

PUCRS

ESCOLA DE CIÊNCIAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA  
DOUTORADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

JERONIMO BECKER FLORES

**MONITORIA DE CÁLCULO E PROCESSO DE APRENDIZAGEM: PERSPECTIVAS À  
LUZ DA SOCIOINTERATIVIDADE E DA TEORIA DOS TRÊS MUNDOS DA MATEMÁTICA**

Porto Alegre  
2018

PÓS-GRADUAÇÃO - *STRICTO SENSU*



Pontifícia Universidade Católica  
do Rio Grande do Sul

JERONIMO BECKER FLORES

MONITORIA DE CÁLCULO E PROCESSO DE APRENDIZAGEM:  
PERSPECTIVAS À LUZ DA SOCIOINTERATIVIDADE E DA TEORIA DOS  
TRÊS MUNDOS DA MATEMÁTICA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de doutor em Educação em Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Valdevez Marina do Rosário Lima

Co-orientadora: Prof. Dra. Thaísa Jacintho Müller

Porto Alegre

2018

## Ficha Catalográfica

F634m Flores, Jeronimo Becker

Monitoria de cálculo e processo de aprendizagem : perspectivas à luz da sociointeratividade e da teoria dos três mundos da Matemática / Jeronimo Becker Flores . – 2018.

226 f.

Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, PUCRS.

Orientadora: Profa. Dra. Valderez Marina do Rosário Lima.

Co-orientadora: Profa. Dra. Thaísa Jacintho Müller.

1. Monitoria de Cálculo. 2. Ensino e Aprendizagem. 3. Três Mundos da Matemática. 4. Sociointeratividade. I. Lima, Valderez Marina do Rosário. II. Müller, Thaísa Jacintho. III. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da PUCRS  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).  
Bibliotecária responsável: Salete Maria Sartori CRB-10/1363

JERONIMO BECKER FLORES

**"MONITORIA DE CÁLCULO E PROCESSO DE APRENDIZAGEM:  
PERSPECTIVAS À LUZ DA SÓCIO-INTERATIVIDADE E DA TEORIA  
DO TRÊS MUNDOS DA MATEMÁTICA"**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Doutor em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovada em 11 de outubro de 2018, pela Banca Examinadora.



---

Dra. Valdez Marina do Rosário Lima (Orientadora- PUCRS)



---

Dra. Marilaine de Fraga Sant'ana (UFRGS)



---

Dra. Isolda Gianni de Lima (UCS)



---

Dr. Lori Viali (PUCRS)

## DEDICATÓRIA

Dedico esta tese à minha mãe.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço ao pai maior pela oportunidade de chegar até aqui, a todas as forças do universo que possibilitaram o meu caminhar.

À minha esposa Patrícia, pelo apoio incondicional e pela compreensão de minhas ausências e minhas angústias.

A meu filho João Miguel, concebido e nascido durante o processo de doutorado, que adora estudar com o papai.

A meu irmão Jeremias, apoio nos momentos difíceis.

Ao meu pai Jorge, por todos os ensinamentos.

À minha mãe Leonilda, eu sei que você sempre esteve comigo, e sempre estará. Com você aprendi a ser uma pessoa melhor.

À minha orientadora Valderez Marina do Rosário Lima, modelo de pesquisadora e referência a ser seguida, pelo apoio, carinho e sobretudo confiança dedicada e por apostar na minha autonomia.

À minha coorientadora Thaísa Jacintho Müller, pelo apoio, exemplo e retornos rápidos, sempre agregadores.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Educação da PUCRS, aqui eu me tornei um pesquisador de verdade.

Aos professores Lori Viali, Isolda Giani de Lima e Marilaine Fraga Sant'Ana pela sua disponibilidade e pelas contribuições valiosas que enriqueceram esta tese.

A todos os estudantes que passaram pelas minhas salas de aula durante a minha vida. Vocês me levaram a pesquisar o ensino de Matemática.

A todos os professores que sonham com uma Educação melhor e mais igualitária.

A todos os gigantes, que me sustentaram em seus ombros, fazendo, assim, com que eu pudesse enxergar um pouco mais longe.

## RESUMO

Nesta tese, buscamos compreensões relacionadas à aprendizagem de Cálculo no contexto das monitorias, a partir de dois eixos teóricos: a sociointeratividade de Vygotsky e a teoria dos três mundos da Matemática de David Tall. Nessa busca, desenvolvemos uma investigação com uma abordagem qualitativa, do tipo estudo de caso, cujo *corpus* foi analisado a partir da perspectiva metodológica da Análise Textual Discursiva (ATD). A tese defendida é *as monitorias de Cálculo podem colaborar significativamente para a aprendizagem de Matemática se a proposta pedagógica desenvolvida for orientada pela teoria dos Três Mundos da Matemática e fundamentada nas relações sociais estabelecidas entre os pares*. Na busca por esses entendimentos, realizamos um estudo em Instituições de Ensino Superior (IES) do Rio Grande do Sul, composto por duas fases. Na Fase 1, estabelecemos contato com IES gaúchas que realizam cursos com a disciplina de Cálculo e buscam qualificar a aprendizagem a partir da monitoria. A IES mais representativa em relação a indícios da presença de movimentos interativos e da teoria dos três mundos da Matemática, participou da Fase 2, que foi um retorno ao campo de pesquisa, no qual dedicamos um olhar mais específico para o caso. Foram entrevistados os professores responsáveis e os monitores. Dentre os resultados obtidos, destacamos a relação social entre os sujeitos como um fator significativo para a aprendizagem de Cálculo. O trabalho em equipe se constitui em uma possibilidade viável para que isso ocorra, havendo a necessidade de que a instituição organize a monitoria de forma a possibilitar esse tipo de ação. Também identificamos que a proximidade entre monitor e estudante fomenta um ambiente livre de tensões, em que a comunicação ocorre de maneira facilitada em função de uma linguagem mais próxima, aumentando as chances de construção do conhecimento matemático. Outra constatação foi o fato de a monitoria ser um ambiente de formação para o futuro professor, incentivando a docência para estudantes que não cursam licenciatura e para aqueles que a cursam, promovendo articulação entre teorias de aprendizagem vistas em aula com situações práticas. A relevância de analisarmos os erros que os estudantes cometem e a necessidade do mapeamento dos *já-encontrados* para o traçar de ações educacionais foi outra constatação. Além disso, percebemos que os recursos tecnológicos digitais podem se constituir em aliados do monitor, favorecendo o percurso pelos três mundos em função das possibilidades de manipulação, visualização e exploração, sendo necessário o seu uso em consonância com práticas pedagógicas voltadas à autonomia e à criticidade.

**Palavras-chave:** Monitoria de Cálculo. Ensino e Aprendizagem de Cálculo. Três Mundos da Matemática. Sociointeratividade.



## ABSTRACT

In this doctoral thesis we seek for an understanding of how learning Calculus takes place in a context with instructors assisting professors, from two theoretical axes: Vygotsky's social interactivity and David Tall's three worlds of Mathematics. The investigation was carried out with a qualitative approach, as a case study, and the corpus was analyzed from the methodological perspective of Discourse Textual Analysis. The thesis we support here is that *the tutoring Calculus's can make a significant contribution for the learning of the Mathematics if the pedagogical proposal is guided by the theory of Three Worlds of Mathematics and supported in social relationships established between the peers*. In that search, a study was carried out in 2 phases at Higher Education Institutions in the state of Rio Grande do Sul. On phase 1, we contacted the institutions in the state that have Calculus as a subject in their programs and who have instructors to assist professors and qualify learning. The most representative institution regarding the presence of interactive movements and of the theory of 3 worlds of Mathematics, participated in Phase 2, which was a return to the research field, and where we could dedicate a more specific look to the case. Professors and their instructors were interviewed. From the results obtained, we highlight the social relationship among subjects as a significant factor in learning Calculus. Team work can contribute for that to occur and the institution has to organize instructors' activity so as to make that action possible. We also identified that proximity between the instructor and the student can provide a tension-free environment, where communication takes place easily with a closer language, enhancing chances of building mathematical knowledge. Another finding was the fact that acting as an instructor can contribute to form a future teacher, incentivating students who are not in a teaching major and promoting articulation between learning theories discussed in classes with practical situations for those in a teaching major. The relevance of analyzing the mistakes students make and the need of mapping *what has already been found* to trace educational actions is another finding. In addition to that, we realize that digital technological resources can be allies for the instructor, favoring the path through the three worlds due to the possibilities of manipulating, visualizing and exploring, and their use is necessary in line with pedagogical practices aiming at autonomy and criticism.

**Keywords:** Calculus's tutoring. Teaching and learning Calculus. Three worlds of Mathematics. Social interactivity.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Quadrado com uma unidade de lado .....	28
Figura 2 – O método de Fermat para a reta tangente.....	29
Figura 3 – Gráfico de uma função .....	43
Figura 4 – Teoria dos Três Mundos da Matemática .....	54
Figura 5 – Esquema mental para a propriedade distributiva .....	55
Figura 6 – Exemplos de elementos dos Três mundos.....	59
Figura 7– Síntese da categoria .....	171
Figura 8 – Interface do site utilizado pela monitoria .....	177
Figura 9 – OA sobre limites.....	184
Figura 10 – Síntese da categoria.....	191
Figura 11 – Síntese da categoria.....	208

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Aspectos de proximidade entre Vygotsky e Tall .....	69
Quadro 2 – Aspectos de complementariedade entre as teorias.....	74
Quadro 3 – Códigos utilizados na pesquisa .....	100
Quadro 4 – Fases da pesquisa .....	102
Quadro 5 – IES, número de sujeitos e modalidade.....	103
Quadro 6 – Categorias a priori.....	109
Quadro 7– Categorias da Fase 2 .....	110
Quadro 8 – Referências ao controle de presença.....	157
Quadro 9 – Falas sobre a estrutura física.....	166
Quadro 10 – Falas de PROF2c sobre interatividade.....	185
Quadro 11 – Construção necessária.....	200
Quadro 12 – Falas sobre conhecimentos prévios .....	201
Quadro 13 – Aproximações teóricas e elementos do empírico .....	209

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ATD – Análise Textual Discursiva

AVA – Ambiente Virtual de Aprendizagem

C – Coordenador

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

EAD – Educação a Distância

EJA – Educação de Jovens e Adultos

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

F – Fala

IES – Instituição de Ensino Superior

IFES – Institutos Federais de Educação

M – Monitor

OA – Objeto de Aprendizagem

PROFD – Professor da Disciplina

PROFM – Professor Monitor

ProUni – Programa Universidade para Todos

TD – Tecnologias Digitais

UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina

USP – Universidade de São Paulo

ZDP – Zona de Desenvolvimento Proximal

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	14
2. CONTEXTOS DA PESQUISA.....	19
2.1 Ensino Superior .....	19
2.2 Ensino e aprendizagem de Matemática .....	23
2.3 Breves considerações sobre a história do Cálculo.....	26
2.4 Considerações sobre o ensino e a aprendizagem de Cálculo.....	32
2.5 Alternativas para qualificação do ensino e da aprendizagem de Cálculo.....	39
2.6 Monitoria: histórico e perspectivas.....	44
2.7 Monitoria e a formação do professor.....	50
3. MARCOS TEÓRICOS DA PESQUISA.....	53
3.1 Os três mundos da Matemática.....	53
3.1.1 Cálculo à luz da teoria dos Três Mundos da Matemática.....	59
3.2 Aspectos sociointerativos .....	64
3.3 Aspectos de proximidade entre a teoria dos Três Mundos da Matemática e a teoria de Vygotsky 68	
4. PASSOS QUE JÁ FORAM DADOS: O ESTADO DO CONHECIMENTO .....	76
4.1 Conteúdos: a quadra limite-continuidade-derivada-integral .....	76
4.2 Ensino e aprendizagem.....	79
4.3 Abordagens alternativas .....	82
4.4 Monitoria .....	86
4.5 Inovações deste trabalho em relação aos que foram apresentados .....	88
5. ASPECTOS METODOLÓGICOS .....	90
5.1 Aspectos gerais da pesquisa .....	90
5.2 Abordagem da investigação: pesquisa qualitativa.....	91
5.3 Tipo de pesquisa: Estudo de caso .....	95
5.4 Escolha dos sujeitos e procedimentos de construção do <i>corpus</i> de pesquisa.....	98
5.5 Caracterização das IES envolvidas.....	103
5.6 Método de análise – Análise textual discursiva.....	106

6. ANÁLISE DA PRIMEIRA FASE DA PESQUISA.....	111
6.1 Ações sociointerativas .....	111
6.1.1 Trabalho em equipe e suas possibilidades .....	111
6.1.2 Relações sociais entre os pares .....	120
6.1.3 Incentivo à docência na monitoria.....	131
6.2 Presenças da teoria dos Três Mundos da Matemática.....	136
6.2.1 Análise de erros e conceitos <i>a-encontrar</i> .....	137
6.2.2 Tecnologias digitais e Três Mundos da Matemática .....	142
6.2.3 Conceitos equivocados estabelecidos na <i>imagem de conceito</i> .....	150
7. ANÁLISE DA SEGUNDA FASE DA PESQUISA.....	154
7.1 Elementos da sociointeratividade .....	155
7.1.1 Procura pela monitoria e sociointeratividade .....	156
7.1.2 Interatividade e aprendizagem.....	164
7.1.3 Considerações sobre ideias centrais da categoria .....	169
7.2 Elementos da Teoria dos Três Mundos da Matemática.....	172
7.2.1 Objetos de aprendizagem e três mundos da Matemática.....	173
7.2.2 Concepções subjacentes aos objetos de aprendizagem .....	181
7.2.3 Considerações sobre ideias centrais desta categoria.....	189
7.3 Elementos convergentes entre as teorias .....	191
7.3.1 Usos da linguagem .....	192
7.3.2 Uso dos símbolos.....	199
7.3.3 Estágios mentais do sujeito .....	199
7.3.4 Considerações sobre ideias centrais da categoria .....	207
CONSIDERAÇÕES PARA FUTUROS DEBATES .....	211
REFERÊNCIAS .....	215
OBRAS CONSULTADAS .....	222

## 1. INTRODUÇÃO

No início dos anos 2000, eu ingressava em um curso de Licenciatura em Matemática com muitas incertezas e aflições, tanto profissionais quanto pessoais. Quis o destino que a docência ingressasse muito cedo em minha vida, já no terceiro semestre do curso. Durante o dia, eu lecionava na rede pública com regime de contrato emergencial e, à noite, me dedicava à graduação e às atividades acadêmicas.

No meio dessa conjuntura, estava a monitoria, na qual eu era monitor de Cálculo I para colegas da Matemática e da disciplina de Matemática Elementar I para discentes de Administração de Empresas. Busquei a monitoria como uma possibilidade de complementar meus rendimentos e não imaginava a dimensão que isso tomaria em minha vida acadêmica. Já naquela época causava-me estranheza o fato de poucas pessoas, às vezes ninguém, procurarem a monitoria.

As falas na sala de aula e nos corredores traziam indícios da existência de dificuldades e desempenho insatisfatório, e a reprovação era uma realidade, algo até esperado por muitos. Mesmo assim, a sala da monitoria permanecia vazia, fato esse incompreendido por mim.

Posteriormente, atuei como tutor de um curso de Licenciatura em Matemática a distância. Novamente, evidências empíricas davam sinais do pouco uso das estruturas de apoio fornecidas pela instituição. Mesmo com recomendações dos professores e tutores, com baixas notas e elevado número de reprovações, o cenário permanecia o mesmo, ou seja, a monitoria não era utilizada. Esse fato se evidenciou mais nas disciplinas de Cálculo, pois nelas o mau desempenho e o “medo” pareciam ser ainda maiores.

