque se você escolher um assunto que você acha que vai dar certo ele vai dar certo, é claro que você tem que pensar nas etapas, mais ou menos, até anotar se for preciso, qual o seu objetivo? o que você espera daquilo?	O domínio do conteúdo por parte do professor como um requisito para escolha do tema (MB)	Professor deve ter domínio do conteúdo	Papel do professor como o uso da Modelagem
Ex 19	Às vezes o aluno fala assim: “-professora aqui eu vou fazer a parede o que eu tenho que fazer?” eles estavam fazendo a maquete de isopor, “- o que eu tenho que fazer aqui? - qual a distância que eu tenho que deixar?” eles fazem esse tipo de pergunta, é interessante que muitas vezes o aluno faz uma pergunta e você não tem nem noção por onde começar, aí você pensa, “putz não tinha pensado nisso” mas nós na posição de professores o que acontece pela ordem natural, é seu cérebro começar a fazer um <i>looping</i> e buscar alternativas para dar uma boa resposta que possa satisfazer esses estudantes, então é nesse sentido.	O processo de instigar os estudantes por meio da pergunta (MB)	Professor como instigador	Papel do professor como o uso da Modelagem
Ex 20	Nessa etapa a primeira coisa mais importante é a gente adentrar nessa etapa sabendo o máximo possível, ter o maior conhecimento possível naquele instante, ter maior conhecimento sobre esse tema, essa é a primeira condição de todas senão você não vai para lugar nenhum, você vai ficar patinando.	A importância da busca pelo conhecimento para aprender e apreender sobre o tema (MB)	A Apreensão do processo na Modelagem	Etapas da Modelagem Matemática
Ex 21	Em 1987 eu fui convidada a trabalhar em uma escola particular em Campinas, e como o Rodney tinha mandado eu fazer Modelagem com meus alunos e eu fui fazer, e esses dias eu estava olhando o material desses alunos, e o que eles fizeram, não tinha um trabalho mais ou menos, e fizeram na sala de aula, depois que estava pronto a gente organizava uma amostra para o público, ai vinha	Exemplo da realização da autora na etapa da divulgação dos resultados pelos estudantes (MB)	Compreensão e Explicitação do tema	Etapas da Modelagem Matemática

	pai, parente, todos para visitar essa amostra, eles adoravam. Quando você ver o que eles produziram e saber que foi você que ensinou, isso que nos motiva.			
Ex 22	Durante o processo de Modelagem qualquer erro que acontece no processo e isso acontece, nós temos que está preparado para ajudar a refazer, e ver que é um erro, e porque foi um erro, essa condição é essencial porque se nós professores não identificarmos que ele está cometendo um erro nós estamos correndo o risco de ter perdido tempo	O papel do professor frente ao erro no processo de Modelagem (MB)	O erro no processo de aprendizagem	Etapas da Modelagem Matemática
Ex 23	Primeiro de tudo esse professor da Educação Básica tem que primeiro aprender a fazer, porque se ele não aprender primeiro, ele não vai fazer. Segundo ele sequer vai saber avaliar.	O professor deve aprender a modelar antes de desenvolver Modelagem com os estudantes (MB)	Professor fazer Modelagem antes de ensinar aos estudantes	Papel do professor como o uso da Modelagem
Ex 24	Eu acho que seria interessante que apresentasse ao professor, talvez antes de apresentar para os colegas apresentar para o professor, isso era uma coisa que eu sempre pedir para passar primeiro pelo meu filtro, porque ai é o momento de você falar “olha poderia dar uma ajeitadinha aqui”, não custa nada é um atitude de pai e mãe nessa hora, é dar aquela ajeitadinha, porque ai você garante que o estudante vai mais seguro na hora da sua exposição.	O professor deve avaliar o modelo dos estudantes antes de apresentar para toda turma (MB)	Validação do modelo encontrado pelos estudantes	Etapas da Modelagem Matemática
Ex 25	Todo processo de Modelagem feito com os alunos do ensino médio eles fizeram pesquisa, eles fizeram buscas de dados e na busca de dados eles foram estudar os dados e aí que entra a pesquisa. A Pesquisa é quando você estuda os dados, pesquisa não é ir lá catar coisa, ir lá catar coisa é o lixeiro quando passa aqui catando o lixo.	Exemplo da Pesquisa em uma intervenção com a Modelagem (MB)	Exemplo de pesquisa na Modelagem Matemática	Exemplos de Modelagem Matemática em sala de aula
Ex 26	Desde 84 eu comecei a fazer o curso de pós-graduação na Unicamp lá no IMEC, eles criaram um curso de formação para professores da educação	Formação acadêmica do autor (MB)	Formação acadêmica do autor que contribuiu para sua concepção	Concepção de Modelagem Matemática

	<p>básica, mas chegou o momento que eu disse para o Rodney, - como é que um curso de formação para professores tem como disciplina bases, teoria fuzzy, equações diferenciais ordinárias parciais? e não vou nem listar todas, e eles só tinham uma disciplina da educação básica que era a teoria dos números, difícil para caramba,</p> <p>Jefferson: - que também não é da Educação Básica,</p> <p>Biembengut: - não tinha nada de Educação Básica, a aula do Rodney era equações diferenciais ordinárias e parciais, eu aprendi porque eu fui para lá para fazer um curso e seguir legal, aprendi muito não posso negar que aprendi muito com todos, eu fui aluna do Rodney; do Ubiratan; de muitas pessoas excelentes ali na Unicamp devo a eles muito disso, Com o Ubiratan eu fiz três disciplinas então aprendi bastante história da ciência com o Ubiratan, enfim, foi bom mas um dia eu falei para o Rodney: - olha teu curso é excelente, só que nenhuma das disciplinas desse curso que vocês criaram é para professor da educação básica, mostra que vocês não tem noção do que é uma educação básica[...]. Quando eu fui assistir a primeira aula do Rodney, ele termina a aula e eu saio literalmente correndo atrás dele, e ele falou para mim, “- ah, faz casinhas com seus alunos” - por que ele falou faz casinhas com seus alunos? porque o Dionísio Burak era orientado do Rodney na UNESP de Rio Claro, e o Dionísio trabalhava numa espécie de curso de formação para professores de Matemática, então o Dionísio nesse momento estava fazendo maquete com os professores, então ele me dá essa ideia de fazer casinha com meus alunos, e eu chego para os meus alunos que a maioria deles cortavam cana o dia inteiro, eles iam cansados, eles estudavam à noite</p>			
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--

	não era EJA era curso normal, a maioria dormia na carteira, eles dormiam de cansaço. Eram crianças que tinham começado a trabalhar com cinco, seis anos de idade[...].			
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--

Fonte: elaborado pelo autor(2023).

APÊNDICE E: Categorização da entrevista realizada com Dionísio Burak

Quadro 56 – Categorização da entrevista com Burak

Excertos	Fragmento da Entrevista	Categoria Inicial	Categoria Intermediária	Categoria final
Ex01	No meu mestrado eu comecei a trabalhar com a Modelagem Matemática numa concepção da Matemática mais aplicada. Era a visão da Modelagem na concepção da Matemática Aplicada que tínhamos no momento, o meu orientador o Professor Rodney Carlos Bassanezi era da Matemática Aplicada.	A Modelagem Matemática na concepção da Matemática aplicada (DB)	Diferença da Modelagem de outros métodos de ensino	Concepções de Modelagem Matemática
Ex02	Se você perceber nos artigos, antigamente eu chamava a Modelagem de alternativa, uma alternativa metodológica, porque assim ela foi concebida de início, porque se queria mudar o que estava posto naquele momento da trajetória nas décadas de 1970, 1980, então era uma alternativa. Depois com o desenvolvimento dessas leituras, reflexões, a gente foi chegando a constituir a Modelagem como uma Metodologia de ensino da Matemática, mas para se constituir numa metodologia eu precisava de bases teóricas que dessem sustentação às ações, às formas de conceber, e tudo	Mudança na abordagem Metodológica da Modelagem Matemática (DB)	Diferentes perspectivas da Modelagem	Concepções de Modelagem Matemática
Ex03	Então a linguagem, houve mudança na linguagem, nas palavras, até nas considerações mesmo pequenas que parecem não ter importância, quando você diz assim, processo de ensino – aprendizagem, eu digo ensino e aprendizagem, o conectivo e, o conectivo ele entra, porque se colocar somente ensino – aprendizagem, parece uma relação direta, ensinou – aprendeu, e isso não é verdade. Então, tudo isso também tinha a ver com a mudança pretendida. Além disso, procuro sempre não denominar aluno, o meu estudante, tendo em vista que ao utilizar teorias de aprendizagem que	O cuidado com o emprego de termos e expressões na área de Educação Matemática (DB)	Princípios da Modelagem Matemática	Concepções de Modelagem Matemática

	considera o estudante ativo, considero que o estudante é um ser mais dinâmico, que está em busca das coisas, é ativo, então essas expressões foram mudando na minha linguagem e, ainda, chamava de atividades de modelagem.			
Ex04	Percebi que quando você faz uma atividade, a atividade é uma coisa qualquer, quando você realiza uma prática tem outro entendimento, a prática é revestida de fundamentação teórica, com método, objetivos, etc. É muito mais responsabilidade, então faz algum tempo que passei a denominar práticas com Modelagem Matemática	Diferença entre atividades de modelagem e práticas de modelagem (DB)	Princípios da Modelagem Matemática	Concepções de Modelagem Matemática
Ex05	Em 1998 publiquei o primeiro artigo fazendo essa mudança, porque chegou um tempo na minha vida profissional, na minha carreira e, na minha formação que eu tinha que mudar, eu tinha que mudar as coisas, e sair do conforto da Matemática Aplicada como a maioria fazendo modelagem quase que nessa visão da modelagem aplicada priorizando a construção de modelos.	Transição da concepção de Modelagem na perspectiva da Matemática aplicada para a Educação Matemática (DB)	Diferença da Modelagem de outros métodos de ensino	Concepções de Modelagem Matemática
Ex06	Minha preocupação, nunca foi isso, minha preocupação era com o processo de ensino, formação de conceitos, construção do conhecimento do estudante, pela razão de priorizar a Educação Básica, desde a Educação na Infância até o ensino Médio.	Preocupação do autor com o processo de construção de conhecimento da Matemática na Educação Básica (DB)	A Modelagem na Educação Básica	A Modelagem nos diversos níveis da Educação
Ex07	Eu publiquei meu primeiro artigo numa revista de um projeto que eu tinha aqui no estado do Paraná denominado Pró-Mat., quando foi substituído, por exemplo, as etapas da modelagem da matemática aplicada para a modelagem na concepção da educação matemática, então eu substituí as variáveis, a seleção de variáveis, a construção do modelo, a validação do modelo, pelas etapas que vocês conhecem hoje, primeiro a escolha do tema, a pesquisa exploratória, o levantamento dos	Alterações nas etapas da Modelagem na transição da Matemática aplicada para Educação Matemática (DB)	Aprimoramento teórico das etapas	Etapas da Modelagem Matemática

	problemas e resolução dos problemas e o trabalho com os conteúdos matemáticos e outros no contexto do tema e a análise crítica das soluções.			
Ex08	Além das etapas, a Modelagem na Educação Matemática se sustenta em dois princípios: 1. A escolha do tema deve ser dos participantes, de seus interesses e 2. A coleta dos dados deve, sempre que possível, ser feita nos locais onde se dá o interesse dos grupos. Então veja foi assim uma mudança que foi se estabelecendo ao longo da minha trajetória	Princípios da Modelagem na perspectiva da Educação Matemática (DB)	Princípios da Modelagem Matemática	Concepções de Modelagem Matemática
Ex09	Agora ultimamente, chegamos a um ponto de compreensão sobre a modelagem que talvez tenhamos que ver coisas mais, porque começo a conjecturar possibilidades de a modelagem na educação matemática se constituir na construção de uma nova racionalidade, seja na formação do professor, seja no processo de ensino e aprendizagem.	A modelagem na Educação Matemática constituída na construção de uma nova racionalidade (DB)	Teorias que fundamentam a Modelagem	Concepções de Modelagem Matemática
Ex10	Então antevemos, uma forma de metacognição sobre a modelagem matemática na concepção da Educação Matemática.	A Modelagem Matemática como uma forma de metacognição (DB)	Teorias que fundamentam a Modelagem	Concepções de Modelagem Matemática
Ex11	Quando estudante pode escolher o tema, e isso não significa que ele quando escolhe o tema ele fica livre para qualquer coisa, absolutamente não! ele escolhe o tema pelo gosto, porque eu penso assim, eu vejo que se o estudante faz aquilo que ele gosta, ou manifesta interesse, ele faz com muito mais prazer, não desiste muito fácil das coisas. Quando o professor determina, delinea coisas, muitas vezes, os estudantes não tem, vamos dizer assim, vontade e nem interesse naquele assunto.	Escolha do tema pelo estudante (DB)	Escolha do tema	Etapas da Modelagem Matemática
Ex12	Então eu penso que começa pelo interesse, pelo assunto, e se transforma numa motivação, e numa motivação intrínseca não extrínseca, intrínseca porque ele faz o que ele gosta, porque ele quer	A motivação gerada no estudante por meio da escolha do tema (DB)	Estudante escolhe o tema	Contribuições da Modelagem Matemática

	saber o resultado, porque ele quer construir, ele quer buscar as respostas das suas questões, não por mercantilismo como faz ... a faz isso e ganha 3 pontos, se faz aquilo ganha mais 2 pontos... não! ele vai fazer pelo interesse que o motivou a buscar.			
Ex13	Essas são as diferenças que a gente vai percebendo, então cada uma das etapas da modelagem matemática na concepção da educação matemática ela tem os seus porquês, a escolha do tema você veja, quando o professor parte do tema, este pode não ser do interesse do estudante aí não se tem garantia e sucesso,	Escolha do tema pelo professor pode gerar a desmotivação do estudante (DB)	Professor proporcionar ao estudante a escolha do tema	Papel do professor com o uso da Modelagem
Ex14	Mas se o professor permite que ele escolha aí o professor vai desenvolver a prática a partir desse tema trabalhando com ele porque aí ele está motivado, ele está interessado, se motiva e aí vai atrás.	Escolha do tema pelo estudante proporciona motivação (DB)	Estudante escolhe o tema	Contribuições da Modelagem Matemática
Ex15	Então o fato de a escolha ser do estudante ela traz muitos... importantes e diferenciadas contribuições à prática pedagógica, coisas assim bem sutis, por exemplo, o deflagrar do processo de ensino que passa a ser compartilhado, diferentemente de quando o professor tem tudo planejado é o professor quem determina o assunto, determina o conteúdo que vai estudar. Quando você compartilha o processo você ouve o estudante, você dialoga, você permite que ele fale. O diálogo com estudante é importante, no entanto no nosso ensino mais usual não se tem diálogo, pois é o professor quem determina tudo, o que leva tudo pronto, e ao estudante cabe apenas ser reativo fazer o que é solicitado.	A relevância do diálogo entre o professor e o estudante (DB)	A modelagem auxilia no desenvolvimento do diálogo entre o Professor e os estudantes	Contribuições da Modelagem Matemática
Ex16	Então isso tem implicações para a aprendizagem porque quando você dialoga, você conversa, você ouve o teu estudante, ele se anima com as coisas e ele se sente também valorizado como estudante.	A valorização do estudante por meio do diálogo (DB)	A Modelagem auxilia no desenvolvimento do diálogo entre o Professor e os estudantes	Contribuições da Modelagem Matemática

Ex17	Na Modelagem Matemática o estudante, seu conhecimento ainda que seja um conhecimento empírico, ele é importante para começar as coisas depois a gente vai indo para o formal, mas começa pelo empírico.	O conhecimento empírico do estudante como ponto de partida na MM (DB)	Valorização do conhecimento empírico do estudante	Contribuições da Modelagem Matemática
Ex18	Alguns paradigmas da ciência moderna você vai ver que não se coadunam com os paradigmas do novo paradigma emergente e nem do pensamento complexo de Morin. O paradigma da ciência moderna não admite o senso comum, portanto o estudante não tem participação, você vê que o ensino usual, que reproduz os paradigmas da ciência moderna, normalmente, é o professor o centro do processo, é o professor quem determina as coisas e o estudante apenas cumpre as atividades que o professor propõe. Já em uma prática com modelagem na concepção da Educação Matemática nosso estudante tem a possibilidade de dialogar, e isso está na sua fundamentação teórica e na sua metodologia	O Paradigma da Ciência Moderna e a Modelagem na Educação Matemática (DB)	Teorias que fundamentam a Modelagem	Concepções de Modelagem Matemática
Ex19	Mas também o professor deve se dispor à nova experiência porque reconhecer não ser fácil sair do seu conforto, muitas vezes, de um problema, ou de um conteúdo matemático, nos quais haja segurança, para estudar coisas em que algumas vezes, não se tem domínio nenhum sobre o assunto.	O professor precisa sair de sua zona de conforto (DB)	Professor sair da zona de conforto	Desafios da Modelagem Matemática em sala de aula
Ex20	Isso pode causar desconforto e frustração para um professor que deseja mudar, mas não se sujeitar a seguir um novo paradigma que lhe permita a fazer coisas novas sendo subsidiado por teorias, capazes no sentido de promover essas mudanças, de prover essas novas formas de pensamento, aí não fica fácil, realmente fica difícil.	A insegurança do professor em seguir um novo paradigma (DB)	A insegurança do professor	Desafios da Modelagem Matemática em sala de aula
Ex21	A pesquisa exploratória por exemplo, às vezes ele tem interesse em um tema e o que se sabe ou conhece do tema? - Ah não conheço nada! então	A prática da pesquisa exploratória pelos estudantes (DB)	Pesquisa exploratória	A Pesquisa na Modelagem Matemática

	nós vamos ter que buscar saber sobre esse tema, então segue para uma outra etapa , a chamada pesquisa exploratória, na qual o estudante vai se valer de vários meios para buscar na internet, ele vai buscar na literatura, ele vai buscar nas conversas, nas entrevistas, ele vai ter várias formas de coletar dados sobre aquele assunto, e isso sabe Jeferson, isso passa a ser assim, dá muito mais sentido as coisas depois, porque ele conhece mais sobre assunto, ele pesquisa,			
Ex22	Eles discutem porque a gente sempre faz o trabalho em grupos, em pequenos grupos de três a quatro estudantes, então os diálogos dentro do grupo eles ... e os estudantes as vezes nem estão muito acostumados a trabalho no grupo mas quando você vai começando o trabalho com modelagem as pessoas se agrupam em três a quatro pessoas para fazer o trabalho	O desenvolvimento da capacidade de trabalhar em grupo (DB)	Habilidade de trabalhar em grupo	Contribuições da Modelagem Matemática
Ex23	Envolve várias teorias de aprendizagem, envolve a psicologia por exemplo desde de Piaget,	A teoria da Psicologia do Desenvolvimento de Jean Piaget (DB)	Teorias que fundamentam a Modelagem	Concepções de Modelagem Matemática
Ex24	Aprendizagem significativa com Ausubel, por exemplo.	A teoria da Aprendizagem significativa de David Ausubel (DB)	Teorias que fundamentam a Modelagem	Concepções de Modelagem Matemática
Ex25	Em Vygotsky com sua psicologia para o desenvolvimento humano, e a importância da interação entre as pessoas e os grupos que promovem a interação e uma interação voltada para aprendizagem, não é uma interação qualquer apenas, mas uma interação mediada para a questão em estudo, sobre os problemas, sobre a pesquisa, sobre os dados coletados, então cada fase, cada etapa da modelagem matemática ela tem um porquê e ela vai encontrando respaldo nesse âmbito.	A teoria da Psicologia para o desenvolvimento humano de Lev Vygotsky (DB)	Teorias que fundamentam a Modelagem	Concepções de Modelagem Matemática

Ex26	Por exemplo, com Morin quando se fala do pensamento complexo, os princípios do pensamento complexo, aqueles vários sete princípios que ele coloca do pensamento complexo isso tudo vai sendo tecido junto, vamos dizer assim, uma visão diferente dos estudantes, eles vão percebendo que quando eles vão coletar dados eles não têm dado nenhum daqui a pouco eles têm tantos dados que parecem ficar assim perdidos.	O Pensamento complexo de Edgar Morin (DB)	Teorias que fundamentam a Modelagem	Concepções de Modelagem Matemática
Ex27	A ação do professor em dirigir, em organizar, os seus estudos, e aí ele (o estudante ou os grupos) vai perceber que tudo aquilo que ele falou está dentro de um contexto mas às vezes você precisa, vamos dizer assim, dirigir melhor as coisas para chegar num ponto mas ele , o estudante tem a percepção de quão amplo os temas podem ser.	O professor como mediador (DB)	Professor como mediador e provocador	Papel do professor com o uso da Modelagem
Ex28	Então aqueles princípios dos quais fala Morin, dessa forma do pensamento complexo, eles são extremamente importantes porque eles vão te mostrando aquilo que ele coloca aqui como se você lembrar bem daqueles princípios..., princípio sistemático, do sistêmico, um princípio sistêmico porque quando você vai pedir ao estudante que escolha o tema todos estão interagindo entre todos, falam e têm liberdade dialogar e isso tudo.	Pensamento complexo de Edgar Morin (DB)	Teorias que fundamentam a Modelagem	Concepções de Modelagem Matemática
Ex29	A coleta de dados depois eles (os estudantes) vão fazendo a seleção das coisas, aquilo que é mais importante eles vão convergindo, eles saem do nada para todo e para a convergência. e isso é uma forma de trabalhar o pensamento, e isso corrobora com o princípio da auto-eco-organização fruto de uma reforma do pensamento que o próprio estudante faz e isso tem uma coisa que torna a ação pedagógica coma Modelagem não reducionista.	Coleta de dados (DB)	Levantamento de dados	Etapas da Modelagem Matemática
Ex30	A resolução de problemas é quando os conteúdos matemáticos fazem sentido	A etapa da resolução de problemas	Resolução de problemas	Etapas da Modelagem Matemática