Passadas quase duas décadas dessas primeiras experiências, me constituí enquanto professor de diversas disciplinas em cursos de Engenharia, dentre elas Cálculo Zero, Cálculo I e Cálculo II. Mesmo tendo passado todo esse tempo, ainda é fato o não aproveitamento das atividades de monitoria, apesar da permanência das baixas notas, da reprovação e da evasão.

Essas e tantas outras experiências levaram-me a não ser ingênuo a ponto de crer que esta pesquisa teve início com um processo seletivo para um curso de doutorado. Suas raízes são antigas e profundas, remontando às experiências enquanto estudante, monitor, tutor e professor de Matemática. Também contribuem para esta pesquisa outras vivências, alheias ao âmbito escolar, enquanto sujeito e cidadão imerso em um contexto de cultura digital, bem como as leituras que me trouxeram o alicerce teórico necessário para a esta proposta. Toda essa conjuntura foi gradativamente constituindo bases teóricas e epistemológicas para o presente texto.

As palavras aqui descritas não são falas isoladas, mas a síntese de ideias e do conjunto de pessoas que, de uma forma ou de outra, estabeleceram uma relação social comigo, levando-me à construção dessa proposta. Vygotsky falava que, por intermédio dos outros, nos tornamos nós mesmos. Por isso, a partir do próximo parágrafo, permito-me escrever na primeira pessoa do plural, trazendo ao texto todos os participantes, diretos e indiretos deste processo.

Todo esse apanhado nos trouxe até o presente momento, composto por uma série de indagações convergindo para o mesmo fim: a compreensão de como a monitoria de Cálculo pode promover a aprendizagem. Para isso, estamos desenvolvendo uma pesquisa qualitativa, do tipo estudo de caso, visando à compreensão do fenômeno mencionado e à busca pelas suas *nuances* mais sensíveis. Essa busca será sustentada, dentre outros pilares, por textos de Vygotsky (1998) e David Tall (1994; 2004d; 2008; 2013).

O principal norteador da proposta é o seu problema de pesquisa, descrito: *como as monitorias de Cálculo auxiliam para o desenvolvimento do pensamento matemático na perspectiva dos Três Mundos da Matemática e da sociointeratividade?* Nosso intuito não consiste em buscar uma resposta, mas uma série de compreensões emergentes do fenômeno, o que nos leva a entendê-lo dentro do seu contexto.

O percurso na busca por tais compreensões pressupõe um foco, dado pelo objetivo geral, descrito como: *compreender o potencial de ações promovidas nas monitorias de Cálculo para a aprendizagem de Matemática na perspectiva da teoria dos Três Mundos da Matemática e da sociointeratividade de Vygotsky*. Para alcançar tal meta, são necessários passos intermediários, os objetivos específicos:

- 1) Relacionar as ações desenvolvidas pelas monitorias com pressupostos teóricos dos Três Mundos da Matemática.
- 2) Identificar, nas monitorias de Cálculo, como estão sendo criadas condições para o desencadeamento de relações sociais entre os pares.
- 3) Compreender como a aprendizagem está sendo desencadeada no contexto das ações desenvolvidas pela monitoria.
- 4) Propor norteadores para a organização de ações nas monitorias passíveis de potencializarem o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de Cálculo.

A numeração proposta não indica qualquer nível de ordem, hierarquia ou importância, constituindo-se apenas em um código de organização utilizado em alguns momentos do presente texto.

A fim de caminhar na direção de nossos propósitos, sentimos a necessidade de articular ações nas monitorias com as teorias consideradas, na busca de compreensões inovadoras para,



posteriormente, apresentarmos propostas para futuras atividades desenvolvidas no mesmo sentido. Nossa meta principal neste estudo é defender a seguinte tese: *As monitorias de Cálculo podem colaborar significativamente para a aprendizagem de Matemática se a proposta pedagógica desenvolvida for orientada pela teoria dos Três Mundos da Matemática e fundamentada nas relações sociais estabelecidas entre os pares*. Ancoramos a proposta em duas justificativas: a sua relevância social e a sua relevância científica.

A relevância social pode ser entendida a partir das sinalizações da teoria, como por exemplo, D'Avoglio (2002), Soares e Sauer (2004), Cabral (2015), cujas perspectivas indicam os problemas de aprendizagem de Cálculo como fomentadores da reprovação, da evasão e da formação de profissionais sem a competência de perceber as relações entre a Matemática e o cotidiano. Acreditamos que as percepções obtidas neste trabalho possam ser utilizadas como referências para futuras ações educacionais visando qualificar a aprendizagem de Cálculo, podendo, além disso, melhorar o desempenho dos estudantes e reduzir a evasão. Auxiliar o estudante a concluir o seu curso de graduação e possibilitar, pela sua inserção no mercado de trabalho, uma melhora na sua qualidade de vida podem estar atrelados ao cumprimento das metas propostas neste trabalho.

Já a relevância científica pode ser entendida a partir das sinalizações encontradas no estado do conhecimento relacionado a este trabalho, cujos indícios apontam a existência de trabalhos correlatos, mas não idênticos. Isso nos leva a entender esta tese como uma obra de conteúdo original. As contribuições por este texto alcançadas podem se constituir em norteadores para futuras ações, oferecendo colaborações para a área de ensino de Matemática.

A pesquisa encadeia-se em duas fases, sendo uma mais abrangente e outra mais focada. Na fase 1, buscamos várias IES do Rio Grande do Sul com monitorias de Cálculo, procurando identificar elementos da teoria considerada. A instituição mais representativa em relação à apresentação de indicativos de elementos da teoria considerada foi estudada de uma maneira mais profunda na Fase 2.

O trabalho que segue encontra-se organizado em oito seções, sendo a própria introdução numerada como 1. As demais são: 2) Contextos da pesquisa; 3) Marcos teóricos da pesquisa; 4) Os passos que já foram dados: o estado do conhecimento; 5) Aspectos metodológicos; 6) Análise da primeira fase; 7) Análise da segunda fase. 8) Considerações para futuros debates, além das referências e das obras consultadas.

No Capítulo 2, a pesquisa é situada teoricamente, com a apresentação dos principais conceitos envolvidos, a partir dos textos de distintos autores. Iniciamos considerando o Ensino Superior, traçando breves considerações entre a universidade e a sociedade, situando-as no atual

contexto. Na sequência, consideramos o ensino de Matemática, tratando de alguns aspectos epistemológicos que historicamente influenciam e quiçá norteiam as práticas pedagógicas vigentes. O próximo passo é explorar os aspectos do Cálculo, e isso é feito com considerações sobre seus aspectos históricos, para posteriormente abordarmos elementos próprios do seu ensino. Dando continuidade, trazemos algumas alternativas para a qualificação dos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo, situando a monitoria como uma ação com potencial para isso. Por último, ainda consideramos como a monitoria pode ser uma alternativa para qualificar a formação do professor de Matemática.

No Capítulo 3, trazemos os marcos teóricos da proposta: A teoria dos Três Mundos da Matemática e a Sociointeratividade. O primeiro é desdobrado em mais um, no qual são consideradas as dificuldades de aprendizagem a partir da teoria considerada. Já o segundo é descrito a partir dos textos de Vygotsky e de seus sucessores. Por último, elucidamos a perspectiva de as teorias não serem conflitantes, mas sim complementares, logo descrevemos os pontos de contato e de complemento entre ambas.

Já no Capítulo 4, consideramos os trabalhos correlatos, ou seja, investigações similares, que contribuem para justificar a perspectiva inédita deste trabalho. Ele foi dividido em três itens: Ensino e a aprendizagem, a monitoria e os avanços deste trabalho em relação às publicações anteriores.

No Capítulo 5, abordamos as formas, as técnicas e os métodos utilizados para a realização desta pesquisa. Inicialmente, trazemos aspectos gerais da pesquisa e os principais elementos constituintes. Na sequência, abordamos a pesquisa qualitativa a partir de autores que preconizam essa abordagem, além de enquadrarmos nossa pesquisa nesse íterim. O mesmo é feito em relação ao tipo de pesquisa: adentramos em distintos referenciais teóricos relacionados ao estudo de caso, definindo este trabalho como um estudo de casos múltiplos. Posteriormente, trazemos os processos e critérios utilizados para localização, escolha dos sujeitos e constituição do *corpus* de pesquisa.

O Capítulo 6 é dedicado à análise do *corpus* da primeira fase da pesquisa. Levando em conta os dois principais eixos teóricos estruturantes, temos duas categorias *a priori*: Ações sociointerativas e presença da Teoria dos Três Mundos da Matemática. Em ambas existem subcategorias, criadas para a organização, mas sobretudo considerando os aspectos emergentes da própria análise.

Do mesmo modo, o Capítulo 7 também é dedicado à análise, porém da Fase 2. Lá apresentamos as compreensões alcançadas em um estudo mais específico na instituição cujas ações mais se relacionaram com a teoria considerada na etapa anterior. O ciclo analítico

empregou o método de análise mista (MORAES; GALIAZZI, 2007), ou seja, com o uso de categorias *a priori* e emergentes. Está dividido em três etapas, denominadas como: Elementos da sociointeratividade, Elementos da teoria dos três mundos da Matemática e Elementos convergentes entre ambas teorias. Cada categoria também foi seccionada em subcategorias para a organização, considerando sobretudo as compreensões que afloraram do próprio corpus.

Por último, trazemos as considerações para futuros debates, ou seja, nossas compreensões alcançadas durante todo o processo da investigação. Consistem em uma retomada ao problema de pesquisa, não em uma busca de respostas, mas de compreensões atingidas no decorrer de todo processo. Não entendemos os resultados deste trabalho como um corolário de conclusões, mas sim como alguns entendimentos passíveis de serem colocados em discussão com o meio acadêmico.

## **2. CONTEXTOS DA PESQUISA**

Este capítulo apresenta 7 divisões, constituídas com o objetivo de organizar e manter a fluidez do texto. Iniciamos pelo ensino superior, relacionando-o com a conjuntura da sociedade, considerando elementos como a mercantilização do ensino e a desvalorização da universidade pública. Na sequência, partimos para aspectos sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática, considerando distintas tendências, que são perceptíveis nas práticas na sala de aula. Continuando, elencamos alguns elementos sobre a história do Cálculo, para assim aprofundarmos-nos nos processos de ensino e de aprendizagem dessa disciplina. Na continuidade, tratamos das alternativas observadas para redimensionar o quadro da disciplina. O seguimento é dado com o foco atribuído à monitoria, pois trazemos uma abordagem histórica, bem como algumas concepções que lhe são próprias. Por último, elencamos as possibilidades para a formação do professor.

### **2.1 Ensino Superior**

Pensar nos cenários do Ensino Superior sem considerar aspectos da sociedade parece ser uma tarefa complexa. Por isso, nos próximos parágrafos, faremos breves considerações sobre a tríade: universidade, sociedade e conhecimento.

A consideração desses elementos tem justificativas a partir da vinculação histórica estabelecida entre os contextos da Educação Superior e da esfera social. Essa percepção é reforçada por Sousa Santos e Filho (2008), segundo os quais a organização, a sistematização e os próprios conflitos da sociedade têm reflexos na universidade assim como o contrário. Historicamente, a universidade tem sido vista como uma instituição de democracia e como algo representativo e influente nos panoramas sociais.

A relação entre universidade e sociedade leva a uma reflexão sobre o contexto contemporâneo no qual estamos imersos. Inicialmente, podemos elencar a nossa vivência em uma era de transição, de mudanças tecnológicas, comportamentais, mas, sobretudo, paradigmáticas, conforme argumenta Hargreaves (2004). As máximas que sustentavam a visão de ciência vigente até pouco tempo parecem não fazer mais sentido (SOUSA SANTOS, 2008). No entendimento de Souza Santos (2008), o conflito gerado por essas mudanças sustenta-se no fato de sermos historicamente constituídos, enquanto cientistas, com uma visão paradigmática,

cujos pressupostos percebem a ciência como objetiva, neutra e isenta. Nessa perspectiva, a neutralidade do pesquisador passa pela observação, medição e quantificação, pressupondo um afastamento intencional dos fenômenos. Esse modelo, de maneira consciente ou não, nos influenciou e continua a nos influenciar, aparecendo em nossas falas, textos e ações.

O conhecimento mecanicista e utilitário, mesmo tendo sido útil durante um período, no sentido de superar o misticismo religioso, parece não ser mais adequado para as demandas contemporâneas da sociedade (SOUSA SANTOS, 2008). Para Hargreaves (2004), atualmente, o conhecimento se constitui no principal capital, o que leva a competência de compreender a outro nível, superando o fazer destinado a uma sociedade fabril. É desejável um sujeito com ciência do processo como um todo, cujo conhecimento vá além muito além do ato de realizar ações de repetições, pois o cenário no qual ele está imerso muda constantemente, sendo caracterizado pelo alto nível de processamento de informação, criatividade e inventividade. A partir desses elementos, Hargreaves (2004) questiona como a Educação prepara os jovens para progredir e prosperar no mundo contemporâneo e como é capaz de fomentar a criatividade, a autonomia e o respeito, competências imprescindíveis em um panorama de mudanças rápidas e significativas.

Esse panorama é denominado por Castells e Cardoso (2005) como “Sociedade em Rede”. Para eles, essas mudanças estão relacionadas ao afloramento de um paradigma tecnológico, desencadeado a partir da popularização e democratização das tecnologias digitais (TD), que possibilitaram novas formas de comunicação e de estabelecimento de relações, as quais se tornaram mais dinâmicas além de não terem um roteiro definido. Esse cenário implica uma vivência social distinta, marcada pela interatividade e pela flexibilização do tempo e do espaço. Com tal fundamento são consolidadas, dentre outras coisas, formas distintas de se relacionar, de agir, de pensar, de ler, de organizar e de sistematizar informações, levando as pessoas a adotar comportamentos e modos distintos de perceber o mundo.

Uma sociedade em mudança parece sugerir uma Educação com a possibilidade de redimensionar as suas máximas, procurando atualizações para os distintos cenários apresentados (HARGREAVES, 2004). No Ensino Superior, essa necessidade também é sentida, o que torna necessários movimentos como a promoção de adequações no sentido de contemplar os sujeitos oriundos desse contexto. Esse argumento é considerado por Zabalza (2004), segundo o qual, nos últimos anos, foram percebidas sensíveis alterações nas IES, de modo que é urgente a necessidade de repensar a organização, o funcionamento e, sobretudo, o ensino. Para o autor, foram percebidas distintas transformações, dentre elas, no acesso mais popular à universidade, na heterogeneidade dos estudantes, na popularização da Educação a

Distância (EAD) e na forte pressão para a inserção do sujeito no mercado de trabalho. Esses e outros fatores tendem a impactar a estruturação das propostas, os recursos e as práticas das IES.

Tais mudanças também foram percebidas no Brasil. Silva e Ourique (2012) argumentam sobre a expansão do Ensino Superior em nosso país nos últimos anos, o que nos leva a pensar sobre as dimensões distintas desse fenômeno, bem como sobre as concepções relacionadas a ele. Para os autores (SILVA; OURIQUE, 2012), a partir de 2003, ocorreu um processo de interiorização das universidades públicas, alicerçado na instalação de Institutos Federais de Educação (IFES), aumentando assim o número de vagas e de cursos. A problemática apontada nesse movimento foi a falta de diálogo e o pouco reconhecimento da autonomia dos IFES, os quais partem de ações do poder público, consideradas como verticais e unilaterais. A crítica fundamenta-se na falta de diálogo e de uma política que possibilite condições efetivas para a promoção de uma Educação de qualidade, com um olhar para além do número de ingressos.

Esse processo de expansão também atingiu a rede particular, a partir da concessão de bolsas de estudo, especialmente com o Programa Universidade para Todos (ProUni). Inegavelmente, esse programa possibilitou o acesso das camadas menos favorecidas ao Ensino Superior. Em contraponto, existem críticas feitas ao programa, fundamentadas no fato de que:

[...] em sua concepção, permeia a ideia de que basta o acesso do aluno à educação superior para configurar sua democratização, desconsiderando a necessidade de construção de mecanismos para garantir a permanência desse estudante na instituição (SILVA; OURIQUE, 2012, p. 223).