		(DB)		
Ex31	A fase de levantamento dos problemas, dá-se quando o estudante coletar os dados e depois ele, com os dados coletados, tem que discernir quais as questões que podem ser levantadas, claro que isso com ajuda do professor que na sua função de mediação vai ajudando o estudante a formar, elaborar, construir o problema a partir daqueles dados que ele obteve.	A etapa do levantamento de problemas (DB)	Levantamento de dados	Etapas da Modelagem Matemática
Ex32	Então essa é uma ação pedagógica extraordinária quando o estudante consegue a partir dos dados elaborar um problema, pois os nossos estudantes, às vezes, nem sabe o que é o problema ou qual tipo de operação que tem que usar, porque aquele problema não tem nada a ver com ele, aquele problema surgiu para ele, fora de um contexto. Na modelagem matemática tudo tem o seu contexto, tudo que se tiver falando tá no contexto daquele tema, que é amplo, mas que está claro.	A Contextualização do problema na Modelagem (DB)	Contextualização do problema	Etapas da Modelagem Matemática
Ex33	Então isso tem diferença numa prática e na formação de um estudante, e a solução dos problemas... então às vezes eles vão perceber a importância de uma pesquisa.	A importância da pesquisa no processo de solução do problema (DB)	Relevância da Pesquisa	A Pesquisa na Modelagem Matemática
Ex34	Eu vi que o título da sua tese é a pesquisa como princípio educativo Jefferson Oliveira: -princípio educativo <i>Dionísio Burak:</i> - Na Modelagem então isso se faz tão presente Jefferson, porque o ensino e a pesquisa vão sempre juntos, porque ele(o estudante ou o grupo) vai lá coletar dados quando ele levanta o problema viu que precisa de algo , no entanto não tem aqueles dados ali e ele quer resolver aquele problema vai ter que buscar, vai ter que buscar novamente e quando ele vai buscar ele tem a ideia do que ele vai buscar, ele tem mais discernimento do que ele vai perguntar, sabe é assim muito mais	O processo de pesquisa realizado pelo estudante na prática de Modelagem (DB)	Exemplo de pesquisa na Modelagem Matemática	A Pesquisa na Modelagem Matemática

	consciente do que ele vai perguntar, e do que ele vai fazer.			
Ex35	Então vamos dizer assim, a elaboração dos problemas na modelagem matemática eles tem esse propósito de fazer com que o estudante entenda e saiba o que ele vai querer buscar, e que vai facilitar a sua própria compreensão e, muitas vezes, ele vai perceber que quando ele for buscar dados ele (o estudante ou o grupo) tem que se preparar antes de fazer a sua pesquisa exploratória, até para saber o que vai perguntar porque senão vai lá no local, vê as coisas bonitas, ouve muitas informações, no entanto, não sabe nada daquilo, porque não ficou com os dados, não ficou com nada, então isso também é uma atitude de formação de um pesquisador.	A busca do estudante por informações em uma prática de Modelagem (DB)	Exemplo de pesquisa na Modelagem Matemática	A Pesquisa na Modelagem Matemática
Ex36	Um pesquisador vai moldando ao longo do tempo, e quando você vai resolver os problemas na Modelagem Matemática evidentemente que começa fazer sentido, significado e importância dos conteúdos matemáticos na solução daquela questão, ou daquelas questões. Desse modo, passa a ter sentido você fazer uma operação, um sistema de equações, trabalhar com gráficos, trabalha com estatística, começam a fazer sentido esses conteúdos, como uma leitura de mundo, uma leitura de uma situação que ele vive, então tudo passa a ter significado e sentido.	A utilização das práticas de Modelagem para dar sentido aos conteúdos Matemáticos (DB)	A MM como instrumento que proporciona um significado aos conteúdos matemáticos	Contribuições da Modelagem Matemática
Ex37	A etapa que chamamos de análise crítica da solução, é quando professor e estudantes vão comentar as suas respostas, às suas questões, a solução dos seus problemas, se o método está adequado, se foi diferente do usual, se aquela questão embora matematicamente esteja correta, mas se for aplicar uma coisa da realidade não serve, pois é inadequada.	Etapa da Análise crítica da solução (DB)	Análise da solução	Etapas da Modelagem Matemática

Ex38	<p>Então esse é o momento em que o professor trabalha os conceitos da matemática, mas também trabalha as outras coisas, vamos dizer assim, problemas de situações do cotidiano dele que ele pode resolver matematicamente, mas que se for levar para uma prática isso não dá certo. Por exemplo, eu pegaria a situação dessas casas pré-fabricadas, as empresas podem construir, eles constroem numa semana vamos dizer assim, mas daqui a pouco lá o estudante diz assim, - eu tenho pressa quero construir em 2 dias, -Ah matematicamente ele pode aumentar o número de horas trabalhadas, colocar mais operários vamos supor que se ele trabalhava com seis precisa de oito homens trabalhando em vez de seis horas trabalhando agora doze horas ele pode chegar a solução desejada. Entretanto os processos que se exige para montagem, da secagem das coisas, e do próprio processo de construção, vai perceber que mesmo matematicamente aquilo estando correto e coerente na prática, no real da vida, na realidade daquele sujeito não se dá.</p>	Exemplo com a Análise crítica da solução em um problema da realidade (DB)	Exemplo da Análise crítica	Exemplos de Modelagem Matemática em sala de aula
Ex39	<p>Portanto, todas as etapas da modelagem e têm a competência de fazer o sujeito refletir, repensar, elas têm a possibilidade de fazer um indivíduo desenvolver a sua autonomia, a sua auto crítica, porque na análise crítica também não deixa de ser um momento de reflexão sobre uso da matemática, você usou essa estratégia poderia ter usado outra estratégia para resolver isso? então aí vem as discussões das coisas, então a ideia da modelagem é justamente essa fazer com que o sujeito desenvolva uma atitude mais crítica, mais refletida. Outra coisa que também a gente percebe nas práticas com modelagem é que o estudante é protagonista da primeira até a última etapa,</p>	Habilidades adquiridas pelos estudantes em uma prática com a Modelagem (DB)	Habilidades proporcionadas pela prática com a MM	Contribuições da Modelagem Matemática

Ex40	<p>Então isso tudo ,quando eu digo assim que nos nossos métodos, nossos estudos agora, a gente já está percebendo, escrevendo alguma coisa sobre as novas racionalidades, por exemplo, ela a Modelagem na concepção da Educação Matemática, não é uma racionalidade técnica, não sei se ela é uma racionalidade crítica somente, porque acho que ela ainda passa um pouco disso, não é apenas num sentido apenas social, tem outras possibilidades, então eu sei que é uma nova racionalidade não saberia definir se é uma racionalidade híbrida entre crítica e outra denominada de racionalidade da prática. A gente ainda não a nominou, no entanto reconhecemos ser uma outra maneira de você ver o estudante, de deflagrar e abordar o processo de ensino e aprendizagem no âmbito escolar, bem como, ver e conceber o conhecimento.</p>	<p>A nova racionalidade na Modelagem Matemática (DB)</p>	<p>Teorias que fundamentam a Modelagem</p>	<p>Concepções de Modelagem Matemática</p>
Ex41	<p>A Educação Matemática nasceu por causa dos problemas da matemática, seja na comunicação, seja na forma de abordar o processo de ensino. Então os teóricos que tive, além Prof. Rodney e Ubiratan D'Ambrosio e que também foram inspiração foi o Doutor Mário Tourasse Teixeira que foi uma pessoa que não sei se você chegou a conhecer. Na UNESP, enquanto estudava ocupava a mesma sala do Doutor Mário pensava todo momento que você conversava com ele, te dava visões diferentes para o mesmo assunto, então aquilo foi uma inspiração e foi uma inspiração também em outros aspectos e que para mim, além de matemático era também um filósofo.</p>	<p>Inspirações Teóricas que embasam o autor (DB)</p>	<p>Teorias que fundamentam a Modelagem</p>	<p>Concepções de Modelagem Matemática</p>
Ex42	<p>O Professor Rodney, a gente tem que dar os méritos a ele por ter iniciado isso ainda que fosse na perspectiva da modelagem matemática, a ele e ao professor Ubiratan que faleceu recentemente, mas</p>	<p>Inspirações Teóricas que embasam o autor (DB)</p>	<p>Teorias que fundamentam a Modelagem</p>	<p>Concepções de Modelagem Matemática</p>

	foram os dois juntamente com um grupo de professores da Unicamp lá do instituto do IMEC da Unicamp, Professora Marineusa não sei se você ouviu falar da professora Marineusa Gazzeta também já faleceu, entre outros que foram os precursores da modelagem matemática.			
Ex43	Além disso, você vê a Educação Matemática se fazendo presente nos vários níveis da escolaridade básica, desde a educação infantil, indo para o ensino fundamental I, ensino fundamental II, ensino médio, essas crianças que têm oportunidade de trabalhar na modelagem em uma concepção da educação matemática, elas são diferenciadas.	A Modelagem Matemática presente na Educação básica (DB)	Modelagem na Educação Básica	A Modelagem nos diversos níveis da Educação
Ex44	E isso tudo porque a modelagem propicia que o estudante se torne protagonista das suas ações, que ele vai em busca, que ele desenvolva, a capacidade de pesquisar, a capacidade de refletir, a capacidade do diálogo, do respeito pelas coisas, pelas opiniões dos outros, o espírito mais crítico sobre as coisas. Um ser que tenha as suas próprias opiniões, que não se deixe levar pelas conversas das pessoas, mas que forme sua opinião, pois é interessante é ter a sua visão e não a visão de terceiros, então é isso que você quer desenvolver nessa Educação Básica.	Habilidades adquiridas pelos estudantes em uma prática com a Modelagem (DB)	Habilidades proporcionadas pela prática com a MM	Contribuições da Modelagem Matemática
Ex45	A diferença porque a concepção que uso difere é uma questão epistemológica, ai é visão de conhecimento mesmo, eu não posso exigir de uma criança que construa modelos, se ela não tem nem a formação básica, não tem os conceitos, e nem construído o ferramental matemático necessários. Ela vai formando isso de forma gradativa, ao longo da sua escolaridade básica, então não tenho que ter a preocupação em criar modelos, mas ter a preocupação de ajudá-las a formar conceitos, por que conceito não se define cada um edifica, forma o seu conceito das coisas, então essa é a grande	Diferença das diversas concepções de Modelagem (DB)	Diferentes perspectivas da Modelagem	Concepções de Modelagem Matemática

	preocupação da educação básica, e veja eu dediquei toda minha vida na formação básica de professores porque ali que eu acho que está o grande problema da educação.			
Ex46	<p>Então as diferenças das concepções para mim são as diferenças das vivências e das trajetórias profissionais de cada professor, todos, talvez com mesmo objetivo, mas por pensamentos diferentes, por vieses diferentes. Então quando você pega a definição, por exemplo, ou o conceito do professor Barbosa, é um...</p> <p>Jefferson Oliveira: - É um ambiente de aprendizagem,</p> <p><i>Dionísio Burak:</i> - É um ambiente de aprendizagem, todo ambiente é de aprendizagem, não precisa ser da modelagem, todo ambiente é de aprendizagem independentemente do juízo de valor, todo ambiente é para mim... A condição de os estudantes são convidados a participar; o que é diferente, pois tive a preocupação de partir do interesse do estudante porque eu penso assim, se eu convido você para uma festa mas você não quer ir para festa e daí o que é que eu vou fazer? Oh Jefferson vamos para uma festa? – não, eu não quero ir para festa, hoje eu tenho que ir para missa. Tá bom, e aí o que é que eu vou fazer? então quando eu parto do interesse do estudante eu quero dizer assim, que posso resolver esse possível impasse, porque como é que fica numa turma de 20, 30, 35, 40 estudantes que normalmente são as nossas classes quando três ou quatro ou mais, por exemplo, não gostaram do tema e são obrigados a trabalhar, como é que fica? Então, cada um tem uma maneira de ver e conceber a modelagem matemática, mas todos tiveram as melhores intenções de buscar as coisas, todos tiveram a visão de tentar melhorar o ensino, então</p>	A Concepção de Modelagem é oriundo das vivências pessoais de cada autor (DB)	Concepção oriunda das vivências pessoais do pesquisador	Concepções de Modelagem Matemática

	as concepções que você citou aí todos foram frutos de reflexões de vivência, de experiências e trajetória de vida das pessoas, nenhuma é melhor que a outra, cada um deve discernir o que deve fazer de melhor com seus estudantes.			
Ex47	Muitos querem fazer Modelagem Matemática na Educação Matemática, mas se utilizam dos paradigmas da ciência moderna, não dá certo, e se você ler o livro do Boaventura de Souza Santos, um livrinho chamado Discurso sobre as ciências, você vai ver como é que é um método científico, tudo se rege pelo método científico, o método científico não permite o conhecimento do senso comum que as crianças vêm para a escola, por isso que não há diálogo, por isso que há imposição de conteúdo, contido em um programa.	Modelagem e o método científico (DB)	Teorias que fundamentam a Modelagem	Concepções de Modelagem Matemática
Ex48	Então é isso, tudo foi ao longo dessa minha trajetória sendo objeto de reflexão, de mudanças, não tive problemas em mudar, e ainda se sentir necessidade de alguma outra mudança vou fazê-la sem nenhuma preocupação. Eu não vejo, eu não viso o professor Dionísio, eu, vejo o que eu posso fazer pelo meu estudante se aquilo for melhor para o estudante melhorando a maneira de fazer, e proporcionar maior compreensão, farei. Quando comecei a trabalhar com modelagem o trabalho era individual, depois da conversa com os professores participantes a gente resolveu fazer diferente em dupla isso já melhorou bastante, mas depois a gente ainda mudou para até três ou quatro participantes, isso foi porque eu senti que era melhor para os participantes e eu não tive dúvida em mudar, deixar de fazer individual e vamos fazer em pequenos grupos. Outra mudança foi permitir que eles escolhessem o tema, fazer a escolha do tema, puxa vida, fazer escolha do tema! olha que para você	As Mudanças do autor nas etapas por meio das práticas de modelagem (DB)	Aprimoramento teórico das etapas	Etapas da Modelagem Matemática

	decidir que você vai trabalhar nisso precisa também coragem porque você pode, também não ter os pés no chão sobre determinados assuntos.			
Ex49	Eu não aplico Modelagem Matemática, porque, ainda que eu trabalhe com o mesmo tema, com turmas diferentes não é uma simples aplicação, aplicação é de fórmula, uma regra, é uma coisa definida que vai ser do mesmo jeito. Uma prática com modelagem que é o que eu trabalho considero diferente de aplicação, porque ainda que eu trabalhe o mesmo tema, vamos supor, que eu trabalhe por exemplo, com enchentes no Brasil com dois, três grupos, eles vão fazer coisas diferentes, então não é uma aplicação em si, é a realização de práticas que elas podem ter desdobramentos diversos, os problemas, os interesses daquele grupo podem ser diferentes do anterior, mas tudo isso é importantíssimo. Então só para colocar nesse entendimento eu diria que a Modelagem a gente não aplica modelagem, a gente aplica algoritmo, a gente aplica regras, outras coisas, mas a modelagem a gente desenvolve práticas.	Exemplo de uma aplicação da Modelagem por uma Prática com a Modelagem (DB)	Exemplos de Modelagem em sala de aula	Exemplos de Modelagem Matemática em sala de aula
Ex50	Começando discutir sobre vários assuntos deixando que os estudantes falem, se você lesse algumas dissertações das minhas orientandas na educação infantil, elas iam visitar salas, iam ver qual era os interesses das crianças, sentar na roda com as crianças e conversar sobre os assuntos e ali começam a surgir temas, ou interesses. Jefferson coisas assim que você pode propor, e aí é no decorrer dessa conversa, dos assuntos, ou você fala das profissões, ou você pode se valer de várias estratégias para esses procedimentos da escolha do tema, então você pode se valer de hipertextos, você pode se valer de vídeos, você pode se valer da roda de conversa, você pode se valer de um tema atual,	Exemplo da Abordagem do professor para que haja a escolha do tema por parte dos estudantes em uma prática com a Modelagem (DB)	Exemplos de escolha do tema	Exemplos de Modelagem Matemática em sala de aula

	<p>por exemplo, vamos supor essa pandemia, a Covid; todo mundo.... Então é um tema que daqui a pouco estão todos falando disso, desenvolvendo isso e daqui a pouco esse pode ser o tema que desperta interesse. Mas, o procedimento é você começar a falar sobre várias coisas principalmente quando o nosso estudante não está habituado a ter liberdade de falar e de pensar, ele vai se sentir inicialmente perdido, aí ele vai dizer - mas professor que tema que o senhor quer? ele já quer pegar coisas de matemática, e não precisa ser da matemática, é temático, e tema é diferente de trabalhar com problema, o tema é sempre amplo, ele é bem mais amplo. Por exemplo, o problema da água no planeta, o problema das florestas, do meio ambiente que você pode ir tratando e daí vai surgindo as coisas e ideias matemáticas.</p>			
Ex51	<p>O professor quando ele vai começar a desenvolver as práticas com modelagem muitas vezes ele só vivenciou as leituras mas não vivenciou práticas, então ele diz assim - meu Deus como é que eu vou trabalhar com quatro temas ou dois, três temas, então normalmente a ideia do professor para não se sentir, vamos dizer assim, colocado em uma situação mais difícil ele propõe trabalhar em um tema e depois trabalhar em outro tema e assim por diante. Mas às vezes, os temas vão convergindo, vão convergindo e às vezes um tema ele tem vários outros subtemas, às vezes o tema meio ambiente, tem o problema do lixo, as vezes tem o problema da reciclagem, às vezes tem o problema da água, as vezes têm o problema de outras naturezas aí, por exemplo dos agrotóxicos no meio ambiente.</p>	<p>A insegurança do professor para iniciar na prática de Modelagem (DB)</p>	<p>Insegurança do professor</p>	<p>Desafios da Modelagem Matemática em sala de aula</p>
Ex52	<p>Então veja às vezes o tema é bem amplo e vocês pegam questões que estão no contexto de um mesmo, então é assim que a gente inicia e depois</p>	<p>A liberdade do pesquisador para a escolha da concepção de Modelagem</p>	<p>A Modelagem na pós graduação</p>	<p>A Modelagem nos diversos níveis da Educação</p>

	<p> você vai falar então sobre a metodologia que vai ser utilizada e que você vai trazer, eu por exemplo, com os estudantes eu os incentivo para que eles olhem todas as concepções para que tenham mais discernimento e, que quando escolheu uma saibam o porquê estão fazendo, saibam o que estão fazendo porque muitas vezes eles não tenham ainda uma capacidade reflexiva capaz de ver as sutilezas que existem as vezes na definições. </p>	(DB)		
Ex53	<p> Então a modelagem ela na sua concepção interdisciplinar, assim como a educação matemática, ela não parte de problemas, ela parte de temas, e isso é diferente de partir de problemas </p>	<p> Ponto de partida da modelagem (DB) </p>	Escolha do tema	Etapas da Modelagem Matemática
Ex54	<p> Na minha concepção a partir do interesse deles, vamos supor vamos pegar um tema, e seja uma indústria de cerâmica, como é que eles podem fazer essa busca? Veja que antes disso tudo, eu tenho que antes de desenvolver uma prática com modelagem levar em conta dois princípios: primeiro partir sempre do interesse do grupo(s) do(s) estudantes e segundo: sempre que possível, coletar os dados no local onde se dá o interesse, e depois vem então as demais etapas. Então essa etapa da pesquisa exploratória, e levando em conta o segundo princípio, vamos pensar: bom, nós temos sempre que possível, porque às vezes não é possível você, buscar os dados no local, Então vamos supor que se interessem pelo tema que envolve o fundo do mar? Você não vai lá no local para fazer isso Ou ainda, se o tema for órbita dos planetas, quais são as orbitas dos planetas? Qual é o tipo de órbita? Você não vai buscar os dados lá, então ai você se vale das fontes, da literatura, você se vale dos sites, você se vale das pessoas, se for assim por exemplo, então você vai fazer da cerâmica: você vai lá pela internet você pode várias coisas sobre isso, então você pode </p>	<p> Exemplo do processo de pesquisa em uma prática com a Modelagem (DB) </p>	Exemplo de pesquisa na Modelagem Matemática	Exemplos de Modelagem Matemática em sala de aula

	<p>pegar um pouco sobre a história da fabricação dos tijolos essas coisas todas, então as datas históricas são importantes, depois você pode visitar uma indústria cerâmica marcar uma visita para saber de onde e como é que se dá os processos, quais são os tipos de processos envolvidos na produção de cerâmica, pode ver lá onde eles extrai o barro, como é que o barro chega até à cerâmica para a fabricação dos produtos então, você vai se valendo de várias coisas. Você pode fazer entrevista com funcionários, pode fazer entrevista com gerente, você pode fazer várias coisas são dessas maneiras que você vai coletando seus dados. São esses dados que vão lhe permitir levantar os problemas, a quarta etapa do processo da Modelagem. Então você vai numa indústria lá, você faz investigações sobre quantos tijolos se fabricam por mês ou por ano, eles vão explicando algumas coisas lá para vocês, qual é o tempo de secagem? como é que faz a secagem dos tijolos por fornalha ou outra forma? Qual tipo de combustível que se utiliza? Carvão, ou é gasolina, óleo, ou lenha, as fornalhas, como são alimentadas por qual tipo? A que temperatura chegam? Nesse sentido são tantos os dados que se coletam lá dentro, qual é o tempo de duração de um processo completo para produzir o tijolo, secar e está pronto para utilização? Então se tem várias coisas que podem ser perguntadas e esses dados são os elementos que vão nos permitir levantar as questões, os problemas, veja que os dados e essa coleta de dados às vezes os estudantes queriam saber assim, por exemplo, qual seria o custo do deslocamento para trazer o barro para cerâmica? Muitas vezes o local do barro não fica no próprio local onde está sendo produzida cerâmica, às vezes fica um pouco longe, mas daqui a pouco ele não</p>			
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--

	coletou esse dado, ele tem que voltar à pesquisa outra vez, aí por isso que eu digo assim que é muito vinculado, sempre o ensino e a pesquisa na modelagem matemática na concepção da educação matemática são indissociáveis. Então ele volta lá perguntando como é que eles fazem isso? qual é a quantidade que vem cada vez? qual é o consumo da semana? Enfim, aí ele vai perguntando os dados, então sempre está alimentando os dados dele para formulação das questões, é claro que isso vai depender do nível de escolaridade, das turmas que se for da educação infantil se é uma coisa, se for do fundamental é outra, se for do médio outro, enfim mas um tema pode ser trabalhado desde a educação infantil até o ensino médio e isso tem lógica.			
Ex55	Quando você está trabalhando em um problema muitas vezes você percebe que o estudante ele comete um equívoco, por exemplo, no fazer uma operação, ou no levantar uma hipótese, então essa etapa por exemplo que é a análise crítica você já pode começar a fazer ali, de onde veio isso daí? É isso mesmo? veja bem, pense, Será que você poderia fazer desse jeito? quando você faz assim o que você está considerando? então você vai chamando a atenção do estudante e isso que eu chamo que é uma avaliação, que é um processo educativo a avaliação também, porque na medida que você chama você não vai dizer que tá errado, olha bem, veja bem, veja que quando você faz isso da tal resultado, é isso que você quer? - ah não! não é isso.	A forma como o professor procede frente ao erro do estudante (DB)	Professor não aponta o erro do estudante	Papel do professor com o uso da Modelagem
Ex56	Então você vai instigando-o a fazer uma metacognição, pensar sobre o problema, quando ele ver a sua resolução inicial, do problema inicial, porque depois ele vai reformulando isso, então esse é um processo bem educativo. Pouco desejável	A forma como o professor deve proceder para auxiliar os estudantes verificar os resultados encontrados (DB)	Professor auxilia na verificação dos resultados	Papel do professor com o uso da Modelagem

	<p> você chamar atenção, com expressões, - ah isso tá errado! veja aí, porque você já disse que ele não estava certo. Nessa forma de abordagem é correto e desejável saber por que o estudante pensou daquele jeito? É para você saber por que você pensou desse jeito? Então, isso é a forma de abordagem do processo é muito diferente sabe Jefferson. </p>			
Ex57	<p> Muitas vezes você pode se deparar com a seguinte situação, você tem um problema cujo o conteúdo, ainda não foi trabalhado pela turma, ainda ele não está no planejamento daquela turma está no ano seguinte, como é que você vai fazer? Temos algumas sugestões para isso, ou você trabalha aquele conteúdo com eles para que eles entendam, pois que no âmbito do ensino fundamental e médio as operações praticamente eles trabalham com a maioria, exceto alguns tipos de funções, logaritmos, radiciação, veja da quinta até a sexta passa pela potenciação, radiciação. Tomemos como exemplo, que fosse um problema a ser resolvido por logaritmo, mas eles não conhecem e não tiveram nada de logaritmo, como é que você poderia no quinto ano calcular por exemplo, vamos dizer assim, um crescimento populacional? Além de o professor saber e ter jogo de cintura, saber que ele poderia pelo menos naquele problema ele poderia fazer aproximações então por exemplo, cada 10 anos que é o censo então ele tem os dados do censo depois... as vezes eles fazem o censo e depois eles fazem interpolações, não fazem o censo, mas fazem uma projeção sobre o censo. Então o professor trabalha com as operações elementares então por exemplo, ele subiu 2% de tanto a tanto mas subiu 1,5% por cento e agora para saber uma previsão? fazer uma interpolação, para saber qual vai ser aquele que lá? olha pega como parâmetro a média, </p>	<p> Exemplos de como o professor deve proceder quando o conteúdo é desconhecido pelos estudantes (DB) </p>	<p> Exemplo do procedimento que o professor deve adotar quando o conteúdo é desconhecido pelos estudantes </p>	<p> Exemplos de Modelagem Matemática em sala de aula </p>

	faz mais ou menos por ai, então pelo menos ele consegue dar aquela ideia para o estudante resolver o problema, porque se você levanta um problema e não resolve, aí você diz assim, não esse problema você vai ver ano que vem, e isso aí desestimula o estudante, ele quer e é resolver o problema, mesmo que de forma aproximada.			
Ex58	Bom, o que é um modelo? É uma expressão resultado da matematização daquela situação, o problema da realidade é muito mais complexo, você não leva em consideração muitas coisas. Você quer calcular por exemplo, a gravidade do local, mas você não leva em consideração o amortecimento do pêndulo, você não leva nada, você não leva em consideração muitas coisas, então é um problema, vamos dizer assim, é uma solução próxima. Então quando você fala em modelo é que para mim a matematização, que você vai trabalhar, então é o que eu digo assim, o modelo não é nada mais do que se trabalhar sobre aquele objeto matematizando, para mim modelo é uma matematização que ele expressa, por exemplo, em partes aquele fenômeno do estudo	Definição de modelo para o autor (DB)	Definição e construção de modelo	Definição e construção de modelo
Ex59	Mas eu não tenho preocupação com modelo, e eu acho que até o ensino fundamental você não devia ter muita preocupação com modelo, você deveria ter preocupação em construir conhecimento e ajudar o estudante a formar conceitos, eu acho que nisso também o Professor Barbosa, concorda. Considero que na faixa etária de escolaridade na qual tenho interesse, não há necessidade de construir modelo, porque o que significa construir modelo na matemática aplicada? O próprio nome Matemática Aplicada, parte de um princípio de que é necessário inicialmente conhecer Matemática para, então depois você aplicar. Nessa etapa inicial	A necessidade de priorizar a construção do conhecimento do estudante ao invés da construção de um modelo (DB)	Priorizar o Conhecimento matemático frente a construção de modelos	Definição e construção de modelo

	<p>da escolaridade (Educação Básica) as crianças estão construindo o conhecimento matemático. O que se busca é a solução pura e simples dos problemas deles, porque se eles resolveram o problema, para mim eles não precisam fazer um modelo matemático, tanto que os modelos no ensino fundamental e médio e já tem tudo pronto, você vai ver que está tudo pronto lá nos livros os modelos, expressões áreas das figuras planas, espaciais, de equações, já estão lá, assim como os algoritmos.</p>			
Ex60	<p>Como é que você constrói por exemplo, ou redescobre o modelo, da área do quadrado? Jefferson Oliveira: - bom teoricamente, suponha um terreno quadrado e faz a construção com algum tipo de material...</p> <p>Então, veja, para você trabalhar com aquela área que nos livros é igual à vezes b, a área é igual a base multiplicada pela altura que é normalmente que é a formulazinha que é o modelo. Entretanto observe a área não tem altura para começar, é o comprimento e a largura, isso para criança não é fácil. Se você conceitua desse jeito, aí ela pega uma porta e ela vai medir uma porta então a porta fica nesse sentido, agora sim tem altura, mas aqui quando se está trabalhando com área, então você tem várias maneiras de ir mostrando como se pode chegar aquela expressão, b.h ou a.b, qualquer coisa assim, usando vários tipos de estratégias de ensino como: o completamento do plano, completando as quadriculas lá, com quadrados de 1cm de lado. Basta contar os quadrados de 1cm. Depois você pode colocar os quadrados de 1cm de lado ao longo de duas laterais no sentido de suas dimensões: comprimento e largura, quanto se multiplicam esses números de quadrados você vai ver que tem, o mesmo número, encontrado pelo completamento do</p>	<p>Exemplo da concepção de modelo para outros autores, segundo Burak (DB)</p>	<p>Concepção de modelo para outros autores</p>	<p>Definição e construção de modelo</p>

	<p>plano. Esse é um pensamento algébrico, pois quando você conta não importa, não tem fórmula nenhuma, você conta aqui e deu 30 quadradinhos então é 30 unidades de área, agora quando você chama aqui de a e de b é porque você quer mostrar que vale para qualquer situação análoga aquela. Então, é aí que eles chamam de modelo nesse sentido, mas eu não vejo isso como prioridade no ensino fundamental. O importante é como o estudante chega nisso.</p>			
Ex61	<p>Mas aí o senhor falou assim, que o aluno ao aprender ele tem uma solução no final, essa solução não é um modelo?</p> <p>Não, olha porque você veja bem, e se você dissesse assim para um aluninho... as vezes ele só ver baliza, muitas vezes, ele só verbaliza apenas a resposta e nem faz uma expressão matemática ali, como por exemplo, $y = a + bx$, por exemplo, expressão analítica da função, mas ele pode entender o que pede ali, por exemplo, se você vai no posto e ponho um litro de gasolina que custa sete reais o litro; dois litros custam quatorze reais, então aí você pode ir mostrando para ele que você vai..., se é sete reais então aqui a ideia de proporcionalidade. Então você vai ver que ele vai chegar a uma função, não na sua expressão analítica, pois se eu chamar de y, o preço total que eu vou pagar, esse valor vai ser igual o número de litros vezes o valor de cada litro. A expressão em forma de linguagem natural, o preço a ser pago é igual ao número de litros multiplicado pelo valor de cada litro. Na sequência com melhor compreensão o estudante pode expressar aquilo ali de uma forma analítica da função $y = 7x$. Um outro exemplo em uma corrida de táxi já sai com um valor de tantos reais e depois a cada quilômetro percorrido você paga um valor. Assim o valor final</p>	Exemplo da matematização do problema feita pelo estudante (DB)	Exemplo da Matematização do problema	Exemplos de Modelagem Matemática em sala de aula

	<p>a ser pago vai corresponder a um valor fixo inicial, mais o valor de cada quilometro percorrido multiplicado pelo número de quilômetros percorridos. O entendimento manifesto pela forma da linguagem é mais importante, do que colocar nessa linguagem algébrica $y = a + nx$ para uma criança dos anos iniciais. No ensino fundamental dar ideia de função que é saber o que varia, e como varia, se direta e inversamente proporcional, quando varia uma grandeza, como é que varia a outra?</p>			
Ex62	<p>Pode-se utilizar de exemplos da física tais como velocidade, tempo e velocidade, então quanto maior a velocidade menor o tempo e assim por diante. Algumas ações experimentais são importantes na Educação Básica para se chegar às fórmulas de maneira compreensiva. Por exemplo, a área de um trapézio pode se chegar experimentalmente e o estudante vai ter aquela expressão que serve para qualquer trapézio ou para um determinado trapézio, mas normalmente essa expressão é genérica que ela serve para qualquer situação. Isso é mais ou menos como aquele caso que falei sobre o número de ripas da cerca o número, o rapaz que estava fazendo o desenho lá na minha tese ele trabalhava com desenho e arquitetura, ele disse: - professor essa fórmula aqui eu apliquei para fazer assim, eu vou construir um prédio que tem tantas janelas então tem janela, vão, janela, vão, janela, vão, etc.... ele passou para uma outra situação, então é uma situação análoga aquela não era aquela, mas era uma situação que poderia ser usada também, aí chamam de modelo isso, mas para mim é uma matematização daquela situação, é uma expressão matemática que pode, que te dar aquela expressão e ainda porque o modelo não leva em consideração</p>	<p>A Matematização de uma situação denominada de modelo por outros autores (DB)</p>	<p>Matematização e Modelo</p>	<p>Definição e construção de modelo</p>

	todas essas situações, Quando eu vejo assim que se trabalha na perspectiva da matemática aplicada, se for levar em consideração todas as variáveis de um fenômeno ele não consegue fazer o modelo, ele tem que suprimir, ele tem que levantar hipóteses, ele tem que tirar isso tirar aquilo			
Ex63	<ul style="list-style-type: none"> - Nunca chega no modelo correto né professor? - Claro que não, modelo é sempre uma representação aproximada ... - Nunca chega num modelo que atenda todas as variáveis, - O modelo é uma simplificação da realidade, isso é meu entendimento e é por isso que eu não tenho nenhuma preocupação de fazer isso 	Compreensão de modelo para o autor (DB)	Definição e construção de modelo	Definição e construção de modelo
Ex64	A Modelagem Matemática para mim é uma filosofia de educação, para mim ela tem uma importância, e nessas quatro décadas de pesquisa eu sinto que, ainda pode ter algumas mudanças, não sei se vai ter, mas pelo menos se eu ainda encontrar alguma coisa que possa melhorar eu vou fazer. Agora o que eu pretendo é estabelecer uma nova forma de você conduzir o processo de ensino e aprendizagem, de você formar professores, porque esses professores formados eles são sempre formados dentro de uma racionalidade técnica, e o ensino é quase que... os problemas são resolvidos, vamos dizer assim, mais pela ciência, e a racionalidade técnica ela tira do professor muita da sua forma de ver as coisas, da sua intuição, da sua lógica de formular estratégias diferentes.	Novas perspectivas da Modelagem para o autor (DB)	Diferentes perspectivas da Modelagem	Concepções de Modelagem Matemática
Ex65	Eu acho que a modelagem ela tem tudo para ser.... quando você estudou as bases comum curriculares, as bases nacionais comum curricular você vai ver que a modelagem na concepção da educação matemática é uma forma de operacionalizar a BNCC, porque ela não trata apenas das coisas	A concepção de Modelagem na BNCC (DB)	A Modelagem na BNCC	Concepções de Modelagem Matemática

	<p>matemáticas. Mas eles formam outras visões, outros conhecimentos nos estudantes. Então por isso que eu sou fã da Modelagem Matemática na concepção da Educação Matemática</p> <ul style="list-style-type: none"> - Sim é tão importante que tá escrito lá na BNCC, não é? a Modelagem está na Base então é um dos nossos métodos de ensino mais... - Precisa ver Jefferson, qual é a concepção de modelagem que está na base? porque se você ver aqui no Paraná, por exemplo, nós temos a concepção que eles chamam de tendências da educação matemática no nosso currículo do Estado do Paraná, aí tem lá a resolução do problema aí você vai ver quem está lá é Polya, você vai pegar a modelagem está a concepção do Professor Bassanezi, você vai pegar tudo que não é uma visão de Educação Matemática, é uma visão da Matemática, - É voltado mesmo para a resolução de problemas não é professor? eles citam muito a modelagem mais voltada como a construção de um modelo para resolver problemas é mais aquela modelagem que está descrita no livro, algum modelo pronto para você analisar. - É.... por exemplo aqui no Paraná, que nós temos a modelagem matemática, você vai ver que eles não têm a preocupação com as teorias da aprendizagem, não tem preocupação com os aspectos da sociologia que envolvem na educação, com aspectos da filosofia, com aspectos epistemológicos, não fazem a diferença. 			
Ex66	A Educação Matemática ela se difere da Matemática em pelo menos por três pontos: o primeiro - o seu objeto - o objeto da matemática é a construção do conhecimento matemático, o objeto da educação matemática é o ensino e aprendizagem desse conhecimento. Outro ponto é a natureza da	As Diferenças entre a Matemática e a Educação Matemática (DB)	Diferentes perspectivas da Modelagem	Concepções de Modelagem Matemática

	<p>matemática que é axiomática, é lógica, a natureza da educação matemática é psicologia, sociologia, filosofia, antropologia, a linguagem; e a metodologia, e o terceiro ponto é a metodologia, enquanto que na matemática o método é o método científico, é de natureza quantitativa subsidiados pelos métodos estatísticos da educação matemática a gente usa o método qualitativo. Então essas são as diferenças e isso é diferença epistemológica do conhecimento, então por isso que a gente nem se discute por que não precisava falar em educação matemática se vai fazer só matemática, não tem sentido, por isso que também tem diferença de modelagem matemática e modelagem na educação matemática essas são as diferenças mas que ainda isso... as pessoas não conseguiram perceber essa diferença ou não querem perceber, porque querem fazer coisas novas com paradigmas antigos, paradigmas ultrapassados, é como uma pessoa que quer fica com pés em duas Canoas e não faz nada porque ele fica estático, nem consegue fazer uma ou outra coisa. Então, é necessário ter a coragem de qual concepção assumir. ou na matemática ou na Educação Matemática se assumir a concepção da Educação Matemática, mas deverá também assumir os seus fundamentos, metodologia e filosofia.</p>			
EX67	<p>Ao longo dessas quase quatro décadas a Modelagem Matemática já foi desenvolvida mesmo aqui em Guarapuava em uma escola que envolveu 17 turmas na década de 80, 17 turmas do ensino primário, que era antigamente, era chamado de ensino primário, nós desenvolvemos um projeto com a Modelagem durante praticamente dois anos numa escola envolvendo 17 turmas, todos os anos: primeiro, segundo, terceiro, quarto, e ainda tinha uma turma de estudantes que tinham algumas</p>	<p>Panorama de Práticas desenvolvidas por meio da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática (DB)</p>	<p>Exemplo de práticas desenvolvidas na concepção do autor</p>	<p>Exemplos de Modelagem Matemática na sala de aula</p>

	<p>necessidades especiais. Depois disso, também tivemos um projeto que nós desenvolvemos, que teve bastante êxito, porque os projetos nas escolas eles dependem não apenas da vontade do professor, eles depende da direção, depende de uma série de coisas , não é Jefferson, eles não... embora você tem boa vontade de fazer intervenções na escola, mas depende disso muito da direção, depende da área pedagógica, depende do próprio professor se abrir a essa experiência, então... mas eu tenho uma outra intervenção muito interessante que foi Ivaiporã aqui também no Paraná, onde nós desenvolvemos um curso com os professores, foi assim um projeto de 90 horas envolvia parte da vivência nas práticas com Modelagem, depois a preparação para esse professor trabalhar em sala de aula, o trabalho em sala de aula, e depois uma avaliação sobre como é que foi esse projeto, então foi assim também bastante exitoso. Bom isso são intervenções assim vamos dizer, que envolve as instituições na sua totalidade, mas tem as intervenções que são mais individuais dos professores trabalhando, então nós temos agora recentemente um professor trabalhando com a minha concepção lá em São Paulo, e fez o doutorado o Douglas, não foi meu orientando mas seguiu as minhas orientações sobre a Modelagem na Concepção de Educação Matemática, e ele trabalhou com todas as escolas do município que ele mora, então envolveu 243 professores; então são projetos que a gente percebe que houve todas as condições para que ele pudesse desenvolver com os professores, porque tem que tirar o professor de sala de aula, o mínimo possível mas às vezes tem que tirar, também tem que ter a boa vontade do professor também em querer mudanças, porque às vezes os professores querem</p>			
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--

	<p>mudança mas não querem mudar paradigmas, isto é, .. querem fazer coisas novas com para paradigmas velhos, é nesse sentido, e ele conseguiu fazer lá também um bom trabalho terminou a sua tese recentemente, então essas são as... são os projetos que o pessoal tem trabalhado mas também tem assim os meus orientandos que já trabalharam na escola da educação básica praticamente todos terminado o mestrado, o doutorado e continuam trabalhando com a Modelagem Matemática nas escolas, outros fizeram Modelagem comigo mas não são professores e às vezes não foram para Universidade, então e às vezes na escola a sempre encontram maiores dificuldades, e encontrando dificuldades os professores, às vezes, não se sentem incentivados pela direção da escola, pelo tempo, pela obrigatoriedade muitas vezes de cumprir o currículo, e isso pode ser, as vezes, um fator que inibe as iniciativas dos professores em trabalhar com Modelagem na Educação Matemática</p>			
Ex68	<p>Minha formação acadêmica, eu sou licenciado em matemática pela antiga Faculdade Estadual de Filosofia Ciências e Letras de Guarapuava, hoje atualmente a Unicentro, fiz em 1975 especialização na Unicamp, depois, fiz Mestrado em Rio Claro em 1984, fiz o doutorado na Universidade Estadual de Campinas também na área da Educação agora, em Rio Claro foi mestrado em Ensino da Matemática e depois fiz o meu Pós-doutorado sob orientação da Professora Doutora Rosália Maria de Aragão que já faleceu, mas fiz na Universidade Federal do Pará então essa é minha formação acadêmica. A minha Linha de Pesquisa desde o mestrado em 1984 ela tem sido a Modelagem Matemática, a Educação Matemática e</p>	<p>Formação acadêmica do autor (DB)</p>	<p>Formação acadêmica do autor que contribuiu na sua concepção de Modelagem</p>	<p>Concepções de Modelagem Matemática</p>

	a Modelagem na Educação Matemática, então a Educação Matemática e Modelagem na Educação Matemática, a Modelagem desde então já fazem praticamente quase quatro décadas que pesquiso em Modelagem Matemática na Educação Matemática.			
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--

Fonte: elaborado pelo autor(2023).