Os autores enfatizam o problema da “massificação” do Ensino Superior e o consideram diretamente relacionado às políticas públicas cujo foco único é o acesso. Essas iniciativas normalmente não oferecem suporte em relação à permanência ou à aprendizagem, tampouco quanto à ampliação da cultura ou à consolidação do pensamento crítico (SILVA; OURIQUE, 2012).

A massificação do Ensino Superior é amplamente problematizada por vários autores, e não é um fenômeno exclusivo do Brasil. A chegada de um número ampliado de discentes trouxe às IES um perfil distinto, com diferenças em relação à “capacidade intelectual, à preparação acadêmica, à motivação, às expectativas, aos recursos financeiros, etc.” (ZABALZA, 2004, p. 26). O autor ainda considera que a contratação de professores também foi massificada, o que influenciou suas condições de trabalho, suas possibilidades de qualificação profissional e refletiu na qualidade das ações pedagógicas desenvolvidas em sala de aula e, por consequência, nos processos de ensino e aprendizagem.

Toda essa conjuntura nos leva a pensar sobre o papel das IES na sociedade atual. Silva e Ourique (2012) conceituam a finalidade das universidades como as missões de produzir e disseminar a arte, a ciência, a tecnologia e a cultura, ultrapassando a dimensão da formação profissional. Para os autores, as políticas neoliberais, introduzidas especialmente a partir da década de 1970, acusam as IES de serem improdutivas e procuram regulá-las de acordo com as necessidades do mercado, focando, quase exclusivamente, o mundo do trabalho. Silva e Ourique (2012) criticam esse ponto de vista e sugerem um repensar do Ensino Superior, preconizando a ênfase nas dimensões humanas dos sujeitos e não apenas nas suas habilidades profissionais.

Crítica similar é apresentada por Sousa Santos e Filho (2008), que consideram o fato de as IES contemporâneas colocarem o conhecimento como uma pauta secundária, sendo norteadas por metas internas que avaliam produtividade e padrões alheios à formação intelectual do sujeito. As pesquisas por elas desenvolvidas, muitas vezes, são condicionadas a órgãos financiadores externos e, em troca do aporte financeiro, exigem métodos e temas que não necessariamente se relacionam às demandas da sociedade.

Esse panorama, segundo Sousa Santos e Filho (2008), tende a gerar uma dicotomia entre o conhecimento científico e as outras formas de conhecimento, o que torna a sociedade alheia à produção acadêmica.

Para Sousa Santos e Filho (2008), o ensino voltado essencialmente para o mercado de trabalho normalmente é pautado por um modelo disciplinar, fragmentado e apartado das demandas da sociedade, cujas práticas pedagógicas, comumente observadas, fundamentam-se na transmissão de informações. Para os autores, as necessidades e a conjuntura da sociedade contemporânea tendem a desestabilizar esse modelo, de modo que emerge a necessidade de sua reconfiguração.

Em contraponto, não podemos vincular a problemática do Ensino Superior exclusivamente ao processo de mercantilização do conhecimento, associado às instituições particulares. Sousa Santos e Filho (2008) consideram a existência de uma crise na Universidade pública, oriunda da falta de investimentos, o que leva a um “quadro dramático de carências de todo tipo: colapso das infraestruturas, ausência quase total de equipamentos, pessoal docente miseravelmente remunerado e, por isso, desmotivado”. (SOUSA SANTOS; FILHO, 2008, p. 26). Os autores ainda consideram que muitos países, incluindo o Brasil, passaram a vincular as demandas do Ensino Superior com as do mercado de trabalho globalizado. Dessa forma, os aspectos humanos e culturais ficaram em segundo plano quando comparados às necessidades do mundo do trabalho.

Todo esse cenário carece por mudanças, sobretudo no ensino, fato problematizado há tempos por Hargreaves (2004). Considerando a conjuntura atual de sociedade contemporânea, pautada pela articulação e interação, com os saberes ultrapassando as dimensões do tempo e do espaço (CASTELLS; CARDOSO, 2005), parece ser racional o acordo entre Ensino Superior e as demandas sociais. Para Sousa Santos e Filho (2008), é eminente que as IES relacionem a sua produção de conhecimento com os problemas e as necessidades da sociedade. Nesse contexto, o princípio organizador e norteador das pesquisas emerge da própria conjuntura social, e não das obrigações individuais dos pesquisadores. Isso pressupõe o diálogo e o confronto entre as distintas formas de conhecimento, a articulação entre as disciplinas.

É razoável, tendo em vista a conjuntura da sociedade contemporânea, a dedicação do Ensino Superior ao conhecimento, à sua produção e popularização. Também não podemos deixar de mencionar os argumentos de Nunes (2007), considerando o Ensino Superior sustentado na tríade ensino, pesquisa e extensão, de modo que passamos a refletir sobre como os processos de ensino e aprendizagem estão sendo desenvolvidos nesse contexto de transformações. É o que faremos nos próximos parágrafos, focados especialmente em relação à Matemática e aos processos de ensino e de aprendizagem.

## **2.2 Ensino e aprendizagem de Matemática**

Para compreender os processos de ensino e aprendizagem de Matemática, sentimos a necessidade de conceituar as tendências pedagógicas que influenciam as concepções epistemológicas e pedagógicas dos atores envolvidos nesse processo. Essas inclinações se revelam, direta ou indiretamente, nas práticas e abarcam os modos de ver, conceber e entender a Matemática enquanto ciência.

A orientação que prevaleceu no Brasil até o final da década de 1950 foi o modelo clássico formalista (FIORENTINI, 1995). No entendimento de Fiorentini (1995), havia um claro apelo pelo padrão euclidiano caracterizado pela “sistematização lógica do conhecimento matemático a partir de elementos primitivos (definições, axiomas, postulados). Essa sistematização é expressa através de teoremas e corolários que são deduzidos de elementos primitivos” (FIORENTINI, 1995, p. 5). Esse pensamento pressupõe uma existência prévia das ideias matemáticas, cabendo e restando ao homem a sua descoberta. O ensino é fortemente marcado pela oralidade, pela transmissão de informações, centralizada na figura do professor, cuja competência esperada é “saber” o conteúdo a ser “passado” para os demais, restando ao aluno o dever de ouvir atentamente as explicações.



Em oposição a essa tendência, surge a pedagogia ativa, que tira a centralidade do professor e a coloca no estudante, passando este a ser entendido como um ser ativo e protagonista no processo de aprendizagem (FIORENTINI, 1995). O tratamento é essencialmente empírico, marcado pela experiência prática, privilegiando os sentidos como, por exemplo, o tato e a visão. O conhecimento matemático também é entendido como fruto de descobertas, porém aflora do mundo físico a partir da experimentação. Gottschalk (2004) menciona o foco concentrado no fazer, revelando um mundo de matemática a ser observado e descoberto, no próprio sentido etimológico da palavra, remetendo ao ato de retirar uma cobertura que, de certa forma, esconde o fenômeno. Existe a predominância da generalização, pautada por observações e avaliações sistemáticas de um experimento, levando a uma conclusão universal. Ainda podemos observar pesquisadores e professores dedicando seus esforços para relacionar a experiência com a aprendizagem, sustentando a premissa da origem do conhecimento em fontes externas e alheias ao sujeito.

Também destacamos a tendência formalista, surgida no Brasil a partir da década de 1970. Fiorentini (1995) argumenta que essa perspectiva busca atribuir uma “utilidade” prática para a escola. Enquanto instituição, ela era incumbida de contribuir para a manutenção da ordem e da estabilidade da sociedade, preparando o indivíduo para viver nela. O ensino é fundamentado no *behaviorismo*, pressupondo a instrução programada com base em estímulos externos e treinamento. Aprender neste contexto relaciona-se a ter uma boa capacidade de memorização e de reprodução de procedimentos anteriormente expostos pelo professor, sendo essa linha de pensamento caracterizada por cartilhas e muitos exercícios padronizados.

Atualmente, percebemos o construtivismo como uma parcela significativa das tendências em relação à Educação Matemática (GOTTSCHALK, 2004). Assim, a “construção dos objetos matemáticos decorreria de operações mentais que se desenvolveriam progressivamente em interação com o meio ambiente” (GOTTSCHALK, 2004, p. 307). A principal base teórica dessa tendência construtivista são os estudos de Piaget e de seus sucessores. Para a autora, essa perspectiva se aproxima do racionalismo e pressupõe a construção do conhecimento matemático como decorrência da razão de uma forma universalizável.

Gottschalk (2004) considera que, na visão antropológica, a construção do conhecimento emerge do construto social e da interação entre os pares. Nessa perspectiva, o professor e os estudantes, apoiados em movimentos interativos, atribuem significados aos objetos matemáticos, tendo em vista as suas vinculações interpessoais. O foco não se encontra especificamente no professor ou no aprendiz, mas na relação estabelecida entre as partes. Em

relação ao ensino, o professor assume um papel de mediador, colocando-se como um orientador do processo.

Ainda podemos atentar à teoria da complexidade como uma inclinação epistemológica contemporânea. Soares e Sauer (2004, p. 251) refletem: “essas bases teóricas parecem ser capazes de relacionar cognição, aprendizagem e vida”. Nesse contexto, a aprendizagem ocorre na ação do sujeito sobre o mundo, um processo de intercâmbio com o meio, agindo em redes sem um centro ou núcleo definido.

A partir das argumentações elencadas neste tópico, consideramos a possibilidade de um professor identificar-se não por uma única tendência, mas por uma associação de diversas orientações, as quais aparecem, consciente ou inconscientemente, nas suas práticas pedagógicas e influenciam o seu modo de pensar, de agir e de desenvolver suas ações em sala de aula. Tais pressupostos oferecem influências tanto no ensino quanto na aprendizagem.

Em contrapartida, mesmo considerando distintas correntes epistemológicas, Soares e Sauer (2004) consideram que a predisposição mais observada é caracterizada pela preponderância da transmissão de informações, com foco principal no professor como detentor e veiculador do saber. O ensino fundamenta-se na realização de atividades propostas pelo docente, normalmente envolvendo operações e técnicas mecânicas que não privilegiam o pensamento crítico e autônomo (SOARES; SAUER, 2004). A aprendizagem ainda se centra na repetição de algoritmos e em procedimentos padronizados e mecânicos, fomentando a passividade e a insegurança na sala de aula.

Aprender, nesse cenário, significa assistir a aulas, observar o que é apresentado, copiar, repetir e apresentar respostas às questões, mais ou menos próximas do que foi planejado. Na maioria das vezes o aluno é avaliado apenas pela sua capacidade de repetir procedimentos e dar respostas já esperadas. Por isso é comum ele solicitar ao professor o gabarito dos problemas propostos, para que possa verificar se resolveu certo, sem analisar o próprio procedimento (SOARES; SAUER, p. 245).

Para as autoras, esse contexto pode ser uma possível explicação para os insucessos que permeiam o ensino de Matemática, culminando na reprovação, na evasão dos estudantes e na formação de profissionais com pouca capacidade de articulação entre os conhecimentos matemáticos e as situações cotidianas. Elas ainda preconizam a necessidade de repensarem-se as estratégias de ensino e de aprendizagem, de forma que possibilitem as habilidades de pensar, conjecturar, ler, escrever e interpretar em uma interação contínua com os seus pares (SOARES; SAUER, 2004). Apesar do texto datar de mais de uma década, aparentemente ainda não conseguimos atingir o ideal proposto pelas autoras, visto que pesquisas mais recentes como,

por exemplo, Abreu e Reis (2011), Silva (2011), Grande (2013) e Müller (2015) apontam para problemas similares.

Reconfigurar o ensino de Matemática parece não ser um caminho simples a ser seguido, pois abarca mudanças culturais e epistemológicas. Na visão de Soares e Sauer (2004), esse redimensionamento está ligado a diversos fatores, mas, sobretudo, às atitudes de professores e discentes, o que faz emergir a necessidade de uma revisão conjunta de seus papéis. O professor carece de compreender a sua não centralidade no processo, o fato de não ser o detentor exclusivo do saber. Por outro lado, é desejável que o estudante saia da postura passiva e solitária de receptor e passe a ser um pesquisador livre e autônomo. No entanto, as autoras destacam que isso só pode ocorrer a partir do momento em que ambas as partes perceberem as benesses implícitas na mudança e colaborarem coletivamente para isso.

Em síntese, a teoria considerada até o momento nos fornece indícios de que as crenças e pressupostos epistemológicos do professor se manifestam de maneira direta ou indireta nas suas práticas pedagógicas. Esses pressupostos são construídos ao longo do tempo e nos levaram a elucidar, nos próximos parágrafos, alguns aspectos históricos inerentes ao Cálculo.

### 2.3 Breves considerações sobre a história do Cálculo

Uma leitura preliminar da história do Cálculo pode nos levar à ideia equivocada de creditar exclusivamente a sua “paternidade” a Newton<sup>1</sup> (1642 – 1727) e Leibniz<sup>2</sup> (1646 – 1716). Newton, em sua conhecida frase “*se enxerguei mais longe foi porque me apoiei sobre ombros de gigantes*”, indica que outros cientistas foram precursores de uma base matemática, fornecedora da sustentação necessária ao avanço dessa ramificação da Matemática.

Parece complexa a tarefa de indicar um ponto inicial para o Cálculo. Neste momento, apenas consideramos:

O CÁLCULO NÃO SURTIU ‘sem mais nem menos’. Foi proveniente de questões tanto de matemática pura quanto aplicada, e seus antecedentes podem ser traçados até a época de Arquimedes (STEWART, 2013, p. 56, *grifo do autor*).

---

<sup>1</sup> Físico inglês, foi aluno de Barrow, ainda hoje é considerado um dos cientistas mais brilhantes de todos os tempos (MOL, 2013).

<sup>2</sup> Filósofo, matemático e diplomata alemão, em 1672 partiu para uma missão diplomática em Paris onde tomou contato com diversos matemáticos.

A existência de influências de distintos matemáticos, com diferentes perspectivas e métodos é um fato na constituição do Cálculo. Dentre os colaboradores, podemos citar Galileu<sup>3</sup> (1564 – 1642), Kepler<sup>4</sup> (1571 – 1630), Fermat<sup>5</sup> (1601 – 1665) e Wallis<sup>6</sup> (1616 – 1703), além dos dois citados anteriormente. Por certo, outros tantos colaboraram em favor do Cálculo e, quem sabe, foram esquecidos ao longo da história. Nas linhas que seguem, iremos trazer algumas ideias de alguns cientistas, sem a pretensão de esgotar o tema, mas apenas de fornecer um contexto histórico para esta pesquisa.

Buscando por primeiros passos do Cálculo, Rezende (2003) identifica o estudo e o desenvolvimento dos processos infinitesimais como as bases iniciais e propulsores de estudos mais aprofundados. Ele aponta as quantias infinitésimas como “fontes de inspirações” para os cientistas que dedicaram seus esforços na constituição dos fundamentos do Cálculo. O autor destaca que, antes de se constituir como Cálculo Diferencial e Integral, foi necessário o Cálculo Infinitesimal, que despertou curiosidade e intrigou matemáticos durante muito tempo.

Indícios de trabalhos nesse sentido podem ser encontrados na Grécia Antiga, havendo evidências de que os *pré-socráticos* já possuíam algumas noções de processos infinitesimais. Entretanto, suas concepções acerca de conceitos como infinito e continuidade, por exemplo, eram superficiais, pois operavam apenas no campo dos números racionais (REZENDE, 2003). O universo matemático para os pitagóricos e seus antecessores era composto por inteiros e razões, partindo de um pressuposto de que todo o comprimento podia ser expresso por um número inteiro. No entanto, posteriormente, percebeu-se que essa ideia era equivocada (DEWDNEY, 2000).