APÊNDICE F: Categorização da entrevista realizada com Pedro Demo

Quadro 57 - Categorização da entrevista com Demo

Excertos	Fragmento da Entrevista	Categoria Inicial	Categoria Intermediária	Categoria Final
Ex01	Que a aprendizagem passa pela Pesquisa, passa pela participação do estudante e pela produção dele	Aprendizagem passa pela participação e produção do estudante (PD)	O estudante como sujeito principal no processo de aprendizagem	Contribuições da Pesquisa
Ex02	Eu fui ver que na Biologia, na Neurociência, isso está bastante bem colocado, o cérebro, os nossos sentidos não são entidades que copiam, que reproduzem, são entidades que selecionam, que reconstroem,	A capacidade de seleção e reconstrução do cérebro (PD)	Teorias que fundamentam a Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa
Ex03	Então a mente humana reconstrói a realidade, ela não pega a realidade diretamente, ela pega uma realidade reconstruída de acordo com nosso olhar então isso também bate bem com a tradução da filosofia da ciência ou da filosofia da educação, se quiser, que a gente aprende de dentro para fora e não de fora para dentro	Sobre a reconstrução da realidade feita pelo cérebro (PD)	Teorias que fundamentam a Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa
Ex04	O professor não pode causar a aprendizagem do estudante ele pode mediar. Então você não tem como colocar conteúdo dentro da cabeça do estudante	A mediação pelo professor (PD)	O professor como mediador para auxiliar o estudante	Papel do Professor na Pesquisa
Ex05	O professor não pode entender pelo aluno, o professor pode instigar, motivar, colaborar, perguntar, qualquer coisa do gênero, coisas que impliquem em entender, porque o papel do professor não é colocar na sua cabeça, e sim proporcionar meios para que o estudante entenda Matemática.	Atitudes que o professor deve adotar para engajar os estudantes (PD)	O professor engaja os estudantes	Papel do Professor na Pesquisa
Ex06	A gente acha que dando aula o aluno aprende, a aula é importante para lhe dar com o conteúdo, aprender é outro fenômeno. Aprender o estudante tem que participar plenamente, tem que se motivar,	A diferença entre a aula tradicional e a aula com a autoria do estudante (PD)	Fundamentos do ensino tradicional e do ensino com Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa

	tem que entrar de cabeça, para entender e se tornar autor daquilo que aprende, então ai cheguei mais recentemente na ideia da autoria			
Ex07	Chegando na Matemática, que a grande maioria dos professores de Matemática não sabem produzir Matemática, so sabem reproduzir, até porque acham que a Matemática é formal e portanto já está pronta, então não tem o porquê inventar ne, a gente não vai reinventar o teorema de Pitágoras, mas eu gosto de dizer sempre se você não recriar o teorema de Pitágoras você nunca vai entender, então precisa pesquisar, precisa mudar este enfoque.	A reprodução dos conteúdos da Matemática na sala de aula (PD)	Fundamentos do ensino tradicional e do ensino com Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa
Ex08	Lá em Campo Grande nós fizemos uma experiência de uma professora de Matemática bem diferente, ela pegou cinco meninas e tentou motiva-las a estudar o teorema de Pitágoras, naturalmente com meninas já é mais arredio, no começo elas não quiseram depois foram pegando, então ela deu uma sugestão interessante, vocês vao fazer um filme, vao fazer um vídeo de celular, explicando o teorema, ai elas gostaram da ideia, ai foram estudar o teorema, então elas não tiveram aula, elas foram estudar o teorema, entenderam o teorema, e fizeram o vídeo que eu vi, o que aconteceu ai, uma autoria de Matemática.	Exemplo de um processo de autoria dos estudantes (PD)	Exemplo de pesquisa realizado pelos estudantes	Exemplos com a Pesquisa em sala de aula
Ex09	As ciências naturais estão mudando muito o que é o cérebro, o que são os sentidos, e estão cada vez mais chegando perto da ideia de que são entidades reconstrutivas, a gente não trabalha com a realidade diretamente, trabalha com a realidade que a gente consegue entender, que significa reconstruir, a realidade da qual nós somos autores que coloca outros mil problemas epistemológicos também, porque onde da com a realidade diretamente sempre há um risco, você lida com a realidade que você consegue entender, e é assim que nós levamos a	As diferentes concepções da realidade para as diferentes pessoas (PD)	Teorias que fundamentam a Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa

	vida, a gente entende o que consegue entender, a gente não entende tudo a gente não tem uma teoria final, a gente não tem uma visão total das coisas.			
Ex10	A Matemática na verdade realça a realidade o aspecto formal, o aspecto abstrato, que é muito importante e muito efetivo, quer dizer, grande parte das tecnologias são efetivas por causa da Matemática que ela tem por trás e que funciona.	A aplicação da Matemática nas tecnologias do cotidiano (PD)	Exemplos da Matemática aplicada na realidade	Exemplos com a Pesquisa em sala de aula
Ex11	No teorema de Pitágoras, aquilo é uma abstração, total abstração, é uma formalização, então a realidade é extremamente diferente daquilo, muito mais complicada, é tanto assim que as pessoas tem dificuldades enorme de entender, embora seja um teorema bastante simples, então eu acho que o que está em jogo é o que nós entendemos por aprender.	A Abstração de um conteúdo curricular da Matemática (PD)	A Abstração no ensino de Matemática	Concepções de Ensino e Pesquisa
Ex12	Nós ainda temos um domínio enorme na escola e na universidade de uma aprendizagem instrucionista, que eu chamo de instrucionismo, o professor instrui o aluno, não cuida da aprendizagem dele, não cuida da autoria dele, então instruir é simplesmente passar conteúdos, isso é o que os matemáticos fazem mas os alunos não entendem, e ai não acompanha.	A aprendizagem instrucionista em vigor nas escolas (PD)	Fundamentos do ensino tradicional e do ensino com Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa
Ex13	Na escola o estrago de matemática vem desde o início, já nos anos iniciais a matemática vem inferiorizada, as vezes está 10 pontos atrás, 20 pontos atrás, já é uma coisa absurda, que é um problema do pedagogo, o pedagogo não sabe lidar com Matemática, mas também nos anos finais quando entra o licenciado ele não conserta ele esculhamba mais ainda, então não vejo saída, Matemática é inferiorizada nos anos iniciais, super massacrada nos anos finais, e é praticamente liquidada no Ensino Médio.	O problema da aprendizagem de Matemática dos anos iniciais até o Ensino Médio (PD)	Obstáculos do ensino de Matemática na Educação Básica	Desafios da Pesquisa em sala de aula
Ex14	Eu acho que é impossível você defender a ideia que a Matemática não dá para entender, dá para entender Matemática, tanto que no dia-a-dia a	A Matemática elementar do cotidiano e a Matemática complexa da escola (PD)	Exemplos da Matemática aplicada na realidade	Exemplos com a Pesquisa em sala de aula

	matemática não é problema para ninguém, todo mundo vai para o super mercado e faz compra, dar troco, todo mundo entende pesos e medidas em casa.			
Ex15	Carraher uma vez, um cara que passou pelo brasil, é inglês ne, na vida dez na escola zero, que ele dizia com esse livrinho dele que achei muito interessante, a escola faz a Matemática impossível de ser entendida, então os alunos estranham, também não é o caso de tirar a abstração, isso é uma grande bobagem, porque o valor da matemática está na abstração e por isso ele é generalizada porque é abstrata, talvez seja o conhecimento mais generalizado de todos, porque é mais abstrato de todos, então eu não vejo nenhum defeito e acho uma bobagem você querer acabar com a abstração, então tem que ser uma Matemática situada, uma Matemática sei lá, como é que você queira adjetivar, mas é uma matemática menor, e eu sou totalmente contra você fazer uma matematiquinha para os pobres, eu acho que tem que ser uma Matemática plena para todos.	A relevância da abstração na Matemática escolar (PD)	A Abstração no ensino de Matemática	Concepções de Ensino e Pesquisa
Ex16	Eu penso que sempre é o útil você conseguir trazer Matemática para o cotidiano dos estudantes, isso é uma ideia boa eu acho, o que eu acho ruim é você reduzir Matemática aquilo que os estudantes acham que é importante para eles, entendeu? porque aí eles vão ficar com Matemática menor que é possível, e você como professor de Matemática tem que cuidar disso.	O cuidado do professor para que os estudantes não reduzam a Matemática apenas para situações de interesse próprio (PD)	O papel do professor na Mediação com o reducionismo na escolha de tema dos estudantes	Papel do Professor na Pesquisa
Ex17	Eu acho que o lado interessante dessa discussão que muito já sacaram, bem como o Caraheer que eu citei a você, é que no cotidiano a Matemática não é um problema, até para o índio que nunca estudou Matemática ele não é problema. Ele sabe que a	A Matemática que é ensinada na escola não é a mesma do cotidiano dos estudantes (PD)	A Matemática do cotidiano e escolar	Concepções de Ensino e Pesquisa

	<p>árvore tem um tamanho, tem uma grossura, ele sabe que tem um peso, tem um tamanho todo mundo sabe isso e não é o maior problema, todo mundo vai no supermercado e faz compras, eu não conheço ninguém... eu não vou para o supermercado porque eu não sei contar, todas essas pessoas mesmo que não tenham estudado Matemática sabem contar a seu modo no cotidiano, então esse cotidiano é muito interessante então cabe a pergunta: e porquê que na escola a Matemática é um problema? então de certa maneira a escola também capricha no problema. A escola não cuida de fazer uma Matemática do dia a dia em que as pessoas vêm Matemática em torno dela, agora isso não tem nada a ver com tirar a abstração, com tirar a necessidade de entender, isso não tem nada a ver, a Matemática é abstrata é o grande valor dela, inclusive em termos tecnológicos eu acho que isso é fundamental.</p>			
Ex18	<p>Se você faz pesquisa com matemática você vai encontrar ela em todos os lugares não só dentro da escola, talvez o que a gente tem que discutir é porque uma Matemática que só vale na escola? tem que ser uma Matemática que vale para o dia a dia. Porque depois você vai trabalhar não é na escola, você vai trabalhar é no mercado, não é? então eu acho que a gente tem que repensar isso.</p>	<p>A Matemática presente em diversas situações do cotidiano (PD)</p>	<p>A Matemática do cotidiano e escolar</p>	<p>Concepções de Ensino e Pesquisa</p>
Ex19	<p>A questão maior é como você forma o professor de Matemática? ele é muito mal formado, eu acho que dos professores que nós temos desde pedagogos até os outros licenciados o mais mal formado é o matemático, então é uma contradição para mim porque de repente é uma das matérias mais estratégicas, todas são importantes naturalmente mas quando você vai para o mercado mais sofisticado o mercado que paga bem sem</p>	<p>A mal formação do professor de Matemática (PD)</p>	<p>A Formação do Professor de Matemática</p>	<p>Papel do Professor na Pesquisa</p>

	Matemática tá difícil, então você tá excluindo montanhas de pessoas só porque não consegue lidar com Matemática, então temos que rever isso aí.			
Ex20	Olha geralmente a gente coloca a ideia de ensinar com pesquisa, eu acho que isso não é legal, não é ensinar é aprender com pesquisa, eu acho que a gente tem que recuar um pouco dessa ideia do ensinar claro que o ensino sempre existe a gente tem que instruir as pessoas também ne, a gente tem que adestrar as pessoas também, até porque a vida pede isso também, mas o lado bonito disso não é adestrar, é aprender. Matemática quando a pessoa insiste muito em ensinar Matemática é porque acho que vai colocar as coisas dentro da cabeça do estudante, não dá para fazer isso, tem que cuidar para que o aluno aprenda Matemática o ensino é subserviente aprendizagem, o ensino está abaixo da aprendizagem, é instrumento da aprendizagem ele não anda por cima, o fenômeno maior é aprendizagem esse não tá existindo na escola direito, o ensino tem de sobra, aula de Matemática tem de sobra.	A Diferença entre ensinar e aprender Matemática por meio da pesquisa (PD)	O ensino e aprendizagem da Matemática por meio da pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa
Ex21	A mediação do Vygotsky, mediar é cuidar para que o aluno aprenda não é ensinar, então a gente teria que mudar um pouco aí, é claro que existe o ensinar, o ensinar não vai desaparecer porque nossa vida precisa de ensino, de instrução, de orientação e direcionamento também, mas o lado bonito disso é a aprendizagem, que tem autoria, que tem autonomia, que tem emancipação.	O conceito de mediação (PD)	Teorias que fundamentam a Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa
Ex22	O questionamento reconstrutivo significa que você diante da realidade vai reconstruindo, que isso é um princípio fundamental da epistemologia também.	O conceito de questionamento reconstrutivo (PD)	Questionamento reconstrutivo	Etapa da Pesquisa
Ex23	A ciência tem duas reconstruções fundamentais: ela reconstrói a realidade, porque ela não acredita nas	A reconstrução da ciência e seu impacto na realidade	Teorias que fundamentam a Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa

	<p>aparências e a matemática é a prova disso, quer dizer, a Matemática da realidade é completamente diferente da aparência da realidade, basta ver por exemplo a fórmula de energia de Einstein, é completamente diferente do que a gente vê na realidade, e reconstrói o discurso sobre a realidade, quer dizer, a ciência bem feita não aceita o que a gente tá falando sobre a realidade que é rever, que é reconstruir, e é por isso que não vamos para frente, nós vamos fazendo outras teorias, outras hipóteses de trabalho porque ninguém consegue fazer uma teoria final, ninguém consegue ver a realidade toda, todos vemos a realidade de maneira muito segmentada, de acordo com nosso ponto de vista como muitos dizem em epistemologia.</p>	(PD)		
Ex24	<p>Então essa ideia de questionamento reconstutivo, é um fundamento de vida realmente, no sentido que você vai sempre se renovando, a gente tem que aprender isso, a gente precisa se alto renovar o que mais vejo na escola Jefferson, é o professor de Matemática que há 20 anos da mesma aula, todos têm essa miséria mas quem mais tem é o professor de Matemática porque botaram na cabeça dele que a Matemática é a mesma toda a vida, então ele perdeu a ideia de reconstruir, ele não reconstrói nada, ele dá a mesma aula. Acho que a vida é uma reconstrução constante.</p>	<p>O questionamento reconstutivo como combustível para reconstrução do professor (PD)</p>	<p>A reconstrução do professor por meio do questionamento reconstutivo</p>	<p>Etapa da Pesquisa</p>
Ex25	<p>A gente faz a mesma aula, 20 anos a mesma porcaria, o mesmo exemplo, a mesma piadinha, é um professor totalmente parado no tempo, porque ele acha também que a Matemática está parada no tempo, eu acho isso uma visão totalmente errada</p>	<p>O professor que repete a mesma aula e não muda a forma de conduzir a aprendizagem (PD)</p>	<p>A Reprodução de conteúdo na aula tradicional</p>	<p>Desafios da Pesquisa em sala de aula</p>
Ex26	<p>Então acho que essa ideia do questionamento reconstutivo é absolutamente importante, e você disse muito bem me chamou muita atenção isso tem uma cabeça boa, um problema de vida a gente tem</p>	<p>O questionamento reconstutivo como uma filosofia de vida (PD)</p>	<p>A reconstrução do professor por meio do questionamento reconstutivo</p>	<p>Etapa da Pesquisa</p>

	que ressuscitar todo dia, tem que se renovar todo dia, o professor não pode dar o ano que vem a mesma aula não existe isso, inclusive se eu pudesse te dizer, ele não pode nem dar aula, não tem nada que dá aula, ele tem que cuidar que o aluno aprenda, se para cuidar que o aluno aprenda precisa de aula tudo bem, mas não é prioridade a aula.			
Ex27	Nos departamentos de Matemática tem matemático com doutorado e quem fez doutorado sabe, que no doutorado a gente foi avaliado pelo que a gente produziu e não pela aula, o doutorado avalia a autoria do candidato, que é a melhor coisa que a universidade faz, então eu fico me perguntando como é que um professor que se tornou professor pela autoria agora chega na sala de aula e quer que o aluno decore, não proporcionam nenhuma autoria ao aluno, acho que é uma incongruência, uma incoerência total da pessoa, eu acho que a ideia seria o que está no Educar pela pesquisa, trazer o espírito do doutorado para graduação.	O professor deve valorizar a produção do estudante (PD)	Professor valoriza a produção do estudante	Papel do Professor na Pesquisa
Ex28	A gente pega uma criança de 4 anos que no pré-escolar até fazia pesquisa, gostava de laboratório, fazia experiências, discutia e se movimentava, agora quando chega no ensino fundamental com 6 anos, ela é sentada numa cadeira e fica 45 minutos quieta, qualquer mãe sabe que o filho dela não fica 45 minutos quieto com seis anos, a não ser obrigado, amarrado, o filho tem que andar, tem que se movimentar, tem que ter outra escola, outro ambiente, e é por isso também que a gente não consegue alfabetizar chega depois de 3 anos nem metade está alfabetizado.	Exemplo da perda de interesse dos estudantes com o avanço nas etapas escolares (PD)	Exemplo da falta de motivação na escola	Exemplos com a Pesquisa em sala de aula
Ex29	Nós estamos querendo entender que metodologia ativa é do professor, a gente não tá percebendo que metodologia ativa são do aluno, não adianta enfeitar, aula não adianta fazer PowerPoint, o aluno	As metodologias ativas devem manter o foco na aprendizagem do estudante e não no ensino do professor	Teorias que fundamentam a Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa

	tem que aprender. Se você fizer PowerPoint, você tem algum ganho instrumental apenas, você faz uma aula talvez melhorzinha, você faz uma aula mais visível, você faz uma aula mais planejada, mas aprender é outra coisa não tem nada a ver com o PowerPoint, então estratégias didáticas tem que ser estratégias de cuidar da autoria do estudante e não do ensino, ensino já tem de sobra. O conteúdo sempre foi transferido na escola, não é por falta de aula que a escola tá ruim, é por falta de aprendizagem.	(PD)		
Ex30	Eu acho que grande parte da falta de aprendizagem na escola é que a escola não tem nenhum compromisso com estudante, nenhum, o estudante está lá de babaca, ele recebe o conteúdo e o professor vai embora acabou, quando na verdade se o aluno não aprender a escola não existe, então eu acho que também as faculdades não faz um diagnóstico da escola, não sabem o que está acontecendo na escola.	A falta de compromisso das instituições de ensino com a aprendizagem dos estudantes (PD)	O papel das instituições de ensino	Desafios da Pesquisa em sala de aula
Ex31	Realizar pesquisa na sala de aula é um pouco difícil. Por que na sala de aula é uma aula que dura 45 minutos, como é que você vai fazer uma pesquisa interessante em 45 minutos? se você for sério na coisa, você tem que tirar a aula, você tem que ter o dia inteiro para pesquisar, isso é a ideia da escola integral, em que você tem um aluno para estudar o dia inteiro e não partido em pedacinhos entendeu? esses pedacinhos não são legais, mesmo assim eu acho que é mais interessante você pesquisar em 45 minutos ainda que seja um pouco reduzidíssimo né, do que simplesmente ficar dando aula.	Obstáculos para realizar pesquisa na sala de aula(PD)	Obstáculos para implementar a pesquisa na sala de aula	Desafios da Pesquisa em sala de aula
Ex32	A pesquisa em sala de aula é um conceito um pouco forçado, por que você quer fazer um milagre em 45 minutos que eu acho que é muito difícil, você tem	Obstáculos no conceito da pesquisa na sala de aula da Educação Básica	Obstáculos para implementar a pesquisa na sala de aula	Desafios da Pesquisa em sala de aula

	que ler, você tem que elaborar, você tem que pesquisar, você tem que escrever, reescrever, então não dá para fazer em sala de aula. O que está errado aí não é a Pesquisa, é a sala de aula, agora se você derrubar essa sala de aula como alguns estão propondo, como propõe o Pacheco da escola da Ponte, aí fica mais claro, se você tá o dia todo lá, você pode fazer um projeto de pesquisa de uma semana, aí sim, o projeto de pesquisa de uma semana aí tem sentido, você pode ler, você pode estudar, você pode testar, você pode escrever e reescrever, apresentar, como é o PIBIC.	(PD)		
Ex34	Mas Professor, A Pesquisa em sala de aula como método de ensino proposto pelo professor Roque Moraes, a Maria do Carmo Galiazzi e o Professor Maurivan Ramos, não sei se o senhor conhece? - Sim conheço muito, Aprecio muito eles, - No caso, eles propõem que a Pesquisa em sala de aula seja realizada em um semestre por exemplo, não apenas em uma aula, -Se pegar um semestre sim, cada aula se acrescenta um pouquinho, aí está certo, eles são muito bons essa turma é muito boa!	A relevância no período estabelecido para os estudantes realizarem a pesquisa na sala de aula (PD)	O período de tempo necessário para fazer pesquisa na sala de aula	Papel do Professor na Pesquisa
Ex35	Primeiro a gente não deve reagir mal a internet Jefferson, a gente tem que saber integrar, porque a nova geração vai precisar totalmente da internet.	Sobre a busca de dados na rede mundial de computadores (PD)	A internet como auxílio na busca de dados	Etapas da Pesquisa
Ex36	Nós temos que conseguir que a internet seja um instrumento de Pesquisa e não só de busca, eu acho que um contra exemplo é que o próprio povo da internet, do computador, os <i>hackers</i> , sobretudo sempre são muito criativos, produtivos, eles produzem códigos, “as montanhas” então ele sempre entenderam que o mundo digital é da criatividade, não é da cópia, não é do plágio, eles	A internet como ferramenta auxiliar a pesquisa e não apenas para busca de dados (PD)	A internet como auxílio na busca de dados	Etapas da Pesquisa

	diziam inclusive que eles queriam que que o computador e a internet chegasse a escola para “explodir a escola”, acabar com essa porcarias que está aí e fazer um lugar onde as pessoas produzam, criem, inventam e daí é possível isso, porque na internet é muita invenção.			
Ex37	O <i>Wikipédia</i> levou muita gente para Pesquisa ela é chamada inclusive de Nova epistemologia, ciência aberta, tem um charme de ter popularizado um pouco a ciência que eu acho também que é muito válido isso esse tipo de coisa, então acho que a gente tem temos que nos adequar Jefferson.	Exemplo da utilização de site para realizar buscas na internet (PD)	Exemplo do uso da internet para realizar Pesquisa	Exemplos com a Pesquisa em sala de aula
Ex38	A gente tem que se modernizar não pode ficar nesse parâmetro fechado da aula presencial como se o aluno só aprende se escutar minha aula, isso é uma grande bobagem, isso é uma prepotência docente, então acho que a internet vai ajudar a superar esse tipo de posição fechada que eu acho que não leva nada, então o grande desafio nosso é colocar a internet, o mundo digital, a serviço da aprendizagem autoral do estudante e isso é bem possível.	Sobre romper as fronteiras da sala de aula física por meio da internet (PD)	A internet como auxílio na busca de dados	Etapas da Pesquisa
Ex39	<ul style="list-style-type: none"> - mas para o senhor eu dizer que o aluno fez uma busca na internet, ou uma busca no livro, não só na internet, isso é realizar uma pesquisa também? - não não, buscar não é pesquisar, pesquisar exige elaboração, exige autoria, enquanto não apareceu autoria não tem pesquisa - enquanto não houver um questionamento reconstrutivo por parte do estudante não foi realizado pesquisa, - pode usar esse termo, sem o questionamento reconstrutivo não tem aprendizagem, - e não tem pesquisa ne professor, é simplesmente uma busca, 	A diferença entre busca na internet e Pesquisa (PD)	A internet como auxílio na busca de dados	Etapas da Pesquisa

	- você tem cópia, você tem plágio, você tem reprodução, você tem memorização, que isso até também faz parte a gente não precisa nem jogar fora isso simplesmente, mas é a menor parte, isso aí é o instrumental, o que deve acontecer é o questionamento reconstrutivo quer dizer a autoria do estudante.			
Ex40	Eu acho que aí a gente tem que ver o processo Jefferson, por que o estudante quando faz o primeiro texto ele geralmente faz um texto menor, um texto pequeno, um texto aos pedaços, isso não é nenhum problema, o começo do começo do começo, aí o professor entra em cena e faz a mediação, então vamos refazer o texto, vamos arrumar o texto, então o texto que no começo teve 5 linhas “ mal e porcamente” daqui a pouco tem 5 páginas científicas, bem reconstruída, o questionamento reconstrutivo começa a funcionar, porque ele tá lendo, ele tá pesquisando, ele tá elaborando, ele tá discutindo, ele ta argumentando, ele está fundamentando	Exemplo do processo de produção de conhecimento do estudante (PD)	Exemplo da produção de conhecimento do estudante	Exemplos com a Pesquisa em sala de aula
Ex41	Olha o Educar pela pesquisa não é meu, o Educar pela pesquisa é uma proposta pedagógica que sempre existiu, que quantas pessoas no mundo aprenderam pela pesquisa? não foi assim que o Newton virou um dos maiores matemáticos? claro né, então isso aí não tem nenhuma novidade, chamou um pouco de atenção porque nós estamos no mundo da lua o que a escola faz é totalmente fora disso	A inspiração teórica do autor (PD)	Teorias que fundamentam a Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa
Ex42	O professor tem que ser um excelente aprendiz, aí tá grande pergunta, o professor tem que ser autor, cientista e pesquisador, quem é na escola, que é autor, cientista e pesquisador? - Ninguém! - então ele vai dar aula de quê?	O papel do professor como autor, cientista e pesquisador (PD)	O papel do professor na pesquisa em sala de aula	Papel do Professor na Pesquisa

	<p>- Simplesmente papagaio, vai está reproduzindo a mesma coisa,</p> <p>- Exatamente papagaio, então acho que de uma certa maneira matamos a charada, e o professor tem a obrigação de sair disso, nós não precisamos de um papagaio na escola mas precisamos de um professor, que aprende bem e aprendendo bem cuida da aprendizagem do estudante, por que aprender bem também não é só na escola, aprender bem é na vida toda, aprender bem é lá na creche, no pré-escolar, então eu também gosto muito dessa ideia que ser autor, cientista e pesquisador, não começa no ensino fundamental ou no mestrado, começa na vida, você me disse uma coisa muito importante que mais me chamou atenção o projeto de vida, educar pela pesquisa é um projeto de vida, é muito importante.</p>			
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--

Fonte: elaborado pelo autor(2023).

APÊNDICE G: Categorização da entrevista realizada com Maria do Carmo Galiazzi

Quadro 58 – Categorização da entrevista com Galiazzi

Excertos	Fragmento da Entrevista	Categoria Inicial	Categoria Intermediária	Categoria Final
Ex01	Eu fiz ali o que depois na minha tese era chamado de Educar pela Pesquisa e depois no livro que segue a pesquisa em sala de aula, mas foi só um modo de intitular o trabalho prático sobre o educar pela pesquisa	A Pesquisa em sala de aula como uma prática do Educar pela pesquisa (MG)	A Pesquisa em sala de aula como prática do Educar pela Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa
Ex02	Eu passei para a área de Estágio da Química e foi aí que eu fiz também pesquisa em sala de aula com os alunos que envolviam o encontro deles com a escola. Então eles analisavam, primeiro eles escreviam esses encontros, foi um projeto muito bonito que durava dois anos, em que eles iam para escola e escreviam sobre as impressões que eles tinham da escola e ao mesmo tempo fazia o curso, e lá no final então se pegavam esses diários deles que eram de 4 semestres, e eles analisavam e disso virava o seu TCC. Então esse é um exemplo de pesquisa em sala de aula que eu fiz ali com os alunos da graduação.	Exemplo prático da Pesquisa em sala de aula realizado pela autora (MG)	Exemplos de intervenções com a Pesquisa em sala de aula	Exemplos com a Pesquisa em sala de aula
Ex03	No entanto eu seguia as coisas que eu vim fazendo a partir disso e alarguei o sentido de aula, porque lá na tese esta aula colocada em 100 minutos; 110 minutos; 2 períodos; duas vezes por semana; uma vez por semana, essa ideia de aula e isso para mim foi alargado no sentido de pensar que como professor eu estou em aula.	Ampliar a quantidade de períodos em que é trabalhado a Pesquisa na sala de aula (MG)	O período de tempo necessário para fazer Pesquisa na sala de aula	Desafios da Pesquisa em sala de aula
Ex04	Na banca estávamos a Valdez, e eu, e era orientada pelo Maurivan, a Valdez é quem escreve o livro da pesquisa em sala de aula e nós na época dissemos: “olha nós botamos o nome do livro pesquisa em sala de aula para não escrever de novo Educar pela pesquisa”	Sobre a proximidade entre o Educar pela pesquisa e a Pesquisa em sala de aula (MG)	A Pesquisa em sala de aula como prática do Educar pela Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa

Ex05	Quando a gente falava Educar pela pesquisa existia uma intensidade teórica muito maior do que tem o texto da Pesquisa em sala de aula	Sobre a densidade teórica do Educar pela pesquisa e da Pesquisa em sala de aula (MG)	Teorias que fundamentam a Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa
Ex06	Até o Demo disse na hora que ele teve um encontro com Roque, nosso orientador, ele disse: “eu teorizei” porque minha tese surge do livro do Pedro Demo que chama Educar pela pesquisa. É, Principio Educativo, pedagógico, algo assim.... Ele dizia para o Roque: “eu teorizei o Educar pela pesquisa mas eu não tenho exemplo prático”, e o pesquisa em sala de aula era isso, todos nós professores do Ensino Superior, e fazíamos isso na nossa sala de aula e continuo fazendo e continuo acreditando, sem dúvida.	A teoria e prática entre a Pesquisa em sala de aula e o Educar pela pesquisa (MG)	A Pesquisa em sala de aula como prática do Educar pela Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa
Ex07	O que significa pesquisar? Significa escrever de mão própria, porque na medida que eu escrevo de mão própria eu tenho ali um cuidado, eu diria assim eu tenho uma recursividade nas palavras, que é uma ideia de pesquisa.	Concepção de Pesquisa para a autora (MG)	Concepção de Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa
Ex08	Então eu diria que se alargou a ideia daquela Pesquisa escrita ao período da sala de aula usual de uma escola, mesmo uma escola de Ensino Superior, para uma ideia mais ampliada, para atividades educativas que certamente são aulas.	Sobre o que há de novo na concepção de pesquisa (MG)	Os avanços no conceito da Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa
Ex09	Quem foi meu grande inspirador foi professor Roque Moraes meu orientador, é dali que eu conheço o Demo por exemplo, ele entregou o livro para eu ler. Mas ultimamente eu tive sim o encontro com a hermenêutica filosófica que é esse encontro teórico que parece se descortinam algumas coisas que estavam encobertas	Inspirações teóricas da autora (MG)	Teorias que fundamentam a Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa
Ex10	Depois disso, também teve esse encontro com as <i>missconceptions</i> , que é toda teoria que nós temos ai dos nossos grandes colegas da química que está trabalhando sobre isso, e a hermenêutica filosófica	Inspirações teóricas da autora (MG)	Teorias que fundamentam a Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa

	<p>conseguiu descortinar tudo isso e dizer: “ó, isso aí que vocês faziam não era bem isso, vocês apostavam que uma concepção de aluno pudesse mudar simplesmente porque vocês estavam explicando e a Ciência leva séculos para chegar naquela conclusão, e vocês acham que o estudante rapidamente vai trocar calor por temperatura, ou vai trocar essas nossas grandes missconceptions”, falei calor com temperatura porque é a tese de doutorado do Hotman e tantas outras que temos... Então a hermenêutica filosófica foi minha inspiração e a fenomenologia, se é teoria que eu te digo que me inspira a ler são essas duas, na época quando eu estava fazendo a tese de doutorado eu me encantei muito pela abordagem sócio-histórica</p>			
Ex11	Eu penso que essa é a grande questão da pesquisa em sala de aula, que é o professor prestar atenção na pergunta do aluno	A primeira etapa da Pesquisa em sala de aula (MG)	Primeira etapa da Pesquisa em sala de aula	Etapas da Pesquisa
Ex12	Então isso para mim é o início da Pesquisa em sala de aula, não precisa a pergunta está em ponto de interrogação mas, quando nós estamos exatamente em sala de aula a gente percebe a pergunta, seja na manifestação do aluno, eu diria que é quase uma necessidade do aluno aprender aquele conteúdo para entender um outro, então ela precisa começar a especialmente com essa ideia do lançamento da pergunta do aluno, pode vir a partir de uma pergunta do professor? Pode! Obviamente pode, desde que ele tenha para lançar isso	As ações que configuram a pergunta do aluno na sala de aula (MG)	A pergunta do estudante	Etapas da Pesquisa
Ex13	Eu acabo de orientar um TCC, eu fui banca de um TCC antes do nosso encontro agora, e veio assim um professor dizendo que ele fez uma pesquisa em sala de aula e um ensino por investigação, de certa forma são essas questões que estão colocadas, e as perguntas são dele e quando de repente aparece uma pergunta do aluno ele acha que interessante	O professor não deve ignorar a pergunta do aluno (MG)	A pergunta do estudante	Etapas da Pesquisa

	<p>mas ele não vai adiante, nesse caso, era uma aula sobre... a professora de Ciências que estava desenvolvendo uma aula sobre sistema solar e o aluno pergunta: “como é que se sabe, ou que se descobriu que a terra tem um eixo de rotação?” e a professora achou muito interessante a pergunta, mas ela queria trabalhar outras questões.</p> <p>Jefferson: - Ela ignorou a pergunta do aluno!</p> <p><i>Galiazzi:</i> - É, então é prestar atenção na pergunta, esse eu acho que é a questão mais interessante que a gente vê, o professor Maurivan Ramos da PUC ele tem tese de doutorado sobre isso trabalhando sobre a pergunta eu acho que aí é o cerne, porquê da pergunta do aluno que é o primeiro item da pesquisa em sala de aula, que é o questionamento.</p>			
Ex14	<p>Ir para construção de argumentos na hora de construir argumentos nós temos que está lendo o que outras pessoas dizem sobre isso, ou conversando com outras pessoas, com outros textos, para daí nós termos a sequência disso.</p>	<p>O processo de construção de argumentos (MG)</p>	<p>Segunda etapa da Pesquisa em sala de aula</p>	<p>Etapas da Pesquisa</p>
Ex15	<p>A validação do conhecimento, e como é que a gente vai validar esse conhecimento? É justamente quando a gente escreve, se tu escreve tu apresenta.</p>	<p>Formas de validar o conhecimento (MG)</p>	<p>A validação do conhecimento</p>	<p>Etapas da Pesquisa</p>
Ex16	<p>Eu diria que é quando tu ver a busca pela ampliação de horizontes. Que é pensar determinada questão sobre... Qual é tua origem, tu é químico?</p> <p>Jefferson: - Não, matemático.</p> <p><i>Galiazzi:</i> - Então, vamos pensar em uma ideia da Matemática, como é que o aluno interpreta equação do segundo grau? Então o professor vai ensinar isso e trabalha ali as interpretações por trás disso, e ele vai buscar em algum outro teórico essa ampliação de horizontes. Então é quando ele</p>	<p>Exemplo de como ocorre a construção de argumentos dos estudantes na disciplina de Matemática (MG)</p>	<p>Exemplo da construção de argumentos</p>	<p>Exemplos com a Pesquisa em sala de aula</p>

	consegue fazer isso, aí é que ele vai poder ter o argumento.			
x17	E Eu não sou muito especialista em conceitos matemáticos, assim que eu não posso está te dizendo... mas vou dar um exemplo da física, que é especialmente na mecânica quântica, que é basicamente uma questão matemática. Os primeiros modelos quânticos eram bastantes deterministas e os últimos muito menos, então quando o aluno consegue ver que tem aí dois horizontes, seja o determinístico e o que não é, e a palavra agora me foge... Ele consegue ampliar e compreender que aquele fenômeno que ele escuta tem ao menos duas visões. Então ele teve isto ampliado, ali está a construção de argumentos em que ele sai da sua zona de conforto e da sua certeza de que existe um conhecimento verdadeiro, indefinitivamente. Então quando ele sai da ideia de segundo grau por exemplo, sobre o conceito de eletronegatividade e vai vendo que esse conceito ao longo da sua história ele teve diferentes proposições, diferentes compreensões, ele vai poder chegar a entender o conceito e ampliar ideia, e aí ele constrói argumentos.	Exemplo da construção de argumentos na Matemática (MG)	Exemplo da construção de argumentos	Exemplos com a Pesquisa em sala de aula
Ex18	Então eu acho que essa ideia que tem ali do protagonismo da aprendizagem eu diria até que tem um equívoco na escrita, porque aprendizagem é sempre do sujeito que aprende, então de certa forma ele é sempre protagonista mesmo que tenha sido o ensino do mais tradicional possível e eu tenho aprendido sobre a fórmula de Bháskara que foi no ensinou bastante tradicional, a aprendizagem foi minha. Agora o que a gente quis dizer exatamente que existe que esse protagonismo em direção a aprender é diferente, que é exatamente no sentido	O erro conceitual no protagonismo do estudante (MG)	O estudante como sujeito principal no processo de aprendizagem	Contribuições da Pesquisa

	de movimentar em direção aquilo que você não sabe.			
Ex19	Quando se é aluno, de Ensino Médio e aluno da Educação Básica, é mais difícil pois são alguns alunos que já tem muito forte essa vontade de conhecer e de aprender. Mas não é norma ao contrário, os alunos são bastante acostumados pela própria escola a ficar esperando pelos nossos conteúdos	A dependência do estudante em esperar o conteúdo do professor no ensino tradicional (MG)	A dependência do estudante pelo ensino do professor	Desafios da Pesquisa em sala de aula
Ex20	Mas eu diria que tem duas questões importantes ali: que é a ideia de escrever de mão própria e de aprender a ler, e buscar o diálogo teórico com outros sujeitos, isso para mim são as questões importantes da Pesquisa em sala de aula. A pergunta do aluno quando eu sou professora eu sempre digo, qual é a pergunta que eu vejo escutar nisso a partir de uma situação por exemplo, eu tenho aula daqui a pouco e então eu vou apresentar para os alunos um painel de protetores solares, de propaganda de protetores solares. Eu fiz um painel, na verdade foi a Ana que fez, ela fez um painel de como são as propagandas de protetores solares e nós vamos começar a aula com isso. Por que os protetores solares? qual é o nosso background? As propagandas de protetores solares são de protetores importados, caros, terceiro para classe média, quarto para classe branca, quinto para pessoas bonitas. Então, qual é o conjunto? o que se vê com isso? A nossa disciplina trata sobre as questões étnico-raciais no curso de ciências então, nós vamos começar a aula exatamente escutando os alunos, em outras situações nós lançamos a pergunta: “como eles interpretavam as cotas? eram justas?” então essa possibilidade de dele está falando nos leva a entender que o sujeito possa ser crítico, as cotas por que se acha injustiçado, por que	Exemplo do processo de instigar o estudante a questionar (MG)	Exemplo da forma de instigar os estudantes a questionar	Exemplos com a Pesquisa em sala de aula

	tem mérito, porque ele é um trabalhador, porque é um sujeito branco, e aí vem todos os estereótipos colocados aos negros. Então aí estão os modos como vão aparecendo as perguntas nos alunos e aí a gente vai trazendo os teóricos para que ele possa ir em direção a fundamentar seus argumentos e depois expor com diferentes tipos de avaliação ou texto no congresso.			
Ex21	Eu acho que os professores em gerais dessas áreas também da Química, da Física, da Biologia, da maioria das áreas, tratam de erro mesmo. Então nesse sentido retomando a ideia da hermenêutica filosófica isso tem que ser entendido como o que o aluno compreende naquele momento sobre aquela situação estando ela errada, obviamente que tem coisas tão inadequadas para nós sem dúvidas são muito distante do conceito que nós consideramos correto, então mas essa ideia de entender que a expressão do aluno mostra aquilo que ele tá compreendendo naquele momento e que ainda não conseguiu chegar a compreensão que nós enquanto professores na área específica consideramos correto.	Sobre o erro do estudante (MG)	A forma como o Professor deve porta-se frente ao erro do estudante	Papel do Professor na Pesquisa
Ex22	Então é interessante isso que tu falas porque ela pode estar em todas as etapas, obviamente que ela vai está lá no início, no questionamento, então você vai ver isso os equívocos que podem ter, como também ela vai estar todo esse processo ele é muito recursivo e cheio de muita escrita, diálogo, então o que acontece é esse encontro com outro ponto de vista que vai mostrar.	O erro do estudante está integrado as etapas da Pesquisa em sala de aula (MG)	O erro do estudante nas etapas da Pesquisa em sala de aula	Etapas da Pesquisa
Ex23	Teve uma situação que me ensinou muito, que foi a pergunta que eu fiz, o que são ácidos e bases? Você vê que é uma pergunta da Química, e isso eles estavam no terceiro ano da graduação, e eles responderem, então eu tinha um conjunto de	Exemplo de um erro conceitual do estudante e da forma que o professor interveio (MG)	Exemplo da intervenção do professor em um erro do estudante	Exemplos com a Pesquisa em sala de aula

	<p>diferentes compreensões do que era ácidos e bases. Tinha arrhenius, tinha os que tinham avançado nos ácidos moles e nos ácidos duros que são conceitos mais recentes, e eu colocava isso tudo em discussão mas teve uma afirmativa, que eu diria assim que eu não soube trabalhar, ou seja, todas essas informações dos alunos algumas eram mais adequadas, outras historicamente ultrapassados mas teve uma que dizia assim: “ácido é o que tem h na frente e base são os que tem um h atrás”. Então isso eu coloquei em discussão, obviamente na medida que os alunos da química encontraram isso, estávamos todos em aula, foi um espanto que alguém lá dentro tivesse colocado isso. Então de certa forma eu expus um erro, eu expus uma limitação muito forte do aluno. Então isso é um cuidado que a gente precisa ter em trabalhar com isso, porque obviamente os alunos sabem que a gente conhece a resposta correta, então por isso esse movimento acho que esse movimento tem que ser mais vagaroso, essa situação me ensinou muito.</p>			
Ex24	<p>Bom é o que eu sempre ouvi nas próprias aulas de Química dos meus colegas que eu trabalhava na licenciatura, eles diziam assim, os meus colegas que trabalham na área da química específica, “os alunos da licenciatura sabem argumentar e escrever muito melhores do que os nossos do bacharelado” por que isso era exercitado, porque eu tinha disciplina que eles me viam todos os semestres, eu tinha oito disciplinas com eles fazendo isso, obviamente acabava que eles aprendiam a escrever e a se posicionar melhor.</p>	<p>A evolução da escrita e argumentação dos estudantes com a pesquisa em sala de aula (MG)</p>	<p>Contribuições da Pesquisa em sala de aula na formação do estudante</p>	<p>Contribuições da Pesquisa</p>
Ex25	<p>Eu diria que o modelo ele tem uma estrutura fechada, enquanto que a produção autoral do aluno é como ele quer expressar aquele resultado. Se eu te peço um trabalho acadêmico você vai expressar</p>	<p>Diferença entre modelo e produção autoral do estudante para a autora (MG)</p>	<p>Conceito de Modelo e Produção autoral</p>	<p>O Modelo em uma Produção autoral</p>

	<p>dentro de um modelo que academia aceita o teu modo de pensar isso. Agora a produção de um acadêmico pode gerar dentro de uma escrita metafórica, de uma epígrafe, de uma poesia, de uma relação com algum livro, algum filme, coisa que o modelo mais tradicional de escrita não aceita. Você pode escrever na primeira pessoa ou pode escrever na terceira pessoa dentro deste modelo, mas a produção autoral é tua, e isso é muito mais aberto enquanto tu vem para outros níveis de escrita mais baixos, nesse sentido uma das coisas que eu tenho feito nesses últimos 10 anos com professores, é escrever cartas, por que a carta se ela tem um modelo tu vai colocar o lugar, a data, as cartas começam assim eu aprendi assim no meu terceiro ano na época que chamava primário, tem um lugar onde eu escrevo e a data, depois tem a saudação e aí depois você começa a escrever. E depois lá no final você vai ter que fechar a carta, ao menos você vai ter que assinar, se não for uma carta anônima. Então eu tenho feito isso muito com professores e aí obviamente que isso é muito aberto, existe um modelo que chama epistolar, o gênero que escreve cartas chama-se gênero epistolar, mas obviamente que se se existe um modelo que tu pode, que se tu disser “isso aqui é de uma carta” você vai reconhecer que é uma carta, dirigida a alguém no entanto é totalmente aberta, tu pode mentir, tu pode contar a verdade, as intenções da carta são muito abertas. E é aí que eu digo que é a diferença entre modelo e produção autoral.</p>			
Ex26	<p>Professora durante sua fala eu coloquei aqui mais duas questões mas é bem rápido, a senhora falou que a Pesquisa em sala de aula é uma prática do Educar pela pesquisa? <i>Galiazzi</i>: - Sim, é uma aplicação.</p>	<p>Sobre a Pesquisa em sala de aula ser uma aplicação do Educar pela pesquisa (MG)</p>	<p>A Pesquisa em sala de aula como prática do Educar pela Pesquisa</p>	<p>Concepções de Ensino e Pesquisa</p>

	<p>Jefferson: - Dos fundamentos apresentados do livro do Pedro demo tanto para o professor quanto para o aluno?</p> <p><i>Galiazzi:</i> - Sim!</p> <p>Jefferson: - Porque o Demo ali, separa no livro entre o professor e o aluno então a Pesquisa em sala de aula veio para unificar isso na prática?</p> <p><i>Galiazzi:</i> - Essa foi a ideia, eu vejo que a grande diferença entre a formulação do Pedro Demo é que ele tem um profundo conhecimento de Herbert, e eu quando fiz a minha tese o aprofundamento que eu dei foi exatamente na abordagem que eu falei sócio-histórica com o ERTHI, com Vygotsky que de alguma forma tem vinculação com Herbert mas por que Herbet é da teoria crítica, então todos eles têm princípios do materialismo histórico muito forte, no entanto a pesquisa em sala de aula ela teve na sua aplicação história diferentes dos professores que as aplicaram, por isso que eu digo assim, se tu olhar a aula do Roque ela vai ser construtivista, porque ele acreditava muito nisso e foi um livro que escrevemos juntos que eu tenho lá, as sete pedras do construtivismo em que começaram a aparecer as críticas ao construtivismo aqui no Brasil. Então ela é uma aplicação ou talvez uma tradução imaginando que todo tradutor é um traidor, por quê as teorias que sustentam o Educar pela pesquisa do Demo são abordagens Habermas fortíssimas.</p>			
Ex27	<p>Jefferson: a última é que a senhora falou que na sua tese a senhora falava das aulas de 50 minutos, então é possível fazer pesquisa em sala de aula nas aulas de 50 minutos? por exemplo, na Educação Básica, o professor consegue fazer a prática da pesquisa em sala de aula?</p> <p><i>Galiazzi:</i> - Eu acho que consegue, mas a gente tem que voltar no tempo antes da pandemia</p>	O tempo que o professor precisa planejar para desenvolver Pesquisa na sala de aula da Educação Básica (MG)	O período de tempo necessário para fazer Pesquisa na sala de aula	Desafios da Pesquisa em sala de aula