Essa percepção imprecisa foi superada a partir de um problema relativamente simples: o cálculo da diagonal de um quadrado. Para exemplificar, pensemos em um quadrado com uma unidade de lado.

---

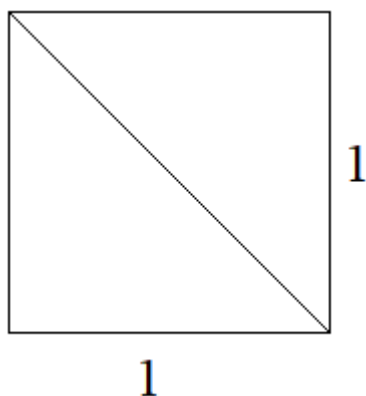
<sup>3</sup> Físico, Matemático e Astrônomo italiano, e considerado por muitos um dos pais da ciência moderna (MOL, 2013).

<sup>4</sup> Matemático e astrônomo alemão, de fé protestante, trabalhou para a Corte do Rei Rodolfo II, em Praga (MOL, 2013).

<sup>5</sup> Advogado e político francês, tinha a matemática como um passatempo e nunca atuou como matemática profissional (MOL, 2013).

<sup>6</sup> Matemático britânico, professor de Geometria em Oxford (MOL, 2013).

Figura 1 – Quadrado com uma unidade de lado



Fonte: O autor (2018).

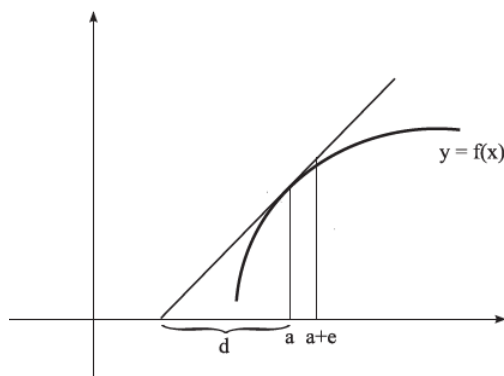
A partir do teorema de Pitágoras, concluímos que ele tem uma diagonal cuja medida corresponde a  $\sqrt{2}$ , e essa dimensão não pode ser representada nem por um número inteiro, tampouco por uma razão (DEWDNEY, 2000). Esse fato fez os gregos antigos mudarem a forma como viam os números. Segundo Dewdney (2000), isso desencadeou uma crise que abalou os fundamentos da Matemática vigente até então, fomentou o advento dos números irracionais e levou, séculos mais tarde, a estudos sobre os processos infinitesimais.

No Renascimento, período marcado pela retomada da cultura grega, ocorreram avanços no campo da álgebra, em uma articulação entre a tradição grega e aquilo que havia sido desenvolvido por outras culturas, como a árabe, por exemplo. Estudos e trabalhos relacionados à astronomia, à física, às artes e à popularização do comércio formaram um solo fértil para o progresso da Matemática e do Cálculo (MOL, 2013).

Exponente deste período, Galileu é considerado por muitos como o pai da ciência moderna, e seus estudos também contribuíram para o Cálculo. Mesmo que ele não tivesse uma compreensão plena do conceito de infinito e tivesse admitido essa dificuldade, não podemos deixar de considerar a sua importância. Dentre outros aspectos, esse cientista estudou a trajetória de corpos, a queda livre, o lançamento vertical, empregando e propondo conceitos como posição, velocidade e aceleração. Nesse contexto, havia algo de inovador: a taxa de variação. Newton utilizou essa base para o estudo de fenômenos físicos e definiu a velocidade como a taxa de variação da posição em relação ao tempo (STEWART, 2013).

Outro aspecto intrigante para os matemáticos desta época foi o conceito de reta tangente à curva. Em relação aos estudos direcionados a esse assunto, mesmo partindo de bases desenvolvidas anteriormente, Fermat é considerado um dos pioneiros (STEWART, 2013, p. 56).

Figura 2 – O método de Fermat para a reta tangente



Fonte: Mol (2013, p. 100).

O “método de Fermat para calcular a reta tangente no ponto  $(a, f(a))$  partia da ideia de que, para  $e$  suficientemente pequeno, o ponto  $(a+e, f(a+e))$  poderia ser considerado sobre a reta tangente” (MOL, 2013, p.). Considera-se o ponto em que a reta tangente intercepta o eixo  $x$ , e a sua distância ( $d$ ) entre esse ponto e o ponto  $(a, 0)$ . Com o uso de triângulos semelhantes, chega-se à expressão:

$$\frac{f(a)}{d} = \frac{f(a+e)}{d+e}$$

Mol (2013) esclarece que a relação permitia calcular a inclinação da reta tangente, o que conhecemos hoje por  $f'(a)$ . Fermat também estudou métodos para determinar equações de retas e cônicas, bem como métodos para encontrar pontos de mínimo e de máximo de uma função. Outra inovação atribuída a esse cientista foi do uso de um sistema de coordenadas ortogonais, antes mesmo de Descartes. Juntos, Fermat e Descartes<sup>7</sup> (1596 – 1650) são considerados pioneiros no desenvolvimento da Geometria Analítica, ramo da Matemática fornecedor de algumas das bases empregadas para a consolidação do Cálculo (MOL, 2013).

Os estudos de Descartes e de Fermat influenciaram outros matemáticos. Mol (2013) reitera que Wallis partiu desses estudos e procurou dar um tratamento mais aritmético ao assunto “substituindo, sempre que possível, conceitos geométricos por numéricos” (MOL, 2013, p. 101). Wallis dedicou seus esforços em secção de cônicas, séries infinitas e foi o precursor no uso do símbolo  $\infty$  para denotar o infinito. Esse cientista introduziu o cálculo de

<sup>7</sup> Filósofo e Matemático francês, viveu por duas décadas na Holanda, foi uma figura importante no racionalismo, movimento que buscava a verdade por meio de deduções (MOL, 2013).

derivadas de funções potência, assunto aprimorado posteriormente (STEWART, 2013). A ênfase dada aos aspectos analíticos perdura e parece seguir influenciando professores de Cálculo contemporâneos, pois, distintos autores, dentre os quais podemos destacar Tall e Vinner (1981), Tall (1994, 2004d, 2008, 2013), criticam as ênfases algébricas e aritméticas em detrimento da geométrica.

Isaac Barrow<sup>8</sup> (1630 – 1677) foi um crítico do processo de aritmetização de Wallis, bem como da Geometria Analítica de Descartes (REZENDE, 2003). Ele trabalhou em retas tangentes, desenvolvendo um método semelhante ao utilizado atualmente. Pascal<sup>9</sup> (1623 – 1695), considerado um dos pioneiros da teoria das probabilidades, estudou cicloides, especialmente em relação à integração da função seno. O próprio Leibniz afirmou ter buscado inspiração nas ideias de Pascal (MOL, 2013). Rezende (2003) salienta que, apesar de Pascal ter se adiantado em relação a distintos aspectos do Cálculo, como integrais por partes, por exemplo, sua preferência pela geometria e desuso de representações analíticas e algébricas parece ter limitado, e de certo modo inviabilizado, a sua “paternidade” do Cálculo.

Já Cavalieri<sup>10</sup> (1598 – 1647) trabalhou no desenvolvimento de métodos para o cálculo de volumes de sólidos utilizando indivisíveis, caracterizando elementos infinitesimais na composição de regiões planas. Para ele, um sólido era constituído por infinitos planos que deviam ser paralelos (MOL, 2013). Ele partiu de conceitos geométricos, aparentemente ignorando a base aritmética desenvolvida anteriormente pelo seu mestre. Porém, ele parece ter antecipado os processos de integração para a determinação de áreas utilizados hoje em dia (REZENDE, 2003).

Ainda é preciso considerar os estudos de Kepler, que aplicou métodos infinitesimais para medir superfícies, áreas e volumes de sólidos. Ele utilizou conceitos de continuidade para aproximações. Seus estudos também contemplaram máximos, mínimos e problemas de otimização envolvendo figuras geométricas tridimensionais (REZENDE, 2003). Kepler também analisou as órbitas planetárias, estudando elipses. As três leis por ele enunciadas influenciaram posteriormente os trabalhos de Newton que, partindo dessa base, deduziu a sua lei da gravitação (STEWART, 2013).

Todos esses e outros tantos cientistas formaram uma base de conhecimentos matemáticos que chegaram até Newton e Leibniz, os ditos “pais do Cálculo”. Para Rezende

---

<sup>8</sup> Matemático inglês, professor de Cambridge, onde lecionou para Newton (MOL, 2013).

<sup>9</sup> Filósofo e Matemático francês, filho de matemático, tomou contato com essa ciência desde cedo. Aos 30 anos de idade abandonou a vida científica dedicando-se exclusivamente à teologia e filosofia. Voltou à matemática anos mais tarde (MOL, 2013).

<sup>10</sup> Matemático italiano, discípulo de Galileu, foi professor de Matemática em Bolonha (MOL, 2013).

(2003), esse “título” deve-se ao fato de ambos terem formalizado os procedimentos de integração e diferenciação, além de terem constatado o fato de serem operações inversas uma da outra. Durante muito tempo, acusaram-se de plágio. Stewart (2013) considera a possibilidade de ambos terem realizado seus trabalhos de forma independente, contando com um alicerce de conhecimentos matemáticos comuns, como alguns dos aspectos abordados anteriormente.

Os trabalhos de Newton tinham uma relação muito próxima com a Física, considerando de maneira especial o espaço e o tempo, naquilo que ele chamou de *Método de Fluxões* (STEWART, 2013). Ele “criou uma denominação para a mudança de posição – *fluente* – e a taxa de variação do fluente em relação ao tempo denominou *fluxão*. A fluxão equivale ao que hoje chamamos de derivada e o fluente é a função” (ALMEIDA, FATORI, SOUZA, 2007, p. 2, grifo do autor). A abordagem de Newton levava em conta uma grandeza física variando com o tempo. A interpretação física atribuída hoje para a derivada, ou seja, a taxa de variação, remete-nos a esses estudos (STEWART, 2013). Em contraponto, o tratamento dado por Leibniz era caracterizado pelo formalismo com alto nível de manipulações algébricas. Diversos autores apontam que ainda hoje se fazem perceptíveis essas duas vertentes na prática do professor em sala de aula, com uma maior tendência ao seguimento do modelo proposto por Leibniz.

Outro fato relevante a destacar é que o Cálculo passou por um processo de revisão entre o final do século XVIII e o início do século XIX, partindo da procura pelas falhas nos processos geométricos, buscando um alicerce analítico mais robusto. O ápice desse processo foi a criação de uma nova área da Matemática: a Análise (LIMA, 2012). Na vanguarda, estava o matemático Cauchy<sup>11</sup> (1789 – 1857). Ele apresentou em 1814 à Acadêmica Francesa uma teoria contendo os primórdios da teoria das variáveis complexas. Na sua obra também se destaca a produção de três livros, que caracterizam o Cálculo como o conhecemos hoje (MOL, 2013). Para Rezende (2003), gradativamente, todas as disciplinas que envolviam infinitesimais foram unidas com o nome de Análise, levando as universidades da Europa a estudar Análise em vez de Cálculo, segundo os pressupostos teóricos de Cauchy. Essa mudança também foi de ordem epistemológica: o rigor e o método passaram a ser a obstinação de diversas áreas da Matemática, incluindo o Cálculo.

Esse modelo influenciou muito o ensino de Cálculo no Brasil. Lima (2012, p. 133) esclarece que, na USP, na década de 1930, os “alunos estudavam diretamente Análise Matemática, já com elevado nível de formalismo e de rigor simbólico-formal”. A disciplina de Cálculo havia sido abarcada pela Análise, indicando uma tendência em relação à Matemática

---

<sup>11</sup> Matemático parisiense, um dos precursores da Análise Matemática.



da época, primando pelo modelo formalista, com uma base muito sólida de álgebra. O autor ainda enfatiza que, naquele período, muitos cursos tinham a nomenclatura de Cálculo, mas o foco do seu estudo mantinha-se nas representações analíticas e demonstrações formais.

A partir da década de 1950, segundo Lima (2012), começou a haver influência do modelo americano no Brasil, partindo de uma base formada por conceitos, manipulações e resolução de problemas. Posteriormente, no Cálculo Avançado (que pode ser entendido como a Análise), os conceitos eram retomados de maneira analítica, com um elevado nível de formalismo simbólico. O Cálculo constituía-se em uma disciplina introdutória à Análise. A partir da década de 1960, os livros dos Estados Unidos passaram a substituir os europeus, auxiliando no implemento desse modelo em nosso país (LIMA, 2012).

Todas as perspectivas indicadas até aqui e muitas outras que não foram consideradas compuseram gradativamente o cenário atual do ensino de Cálculo. As influências dessa construção chegam, de maneira direta ou indireta, nas práticas dos professores em sala de aula, refletindo-se nos processos de ensino e aprendizagem, pauta abordada no próximo item.

#### **2.4 Considerações sobre o ensino e a aprendizagem de Cálculo**

A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, ou simplesmente Cálculo, tem se constituído em um desafio para o discente do Ensino Superior, sendo considerada como provável causa de altos índices de reprovação e evasão. Essa constatação faz-se presente tanto nas falas dos professores e estudantes quanto em pesquisas desenvolvidas por distintos autores, dentre os quais destacamos Cabral (2015), Oliveira e Raad (2012) e Soares e Sauer (2004). Essa conjuntura reforça a nossa premissa de que são necessárias investigações em relação a esse fenômeno, cujas compreensões podem servir de guia para possíveis alterações nesse cenário.

Como sugere a nomenclatura, o Cálculo Diferencial e Integral apresenta duas ramificações: o cálculo diferencial, relacionado ao estudo das derivadas, e o cálculo integral, referente ao estudo de integrais. Esse conjunto forma uma base aplicável a distintas áreas do conhecimento como, por exemplo, Biologia, Economia, Engenharia, Física, Matemática, Química, dentre outras (MOAR, 2003). Stewart (2013) enfatiza a relevância e a aplicabilidade do Cálculo, sendo utilizado para determinar áreas e volumes, comprimento de curvas, estudo de movimentos e de taxas de variação, dentre outras aplicações. Listar toda a aplicabilidade “seria como procurar listar tudo no mundo que depende de uma chave de fenda” (STEWART, 2013, p.72). Esse ramo da Matemática é comparado a uma ferramenta que pode ser utilizada de

formas distintas na solução de diversos problemas, cujos valor e préstimo vão além das ciências exatas, abarcando outras áreas do conhecimento (STEWART, 2013).

A relação do Cálculo com o cotidiano parece justificar a importância do seu estudo e sugerir um ensino pautado por problemas, aplicações e situações práticas, embora essa não pareça ser a realidade vivenciada no cotidiano das salas de aula. Conforme Soares e Sauer (2004), as práticas mais comumente observadas são fundamentadas pela transmissão de informações e repetições de procedimentos padronizados, com pouca liberdade para o exercício do pensamento autônomo e crítico.

Na mesma direção, Cabral (2015) teoriza que as práticas docentes ocorrem baseadas em uma visão positivista com relação aos conteúdos, sendo a aprendizagem entendida como um acúmulo de informações e com o ensino pautado na reprodução e na mecanização. Esse cenário é propício para a geração de tensionamentos entre as partes – enquanto os professores criticam a falta de conhecimentos prévios (CABRAL, 2015), os estudantes questionam os métodos, ultrapassados, segundo sua ótica, levando à falta de motivação (REZENDE, 2003). Quiçá ambas as partes tenham parcela de razão, quiçá também tenham parcela de responsabilidade pelo desencadear desse quadro.