	<p>porque acho que com a pandemia isso não é possível. Esse processo que eu te falei que estou em bancas, a gente vê que processos de planejamento que levariam uma pesquisa em sala de aula que faz levantamento das perguntas, que organiza os grupos para ir adiante naquele conhecimento, que faz leitura, que discute textos em aula, obviamente tem que ser um planejamento que diria assim de no mínimo um bimestre, meio ano. O que eu disse lá é de está restrito a pensar que eu enquanto professora só vou fazer isso nas aulas, por exemplo, eu professora de graduação, nas aulas da graduação. Então o que eu percebi que eu faço sempre isso, se eu vou para um curso de formação de professores na graduação eu faço isso, se eu vou para pós-graduação eu faço isso, se eu fosse professora de aluno de Ensino Médio eu faria isso, que é esta ideia da gente está trabalhando a partir da pergunta do aluno com escrita, leitura e diálogo teórico.</p>			
Ex28	<p>Galiazzi: Eu não entendo nada de Modelagem Matemática mas em todo caso eu acho que tem muito a ver, porque na hora que eu te digo como é que eu compreendo ou quais são os limites de um conceito, existe de toda forma algo que eu modelei. Então exatamente isso está colocado, então a ideia da Pesquisa em sala de aula é bagunçar com esses modelos fixos ou restritos, então eu penso que tem relação. O que tu pensa sobre isso? tem semelhanças?</p> <p>Jefferson: - Minha hipótese é que as fases da Modelagem Matemática convergem com as fases da Pesquisa em sala de aula ...</p> <p><i>Galiazzi:</i> - É, eu também acho, eu não sei como é trabalhado isso em Matemática, mas eu penso que sim, mas tem toda a condição de convergir. Interessante né, porque eu acho que essa</p>	<p>As fases da modelagem convergirem com as da Pesquisa em sala de aula (MG)</p>	<p>As relações entre a Modelagem e a Pesquisa em sala de aula</p>	<p>Modelagem e Pesquisa</p>

	<p>ideia de modelagem está na ideia do argumento, obviamente que tem diferentes formas de se entender o que seja um argumento: mas restritas, mas fechadas, como tem uns modelos também: mais estruturados, menos estruturados, mas rígidos. Então essa ideia de que nós enquanto seres humanos produzindo essas ideias, esses modelos de interpretação do mundo, sem dúvida tem muita ver com isso. Aí é que tem uma ideia muito interessante que agora me lembrei, seria legal falar com o Demo inclusive, que é uma grande discussão que na hora que tua presença essa tese, tu tá trabalhando uma ideia de uma pesquisa na área da educação, você está na modelagem matemática mas está pensando na área de educação, existe um viés aí que é Ciências humanas e ciências exatas, e o Habermas foi um ferrenho defensor da separação entre ciências humanas e ciências exatas, dizendo que o método de trabalhar na pesquisa com ciências humanas é a hermenêutica e é lá que ela funciona, e ela não pode ir para o outro lado. Então isso é interessante de pensar porque se a gente for olhar para o livro do Demo ele avança muito nesse sentido, quando a gente pensar na ideia dele da escrita por exemplo, porque seria interessante porque o teórico que tanto nos instiga a estudar que é o Habberman, ele também tem lá na hora do vamos ver para nossa história, tu que é matemático estudando isso obviamente que tu tem a ideia da educação, e eu também química, eu não estou no laboratório eu estou na sala de aula, formadora de professores, então eu também estou nessa ideia de que nós precisamos articular ciências humanas com as ciências exatas.</p>			
--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--

Fonte: elaborado pelo autor(2023).

APÊNDICE H: Categorização da entrevista realizada com Valderéz Lima

Quadro 59 – Categorização da entrevista com Lima

Excertos	Fragmento da Entrevista	Categoria Inicial	Categoria Intermediária	Categoria Final
Ex01	Eu nunca abri mão dentro desses princípios, de trabalhar com a questão da Construção de argumentos por eles, da Escrita e da Expressão oral. Como é que o processo se iniciava? Se era pelo questionamento deles? ou se era por desafios? ou problematizações minhas? dependia do grupo, nem sempre eu conseguia.	Formas de desenvolver a construção de argumentos em sala de aula (VL)	Segunda etapa da Pesquisa em sala de aula	Etapas da Pesquisa
Ex02	Partindo das questões de vocês e qualificando os argumentos que vocês encontram para poder expressar a construção de conhecimento que vocês estão realizando, as novas compreensões que vocês estão realizando.	O processo de construção do conhecimento (VL)	Contribuições da Pesquisa em sala de aula na formação do estudante	Contribuições da Pesquisa
Ex03	Quando ele consegue pensar, refletir e acompanhar o seu próprio processo de aprendizagem, o que definitivamente não é uma coisa que se consiga em aula tradicionais ou em aulas que são muito centradas na figura do professor, mas que quando elas são centradas no estudante é possível de desenvolver isso por um espaço de tempo relativamente longo.	A autorregulação da aprendizagem (VL)	Teorias que fundamentam a Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa
Ex04	A comunicação oral, embora eu não tinha visto nenhum estudo aprofundado sobre isso, que seja só sobre isso, é uma questão que é inegável a gente ver a forma como um aluno que tem uma trajetória de trabalho com Pesquisa em sala de aula, quando ele está imerso nesse ambiente, como ele tem uma capacidade de comunicação oral muito grande, e também a construção do conhecimento científico, ela transparece nos argumentos que ele usa para defender determinadas ideias.	A evolução na argumentação do estudante por meio do processo de Pesquisa (VL)	Contribuições da Pesquisa na argumentação do estudante	Contribuições da Pesquisa
Ex05	A Pesquisa é produção de conhecimento pela humanidade, mas historicamente os autores têm	Fundamentos teóricos da Pesquisa em sala de aula	Teorias que fundamentam a Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa

	feito comparações entre as teorias pedagógicas e as teorias de produção de conhecimento, tanto que se você pega o Fernando Becker, lá tu vai ver que ele pega o empirismo, o apriorismo e o construtivismo para defender as ideias do Piaget. Então, eu acho que as teorias de produção de conhecimento, as teorias filosóficas de produção de conhecimento elas se amparam com toda a certeza a Pesquisa em sala de aula, as ideias do Pedro Demo também, mas o que eu digo é que ele veio a enriquecer uma discussão que já era feita.	(VL)		
Ex06	Eu não acho que... Essas fases são interessantes, mas elas não precisam e nem deve ser levadas ao pé da letra sobre pena de não dar certo.	Sobre as etapas da Pesquisa em sala de aula (VL)	Etapas da Pesquisa	Etapas da Pesquisa
Ex07	Estimular os alunos a formularem hipóteses, nessa fase inicial, partir de desafios, vincular com as questões cotidianas deles, permitir que ele se expressem livremente criando uma atmosfera de diálogo em sala de aula, que nenhum ache engraçado a pergunta do outro, ou estranha, ou fique debochando; ou seja; que ele tenha condições de realmente expressar a curiosidade que ele tem sobre o conteúdo conceitual, ou sobre o tema que vai ser trabalhado.	A primeira etapa da Pesquisa em sala de aula (VL)	Primeira etapa da Pesquisa em sala de aula	Etapas da Pesquisa
Ex08	Então nesse primeiro momento, tem que criar esse tipo de estrutura, se ele vai partir dos questionamentos dos alunos ou não, eu não sei aí depende, mas ele pode não partir. Ele pode trazer uma situação-problema, pedir para os alunos se manifestarem e por meio dessa manifestação, tentando encontrar soluções eles vão trabalhar com a formulação de hipóteses, eles vão discutir para ver se aquelas hipóteses são adequadas ou não são, eles podem eventualmente ainda nessa primeira etapa fazer buscas de informações em livros, ou com pessoas, com especialistas, conversar com a	Sobre a primeira etapa da Pesquisa em sala de aula (VL)	Primeira etapa da Pesquisa em sala de aula	Etapas da Pesquisa

	comunidade, eles podem fazer um pequeno <i>survey</i> na comunidade deles para ver o que a comunidade, pai e mãe, tio, a vó, pensam sobre aquela questão.			
Ex09	Ele tem que colocar o centro da ação do aluno com a coordenação intensa e firme dele, colocar o aluno no centro do processo não significa deixar o aluno bater cabeça sozinho.	Cuidados que o professor deve ter com os estudantes (VL)	O Professor deve ter manter o estudante no centro do processo	Papel do Professor na Pesquisa
Ex10	Ele tem que acompanhar, ele tem que desafiar, ele tem que fornecer as fontes, ele tem que responder na hora que ele acha que é preciso responder, porque se ele não responder o aluno não vai adiante, ele tem que eventualmente ir para o quadro e fazer uma exposição oral sobre determinado conceito que está confundindo toda a turma.	Ações do professor na Pesquisa em sala de aula (VL)	O papel do Professor na Pesquisa em sala de aula	Papel do Professor na Pesquisa
Ex11	O Princípio educativo é por isso, porque tu vai incentivar o aluno a pensar, tu vai incentivar o aluno a ser autor das suas ideias, tu vai incentivar o aluno a configurar com clareza as suas ideias, a fazer uma reflexão para ver se o que ele está dizendo é pertinente ou não, a buscar informações que o ajude a agregar mais elementos para eles poderem discutir aquela questão.	O protagonismo do estudante (VL)	O estudante como sujeito principal no processo de aprendizagem	Contribuições da Pesquisa
Ex12	Então é trazer isso para dentro da sala de aula, agora de que forma? tem mil formas, vai depender da idade das crianças, vai depender das condições da escola, vai depender das condições da comunidade, se tem pai que vai poder ajudar nesse trabalho, se as crianças são absolutamente sozinhas por que o capital cultural dos pais não permite que elas vão adiante, se a criança tem acesso a fontes de informação confiáveis que o professor vai indicar naturalmente ou se ele vai ter que levar essas fontes para dentro da sala de aula, então eu vejo que não tem como a gente pensar num caminho, tu tem que pensar em vários caminhos, em grandes eixos que	Considerações de fatores preliminares para a implementação da Pesquisa em sala de aula (VL)	Obstáculos para implementar a Pesquisa na sala de aula	Desafios da Pesquisa em sala de aula

	tu precisa desenvolver, são diversas variâncias que influencia aí na primeira etapa.			
Ex13	Eu penso que a construção de argumentos ela tem que ser “pare e passo” acompanhada pelo professor, porque o que que é, se eu não vou dar respostas sobre o que é fotossíntese, eu tenho que criar condições para que o estudante vá construir essa esse conceito ou ver os elementos principais que são relativos a esse conceito. Então ele precisa estudar e ele vai fazer isso.	A construção de argumentos (VL)	Segunda etapa da Pesquisa em sala de aula	Etapas da Pesquisa
Ex14	Ele vai estudar em sala de aula com o junto com professor, não é em casa, o professor vai indicar as fontes, vai acompanhar, vai ser em grupo para que ele possa discutir com seus pares, ele vai escrever sobre isso, ele vai expor, vão ter rodadas dentro da sala de aula nas quais eles precisam conversar entre eles, quer dizer eles trabalham em pequenos grupos mas o grande grupo tem que ser ativado em vários momentos para que comece a haver um consenso em relação a determinados aspectos que vão constituir o conceito.	O processo da construção de argumentos na sala de aula (VL)	Segunda etapa da Pesquisa em sala de aula	Etapas da Pesquisa
Ex15	A comunicação oral e escrita, ela não significa que eu tenho que fazer isso em um evento formal, isso está num diálogo que eu propiciou na sala de aula, com a minha intencionalidade como professora e com meu acompanhamento, a minha capacidade de acompanhamento.	Sobre a interação entre as etapas (VL)	Etapas da Pesquisa	Etapas da Pesquisa
Ex16	O professor de um modo geral eu não vou nem dizer da Educação Básica eu vou dizer o professor de um modo geral, não está preparado para trabalhar com os princípios de pesquisa porque ele próprio não vivenciou a pesquisa escolar nem acadêmica, porque essa questão de clube de ciências, de feira de ciências e iniciação científica, isso são nichos para poucos, então o professor para trabalhar dessa forma ele precisará estudar, ele	A preparação do professor para utilizar a Pesquisa em sala de aula (VL)	O Professor deve prepara-se para desenvolver a Pesquisa com os estudantes	Papel do Professor na Pesquisa

	<p>precisará participar de grupos de estudo, eu acredito mais em grupo de estudo não em palestra, e pegar um livro sozinho, mas grupo de estudos, de reflexão sobre a prática e nessa interlocução; Constrói, estuda, discute, chama o especialista quando é necessário, vai lá aplica na sala de aula, volta com os resultados discute novamente com os pares, esse tipo de trabalho nós fizemos muito intensamente até 2010 ... 2012.</p>			
Ex17	<p>Foi um grupo do Maurivan, ele trabalhava com todos os professores, era um projeto de pesquisa aprovado com financiamento, então a gente fazia, ele era o coordenador e eu trabalhava junto, e tinha mais ... não me lembro mais quem, mas acho que era só eu e ele, a gente..., eram todos os professores do município de Guaíba, se não me engano, então eles vinham para a universidade e a gente fazia grupos de estudo, tratava do assunto, eles criaram alguma coisa amparados nos Princípios da Pesquisa para ser utilizado na sala de aula, foram lá fizeram e traziam isso para sala de aula e a gente discutia. Bom, mas isso levou, vou te dizer por baixo que era um ano de trabalho, mas eu acho que era mais foram 2 anos.</p>	<p>Exemplo da aplicação da Pesquisa em sala de aula pela autora (VL)</p>	<p>Exemplos de intervenções com a Pesquisa em sala de aula</p>	<p>Exemplos com a Pesquisa em sala de aula</p>
Ex18	<p>O professor precisa está preparado para abraçar isso porque senão, ele não tem os elementos para poder fazer o trabalho desse e adiante, muitas vezes ele próprio não tem autoria na sua escrita por exemplo, tudo isso livro do Demo até trata também quando na segunda parte ele fala da pesquisa no professor, basicamente o que ele defende é isso que o professor tem que...</p> <p>Jefferson: - primeiro começa a fazer Pesquisa para depois conseguir aplicar em sala de aula,</p>	<p>O Professor precisa ter a prática da Pesquisa para então poder incentivar os estudantes a Pesquisar (VL)</p>	<p>O Professor deve prepara-se para desenvolver a Pesquisa com os estudantes</p>	<p>Papel do Professor na Pesquisa</p>

	<p><i>Valderez:</i> - é, ele tem que ser autor da sua prática pedagógica, ele não pode ser um reproduzidor das sugestões que os livros dão, ou o que ele viu o outro professor fazer, fazer isso de uma forma mecânica e sem saber o que está fazendo, é voltando lá para tudo que te falei, é responder a pergunta: por que que eu estou fazendo dessa maneira e não de outra? eu tenho que saber dizer isso, fundamentado teoricamente, essa é a fundamentação teórica que eu tenho que ter para poder para defender meu argumento, de que assim funciona e do outro jeito não funciona.</p>			
Ex19	<p>Eu gosto mais de lidar com essa ideia de levar para dentro da sala de aula princípios que são inerentes a pesquisa, em que momento? não é uma coisa cronológica, tanto que é impossível tu trabalhar... quando tu tá trabalhando com questionamento, os alunos já estão fazendo argumentos provisórios que embora incompletos ou até às vezes equivocados, são argumentos, na medida em que eles expressam isso em uma discussão em sala de aula seja no pequeno grupo ou seja no grande grupo juntamente com professor, ele está trabalhando com a comunicação oral, então esses momentos não acompanham uma etapa após a outra, eles aparecem... eles não acontece de forma linear, acontece tudo embolado, não tem como ser assim separado, não tem como ser linear.</p>	<p>A Pesquisa em sala de aula é cíclica e não linear (VL)</p>	<p>Etapas da Pesquisa</p>	<p>Etapas da Pesquisa</p>
Ex20	<p>Eu chamo de aprendizagem de conteúdo conceitual, ele não tem por exemplo, eu não trabalho no sentido dele me apresentar alguma coisa, ele tem que me mostrar que aprendeu, só isso, não tem um produto, na sala de aula não tem um produto, na feira de ciências tem um produto, no clube de ciências tem porque vai desembarcar em uma apresentação pública, seja dentro da escola, seja</p>	<p>A apresentação da produção autoral pelo estudante (VL)</p>	<p>Terceira etapa da Pesquisa em sala de aula</p>	<p>Etapas da Pesquisa</p>

	<p>dentro do município, seja onde for, agora, a Pesquisa em sala de aula ao meu ver, o produto dele é ele me mostrar que ele construiu um conhecimento sobre o conteúdo conceitual x ou sobre o conteúdo procedimental y, que eu me propus a que ele aprendesse, que eu ajudei a construir uma estrutura de ensino para que ele aprendesse,</p> <p>Jefferson: - mas de que forma o estudante pode te demonstrar isso professora?</p> <p><i>Valderez:</i> - pela escrita, pela fala.</p>			
Ex21	<p>A aprendizagem conceitual é que ele vai ter que me mostrar, mas não que ele tinha que me mostrar lá no final do processo, isso eu tenho que acompanhar ao longo do semestre, ou do trimestre dependendo, não sei como vai ser.</p>	<p>O processo de avaliativo do professor na Pesquisa(VL)</p>	<p>A forma como o professor deve avaliar os estudantes na Pesquisa em sala de aula</p>	<p>Papel do Professor na Pesquisa</p>
Ex22	<p>Ele não é um pequeno cientista fazendo pesquisa na minha aula, por isso que eu te digo, eu estou desenvolvendo com ele os princípios de pesquisa, para ele me dar um produto final só se eu tivesse proposto um projeto de trabalho que ele desenvolveria que também funcionaria, mas não é o caso, eu não vejo necessidade disso, eu vejo a necessidade dele construir conhecimento, dele ser autor da sua aprendizagem e dele compreender aquilo que ele fala sobre determinados conceitos científicos que não são trabalhados.</p>	<p>Sobre a necessidade da apresentação de um produto final pelo estudante (VL)</p>	<p>Terceira etapa da Pesquisa em sala de aula</p>	<p>Etapas da Pesquisa</p>
Ex23	<p>Tu tem que constantemente está pedindo para ele escrever, para ele falar, tu tem que acompanhar continuamente os grupos dando várias rodadas de conversa com todos os grupos e com todos os alunos do grupos, tu tem que fazer momentos de síntese parciais durante o tempo todo em que tu está estudando determinado conceito, então o material é esse, ele vai escrever no caderno dele as</p>	<p>Sobre a produção de um produto final apresentado pelo estudante (VL)</p>	<p>Terceira etapa da Pesquisa em sala de aula</p>	<p>Etapas da Pesquisa</p>

	<p>aprendizagens dele, ele vai escrever no caderno, tu tem que olhar o caderno,</p> <p>Jefferson: - essa escrita dela escrita do caderno dele, não é o quê o que tá ali no texto do Moraes Galiuzzi e Ramos como um produto? essa escrita dele não é um produto? não é a produção de conhecimento dele?</p> <p><i>Valderez:</i> - É a produção de conhecimento dele, sim, é que tu me perguntaste como um produto eu entendi como um produto formal ao final, não é o final, isso é gradativo, a cada vez que ele escreve alguma coisa no caderno, ou ele produz um vídeo, ou ele cria uma peça de teatro ou ele cria um folder, em ciências é bem comum a gente fazer isso criar um folder, criar um livreto para discutir com a comunidade, ele tá me mostrando a aprendizagem dele, se quiser chamar de produto sim, é que produto para mim tem uma conotação de ser algo acabada.</p>			
Ex24	<p>A busca de informações é quando tu vai aos livros ou a internet hoje em dia, buscar as respostas para questões que já estão sobejamente discutidas e as respostas estão descritas lá no livro, e é válido e precisa ter essa etapa, agora, a Pesquisa é quando o aluno vai em busca de uma resposta que não tem lugar nenhum, ele vai construir a resposta juntando elementos daqui dali.</p>	<p>A diferença entre buscar informações e realizar Pesquisa (VL)</p>	<p>A diferença entre buscar dados e realizar Pesquisa</p>	<p>Etapas da Pesquisa</p>
Ex25	<p>Então ele vai como protagonista dos processos de aprendizagem, ele vai ter muito mais chance de construir os conteúdos gerais dos Campos conceituais da disciplina pela forma como as ações são encaminhadas e ele coloca a mão na massa para fazer isso, mas ele aprende a dialogar, ele aprende a respeitar a opinião dos outros, coisa que está tão faltando nos dias de hoje.</p>	<p>As vantagens de utilizar a Pesquisa em sala de aula (VL)</p>	<p>Vantagens da Pesquisa em sala de aula</p>	<p>Contribuições da Pesquisa</p>

Ex26	Ele desenvolve uma habilidade de falar em público corretamente, descrever quando necessário algo que seja autoral sem realizar cópia, então tudo isso ajuda o sujeito a ter uma formação integral que é mais consistente.	Sobre as vantagens de utilizar a Pesquisa em sala de aula (VL)	Vantagens da Pesquisa em sala de aula	Contribuições da Pesquisa
Ex27	Quando o aluno traz alguma organização equivocada a respeito de um determinado conceito científico o que se tem que fazer em busca de como é que ele raciocinou para chegar naquela pergunta, fazer uma pergunta simples: como você pensou para me dizer isso? e aí vai acompanhando.	Sobre o erro do estudante no processo (VL)	A forma como o Professor deve porta-se frente ao erro do estudante	Papel do Professor na Pesquisa
Ex28	O caminho teoricamente falando é esse, é sentar com ele, conversar, e dizer me explica, como você chegou até aqui? porque tu acha que é isso? então ele vai conseguindo ao relatar, as vezes ele se dá conta disso já me aconteceu, quando senta para conversar com ele às vezes ele próprio se dá conta “ah não mas pera aí um pouquinho, isso aí que eu disse era tal não é tal” ele mesmo se dá conta, ou se ele não se dá conta a gente para naquele ponto, vai discutir, vai conversar e vai até fazer uma exposição oral para ele sobre aquele aspecto do conceito se for esse o caso.	A forma como o professor deve proceder frente ao erro do estudante no processo (VL)	A forma como o Professor deve porta-se frente ao erro do estudante	Papel do Professor na Pesquisa
Ex29	Isso está nas etapas da pesquisa em sala de aula? isso está diluído nas etapas da pesquisa em sala de aula? como está relatado isso? <i>Valderez:</i> - Olha, tu me perguntaste antes o que mais que a gente pode avançar, esse seria uma outra zona eu nunca tinha pensado nisso.	Sobre o erro do estudante está inserido nas etapas da Pesquisa em sala de aula (VL)	Etapas da Pesquisa	Etapas da Pesquisa

Fonte: elaborado pelo autor(2023).

APÊNDICE I: Categorização da entrevista realizada com Maurivan Ramos

Quadro 60 – Categorização da entrevista com Ramos

Excertos	Fragmento da Entrevista	Categoria Inicial	Categoria Intermediária	Categoria Final
Ex01	<p>Eu estava na graduação, eu era monitor, e essa escola que eu comecei é a Escola Nossa Senhora da Glória, uma escola de Freiras ali na Glória, então nesse período, eu comecei a fazer experimentos, muitos experimentos, e tanto que eu terminei a minha graduação em 1975 e em 1976 eu e o Roque já publicamos um primeiro livro, o primeiro meu ele já tinha outros publicados, sobre Experiências e Projetos de Química. E ali tinha muitos experimentos relacionados a projetos de ensino de Química então para fazer esse livro eu tive que fazer muitas testagens no laboratório, era eu fazendo os testes em laboratório para poder ver como funcionava, para então escrever os roteiros, as sugestões e tal. Depois eu escrevi outros livros em 1988 eu escrevi um outro livro com ele que era... Eu acho que eu estou respondendo outra coisa mas elas estão juntas, a questão da produção em 1988 eu e ele escrevemos um livro: Construindo conhecimentos, em 1990 nós criamos um livro: Unidades de aprendizagem, onde tem vários roteiros, naquela época a gente ainda chamava de redescoberta de problemas e projetos. Então desde a minha formação na graduação, eu trabalhava muito com essa questão de experimento, na verdade eu comecei em casa, minha mãe era professora e ela trazia livros de experiências, eu deveria ter uns 12 anos, 13 anos, e eu pegava aquele livro de experiências e eu testava aqueles livros, testava os roteiros e experimentos para ver como é que funcionava, aquelas coisa simples de colocar uma folha de parreira no álcool para ver o que acontecia</p>	Experiências do autor com a Pesquisa em sala de aula (MR)	Exemplos de intervenções com a Pesquisa em sala de aula	Exemplos com a Pesquisa em sala de aula

	<p>e ela amarelava e o álcool ficava Verde, coisas assim, eu era de fazer experiências. Depois eu montei um laboratório em casa, comecei a fazer experimentos variados, eu tinha essa tendência já desde cedo, aí eu e o Roque fomos trabalhando até que a gente se encontrou nessas ideias da Pesquisa em sala de aula que a gente sempre achou que esse era o modo de aprendizagem mais adequado. Então muitos experimentos que eu fazia com os alunos sobre a queima da vela por exemplo, eles tinham que fazer perguntas sobre o fenômeno da vela e aí a partir das perguntas eu ia discutindo com eles e a gente ia fazendo novos testes, novos testes e tal, até ficar com conhecimento amplo sobre o fenômeno, e assim vai, tem muitos fenômenos que a gente usava na Química, e em geral eu partir das perguntas dos alunos e aí a partir das perguntas dos alunos a gente ia tentando buscar respostas. E daí então que surgiu então as ideias da Pesquisa em sala de aula.</p>			
Ex02	<p>Eu vejo assim, a essência é a mesma, que é aquela ideia de partir do questionamento, depois reconstruir os argumentos por meio de várias formas, pesquisas em livros, em enciclopédias, internet, fazendo experimentos, entrevistando pessoas, e depois então que o estudante tenha uma ideia... já uma nova ideia, um novo conjunto de argumentos para aqueles problemas, porque os problemas são perguntas dos estudantes. No meu caso eu parto sempre das perguntas dos estudantes, quando ele faz a pergunta ele já tem argumentos, mas às vezes os argumentos ali são frágeis, então ele faz justamente aquela pergunta que é para gente por meio de várias formas melhorar essas respostas, melhorar os argumentos, e depois então quando ele está mais avançado nessas ideias ele então comunica, quer dizer ele comunica na sala de aula,</p>	<p>A pergunta do estudante como ponto de partida para realizar a Pesquisa em sala de aula (MR)</p>	<p>A pergunta do estudante</p>	<p>Etapas da Pesquisa</p>

	<p>ele comunica com os colegas, os colegas comunicam uns com os outros, então se faz um diálogo reconstrutivo em que eles vão conversando, vão confrontando as aprendizagens deles com aprendizagem dos outros.</p>			
Ex03	<p>Então a essência dos fundamentos que a gente tem trabalhado tem se mantido, o que muda às vezes é o tipo de ponto de partida, às vezes... antes por exemplo, a gente tinha muito essa ideia de partir de experimento, a gente colocava sempre experimento como algo prioritário, mas hoje dá para partir de um vídeo, de um jogo no computador usando tecnologias, quer dizer as possibilidades vão mudando, as possibilidades de recursos vão mudando e portanto os pontos de partida podem ser diferentes. Então para mim essa é uma mudança importante, então há tempos atrás meus livros todos juntos com o Roque eram livros que trabalhavam muito a questão da experimentação e agora está presente muito a questão das Tecnologias, então isso vai mudando conforme o que vai aparecendo mas a essência que é a ideia do problema, da pergunta, da transformação dos argumentos, da reconstrução dos argumentos, e a comunicação que o aluno faz de resposta às perguntas a partir dos novos argumentos que tem caráter não só de divulgação mas tem caráter de validação do seu conhecimento, quando ele divulga, quando ele fala o que ele achou naquele experimento, naquele vídeo, ou naquela situação a partir da pesquisa que ele faz, ouvindo o professor e ouvindo outros colegas ele valida aquilo como verdades mesmo que provisório. Então é isso, por enquanto os fundamentos, as essências são as mesmas, mas o que pode ir mudando são os pontos de partida para fazer a pesquisa e ele pode partir até de uma</p>	<p>Novas considerações da Pesquisa em sala de aula (MR)</p>	<p>Os avanços no conceito da Pesquisa</p>	<p>Concepções de Ensino e Pesquisa</p>

	entrevista com pessoas, então as possibilidades são infinitas está em aberto isso.			
Ex04	<p>Eu defrontei com vários autores que eu nunca tinha visto, porque o conhecimento que eu tinha era de Química, era da Química dura, então ali eu comecei a me defrontar com Brunner, Dewey, com Piaget, Vygotsky veio bem mais tarde porque Vygotsky chegou nos livros aqui no Brasil em 1984 ou 1986 e isso aí era 1988 ou 1989, então não se falava em Vygotsky naquela época, depois é que começaram a chegar gradativamente os livros de Vygotsky e a gente começou a se apropriar, e aí entrou aquele confronto entre Vygotsky e Piaget. Então esses autores foram os autores do início, o Kill Patrick, por exemplo, e principalmente autores americanos, ingleses, que tinha esse foco muito grande na experimentação e na investigação. E eles pertenciam a escola nova, principalmente, ali já se falava bastante na questão do protagonismo dos estudantes. Então eu comecei a me defrontar com esses autores depois mais tarde veio o Vygotsky, e aí comecei o próprio Paulo Freire, o Paulo Freire eu ganhei o livro de uma aluna minha na escola que eu nem conhecia, eu ouvia falar do Paulo Freire e a visão que eu tinha era de um cara que foi exilado, porque ali era época da ditadura e ele voltou em 1979 para o Brasil e eu estava exatamente nessa época fazendo doutorado, e não se falava muito em Paulo Freire na própria universidade, porque havia dentro da universidade espiões da ditadura militar, às vezes até dentro das aulas tinha gente assim olhando, observando o que a gente nem sabia, de vez em quando entrava uma pessoa diferente.</p>	As Inspirações teóricas do autor (MR)	Teorias que fundamentam a Pesquisa	Concepções de Ensino e Pesquisa

Ex05	<p>O questionamento é o ponto de partida quer dizer, o questionamento é o momento que a gente pensa quais são as dúvidas que a gente tem? o que a gente quer aprender por meio da pergunta? veja bem que as aulas por meio da Pesquisa, por meio da investigação, teve um movimento muito grande nos Estados Unidos que eles chamam de <i>Quarry based learning</i>, é um movimento que é aprendizagem baseada na investigação, e este movimento americano ele nasce nos anos 1970, 1980, eles partem sempre do questionamento mas é o questionamento do professor, o professor é que coloca problemas para os alunos investigarem, nós aqui no sul e também tem um grupo que trabalha em São Paulo que foi coordenado foi coordenado, liderado, pela professora</p> <ul style="list-style-type: none"> - Sasseron? - Ana Maria Pessoa de Carvalho, A Sasseron é uma discípula da Ana Maria Pessoa de Carvalho, mas a Ana Maria que é da Física, ela é que chama a Aula por investigação, eles também ali predominam essa ideia da pergunta do professor, quer dizer, o professor apresenta problemas e aí os estudantes têm que investigarem, nós aqui: eu, o Roque, a Maria do Carmo, Valderez e o grupo de gestores aqui do Sul, nós chamamos de Pesquisa em sala de aula e que tem proximidade muito grande com o Educar pela pesquisa do Demo, nós entendemos que tem que ser valorizada a pergunta dos estudantes, quer dizer, o estudante tem que perguntar porque aí é que ele vai ter o interesse, porque aí é que ele vai ser corresponsável em buscar respostas. Então nós entendemos que primeiro: o estudante tem que perguntar, como é que eu faço isso? porque os estudantes não estão acostumados a perguntar, a cultura da nossa escola é uma cultura na 	<p>O questionamento com o ponto de partida na pergunta do estudante (MR)</p>	<p>Primeira etapa da Pesquisa em sala de aula</p>	<p>Etapas da Pesquisa</p>
------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------	---------------------------

	qual professor é que faz perguntas, o professor é que pergunta na aula, o professor que diz alguém tem alguma dúvida e às vezes as coisas ficam por ali, o professor faz as perguntas do livro ou o professor faz as perguntas da prova, quer dizer em geral o professor não cultiva o fato do aluno produzir, construir, apresentar seus questionamentos e seus interesses. Então nós sempre trabalhamos com essa ideia de que o estudante tem que ser trabalhado, tem que ser exercitado, essa é a questão de produzir perguntas.			
Ex06	Como é que isso se dá no nosso entender? vamos supor a gente pega uma vela e pede para o aluno examinar ela apagada, depois pede para ele acender a vela, pede para colar a vela na cera, observar, e a gente pede para ele fazer perguntas, e aí quantas quiserem, tem aulas que eu fiz assim com os estudantes por exemplo, que eles fizeram somando as perguntas deu mais de 100 perguntas ao total, e aí o professor vai olhar para essas perguntas, vai discutir com eles, vai tentando construir respostas com eles, mas algumas perguntas são mais complexas, são perguntas que a gente chama de perguntas investigáveis.	Exemplo de experiências que visa valorizar a pergunta do estudante (MR)	Exemplo de proposta de ensino pautada na Pesquisa	Exemplos com a Pesquisa em sala de aula
Ex07	No experimento da vela, mas como eu disse a gente pode dar um vídeo para os alunos olharem e dizer: façam perguntas, ou então ler um texto, texto simples sobre algo e façam perguntas, em vez do professor fazer perguntas a ideia é os alunos fazerem as perguntas. Eu faço sempre um exercício com os alunos para entender essa lógica que é bem interessante, eu projeto ali no <i>slide, Power Point</i> , eu projeto ... Talvez você já tenha até passado por uma aula dessas minhas, em que eu projeto a face, a tela da Monalisa, e aí eu peço para eles olharem para Monalisa e fazerem perguntas, então eles começam	Exemplo de experimento que demonstra a necessidade do estudante fazer perguntas (MR)	Exemplo da pergunta do estudante	Exemplos com a Pesquisa em sala de aula

	<p>a fazerem perguntas, então são muitas perguntas que aparece: quando foi feito? quem é que pintou? que método que usou? quem era aquela mulher? o que era aquele sorriso porque não se sabe se ela está alegre ou triste? porque isso, porque aquilo? então eles vão aprendendo a observar e pela observação vão aprendendo a fazer perguntas. Então eu uso esse exercício para depois refletir com eles a necessidade deles fazerem perguntas.</p>			
Ex08	<p>Eu até prefiro chamar de reconstrução de argumentos, porque na verdade a gente sempre tem um argumento, os próprios estudantes sempre tem um argumento mesmo que seja primitivo, mesmo que seja falho, mesmo que seja muito rasante, superficial, senso comum, eles só vão saber fazer uma pergunta se ele já conhece alguma coisa, eles não conseguem fazer uma pergunta sobre algo que eles não sabe absolutamente nada. Então quando eles fazem uma pergunta então ele já tem alguma possibilidade de resposta, então o que eu penso é o seguinte: o segundo momento, o momento da reconstrução do argumento vai depender muito do tipo de pergunta que eles vão ter que buscar a resposta.</p>	<p>Reconstrução de argumentos (MR)</p>	<p>Segunda etapa da Pesquisa em sala de aula</p>	<p>Etapas da Pesquisa</p>
Ex09	<p>Isso aí pode acontecer de várias formas, ou os alunos escolhem as perguntas que eles formularam para ir buscar as respostas, ou Professor ver as perguntas que são mais investigáveis e divide em outros grupos, e aí então o professor pergunta para os alunos: bom as perguntas estão aqui, ou a pergunta, e agora vocês vão planejar o modo de buscar resposta para essas perguntas, e aí eles vão pensar que modo: “será que bastaria ir a internet e buscar a resposta das perguntas?” “Será que lá já tem algumas respostas?” “Será que tem livros que tem essas perguntas e essas respostas?” “Será que</p>	<p>Os procedimentos da segunda etapa da pesquisa em sala de aula (MR)</p>	<p>Exemplo dos procedimentos operacionais da segunda etapa</p>	<p>Exemplos com a Pesquisa em sala de aula</p>

	<p>dependendo da pergunta, será que teria algum experimento que eu poderia fazer para poder fazer um projeto de modo a buscar respostas de um modo experimental?” “Será que eu poderia convidar alguém especialista por exemplo, que conhece isso aí, e que viesse aqui dar uma palestra na sala de aula? e a partir da palestra dele buscar respostas para essas perguntas?” “Será que tem algum vídeo ou vídeos que tratam desse assunto que eu poderia buscar a resposta?” então veja que é um momento que a gente tem que lançar a mão ou de uma forma dessa ou de várias formas dessas para tentar buscar a respostas, possibilidades de respostas para essa pergunta.</p>			
Ex10	<p>Um aluno faz uma pergunta lá na vela, então ele pergunta assim: “poxa será que uma vela, tem velas que são brancas, são amarelas, outras são verdes, outras são vermelhas. Será que elas queimam na mesma velocidade?” bom isso aí daria para fazer um projeto, comprar velas diferentes, cores diferentes, preferencialmente do mesmo material com cores diferentes e aí pegar uma régua e planejar isso. E o aluno vai propor e o professor só auxilia, ou faz a mediação, questiona, de modo que eles vão construir de um jeito de fazer, eu estou dizendo aqui de experiências que eu já fiz, por exemplo, pega a vela e marcar com uma régua, a vela de 5 em 5 cm, e botar a queimar e ir vendo que tempo leva, faz lá umas três marcações e queima aquelas três marcações e faz uma média para ver quanto tempo cada vela daquela queima. “Será que tem alguma que é mais rápido ou não?” então daí teria um experimento em que eles vão tirar uma conclusão.</p>	<p>Exemplo de um trabalho com a Pesquisa em sala de aula (MR)</p>	<p>Exemplos de intervenções com a Pesquisa em sala de aula</p>	<p>Exemplos com a Pesquisa em sala de aula</p>

Ex11	Um aluno vem e diz assim: “qual é a pilha que consome mais rápido?” porque tem muita propaganda aí de uma determinada pilha que a gente usa nos aparelhos, será que ela realmente é mais duradoura? então isso daria para montar um experimento, pega a pilha monta um aparelhinho com uma lâmpada e cronometra o tempo até essa lâmpada apagar e faz isso com várias marcas, para não perder muito tempo faz com as lâmpadas AAA, aquelas bem pequenininha e põe um LED e faz de várias marcas, pronto! pode pegar duas, três pilhas de cada marca para fazer uma média e tal.	Exemplo de um trabalho com a Pesquisa em sala de aula (MR)	Exemplos de intervenções com a Pesquisa em sala de aula	Exemplos com a Pesquisa em sala de aula
Ex12	Então o aluno vai pensar e a gente vai pensar junto com eles.	A postura do professor na pesquisa em sala de aula (MR)	A postura do Professor	Papel do Professor na Pesquisa
Ex13	Então ai nós temos experimentos sendo uma forma, mas outra forma seria buscar a resposta na internet, buscar resposta em consultas em vídeos, n formas, enquanto o aluno está fazendo isso buscando respostas em vários sites ele tá aprendendo muitas coisas, ele não tá só aprendendo aquilo que ele está buscando vão aparecendo outras coisas, outros temas, outros assuntos, portanto quando ele tiver que parar para escrever a gente tem que incentivar a escrita, aí ele vai ter que pensar em argumentos a partir do que ele viu, do que ele leu, do que ele fez. Então nós temos aí a reconstrução dos argumentos dos alunos a partir de qualquer uma dessas iniciativas.	Recursos para buscar dados em uma Pesquisa (MR)	Busca por dados em uma Pesquisa	Etapas da Pesquisa
Ex14	Uma vantagem eu já falei que é a questão do aluno se interessar mais, quando ele tem uma pergunta ele se interessa mais.	Vantagens do uso da Pesquisa em sala de aula (MR)	Contribuições da Pesquisa em sala de aula na Formação do estudante	Contribuições da Pesquisa
Ex15	A Pesquisa também gera conhecimentos muito mais do que o conhecimento de um professor numa sala de aula botando conhecimento no quadro, transmitindo ali, a Pesquisa ela amplia isso porque	Vantagens do uso da Pesquisa em sala de aula (MR)	Contribuições da Pesquisa em sala de aula na Formação do estudante	Contribuições da Pesquisa

	<p>o sujeito tem que procurar mais conhecimento, mais subsídios para responder a pergunta que ele tem, então ele aprende muito mais, ele estabelece relações entre conceitos, então eu penso que é mais rico a aprendizagem. A Pesquisa também trabalha no interesse dos alunos que eu já falei também. A Pesquisa ela coloca o sujeito na posição de protagonista como você já falou, quer dizer, ele tem que botar a mão não é o professor que vai fazer para ele, ele tem que buscar, ele tem que responder, ele tem que apresentar as suas respostas, então o envolvimento com a aprendizagem dele é muito maior do que no ensino tradicional transmissivo em que o sujeito é passivo, quer dizer, na pesquisa o sujeito é ativo, ele tem que fazer a ação da aprendizagem.</p>			
Ex16	<p>Para o professor a Pesquisa é legal porque ela coloca, ela expõe para o professor o conhecimento que o aluno está produzindo, então ele pode lidar com o erro, com a falha, não na perspectiva da punição como é no ensino tradicional em que ele na qual se ele falha se ele erra, ele perde ponto, aquela coisa da punição, mas o professor pode usar o erro como um modo de compreender como o estudante está compreendendo, como estudante está entendendo, porque não está entendendo</p>	<p>As vantagens da pesquisa em sala de aula para o Professor (MR)</p>	<p>Vantagens da Pesquisa em sala de aula para o Professor</p>	<p>Contribuições da Pesquisa</p>
Ex17	<p>Aí o professor vai fazer a mediação no sentido de favorecer a aprendizagem dos estudantes.</p>	<p>A mediação feita pelo Professor na Pesquisa em sala de aula (MR)</p>	<p>O papel do Professor na Pesquisa em sala de aula</p>	<p>Papel do Professor na Pesquisa</p>
Ex18	<p>Eu vejo que a própria avaliação tem outro caráter, a avaliação tem caráter de compreensão e não um caráter de seleção e classificatório, não interessa se o aluno é 10; 9; 5; 4; interessa se ele aprendeu ou não aprendeu, é isso que interessa e também na Pesquisa a gente quer estimular sempre que o aluno</p>	<p>A avaliação do estudante na Pesquisa em sala de aula (MR)</p>	<p>A forma como o professor deve avaliar os estudantes na Pesquisa em sala de aula</p>	<p>Papel do Professor na Pesquisa</p>

	escreva, tanto escreva quanto fale e também que leia e escute.			
Ex19	As quatro ferramentas culturais da linguagem: o ler, escrever, falar e ouvir. Normalmente no ensino mais tradicional o sujeito mais escuta, fica passivo, enquanto que no trabalho por meio da Pesquisa o sujeito tem que ler, tem que escrever, então ele exercita a escrita, ele tem que apresentar o que ele encontrou, quais são as respostas, então ele tem que apresentar, tem que falar, a gente aprende quando fala muito mais do que quando escuta.	A diferença entre a postura do estudante no ensino tradicional e na Pesquisa em sala de aula (MR)	Contribuições da Pesquisa em sala de aula na Formação do estudante	Contribuições da Pesquisa
Ex20	Porque o erro na verdade é uma falha cognitiva, quer dizer é uma não compreensão do problema, ou então às vezes é um erro até de cálculo, pode cometer um erro, mas o importante é que o professor tem que pedir para o estudante relatar para ele como que ele pensa, como pensaste para fazer isso aqui? ou então pedir para ele fazer isso para os colegas e também é importante ele pedir para os próprios colegas: vocês acham que tá certo? alguém tem outra ideia? fazer a questão do diálogo, é colocar a questão do diálogo em jogo, quem tem outra ideia? quem tem outra sugestão? então como se poderia fazer isso diferente para se chegar em uma ideia mais correta? E aí no diálogo, juntos os estudantes vão encontrar saídas e o professor vai só mediando, não adianta o professor dizer: “não! isso tá errado e isso tá certo!” o importante é colocar os estudantes em ação, pensar junto, tentar achar a resposta, até que daqui a pouco dá um insight, um estalo, e um deles apresenta uma saída e o professor, “bom vamos tentar experimentar esse caminho, quem sabe alguns testam e veja se isso aí pode ser um caminho ou não” o importante é isso, não é destacar o erro, principalmente avaliar o erro.	Sobre como o professor proceder com o erro do estudante (MR)	A forma como o Professor deve porta-se frente ao erro do estudante	Papel do Professor na Pesquisa