O acesso ampliado ao Ensino Superior trouxe às IES um público heterogêneo, com alguns sujeitos com bases pouco sustentáveis para o progresso acadêmico (ZABALZA, 2004). Esse fato foi constatado por Cavasotto e Viali (2011), que, a partir de análises de erros em avaliações, detectaram equívocos em procedimentos algébricos e na própria interpretação do enunciado de alguns exercícios. Também perceberam déficits em operações elementares, tais como equações do primeiro grau, radiciação e manipulação algébrica, indicando a existência de lacunas conceituais em relação aos conteúdos desenvolvidos no Ensino Fundamental e Médio. Os autores enfatizam a problemática desse quadro que, muitas vezes, inviabiliza o sucesso e o progresso em disciplinas de Matemática no Ensino Superior. Seguindo a mesma linha argumentativa, Cabral (2015, p. 216) considera que “é crescente o número de relatos em pesquisas acerca da falta de conteúdos e mesmo informações que os alunos deveriam trazer em suas bagagens cognitivas ao ingressarem em cursos superiores”. Para a autora, esse cenário é uma das distintas vertentes do atual panorama relacionado ao ensino de Cálculo.

Contudo, esse ponto de vista não é consensual, sendo contrastado por diversos pesquisadores, dentre os quais destacamos Silva (2011). Para o autor, durante o Ensino Fundamental e Médio, muitos jovens tinham boas notas e alcançavam um bom nível de aprendizagem, perspectiva alterada quando ingressaram no Ensino Superior. Silva (2011) entende que isso vincula-se com o encontro de questões mais complexas, distintas daquelas

com as quais o estudante estava habituado e cujas demandas não são contempladas pela sua base conceitual, o que leva à frustração das suas expectativas.

O processo referido no último parágrafo comumente leva ao afastamento do discente da disciplina de Cálculo, gerando insegurança e falta de autonomia, posturas amplamente questionadas por autores como Soares e Sauer (2004) e Cabral (2015). Em contrapartida, o professor também nutre as suas expectativas, geralmente direcionadas por uma visão estereotipada de “aluno ideal”, cujos conhecimentos prévios deveriam ser suficientes para as propostas que seguem, com a autossuficiência necessária para equacionar os seus eventuais problemas, fato que geralmente não se confirma (SILVA, 2011).

Esses e outros motivos nos levam a considerar a existência de um hiato entre a Matemática abordada no Ensino Básico e a do Ensino Superior. Esse fato é referido por Fonseca Bom (2003), que considera a existência de uma Matemática “*mostrativa*” na Educação Básica, pautada por discontinuidades e falta de articulação entre os saberes. A expressão “*mostrativa*” é uma crítica à transmissão de informações, em que o professor detém o conhecimento, enquanto o aluno precisa prestar atenção e receber tudo aquilo que lhe está sendo “mostrado”. O autor considera que os professores, especialmente os do Ensino Médio, sustentam a crença de que uma explanação sobre determinada matéria e a resolução de alguns exemplos, realizados de forma sistemática e metódica, é o suficiente para um futuro sucesso dos discentes na universidade. Quando lá chegam, deparam-se com uma Matemática aparentemente distinta, necessitando de demonstrações, pressupondo o conhecimento de axiomas, premissas e o uso de linguagem simbólica. Essa conjuntura se constitui em mais uma novidade para o calouro. Cabral (2015, p. 210) afirma:

[...] a passagem do ensino básico para o ensino superior exige novas maneiras de pensar, pode-se dizer que se trata de uma quebra de paradigmas, impactando o modo como o aluno lida com o conhecimento, exigindo-lhe uma modificação na sua atitude; o que comumente não acontece.

A distinção entre a Educação Básica e o Ensino Superior não se limita aos conteúdos, envolvendo também diferentes maneiras de pensar, agir e se relacionar. Quando o sujeito não consegue desenvolver esses preceitos, forma-se uma lacuna entre os dois níveis de ensino, causando entraves para professores e estudantes.

Reduzir essa distância parece ser necessário, sendo esta a proposta defendida por Molon (2013). Ela preconiza a possível inclusão de conceitos básicos do Cálculo no Ensino Médio, explorando noções como infinito, reta tangente e taxas de variações, sendo exequível um estudo

interdisciplinar em articulação com outras disciplinas, como a Física, por exemplo, especialmente para o estudo de movimentos.

Acredita-se que uma maior atenção à aplicação, à experimentação e à visualização dos conceitos matemáticos nesta fase da escolaridade pode reverter o quadro de dificuldades e altos índices de reprovação nas disciplinas de Cálculo no Ensino Superior (MOLON, 2013, p. 110).

Para a autora, a aplicação de uma abordagem gráfica, sobretudo com auxílio de *softwares*, pode compor uma alternativa para a visualização de princípios aparentemente abstratos. Desse modo, podem ser explorados elementos geométricos em consonância com elementos algébricos.

A dicotomia entre a geometria e a álgebra no ensino de Cálculo não é recente e nos remete às diferentes abordagens dadas por Newton e Leibniz: “Leibniz era mais formal, manipulando símbolos algébricos. Newton tinha no fundo da mente um modelo físico” (STEWART, 2013, p. 60). Segundo Tall (1994), o mais frequente nas práticas dos professores é o privilégio para a esfera algébrica em detrimento da geométrica, o que pode ser aproximado aos processos desenvolvidos por Leibniz. A crítica que o autor faz fundamenta-se na sobreposição de procedimentos e algoritmos em relação à capacidade dedutiva, relacionada à análise de gráficos, por exemplo. Essa tendência leva ao estabelecimento de obstáculos na conexão entre os aspectos analítico e gráfico, muito em função das práticas pedagógicas tenderem a privilegiar o primeiro.

Tall (1994) aconselha um ensino de Cálculo que trabalhe com distintas representações, evidenciando as contribuições dos aspectos visuais na construção do pensamento matemático. Neste contexto, a visualização pode levar à interpretação a partir de representações mentais de conceitos.

Na concepção de Vinner (1991), a compreensão de um conceito passa pela estruturação mental de sua imagem, definida como *imagem de conceito*. Podemos entender isso como os processos cognitivos que associam a imagem às propriedades de um objeto matemático e aos processos envolvidos na sua manipulação. A consolidação de uma *imagem de conceito* ocorre ao longo das experiências desenvolvidas com um determinado objeto. Isso pode ser alterado na medida em que novos estímulos são encontrados, sugerindo uma prática pedagógica direcionada às múltiplas representações de um conceito, para o favorecimento de construtos mentais relacionados a ele (VINNER, 1991). Assim, um conceito abstrato torna-se uma ideia mental, de certa forma, visível para o sujeito.

Quando o sujeito consegue explicar a sua *imagem de conceito*, dizemos que ele formalizou a *definição de conceito* (VINNER, 1991). Essa sentença não vai necessariamente ao encontro das definições matemáticas aceitas como corretas pela comunidade científica, pois se relaciona às impressões construídas ao longo de experiências e relações estabelecidas com objetos. Ela também pode ser decorada sem que isso signifique um entendimento pleno, sendo apenas uma repetição programada (VINNER, 1991). Esses conceitos nos levam a refletir sobre as concepções relacionadas ao ensino de Matemática e a considerar que a abordagem formal parece não ser o melhor ponto de partida para a aprendizagem. Assim, faz-se necessário o contato anterior com a *imagem de conceito*, ou seja, a imagem modela a definição.

Essas ideias são reforçadas por Escarlate e Giraldo (2007, p.3): “Uma imagem de conceito não suficientemente desenvolvida pode levar o estudante a não compreender o papel da definição formal na estrutura teórica matemática, mesmo que a conheça e seja capaz de recitá-la com sucesso quando solicitado”. Essa falta de compreensão pode levar ao desuso dos conceitos formais ou mesmo produzir construções equivocadas, levando à dificuldade de aprendizagem, entendida como a não compreensão total ou parcial de conceitos e procedimentos (ESCARLATE, GIRALDO, 2007).

Vamos exemplificar as ideias do último parágrafo: um sujeito teve uma experiência com uma bola e a compreendeu, a partir de sua relação com o objeto, como um círculo. Quando ele precisar evocar os conceitos de esfera, é possível que faça confusões com a ideia de círculo e vice-versa. Analisar esses aspectos nos leva a destacar a relevância da representação de um objeto matemático a partir da sua imagem além da relevância da articulação entre as esferas algébrica e geométrica.

Essa perspectiva também é indicada por Müller (2015), que preconiza um ensino de Cálculo com a utilização de aspectos visuais e a manipulação de objetos matemáticos, procurando minimizar a postura passiva do discente. Para ela, a utilização de recursos digitais, por exemplo, objetos de aprendizagem, pode auxiliar na construção dos conhecimentos necessários para o avanço dos estudos no Ensino Superior. A autora acredita que é necessária compreensão do professor em relação aos equívocos cometidos pelos discentes para, desse modo, os obstáculos serem superados. Nesse contexto, o professor identifica os pontos de fragilidades conceituais a partir dos erros, sugerindo objetos de aprendizagem que contemplem as necessidades identificadas. Esse trabalho pode ser realizado em consonância com outros espaços da IES, como as monitorias por exemplo. Essa ideia contrapõe os modelos pedagógicos que consideram a avaliação como o final do processo, pois, a partir dos erros, são construídas novas estratégias de ensino.

Argumentos similares são apontados por Cury e Cassol (2004), cuja proposta consiste em analisar os erros dos discentes de Cálculo e planejar práticas pedagógicas a partir deles. Uma das problemáticas apontadas pelas autoras é o fato de não haver um pensar sobre os equívocos, portanto não ocorre uma compreensão inerente ao que foi acertado e ao que foi errado. Para elas, “muitos estudantes, ainda que recebam comentários sobre suas resoluções, não conseguem entender os próprios erros; parece-nos, então, que lhes falta uma reflexão sobre sua própria aprendizagem” (CURY, CASSOL, 2004, p. 7). Neste contexto, cabe ao professor realizar um acompanhamento, levando o sujeito a identificar e compreender as suas lacunas e fragilidades conceituais. Assim, o erro constitui-se em um elemento relevante para adaptar as práticas pedagógicas aos cenários encontrados na sala de aula.

A realização desse acompanhamento tem maiores chances de ocorrer quando conhecemos o perfil de quem está chegando ao Ensino Superior – fruto da sociedade em rede –, que “trabalha de seis a oito horas por dia ou dorme pela manhã, porque passou a noite navegando na Internet” (AZAMBUJA, SILVEIRA e GONÇALVES, 2004, p. 226). Os autores enfatizam que esses sujeitos tendem a nutrir a crença de ter a posse do conhecimento em função de terem um número irrestrito de informações. Sousa Santos e Filho (2008) afirmam que, nesse cenário, transmitir informações não é o suficiente, ou seja, é necessário o desenvolvimento de ações em prol do fomento do pensamento crítico e autônomo.

Superar a transmissão de informações não parece ser uma tarefa fácil, pois, historicamente, a universidade se constituiu a partir desse modelo (SOUSA SANTOS; FILHO, 2008). Muito tem se discutido sobre alternativas para superar a ênfase dada à transmissão, atribuindo-se um papel mais autônomo ao discente. Uma dessas vias, segundo Azambuja, Silveira e Gonçalves (2004), é a inclusão das tecnologias digitais a fim de auxiliar na mediação de situações de ensino e aprendizagem, criando uma relação mais dinâmica com o objeto do conhecimento. Os autores sinalizam que assim é possível “minimizar a distância entre a realidade vivida pelos alunos fora da universidade e a realidade acadêmica” (AZAMBUJA, SILVEIRA e GONÇALVES, 2004, p. 227).

Por outro lado, destacamos que usar tecnologias não é suficiente para a promoção de alterações nos panoramas pedagógicos. Flores (2013) preconiza a necessidade de mudanças, não apenas tecnológicas, mas essencialmente epistemológicas, no sentido de provocar o redimensionamento das práticas. Para o autor, é recomendável a inclusão das tecnologias digitais acompanhada da formação dos professores, não apenas para o uso, mas para o repensar das maneiras como as ações pedagógicas vêm sendo desenvolvidas. Soares e Sauer (2004) complementam, indicando que a simples manipulação de um *software*, por exemplo, não

transmuta um ensino baseado na transmissão. Para as autoras, é recomendável a utilização de recursos tecnológicos em alinhamento com uma proposta direcionada ao fomento de uma aprendizagem colaborativa, fundamentada na reflexão e na interação. Esses movimentos são passíveis de contribuir com a construção do conhecimento matemático, alterando os panoramas atualmente observados, normalmente pautados pela passividade discente, pela transmissão de informações e pela repetição padronizada de processos.

Analisar esse cenário nos leva a perceber que as dificuldades não se limitam à compreensão de determinados conteúdos. Os obstáculos existentes nas aulas de Cálculo têm naturezas diversas, tais como organizacionais, epistemológicas, culturais, pedagógicas, dentre outras. Todavia, nos próximos parágrafos tentaremos elencar algumas delas, além do considerado anteriormente.

Um fato significativo referido por Gonçalves, Silveira e Azambuja (2004) é o aumento significativo do número de estudantes nas salas de aula, dificultando a comunicação e a interação entre professor e discentes. Para Sousa Santos (2008) esse problema tem duas vias: na esfera do ensino particular existe um processo de mercantilização, visando quase exclusivamente ao lucro, enquanto no âmbito do ensino público existe a falta de investimentos em estrutura e em recursos humanos. Além disso, os autores nos lembram da existência de pressões sofridas pelos professores tanto da rede pública quanto da privada, dentre as quais, podemos citar a exigência por produção acadêmica, a falta de incentivo à qualificação e, em algumas circunstâncias, contratos de trabalho que não dão segurança ao docente. Esses fatores podem, de uma forma ou de outra, surtir reflexos na sala de aula.

Outras dificuldades aparentam perpassar os conteúdos, recursos pedagógicos e até mesmo as condições de trabalho, parecendo estar mais relacionadas a princípios culturais e epistemológicos. Esse é o ponto de vista defendido por Oliveira e Raad (2012), que trazem à tona o argumento da reprovação e da não aprendizagem como uma prática institucionalizada, vista por professores e discentes como fato comum, esperado e, em algumas circunstâncias, desejado. Neste sentido, a qualidade de um curso ou mesmo a competência de um professor podem estar relacionadas ao número de reprovações, mas de forma inversa: quanto maior a reprovação, melhor é a qualidade.

Essas práticas podem ser entendidas a partir da abordagem histórica. A influência do modelo europeu, pautado pela oralidade e pela transmissão de informações, com procedimentos hierarquizados e rígidos, pode levar à concepção de que ser rígido é sinônimo de ser acessível a poucos. Mesmo com a adoção de outros modelos posteriormente, os reflexos da didática europeia ainda chegam aos dias atuais. Quaisquer movimentos de reconfiguração tendem a ser

vistos como uma ameaça à estabilidade adquirida durante muito tempo. Nesse contexto, para melhorar a aprendizagem de Cálculo, não basta pensar apenas em “recuperar” aquilo que não se sabe, mas em revisar questões epistemológicas norteadoras de toda a organização da disciplina (OLIVEIRA; RAAD, 2012).

Em síntese, é consenso entre distintos pesquisadores a existência de inúmeras dificuldades relacionadas ao ensino e à aprendizagem de Cálculo, o que torna necessário o redimensionamento desses processos. Existe o intuito da obtenção de melhores resultados, não apenas como nota, mas como a construção do conhecimento Matemático, fato que nem sempre se consolida.

A seguir, indicaremos algumas alternativas frequentemente utilizadas para a qualificação dos processos de ensino e aprendizagem de Cálculo.

## **2.5 Alternativas para qualificação do ensino e da aprendizagem de Cálculo**

Parece ser inegável e urgente repensar o ensino de Cálculo, visto os fatos elencados anteriormente. Diversos pesquisadores têm indicado, e muitas vezes questionado, as ações desenvolvidas pelas IES, na busca por promover a aprendizagem e melhorar o desempenho dos discentes. Neste item, queremos sinalizar questionamentos sobre em que medida essas iniciativas estão contribuindo para a construção do conhecimento matemático e em que dimensão podem ser consideradas inócuas.

Historicamente, diversas ações têm sido adotadas sob o argumento de promover a qualificação da aprendizagem. Rezende (2003) problematiza esse assunto, considerando a existência de uma série de “soluções normais”, visando apenas melhorar a nota, com uma pequena ou mesmo inexistente preocupação com a construção do conhecimento. Segundo o autor, as atividades desenvolvidas pelas IES sequer conseguem melhorar a nota, além de não produzirem qualquer impacto no desenvolvimento do pensamento matemático ou no desempenho do estudante.

Assim, é oportuno que esse insucesso, tanto no desempenho quanto na construção do conhecimento, seja analisado e compreendido. Distintos autores, como Rezende (2003), Soares e Sauer (2004), Oliveira e Raad (2012) refletem e entendem que as iniciativas tendem a não ter sucesso por repetirem um modelo fundamentado na transmissão de informações, sem provocar qualquer redimensionamento na forma com que o sujeito percebe e compreende os conceitos. Oliveira e Raad (2012) definem essas iniciativas como simples paliativos, podendo, algumas vezes, produzir um sucesso pontual (nota), sendo algo inócuo em relação à aprendizagem. Para



eles o insucesso deve-se a questões de ordem cultural, cujos aspectos carecem de uma revisão, pois, atualmente, entende-se a reprovação como algo comum e até mesmo esperado por professores, discentes e gestores.

Nos próximos parágrafos, elencaremos algumas ações frequentemente observadas, mas nem sempre bem-sucedidas, cujo intuito é melhorar a aprendizagem de Cálculo. Na sequência, apontamos intervenções à luz do referencial teórico considerado, que, segundo nossos entendimentos, são passíveis de promover a aprendizagem.

Uma das ações mais observadas é o aumento quantitativo das listas de exercícios (REZENDE, 2003). Para Rezende (2003), isso revela as concepções epistemológicas do professor, cujas crenças entendem o “treinamento” como sinônimo de ensino de Matemática, sendo as repetições sistematizadas um fator essencial para a aprendizagem. Esse é o modelo clássico formalista, predominante no Brasil por muitos anos, cujos ecos ainda exercem influências nas práticas pedagógicas contemporâneas. Nesse cenário, os exercícios propostos se constituem em modelos prévios para as avaliações, o que, de certo modo, exerce uma pressão para a sua realização (REZENDE, 2003). Essa concepção entende os erros como decorrência da falta de prática, o que contraria a visão teórica indicada por Cury e Cassol (2004), que entendem o equívoco como uma possibilidade de avanço, sendo um ponto de partida para o desencadear da aula.

A repetição sistemática, segundo Notare (2009), pode produzir um aparente “sucesso”, relacionado unicamente à memorização e à repetição de processos padronizados. Nesse contexto, pode-se até acertar o cálculo, mas não existe uma compreensão dos passos que levaram a isso, tampouco da construção do conhecimento matemático. Assim, a mecanização ocorre em detrimento do aperfeiçoamento do pensamento lógico, da criatividade, do raciocínio e da abstração. Para a autora, um sucesso efetivo vincula-se às habilidades de “fazer matemática”, que exige conjecturas, testes, dedução e generalização. A autora considera que as dificuldades estão relacionadas às formas com que os conceitos são apresentados. Para ela, a Matemática “apresenta-se de forma polida, por meio de formalismos organizados em formas de teoremas, demonstrações e aplicações, e omitindo o processo de construção dos conceitos envolvidos” (NOTARE, 2009, p. 36).

Destacamos que não identificamos críticas aos exercícios em si, mas à dimensão epistemológica que os permeiam, que parece revelar uma visão de aprendizagem matemática como sinônimo de treinamento. Uma alternativa é apontada por Notare (2009), que sugere o emprego de problemas em que o estudante seja desafiado a superá-los. A resolução pressupõe a vivência do problema, sendo acertado que ele faça sentido para o sujeito e esteja articulado

com o contexto e com a realidade. Ela reitera que cada problema resolvido serve como base para os próximos, e assim ocorre o aprimoramento das habilidades de testar e conjecturar.

Em contraponto, destacamos que, em muitos casos, a utilização de problemas pode ocorrer de forma artificial, pautada por procedimentos padronizados que tendem a não desenvolver as habilidades referidas por Notare (2009). Almeida, Fatori e Souza (2007) reforçam essa ideia, lembrando que muitos dos próprios livros de Cálculo não relacionam as definições formais com problemas de aplicações, os quais normalmente encontram-se resolvidos no final dos capítulos. O discente, de um modo geral, não procura trabalhar com a resolução de problemas, e quando o faz já sabe antecipadamente como proceder, pois já identificou o padrão, que geralmente se repete.

Seguindo a mesma linha de raciocínio, ou seja, fazer o sujeito entrar em contato com os conteúdos necessários para o sucesso no Cálculo antes da disciplina, identificamos a existência de cursos<sup>12</sup> preparatórios ocorrendo em horários alternativos. Frescki e Pigatto (2009) relatam uma experiência em que, devido às dificuldades em Cálculo I, foi oferecido um curso que poderia ser realizado nas férias, nos sábados ou em horários alternativos, visando conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental e Médio. No entanto, a participação nesse tipo de ação nem sempre é garantia de sucesso posterior na disciplina de Cálculo. Esse argumento é reforçado por Rezende (2003), que questiona tais ações, exemplificando que elas tendem a não cumprir a sua meta de diminuir os índices de reprovação em Cálculo I. Podemos compreender esse fato pensando na forma com que tais minicursos são concebidos. Rezende (2003, p. 18) questiona: “Qual curso de Cálculo se quer? Aquele em que prevalece a técnica? Ou aquele que busca a construção de significados? ”

Logo, parece ser evidente que cursos preparatórios com o mesmo formato da disciplina tendem a fomentar os mesmos problemas ou apenas antecipá-los. Soares e Sauer (2004) problematizam o ensino puramente mecânico e propõem a necessidade da construção de competências, como a interpretação, o traçar de hipótese e o conjecturar. Ações que visem apenas ao “calcular” parecem não ser suficientes para construir uma base de pensamento Matemático que possibilite o sucesso no Cálculo. “Evidentemente, lacunas conceituais têm sido um impedimento para o sucesso acadêmico dos estudantes” (CURY; CASSOL, 2004). Segundo Oliveira e Raad (2012), cursos em que preponderam manipulações mecânicas e procedimentos sem reflexão tendem a não suprir a necessidade do sujeito para que ele avance de maneira

---

<sup>12</sup> Essas ações também são chamadas de minicursos, cursos preparatórios e cursos de nivelamento, variando de acordo com a IES que as realizam.

satisfatória. Aparece ser necessário ir muito além dos procedimentos e algoritmos, para promover a visão crítica e o pensamento autônomo (SOARES; SAUER, 2004).

Os cursos preparatórios são atividades tão comuns, consolidadas e defendidas, que acabam se constituindo em disciplinas obrigatórias (REZENDE, 2003) – são as disciplinas que antecedem o Cálculo I<sup>13</sup>, fenômeno observado em distintas IES. Para Couto et al. (2013), essas ações se justificam a partir das lacunas conceituais que os estudantes apresentam ao chegar ao Ensino Superior, e visam tópicos de Matemática Básica para dar sustentação à sequência de disciplinas. Em um primeiro olhar, tais iniciativas parecem fazer sentido, uma vez que, existem indícios, sobretudo nas falas dos professores de Cálculo, e mesmo em pesquisas aqui já indicadas, as dificuldades originam-se nessas lacunas. Porém, Rezende (2003) considera que é necessário algo muito mais amplo. Para o autor, agregar mais disciplinas não é o suficiente, enfatizando que a falta de “base” não é o único entrave. Segundo ele, é necessário um redimensionamento do olhar do professor acerca da finalidade da disciplina.

A crítica de Rezende (2003) não se concentra na inserção das disciplinas, mas nas concepções epistemológicas que subjazem a sua constituição. Essa ideia é compartilhada por Soares e Sauer (2004), que propõem um repensar das práticas, historicamente constituídas pelo entendimento de um aluno passivo e simples receptor de informações transmitidas pelo professor. Nas palavras das autoras:

As disciplinas básicas do curso de Engenharia precisam capacitar os aprendizes a relacionar conceitos matemáticos com situações reais e desenvolver o raciocínio dedutivo, habilitando-os a lerem os textos matemáticos e a interpretar fenômenos, frequentemente da Física (SOARES; SAUER, 2004, p.2 65).

Percebemos a necessidade de uma articulação entre conceitos e realidade, da interpretação e do pensamento dedutivo. Borragini, Maman e Dick (2014) relatam uma experiência de uma disciplina que antecede o Cálculo, em que, a partir de uma proposta interdisciplinar entre Física e Matemática, foram buscadas abordagens que levassem à autonomia dos estudantes frente às atividades e aos problemas propostos. Os autores enfatizam que os resultados foram satisfatórios e constituíram uma base de conhecimentos relevantes para a formação do futuro engenheiro.

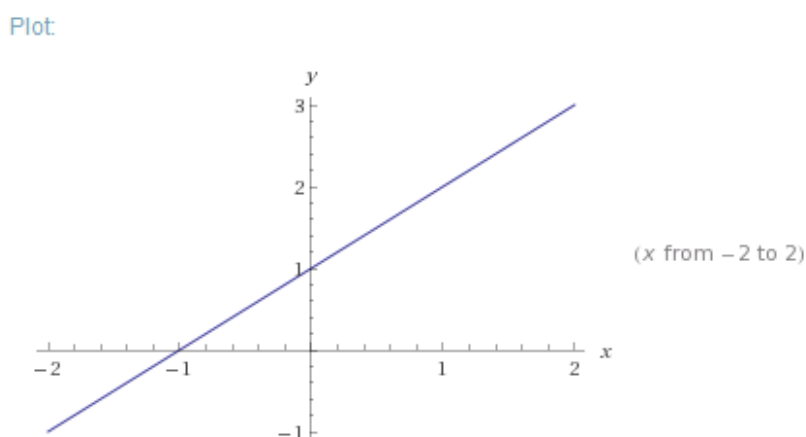
---

<sup>13</sup> Percebemos distintas nomenclaturas para essas disciplinas: Pré-Cálculo, Cálculo Zero, Introdução às Ciências Exatas, Introdução ao Cálculo. Independentemente da nomenclatura, o intuito é equacionar eventuais dificuldades inerentes ao Ensino Fundamental e Médio e que supostamente criam obstáculos para a aprendizagem de Cálculo.

Uma alternativa frequentemente observada é a inserção de tecnologias digitais, com uma visão, possivelmente, ingênua de que o uso dos recursos tecnológicos pode “modernizar” o ensino e equacionar os problemas da disciplina. Essa perspectiva é amplamente questionada por Flores (2013), para quem a tecnologia digital por si só não produz efeito algum, havendo a necessidade da mudança nas concepções dos sujeitos envolvidos. Soares e Sauer (2004) compartilham desse argumento, considerando que o uso de um recurso distinto pode apenas provocar uma alteração no suporte, mas seguir reforçando um modelo fundamentado na transmissão de informações, na passividade e na centralidade do professor.

A inserção vertical e sem reflexão das tecnologias digitais nas aulas de Cálculo é amplamente problematizada por Giraldo, Carvalho e Tall (2002). Os autores sinalizam que é necessário um alinhamento com as práticas pedagógicas, enfatizando que a mediação do professor é imprescindível. Na perspectiva deles, o uso de recursos tecnológicos sem uma prática pedagógica em que o docente media e supervisiona o andamento das situações desencadeadas pode inclusive prejudicar o desenvolvimento dos processos de ensino e aprendizagem. Uma situação ilustrada pelos autores é o uso de *softwares* para a plotagem de gráficos, em que um problema de escala, no lançamento dos dados, ou mesmo uma limitação tecnológica pode levar à constituição de uma imagem do conceito imprecisa. Por exemplo, o estudante utiliza um *software* para plotar o gráfico da função  $f(x) = x + 1$ , obtendo o seguinte resultado:

Figura 3 – Gráfico de uma função



Fonte: O autor (2018).

Caso não haja compreensão dos conceitos relacionados às funções, pode ser construída a ideia incorreta de que a função é finita e mesmo a de que o seu domínio ocorre no intervalo

fechado compreendido entre -2 e 2. Nesse caso, o uso da tecnologia não favoreceu a aprendizagem e pode ter potencializado as dificuldades que já existiam, ou mesmo criado dificuldades ainda não existentes. Isso nos leva a considerar os argumentos de Soares e Sauer (2004), que enfatizam a necessidade da participação mediadora do professor e refutam a tecnologia como uma solução por si só. As autoras sugerem que o professor estimule a reflexão, a problematização e o convívio entre os pares. Os recursos tecnológicos podem auxiliar nesse processo, mas não substituem a relação estabelecida entre professor e estudante.

Considerando os argumentos já referidos, podemos inferir que as tecnologias podem se tornar alternativas para a qualificação dos processos de ensino e aprendizagem de Cálculo na medida em que estiverem articuladas com uma proposta pedagógica que vise à construção do conhecimento. Elas podem colaborar na exploração das diversas faces de um objetivo matemático, possibilitando um percurso pelos diferentes mundos da matemática.

Mesmo que levemos em conta as ações supramencionadas e outras que possamos não ter identificado, a diretriz principal deste trabalho é a monitoria. Efetivamente, ela também se constitui em uma alternativa para a qualificação dos processos de ensino e aprendizagem de Cálculo e, devido à sua relevância na pesquisa, reservamos um item especial para esse tópico, em que trazemos reflexões mais abrangentes sobre o tema.

## **2.6 Monitoria: histórico e perspectivas**

A monitoria enquanto atividade acadêmica vem sendo frequentemente definida como uma ação em que um colega auxilia os demais em questões relacionadas a algum conteúdo específico. Nesta pesquisa, acreditamos que isso seja apenas parte da definição, que abarca outros aspectos de maior complexidade, os quais procuraremos elucidar nos próximos parágrafos.

A prática de um discente mais adiantado auxiliar o outro não é recente e tem suas origens históricas na Índia (BELLO, 1945), na Grécia Antiga (MORAES; TORRES, 2003) e remontam ao período da Revolução Industrial na Europa (BELLO, 1945). A expressão monitor “tem sua origem ligada ao sistema educacional e significa o que admoesta; estudante mais adiantado de uma classe encarregado de velar pelo comportamento de outros estudantes” (MORAES; TORRES, 2003, p. 1). A palavra admoestar pode ser entendida como sinônimo de reger, instaurar padrões de comportamento, censurar ou repreender, ações que também eram de incumbência do monitor no período, além de acompanhar e colaborar com as atividades do

mestre. Percebe-se que, historicamente, a tarefa do monitor não se relacionava diretamente com o ensino, mas com a prestação de auxílio, sobretudo nas questões disciplinares.

A monitoria enquanto ação pedagógica foi popularizada na Inglaterra por volta do ano 1800 (BELLO, 1945). Em um contexto em que a Igreja detinha o controle da Educação, praticando um ensino voltado para os fiéis batizados e cuidando quase que essencialmente da leitura das Escrituras, a “Escola Monitoral” constituiu-se em uma alternativa para a Educação das camadas mais populares (NATARIO, 2001). Desde aquela época, havia a falta de professores habilitados, o que levou as crianças mais avançadas a ensinarem as mais novas, não implicando em pagamento nem em uma estrutura básica, uma vez que as escolas monitorais normalmente funcionavam em casas improvisadas. Esse sistema foi fortemente questionado, especialmente por setores ligados à Igreja, mas foi reconhecido na Inglaterra como uma possibilidade para o ensino de classes menos abastadas (BARNARD, 1969). O reconhecimento da monitoria enquanto ação educativa popular levou o método a outras partes do mundo, sendo adotado como uma prática pedagógica (NATARIO, 2001).