Ex21	<p>A etapa da comunicação que é quando os estudantes vão apresentar para os seus colegas, os professores, em um debate o seu problema e as respostas que ele chegou, e aí o professor vai colocando para os estudantes: “e aí, o que vocês acham tá correto? é isso mesmo? tem lógica?” para fazer os estudantes pensarem juntos, se daqui a pouco todos estão de acordo e o professor acha que é aquilo mesmo, então ele vai dizer “é isso aí mesmo, então esse é o caminho” aí o professor pode fazer um fechamento, pode fazer uma síntese, agora se tiver algo que não está correto ele tem que trabalhar isso com os estudantes, mostrar para eles, “vamos lá quem tem outra resposta para isso? quem poderia apresentar um outro argumento?” e pronto até que alguém vai surgir alguma ideia, ou se não surgir nenhuma ideia, então o professor em uma posição difícil, complexa, em que o professor tem que entrar, ele tem que intervir.</p>	<p>Procedimentos na etapa da comunicação (MR)</p>	<p>Terceira etapa da Pesquisa em sala de aula</p>	<p>Etapas da Pesquisa</p>
Ex22	<p>Então ele tem que entrar e dizer: “olha isso aqui é assim, assim, assim, ... e tal” e depois coloca lá um exemplo, um exercício para eles fazerem e ver se eles se entenderam.</p>	<p>Sobre uma possível intervenção direta do professor (MR)</p>	<p>Intervenção do Professor no processo</p>	<p>Papel do Professor na Pesquisa</p>
Ex23	<p>A comunicação ela tem esse papel de divulgar a resposta que o sujeito chegou ao problema, a situação problema que ele investigou, mas também tem o papel de validar esse conhecimento como verdade, porque se todos ali estão de acordo, se o professor diz muito bem é isso mesmo, então eles estão ajudando esse estudante a validar aquilo como uma verdade. Então todos estão aprovando como em uma comunidade científica, na comunidade científica é assim: partem dos problemas, problemas sociais, problemas científicos e depois se busca soluções para os problemas e depois se valida isso na comunidade para ver se tem para ver se está</p>	<p>A comunicação para validação do conhecimento produzido (MR)</p>	<p>Terceira etapa da Pesquisa em sala de aula</p>	<p>Etapas da Pesquisa</p>

	certo, se não está certo, isso a gente viu muito na pandemia todo mundo querendo saber o que é o vírus, como é que ele funciona, como é que ele não funciona, um vem com uma ideia outro vem com outra, daqui a pouco um vai lá e questiona não é isso, e por aí vai.			
Ex24	O produto na verdade é a aprendizagem do estudante esse que é o produto, agora o estudante pode expressar esse produto, manifestar esse produto de várias formas: pela escrita, por textos escritos, por cartazes, fazer um pequeno vídeo, tem produtos que o estudante pode expressar até na parte da comunicação para ele apresentar para os colegas as respostas ao problema, aí no fundo em tudo isso aí está a aprendizagem, porque ele só vai ser capaz de fazer um pequeno vídeo do próprio celular, que hoje é uma barbada fazer isso, ou ele vai fazer um cartaz, ou ele vai fazer um PowerPoint, ou ele vai fazer um texto, uma produção escrita, uma produção textual, ele só vai ser capaz de fazer isso corretamente, adequadamente se ele aprendeu algo com esse processo.	A concepção do produto produzido pelo estudante para o autor (MR)	Conceito de Modelo e Produção autoral	O Modelo em uma Produção autoral
Ex25	A avaliação na Pesquisa ela se dá a partir do processo todo que foi vivenciado e das produções seja isso que eu falei, ou um texto escrito, ou um vídeo, um <i>PowerPoint</i> , enfim são as produções dos alunos, textos, cartaz, enfim várias formas de manifestar, explicitar, de apresentar a resposta ao problema, quer dizer, o que ele aprendeu nesse processo.	A avaliação do estudante por meio de sua produção (MR)	A forma como o professor deve avaliar os estudantes na Pesquisa em sala de aula	Papel do Professor na Pesquisa
Ex26	A prova ela é um procedimento de avaliação, de medida na verdade, não é nem de avaliação, ela é um procedimento de medida do conhecimento do sujeito que depois o professor vai fazer avaliação analisando essas medidas, mas a prova tem muitos	Concepção de prova para o autor (MR)	A forma como o professor deve avaliar os estudantes na Pesquisa em sala de aula.	Papel do Professor na Pesquisa

	problemas, muitas dificuldades, fragilidades, ainda depende de ser bem feita ou mal feita, depende se a pergunta é bem elaborada, depende se o professor fez uma prova representativa do que ele trabalhou ou se ele pegou uma parte, então tem muito problemas à prova.			
Ex27	Se eu trabalho com Pesquisa eu tenho que avaliar o crescimento do estudante a partir dele mesmo por meio desses procedimentos, por meio das produções dos estudantes.	A avaliação processual do estudante na Pesquisa em sala de aula (MR)	A forma como o professor deve avaliar os estudantes na Pesquisa em sala de aula	Papel do Professor na Pesquisa
Ex28	É ..., tem que ver o que se entende por modelo, porque o modelo... ali não é necessariamente um modelo, ele pode ser um modelo depende do que está investigando... - E qual a diferença para o senhor ali da produção dele para um modelo? - Não, é que um modelo para mim parece que você está querendo chegar na ideia de uma modelagem, mas eu só vou ter um modelo quando eu estiver trabalhando com o processo de modelagem. Vamos supor, vou dar um exemplo para tentar entender, estou trabalhando por exemplo, em Ciências a energia elétrica, vamos supor que um aluno faça uma pergunta, “ah, como é que se calcula... como é que se chega no valor da energia elétrica? como se chega no valor que a gente paga na conta de luz?” aí então o professor pode pedir para eles trazerem contas de luz e aí eles vão olhar ali como é que foi calculado, quais são os elementos que entram, quais são os percentuais e no final o aluno pode apresentar uma fórmula, ele pode apresentar uma fórmula matemática por exemplo, pode até testar essa fórmula, porque pode ser que o aluno venha de uma cidade o outro aluno vem de outra pode ser que a companhia seja até diferente, aí será que o modelo é o mesmo? aí eles podem comparar	Ideias de modelo apresentadas pelo autor (MR)	Conceito de modelo	O Modelo em uma Produção autoral

	<p>modelos e tal, aí sim seria uma ideia de modelo, outro tipo de modelo que eu poderia trazer, vamos supor, um aluno quer fazer um trabalho de maquete por exemplo, trabalhar com a questão de moléculas, montar modelos de moléculas, então tem um conteúdo que é extremamente abstrato, porque o objeto de estudo é do campo sub- microscópico que ninguém enxerga, ninguém vê, ninguém consegue... então para a gente poder entender a gente teria que construir algo concreto a partir do pensamento abstrato. Então o fato dele montar moléculas, e ver como é que são os ângulos e tal, isso é uma forma de modelo também pensando no ponto de vista químico, então aí sim nesse campo é um modelo.</p>			
Ex29	<p>O conhecimento sobre ácidos e bases vamos supor, depende se ele está fazendo um experimento em que ele quer saber se os alimentos... que os alimentos são ácidos e que alimentos são bases? ele vai fazer vários testes com papéis indicadores e ver quem é ácido e quem é base, então ele pode fazer um conjunto, uma tabela com todos... é não deixa de ser modelo também, não deixa de ser um modelo, é um outro tipo de modelo. Agora se a gente for longe daqui a pouco todo o conhecimento do sujeito é um modelo, é uma modelação de algo, a gente tem que cuidar, eu não sei se eu não parei para pensar sobre isso, na verdade eu estou aqui conversando contigo e isso é uma discussão interessante, Será que todo conhecimento que eu chego... porque o conhecimento no fundo é uma abstração sobre algo, Será que todo conhecimento é um modelo? é uma modelação da realidade? pode ser.</p>	<p>Questionamento do autor sobre uma produção de Pesquisa ser um modelo (MR)</p>	<p>Conceito de Modelo e Produção autoral</p>	<p>O Modelo em uma Produção autoral</p>
Ex30	<p>Eu acho que faz sentido, pode fazer sentido teria que testar isso em todos os tipos de conhecimento para ver se tem algum tipo de conhecimento...</p>	<p>A concepção de modelo e produção do estudante ter validade em outras áreas do</p>	<p>Conceito de Modelo e Produção autoral</p>	<p>O Modelo em uma Produção autoral</p>

	porque para chamar isso de modelo tem que definir o que é um modelo.	conhecimento além da Matemática (MR)		
Ex31	<p>A Pesquisa na internet é um tipo de pesquisa que é uma pesquisa bibliográfica, porque tu está buscando o conhecimento, os saberes que estão escritos, então isso poderia estar no livro, poderia está em uma enciclopédia e poderia estar na internet, então isso é uma pesquisa bibliográfica. Mas nem toda pesquisa que a gente faz ela é bibliográfica, nem toda, é como eu disse se ele faz uma pesquisa, ele faz um experimento e que testa e chega a conclusões, isso não é uma pesquisa bibliográfica isso é uma pesquisa de caráter experimental. Então eu vejo que... o que é uma pesquisa no fundo? pesquisar é tu ter uma pergunta e sair em busca de respostas, isso é pesquisa, agora um dos modos de fazer isso é procurar na internet, outro modo fazer isso é entrevistar pessoas. Eu lembro que uma orientada minha ela trabalhou com os alunos a Pesquisa em sala de aula e ela estava trabalhando alimentos, e tinha várias perguntas sobre alimentos, sobre veganismo, os alimentos veganos, alimentos macrobióticos, alimentos vegetarianos, e ela não sabia nada disso, ela não estudou isso, mas tinha uma loja na cidade que ela trabalhava que trabalhava com esses produtos e ela foi lá conversar com a pessoa e a pessoa era especialista nisso, então ela convidou essa pessoa para dar uma palestra na sala de aula e a pessoa deu uma baita palestra e aquilo ali ajudou os alunos a responderem as suas perguntas sobre todas essas questões: o que é vegano? o que não é? Eles poderiam ter ido na internet e achar a resposta também, mas isso aí não foi uma pesquisa bibliográfica de buscar respostas, mas foi trazendo alguém que é especialista para falar sobre isso. Então</p>	Sobre a diferença entre fazer Pesquisa e buscar na internet na concepção do autor (MR)	A diferença entre buscar dados e fazer pesquisa	Etapas da Pesquisa

	eu penso que a internet... esse é um problema porque a maior parte das pessoas acham que “ah ela vai pesquisar, então ela vai na internet” como se pesquisar fosse ir a internet, pesquisar não é isso pesquisar para mim é buscar perguntas, fazer os questionamentos e construir argumentos buscando respostas de várias formas diferentes e comunicar para divulgar e validar os seus resultados e com isso então aprender uma série de questões, isso sim para mim é fazer Pesquisa.			
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--

Fonte: elaborado pelo autor(2023).

APÊNDICE J: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Nós, Dra. Isabel Cristina Machado de Lara e Ms. Jefferson Dantas de Oliveira, responsáveis pela pesquisa *MODELAGEM MATEMÁTICA E A PESQUISA COMO PRINCÍPIO EDUCATIVO: UMA ANÁLISE DE SUAS CONFLUÊNCIAS*, estamos fazendo um convite para você participar como voluntário deste estudo.

Esta pesquisa pretende categorizar as articulações entre o método de pesquisa e ensino Modelagem Matemática e a postura de ensino pautada na Pesquisa como princípio educativo na Educação Básica. Acreditamos que ela seja importante porque visa com os resultados apresentados na tese apresentar subsídios teóricos que possibilitem aos professores da Educação Básica, em particular os de Matemática, adotarem métodos de ensino com viés na pesquisa em sua prática docente oportunizando ao estudante o protagonismo em seu processo de aprendizagem desenvolvendo o senso crítico e a autonomia do pensamento.

Para tanto, realizaremos uma entrevista com você utilizando a plataforma que considerares mais acessível e no horário que tiveres disponibilidade agendando com, pelo menos quinze dias de antecedência. Em caso de algum imprevisto, este horário poderá ser reagendado. Vale sublinhar que a entrevista será gravada para que seja possível, posteriormente, transcrevê-la uma vez que constituirá o *corpus* de análise da pesquisa. Em relação à gravação, é importante destacar que tanto sua imagem quanto sua voz serão gravadas, porém em nenhum momento essa voz ou imagem serão divulgadas, interessa apenas sua voz para a futura transcrição. Você poderá ter acesso à transcrição de sua entrevista, caso julgue necessário. Além disso, você poderá optar se prefere deixar sua câmera aberta ou não.

Sua participação constará de forma voluntária. Em relação aos riscos, eles são mínimos. Contudo, é possível que ocorram às seguintes situações: falha na conexão, necessitando que um novo horário seja marcado; desconforto com alguma pergunta feita, caso aconteça, o entrevistado tem a total liberdade de não responder e solicitar a continuação ou encerramento da entrevista.

Os benefícios que esperamos do estudo são constituir um *corpus* de análise robusto em conteúdo teórico que possibilite uma análise textual com qualidade argumentativa, cujo produto teórico alcance os objetivos supracitados.

Durante todo o período da pesquisa você tem o direito de esclarecer qualquer dúvida ou pedir qualquer informação sobre o estudo, bastando para isso entrar em contato, com a pesquisadora responsável Dra. Isabel Cristina Machado de Lara no telefone (51) 96722970. Em caso de algum problema relacionado com a pesquisa você terá direito à assistência gratuita que será prestada pelo investigador, Jefferson Dantas de Oliveira, no telefone (51) 984916797.

As informações desta pesquisa serão divulgadas em eventos ou publicações científicas, que ocorrerão em decorrência da Tese e de futuras publicações, havendo a identificação de todos os participantes. Portanto, o seu nome será mencionado e divulgado na tese e demais publicações científicas associado às respostas dadas durante a entrevista.

Você tem garantido o seu direito de não aceitar participar ou de retirar sua permissão, sem nenhum tipo de prejuízo ou retaliação pela sua decisão. Contudo, reforçamos que sua participação é fundamental para a qualidade dos resultados desta pesquisa. Caso opte por retirar seu consentimento, solicitamos que isso ocorra com uma antecedência de, pelo menos, seis meses antes da defesa de Tese de Doutorado, previsto para março de 2023, para que o investigador consiga reorganizar seu *corpus* de análise.

Caso você tenha qualquer dúvida quanto aos seus direitos como participante de pesquisa, entre em contato com Comitê de Ética em Pesquisa da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (CEP-PUCRS) em (51) 33203345, Av. Ipiranga, 6681/prédio 50, sala 703, CEP: 90619-900, Bairro Partenon, Porto Alegre – RS, e-mail: cep@pucrs.br, de segunda à sexta-feira, das 8h às 12h e das 13h30 às 17h. O Comitê de Ética é um órgão independente constituído de profissionais das diferentes áreas do conhecimento e membros da comunidade. Sua responsabilidade é garantir a proteção dos direitos, a segurança e o bem-estar dos participantes por meio da revisão e da aprovação do estudo, entre outras ações.

Ao assinar este termo de consentimento, você não abre mão de nenhum direito legal que teria de outra forma.

Não assine este termo de consentimento a menos que tenha tido a oportunidade de fazer perguntas e tenha recebido respostas satisfatórias para todas as suas dúvidas.

Se você concordar em participar deste estudo, você rubricará todas as páginas e assinará e datará duas vias originais deste termo de consentimento. Ao assinar e rubricar todas as páginas deste documento, você de forma voluntária e esclarecida, nos autoriza a utilizar todas as informações que constam na transcrição da entrevista, para finalidade de pesquisa e realização deste estudo. Você receberá uma das vias para seus registros e a outra será arquivada pelo investigador.

Eu, _____, após a leitura deste documento e de ter tido a oportunidade de conversar com a pesquisadora responsável, para esclarecer todas as minhas dúvidas, acredito estar suficientemente informado(a), ficando explícito para mim que minha participação é voluntária e que posso retirar este consentimento no prazo mencionado acima sem penalidades ou perda de qualquer benefício. Além disso, estou ciente dos objetivos da pesquisa, dos procedimentos aos quais serei submetido(a), dos possíveis danos ou riscos deles provenientes e da garantia de confidencialidade e esclarecimentos sempre que desejar.

Diante do exposto expresse minha concordância de espontânea vontade em participar deste estudo, autorizando o uso, compartilhamento e publicação dos meus dados e informações de natureza pessoal para essa finalidade específica.

Assinatura do(a) participante da pesquisa

Assinatura de uma testemunha

Declaração do profissional que obteve o consentimento

Expliquei integralmente este estudo ao(à) participante. Na minha opinião e na opinião do(a) participante, houve acesso suficiente às informações, incluindo riscos e benefícios, para que uma decisão consciente seja tomada.

Porto Alegre, 19 de Outubro de 2021.

Assinatura da pesquisadora responsável

Assinatura do investigador

APÊNDICE K: PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE
CATÓLICA DO RIO GRANDE
DO SUL - PUC/RS



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: MODELAGEM MATEMÁTICA E A PESQUISA COMO PRINCÍPIO EDUCATIVO: UMA ANÁLISE DE SUAS CONFLUÊNCIAS

Pesquisador: Isabel Cristina Machado de Lara

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 51771321.7.0000.5336

Instituição Proponente: UNIAO BRASILEIRA DE EDUCACAO E ASSISTENCIA

Patrocinador Principal: FUND COORD DE APERFEICAMENTO DE PESSOAL DE NIVEL SUP

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 4.989.256

Apresentação do Projeto:

As informações elencadas nos campos "Apresentação do Projeto", "Objetivo da Pesquisa" e "Avaliação dos Riscos e Benefícios" foram retiradas do arquivo Informações Básicas da Pesquisa (PE_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1818677.pdf, de 15/09/2021) e/ou do Projeto Detalhado (Projeto.pdf, de 09/09/2021).

Objetivo da Pesquisa:

Esta pesquisa pretende categorizar as articulações entre o método de pesquisa e ensino Modelagem Matemática e a postura de ensino pautada na Pesquisa como princípio educativo na Educação Básica.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Em relação aos riscos, eles são mínimos. Contudo, é possível que ocorram as seguintes situações: falha na conexão, necessitando que um novo horário seja marcado; desconforto com alguma pergunta feita, caso aconteça, o entrevistado tem a total liberdade de não responder e solicitar a |

Endereço: Av. Ipiranga, 6681, prédio 58, sala 709
Bairro: Panamón
UF: RS Município: PORTO ALEGRE CEP: 91.619-900
Telefone: (51)3320-3345 Fax: (51)3320-3345 E-mail: cep@puors.br

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE
CATÓLICA DO RIO GRANDE
DO SUL - PUC/RS



Continuação do Parecer: 4.908.028

continuação ou encerramento da entrevista.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Trata-se de um estudo do tipo bibliográfico-descritivo. Participarão dessa pesquisa oito pesquisadores, sendo quatro da área da Modelagem Matemática e quatro da Pesquisa como Princípio Educativo. Serão coletados dados das entrevistas realizadas com esses pesquisadores, cujas as respostas serão analisadas por meio do método de análise da Análise Textual Discursiva.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Todos foram apresentados e estão adequados.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Não há pendências.

Considerações Finais a critério do CEP:

Diante do exposto, o CEP-PUCRS, de acordo com suas atribuições definidas na Resolução CNS nº 466 de 2012, Resolução nº 510 de 2016 e a Norma Operacional nº 001 de 2013 do CNS, manifesta-se pela aprovação do projeto de pesquisa MODELAGEM MATEMÁTICA E A PESQUISA COMO PRINCÍPIO EDUCATIVO: UMA ANÁLISE DE SUAS CONFLUÊNCIAS proposto pela pesquisadora Isabel Cristina Machado de Lara com número de CAAE 51771321.7.0000.5336.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	FE_INFORMACOES_BASICAS_DOU_P HOLME:RU_18188777.par	17/09/2021 13:44:26		Aceito
Outros	Carta_de_resposta_a_pendencias.docx	17/09/2021 13:43:08	Jefferson Denias de Oliveira	Aceito
Outros	Carta_de_resposta_a_pendencias.par	17/09/2021 13:42:15	Jefferson Denias de Oliveira	Aceito
TICLÉ / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TICLE_aterracoes.par	17/09/2021 13:40:16	Jefferson Denias de Oliveira	Aceito
Outros	CartaPendencia_EspcdaPeticionaria.par	15/09/2021 09:31:22	Denise Cantarelli Machado	Aceito
Outros	Linkdocbates.docx	15/09/2021 09:31:03	Denise Cantarelli Machado	Aceito
Fórmula de Risco	Forma_de_Risco.par	08/09/2021 17:59:40	Jefferson Denias de Oliveira	Aceito
Outros	Carta_de_Apresentacao_Encaminham	08/09/2021	Jefferson Denias de	Aceito

Endereço: Av. Itália, 300, grtulo 55, sala 709
Bairro: Panapan CEP: 96.210-900
UF: RS Município: PORTO ALEGRE
Telefone: (51)3000-3345 Fax: (51)3000-3345 E-mail: cep@pucrs.br

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE
CATÓLICA DO RIO GRANDE
DO SUL - PUC/RS



Continuação do Parecer: 4.968.328

Outros	ento.pdf	17:38:32	Oliveira	Aceita
Orçamento	Orçamento.par	09/09/2021 17:32:02	Jeremson Dentiss de Oliveira	Aceita
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto.par	09/09/2021 14:17:48	Jeremson Dentiss de Oliveira	Aceita
Outros	Documento_Curriculo_do_Projeto_de_Pesquisa.pdf	09/09/2021 14:15:51	Jeremson Dentiss de Oliveira	Aceita
TTCCE / Termo de Assentimento / Justificativa de Ausência	TTCCE_.par	09/09/2021 14:14:25	Jeremson Dentiss de Oliveira	Aceita
Cronograma	Cronograma_de_Pesquisa.par	09/09/2021 14:10:31	Jeremson Dentiss de Oliveira	Aceita

Situação do Parecer:

Aprovada

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

PORTO ALEGRE, 21 de Setembro de 2021

Assinado por:

Paulo Vinícius Sportleder de Souza
(Coordenador(a))

Endereço: Av. Itália, 300, Grúpo 55, sala 709
Bairro: Panamby CEP: 91.016-800
UF: RS Município: PORTO ALEGRE
Telefone: (51)3020-3345 Fax: (51)3020-3345 E-mail: oco@pucrs.br