No Brasil, a monitoria foi introduzida no Ensino Superior a partir da década de 1960. Segundo Dias (2007, p. 37), “o programa de Monitoria nas universidades brasileiras foi iniciado com a Lei 5.540, de 28 de novembro de 1968, que fixou normas de organização e funcionamento para o ensino superior”. Nesse período, alguém que fosse aprovado com bom desempenho e conhecimento técnico em uma determinada disciplina podia auxiliar os seus colegas e o professor da disciplina em um semestre seguinte. Essa espécie de ajudante tinha então a incumbência de desenvolver atividades de ensino e pesquisa e demais tarefas nas quais o professor estivesse envolvido (DIAS, 2007).

Neste período, de acordo com Dias (2007), a atuação do discente como monitor era algo reconhecido, remunerado e relevante enquanto experiência profissional, passível de potencializar o currículo. Lemos no parágrafo único da lei 5.540/68:

*“Parágrafo único –As funções de monitor deverão ser remuneradas e consideradas título para posterior inclusão em carreira do magistério superior”.*

Gradativamente, esse “prestígio” foi sendo reduzido, e outras atividades foram ocupando os espaços antes ocupados pelas monitorias. Dias (2007) lembra que, especialmente a partir da década de 1980, houve um processo de descaracterização, em que as IES passaram a liberar mais bolsas destinadas à pesquisa (iniciação científica), restringindo investimentos destinados às ações voltadas para o ensino. A concorrência por uma bolsa de monitoria tornou-se a segunda opção, normalmente exercida quando não era possível obter uma bolsa de pesquisa

ou, em casos menos comuns, com o intuito de efetivar-se uma primeira experiência com docência (DIAS, 2007).

Esses argumentos são reforçados por Nunes (2007, p. 47):

Infelizmente, nem toda instituição valoriza a monitoria como lhe é devido. A ânsia pela pesquisa que domina o cenário acadêmico reflete-se na oferta de bolsas para estudantes de graduação, pelos órgãos financiadores, apenas para iniciação científica. Gera-se a marginalização dos programas de monitoria acadêmica, que tendem a sobreviver com o financiamento, geralmente muito limitado, da própria IES.

Percebemos que, em muitas situações, as monitorias, quando comparadas com outras atividades, podem ser consideradas como algo menos significativo, pois recebem menores investimentos e atraem, em muitos casos, estudantes menos qualificados e comprometidos. Nunes (2007) considera a distinção entre pesquisa e ensino como algo a ser combatido, argumentando que é desejável que a universidade não volte o seu olhar apenas para a pesquisa, mas essencialmente para o conjunto formado por ensino, pesquisa, extensão e gestão, de forma que haja equilíbrio e sintonia entre essas esferas.

No entanto, a própria Lei de Diretrizes e Bases da Educação brasileira, (Nº 9.394 de 20/12/96) não prevê qualquer coisa neste sentido, deixando a cargo das próprias instituições e suas regulamentações internas a sistematização e organização das monitorias.

**Art. 84.** Os discentes da educação superior poderão ser aproveitados em tarefas de ensino e pesquisa pelas respectivas instituições, exercendo funções de monitoria, de acordo com seu rendimento e seu plano de estudos (BRASIL, 1996).

Nataro (2001) esclarece que essa normativa possibilitou que a monitoria não fosse mais uma atividade necessariamente remunerada, podendo ser utilizada apenas como atividade complementar<sup>14</sup>. A autora considera que isso levou à constituição de dois tipos de monitorias distintas: “remunerada” e “voluntária”, tendo ambas as mesmas atribuições e responsabilidades. Obviamente, a distinção consiste no fato de que uma das modalidades não é remunerada, enquanto a outra prevê vencimentos. Também é prática comum em muitas IES os bolsistas de iniciação científica receberem remunerações superiores aos bolsistas de ensino (NUNES, 2007).

---

<sup>14</sup> Muitos cursos de graduação exigem que os estudantes desenvolvam um determinado número de atividades a serem realizadas além do currículo do seu curso, denominadas, em muitos de casos, “atividades complementares”, “horas complementares”, “horas atividades” ou outras nomenclaturas similares.

Essa diferença parece ser injusta, uma vez que, segundo Natario (2001), a remuneração é um dos fatores que mais impacta na decisão de se tornar monitor. A valorização da atuação do monitor, também no sentido financeiro, parece ser relevante quando se parte de um pressuposto em que:

O monitor é considerado um agente do processo ensino-aprendizagem, capaz de intensificar a relação professor-aluno-instituição. Sendo assim, a colaboração com o professor deve ser participativa: o monitor poderá e deverá reunir-se com o docente para juntos elaborarem um plano de trabalho, considerando percepções, ideias, observações sobre os alunos e sobre a instituição, e realizando encaminhamentos concretos, que vão desde a adequação dos objetivos propostos pelo programa de ensino, até a avaliação das condições de realização da programação, a preparação de aulas, a checagem dos procedimentos, estratégias e avaliações, além de outras questões que possibilitem discutir e providenciar ações que favoreçam o ensino e a aprendizagem (NATARIO, 2001, p. 30).

Percebemos a relevância que a ação realizada pelo monitor pode exercer em relação aos processos de ensino e aprendizagem – seu e de seus pares. Apesar disso, Natario (2001) enfatiza que, para isso ocorrer, é necessário que a instituição ofereça apoio, destacando uma equipe pedagógica que lhe auxilie no desenvolvimento de estratégias de ensino e que também garanta a sua formação continuada. Para a autora, é recomendável que essa formação não abarque apenas os conteúdos específicos, mas essencialmente competências didáticas e estabelecimento de vínculos interpessoais.

Ocorre ainda que, de acordo com Nunes (2007), muitas vezes o monitor tem as suas atividades reduzidas, realizando atividades secundárias como, por exemplo, preencher relatórios, transcrever notas ou arquivar trabalhos.

Nesse contexto, não cabe expor o estudante-monitor a situações estranhas a esse processo de formação como, por exemplo, substituir o professor, avaliar os colegas estudantes, desenvolver pesquisas ou coleta de dados que não tenham relação de pertinência com a atividade docente, proposta no projeto interdisciplinar, realizar atividades meramente mecânicas, administrativas ou que não tenham articulação com a atividade docente. (DIAS, 2007, p. 41)

Para o autor, essas práticas, além de desvirtuarem a finalidade da monitoria, desestimulam a participação dos discentes, sobretudo daqueles que visam obter uma primeira experiência docente.

A subutilização da monitoria foi identificada por Cavasotto e Viali (2011), para quem o potencial dessas ações normalmente não é aproveitado na sua plenitude. A tendência observada pelos autores é uma procura pela monitoria para equacionar uma dúvida específica, algo pontual que não foi compreendido em sala de aula, com uma procura mais significativa nas vésperas de



provas. Os autores compreendem que, apesar da existência de horários flexíveis que facilitam a participação, não há uma rotina consolidada que inclua a monitoria nos momentos de estudo. Esse fenômeno relaciona-se às formas como são concebidas as ações, as quais levam o discente a adotar uma postura passiva, ou seja, de apenas receber informações, o que tende a não oferecer contribuições no que toca à construção do conhecimento (CAVASOTTO; VIALI, 2011). Para eles, as práticas vigentes em sala de aula e nas ações desenvolvidas fora dela são um modelo de transmissão de informações, insuficiente tanto para a construção de uma base de pensamento matemático quanto para compensar as lacunas conceituais que lhes permita existir. Neste sentido, a monitoria se constitui em uma prática inócua que existe, mas que não cumpre um papel relacionado a qualificar a aprendizagem.

Esses argumentos nos levam a considerar que é necessário redimensionar as formas com que as monitorias são concebidas, entendendo-as como ações pedagógicas passíveis de fomentar a construção do conhecimento. Parece ser oportuno encontrar alternativas que levem à mobilização do sujeito e ao incentivo de seu papel como ator principal na aprendizagem. Cury e Cassol (2004) consolidam com essa perspectiva, considerando que a relevância da proposição de atividades que desafiem e motivem os monitores, levando-os a exercer um papel ativo no processo de aprendizagem.

Uma das vias possíveis para que isso seja possível é a criação de condições para o estabelecimento de vínculos sociais entre os pares, em que a tônica seja a discussão, a problematização e o trocar de ideias. Uma ação nesse sentido é relatada por Coles e Holm (1993), em que a monitoria é fundamentada em problemas de aplicações matemáticas em situações cotidianas, a partir do envolvimento do monitor com grupos de estudantes. O monitor apenas organiza e direciona o processo.

Parece ser consenso entre distintos pesquisadores que a prática social e coletiva se constitui em um dos pilares da monitoria enquanto ação pedagógica. Reconhecemos, assim como Natario (2001), que o auxílio entre pessoas com idades aproximadas pode ser um facilitador da aprendizagem, uma vez que a linguagem, os interesses e as perspectivas tendem a ser semelhantes. Esse ponto de vista é amplamente preconizado por Natario (2001). A autora relata entrevistas com monitores e enfatiza que eles destacam como parte mais relevante da sua tarefa o oferecimento de apoio emocional aos demais colegas, estabelecendo uma relação interpessoal e prestando, além do auxílio na disciplina, um incentivo ao progresso dos demais.

Desse modo, assimilamos que o monitor deve possuir competências que ultrapassem o nível do conteúdo específico, abarcando também o que concerne aos processos de ensino e aprendizagem. Por este motivo, autores como Dias (2007) e Nunes (2007) indicam a

necessidade da formação do monitor, considerando-o um agente educacional que necessita de uma equipe pedagógica para lhe orientar e supervisionar, uma vez que é possível ele não tenha condições plenas de desencadear os movimentos necessários para a construção do conhecimento. Natario (2001) sinaliza que os eventuais insucessos na monitoria normalmente estão vinculados à falta de orientação para o monitor: “Eles próprios são levados a cristalizar hábitos, pois os esclarecimentos de dúvidas inerentes a essa prática são muitas vezes inexistentes, e, portanto, não se podem reverter em favor de maior assertividade” (NATARIO, 2001, p. 40). Assim, o sucesso da monitoria também se vincula à formação do monitor enquanto agente ativo no processo de ensino e aprendizagem.

Apostar em metodologias que levem o sujeito a construir o seu percurso de aprendizagem autonomamente é a tônica de distintas pesquisas. A seguir, apreciaremos algumas.

Azambuja, Silveira e Gonçalves (2004) argumentam que a interação entre a tríade professores, estudantes e recursos tecnológicos pode fomentar a construção do conhecimento de maneira coletiva e favorecer o desenvolvimento pessoal dos envolvidos. Para os autores, a utilização de tecnologias digitais pode permitir a interação entre discentes, professores e monitores, esclarecendo suas dúvidas e construindo conhecimento a partir da autonomia e da flexibilização do tempo e do espaço. É relevante que o professor tenha uma função de mediação, permitindo os movimentos interativos e a busca autônoma. Novamente, cabe destacar que, nesse contexto, a inovação não será desencadeada pelas tecnologias digitais, mas sim pela proposta pedagógica que a envolve.

Argumentos similares são apresentados por Müller (2015). A autora sugere que os professores mapeiem as dificuldades dos discentes na disciplina, e que haja um encaminhamento à monitoria para uma qualificação nas bases de conhecimentos matemáticos. Na monitoria, podem ser utilizados objetos de aprendizagem que contemplem as necessidades apresentadas, levando à superação das dificuldades. A tecnologia digital colabora para equacionar problemas de aprendizagem e, ao mesmo tempo, provoca um trabalho coletivo entre todas as partes envolvidas. Essa perspectiva indica a monitoria como uma ação planejada, pressupondo comunicação e interação entre as partes. Portanto, é aconselhável que o professor identifique as dificuldades e sugira a busca dos objetos de aprendizagem adequados (MÜLLER, 2015).

Em síntese, mesmo que os autores não concordem plenamente em relação aos recursos ou métodos a serem utilizados, parece ser consenso que se faz necessário superar a perspectiva

de transmissão de informações e adotar uma postura mais ativa do estudante em relação aos processos de ensino e aprendizagem.

## **2.7 Monitoria e a formação do professor**

Até a década de 1970, sobretudo nos cursos de engenharia, a disciplina de Cálculo era ministrada por especialistas da área, que, de maneira geral, pautavam suas práticas pela transmissão de informações. Esses profissionais continham pouco conhecimento de processos didáticos, o conteúdo era transmitido de acordo com as suas experiências profissionais (NITSCH, BAZZO E TOZZI, 2004). Mesmo quando o professor de Cálculo tinha uma formação específica em Matemática, essa também normalmente era constituída a partir da oralidade e da repetição (OLIVEIRA; RAAD, 2012). Mesmo tanto tempo tendo se passado, ainda é possível ouvir os ecos desse período alcançando as salas de aula, repetindo as práticas correntes daquela época.

Repensar o ensino de Cálculo parece envolver a formação do professor, fomentando formas alternativas de pensar e de agir, com reflexos em ações pedagógicas inovadoras. Para Oliveira e Raad (2012, p.135), a mudança nos panoramas dessa disciplina está atrelada à “formação de professores de matemática e, mais especificamente, àquela ligada ao ensino de Cálculo”. Neste trabalho, partimos do pressuposto de que a monitoria também pode ser um elemento na formação de professores, desenvolvendo concepções direcionadas à superação da transmissão de informações.

Autores como Homem (2014), Dias (2007) e Nunes (2007), dentre outros, destacam que a monitoria, sobretudo nas instituições federais, é vista como uma oportunidade de formação para o futuro professor. Nesse contexto, cabe a reflexão proposta por Krahe (2007, p. 15): “Formar professores é abrir caminhos para as futuras gerações. Caminhos estes que podem significar avanços, inovações, novas perspectivas, mas que também oferecem possibilidades de repetirmos o que aí está, sendas que acabam em becos sem saída”. A autora problematiza o modelo de formação de professores aplicado por muitas IES, sobretudo nas licenciaturas, que normalmente foca a formação nos conteúdos específicos, e insere, de modo descontextualizado, algumas disciplinas de cunho pedagógico. A crítica estende-se, também, aos programas de estágio, que ocorrem quase sempre no final dos cursos, quando o ideal seria o uso progressivo de práticas para formar o futuro professor vivenciando teoria e prática. Mesmo a autora tecendo sua argumentação essencialmente sobre a escola, cogitamos que a discussão possa ser ampliada para a monitoria, sendo essa uma via para a articulação da teoria e da prática no decorrer dos

cursos. Pessoas vinculadas a cursos de Engenharia, por exemplo, podem, a partir dessas ações, obter uma primeira experiência docente antes da pós-graduação, enquanto os de licenciatura têm a oportunidade de relacionar a teoria vista nas disciplinas com situações práticas de ensino.

Tanuri (2008) preconiza uma formação de professores com elementos da prática fundamentando a teoria. Nas palavras da autora: “a valorização dos ‘saberes da prática’ e a preocupação de se aumentar a integração entre teoria e prática tem sido um dos temas básicos da pesquisa e do debate” (TANURI, 2008, p. 81). Ela questiona os programas de formação que apartam as práticas de ensino dos conteúdos, propondo uma valorização dos saberes oriundos da docência em consonância com as teorias.

Na mesma direção, Krahe (2007) problematiza os modelos contemporâneos de formação de professores, em que sobretudo os programas de estágios são o primeiro contato com a docência, ocorrendo de maneira artificial, normalmente no final dos cursos. Para ela, os cursos de licenciatura, como o de Matemática, por exemplo, normalmente focam quase que exclusivamente nos conteúdos específicos da área, com um “verniz pedagógico” (KRAHE, 2007, p.28) composto por algumas disciplinas de cunho didático desarticuladas com o restante do curso. Ela propõe a vivência de situações de docência no decorrer da graduação, para o fomento de uma relação entre os conteúdos das disciplinas e as situações vividas no cotidiano da sala de aula.

Confirmando os argumentos acima, Dias (2007) propõe a monitoria como uma possibilidade de articulação entre teoria e prática, contribuindo para a formação do professor do Ensino Superior. Assim, constituir-se em monitor pode ser uma experiência relevante, em que, além de entrar-se em contato com o conteúdo, serão vivenciados aspectos pertencentes à construção do conhecimento matemático. Além disso, podem aparecer situações em que será possível testar-se aquilo que foi aprendido em sala de aula, buscando estratégias e alternativas, em uma vivência dos desafios inerentes ao ensino.

Outro ponto tocado por Dias (2007) é o benefício da primeira experiência docente no decorrer do próprio curso, formando um possível futuro professor em um ambiente de pesquisa e reflexão. Segundo o autor: “Destacamos a necessidade dos alunos (que se interessam pela docência) serem envolvidos, desde cedo, em projetos de ensino (monitoria) que contribuam para o início de uma cultura formativa, voltada para a docência na educação superior” (DIAS, 2007, p. 42). O incentivo à docência é um dos possíveis benefícios da monitoria ao monitor, bem como a formação do futuro professor de Cálculo.

Natario (2001) conjectura que a busca pela “carreira” de monitor também está vinculada às “condições para o aprofundamento de conhecimentos e para atividades ligadas à docência”

(NATARIO, 2001, p. 59). Para a autora, este é um dos fatores capazes de levar o discente a se tornar um monitor, juntamente com outros, como a remuneração e a afinidade com a disciplina. Segundo a autora, a monitoria como experiência de docência está relacionada à criação de possibilidades, pelas IES, para o monitor conhecer e se envolver no contexto da pós-graduação, normalmente desconhecido por ele no início do curso.

Cabe destacar que sujeitos vinculados a cursos de engenharia, por exemplo, não cursam disciplinas preparatórias para a docência na graduação, e em muitos momentos eles são monitores, exercendo suas atividades de certa forma, sem preparação. Em relação a isso, Flores, Lima e Müller (2017, p. 8) enfatizam

que a monitoria pode se constituir em um espaço de iniciação à docência, especialmente para o estudante de engenharia que não tem disciplinas com esse cunho na sua graduação. Para o estudante que almeje lecionar, essa experiência pode ser relevante no sentido de permitir a avaliação da sua carreira, ponderando se ele realmente visualiza isso como a sua profissão no futuro.

Os autores salientam ser indispensável a existência de uma equipe pedagógica para o fornecimento do devido suporte, pois é possível que os estudantes não tenham os conhecimentos necessários para o desencadear dos processos de ensino e de aprendizagem, além de não estudarem o assunto em seus cursos. Consideramos esse apoio como um ponto indispensável para todos os monitores, sendo necessário um olhar especial quando os estudantes não cursam licenciaturas.

Em síntese, consideramos a monitoria como uma oportunidade de formação para o futuro professor, constituindo um cenário passível de articular a teoria com a prática, o que, segundo autores como Krahe (2007) e Tanuri (2008), é relevante para a formação profissional e pessoal do futuro docente.

### **3. MARCOS TEÓRICOS DA PESQUISA**

Nesta etapa consideramos os dois marcos teóricos principais desta pesquisa. O primeiro aspecto abordado é a teoria dos Três Mundos da Matemática, segundo a visão de David Tall, em que exploramos as particularidades de cada mundo. Esse item é base para o posterior, em que são tratadas as dificuldades de aprendizagem a partir da teoria dos Três Mundos. Na continuidade fazemos referência à aprendizagem a partir da interatividade entre os sujeitos, para isso trazemos a teoria de Vygotsky e os seus principais elementos. Finalizando, tratamos de aproximar alguns aspectos entre as teorias de David Tall e de Vygotsky.

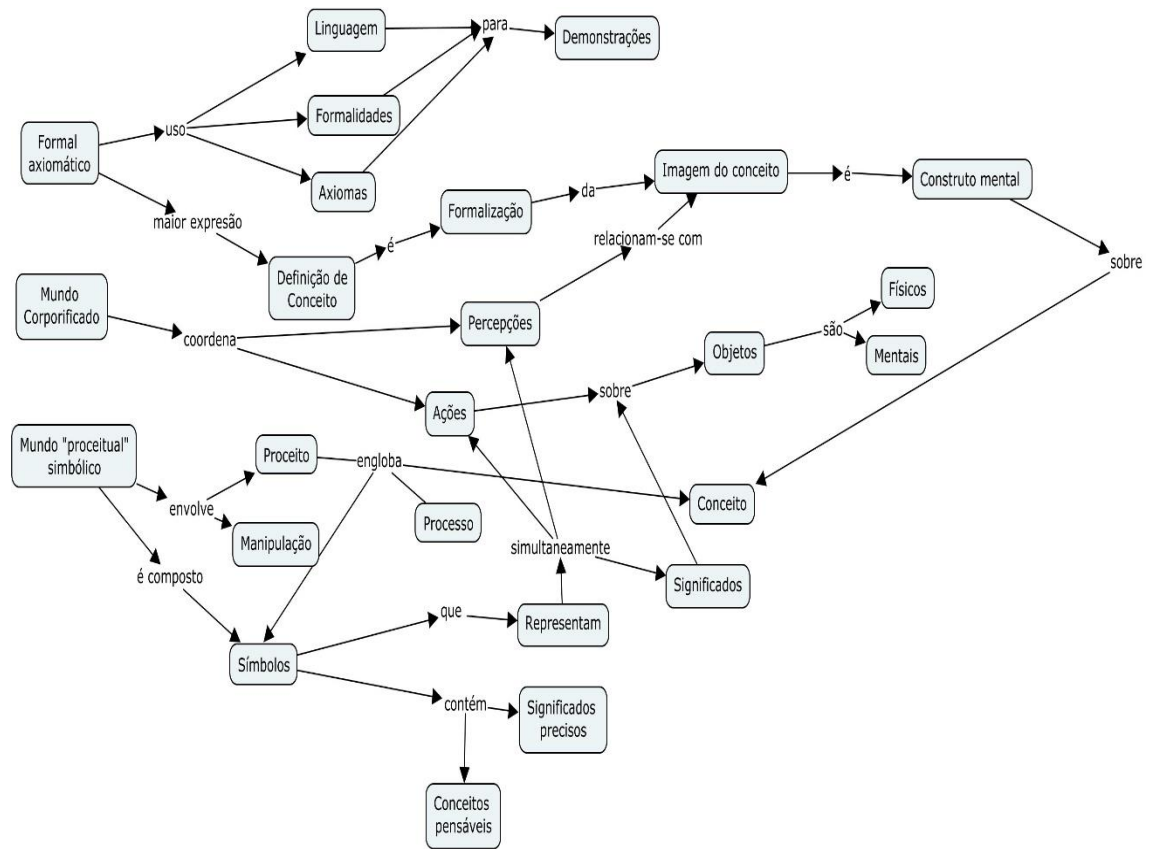
#### **3.1 Os três mundos da Matemática**

Parece ser fato, tanto a partir da visão teórica de distintos autores quanto nas falas dos professores, que o ensino de Cálculo tem sido pautado por dificuldades, reprovação e evasão. Essa tendência nos leva a investir esforços para compreender a construção do pensamento matemático à luz do referencial teórico de David Tall.

David Tall fez a sua graduação em Matemática em Oxford, entre 1960 e 1966, concluindo o doutorado em 1967. Iniciou sua carreira docente em 1966 na Sussex University, no Reino Unido, permanecendo lá até 1969. Naquele ano, ele ingressou na Universidade Warwick, na Inglaterra. Destacamos um ponto na carreira de Tall: o seu início como professor de Matemática Pura, migrando gradualmente para a área de Educação e obtendo o título de doutor nessa área em 1986. Aposentou-se na década de 1990 por motivos de saúde, mas deixou um legado de obras e teorias que permanecem contribuindo com a Educação (ALMEIDA; IGLIORI, 2013).

Parcela dessa teoria é um dos marcos teóricos deste trabalho. Como elemento inicial de nossas considerações, trazemos um mapa conceitual que, segundo nosso entendimento, sintetiza as principais ideias de David Tall utilizadas nesta pesquisa.

Figura 4 – Teoria dos Três Mundos da Matemática



Fonte: O autor (2018), adaptado de Tall (1994; 2008;2013).

O desenvolvimento cognitivo do pensamento matemático ocorre no percurso através de três mundos: *o mundo conceitual corporificado, o mundo simbólico e o mundo formal axiomático* (TALL, 2013). Esses mundos não obedecem a qualquer hierarquia nem oferecem um caminho a ser seguido, sendo que cada sujeito pode passar por mundos diferentes em momentos diferentes, sem um mapa ou roteiro definido previamente.

*O mundo conceitual corporificado* relaciona-se à percepção e à compreensão acerca dos objetos e das coisas. A corporificação ocorre a partir das experiências realizadas pelo indivíduo com objetos, não apenas no sentido físico, mas em uma dimensão mental de construção de significados (TALL, 2004d). Assim, o sujeito pode visualizar, manipular, representar e explorar as propriedades de um objeto matemático de forma física ou mental. A “viagem” por esse mundo compreende a corporificação de um conceito a partir de uma representação especialmente desenvolvida para o seu entendimento. Müller (2015) exemplifica como um estudante pode desenvolver um esquema mental para a compreensão da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição:

Figura 5 – Esquema mental para a propriedade distributiva

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Fonte: Müller (2015).

Esse mundo está vinculado à observação, percepção e representação, com o uso de setas, diagramas e esquemas, abrangendo as habilidades de analisar e traçar hipóteses acerca das propriedades envolvidas. Situam-se nessa esfera as representações, a geometria e as abordagens gráficas, levando em conta fatores como a visualização e a intuição (LIMA, 2007).

O conceito de intuição é entendido por Grande (2013, p. 66) como “conhecimento imediato, uma noção considerada autoevidente que expressa uma ideia trivial, que pode ser originada segundo uma imagem incorreta”. Mesmo que muitos autores entendam isso como senso comum, Grande (2013) destaca a sua relevância para a construção do pensamento matemático, que pode ser exemplificado a partir do uso da língua, da elaboração de imagens e da esquematização mental de conceitos. Desse modo, a intuição constitui-se em uma base de conjecturas e diagramas mentais prévios, antecessores da abordagem formal.

O *mundo simbólico* relaciona-se a símbolos matemáticos, trazendo uma representação para as ações de percepções do mundo *corporificado* (LIMA, 2007). Segundo o entendimento da autora, existe uma via de mão dupla entre processos e conceitos, sugerindo o uso da expressão “*proceito*<sup>15</sup>”. Podemos entender que os conceitos matemáticos têm uma representação simbólica, oferecendo uma possibilidade de manipulação, a qual nada mais é do que a síntese das ações sobre os próprios conceitos. Os símbolos compreendem conceitos matemáticos, ações sobre objetos matemáticos e o produto dessas ações (GRAY; TALL, 1994).

O termo *proceito* compreende a tríade processo, símbolo e conceito. Para ilustrar a situação, Lima (2007, p. 58) traz o seguinte exemplo:

2+3, 3+2, 1+4 são ‘proceitos’ elementares de um mesmo processo, pois resultam no mesmo conceito, o número 5. Ao entender que qualquer um dos diferentes procedimentos que dão o mesmo resultado pode ser usado na mesma situação, o indivíduo vê esses procedimentos como um mesmo processo.

<sup>15</sup> Lima (2007) foi a primeira a utilizar esta expressão em português traduzindo o texto original de Tall.



Nesse contexto, o procedimento é compreendido como uma série de passos intrínsecos, enquanto o processo é algo ampliado, que abarca o conjunto de procedimentos direcionados ao mesmo fim.

Essas considerações levaram Gray e Tall (1994) a abordar a questão do pensamento “proceitual”. Para eles isso se caracteriza a partir das competências de manipular flexivelmente os símbolos. Desse modo, o sujeito pode passar livremente de um processo para um conceito, quando a situação assim exigir, concebendo que diferentes procedimentos podem levar ao mesmo resultado. Por exemplo, para resolver a equação  $x^2 - 4 = 0$ , o estudante pode aplicar a fórmula de Bhaskara,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

considerando  $a = 1$ ,  $b = 0$ ,  $c = -4$  como os coeficientes, e chegar aos seguintes resultados:

$$x = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{\pm \sqrt{0 + 16}}{2}$$

$$x = \pm \frac{4}{2}; \quad x = \pm 2$$

Outra possibilidade seria adotar a seguinte estratégia:

$$x^2 = 4; \quad x = \pm \sqrt{4}; \quad x = \pm 2.$$

A equação foi resolvida com dois procedimentos pertencentes a um mesmo processo, levando ao mesmo resultado ou surtindo o mesmo efeito. Vale destacar que Gray e Tall (1994) reiteram que não existe uma direção definida ou nível de hierarquização do processo para o conceito ou vice-versa. Eles sugerem a flexibilidade. A aprendizagem pode ocorrer a partir do processo, do próprio conceito ou de ambos concomitantemente.

O *mundo formal axiomático* relaciona-se às formalidades da Matemática, tais como axiomas, teoremas e definições. Esse mundo “é caracterizado pelo uso de linguagem formal, o uso de definições formais para conceitos, a partir das quais são feitas deduções e

demonstrações” (LIMA, 2007, p. 79). Essas definições são empregadas na composição de estruturas matemáticas. Uma demonstração pode servir como base para outra, e essa para uma seguinte, e assim por diante. Nesse mundo, encontram-se as competências de dedução, naquilo que podemos chamar de pensamento matemático avançado. Diversos autores apontam que esse tipo de pensamento é desejável para o estudante do Ensino Superior em relação às ciências exatas, porém a sua construção parece ser bastante complexa.

A exploração do *mundo formal axiomático* tem sido pouco desenvolvida no Ensino Fundamental e Médio, conforme indica Lima (2007). Já Müller (2015) considera que isso também ocorre no Ensino Superior, ficando restrito a cursos específicos de matemática pura (bacharelados, mestrados e doutorados). A autora indica que, fora desses cursos, existe uma tendência de não haver um percurso por esse mundo, de modo que geralmente os cursos de Cálculo tornam-se restritos aos dois primeiros.

Um percurso pelos três mundos pressupõe a consolidação da *imagem de conceito*, que pode levar ao progresso do pensamento matemático e da aprendizagem (TALL, 2004). Nesse contexto, conforme Lima (2007), cada sujeito tem um caminhar distinto, pois a edificação da sua *imagem de conceito* é algo singular e relacionado com as suas vivências dentro e fora da escola. Para a autora, “essas experiências anteriores são de fundamental importância no aprendizado de um conceito matemático, pois elas afetam esse aprendizado de alguma forma” (LIMA, 2007, p. 86). Tais vivências são parcelas da *imagem de conceito* e chamadas por Lima (2007) de “*já-encontrados*”. Para a autora, ao nos depararmos com uma situação nova, temos a tendência de repetirmos padrões que já conhecemos. Para Tall (2008), as experiências prévias estabelecem conexões mentais e interferem na forma como avaliamos uma nova situação.

A utilização dessa bagagem prévia pode ser tanto positiva quanto negativa em relação à aprendizagem. Para Müller (2015), quando os conhecimentos prévios não estão bem estruturados mentalmente, eles podem servir de entrave para a aprendizagem, sendo aconselhável a dedicação do professor a esse ponto.

Vamos ilustrar a argumentação com um exemplo: Um estudante compreende a operação  $8+10=18$ , no conjunto dos números naturais. A partir disso, ele pode generalizar de maneira equivocada, entendendo  $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{5}{9}$ . Nessa situação, ele entendia o algoritmo, mas não o contexto de sua aplicação, que não se aplicava ao conjunto dos números racionais.

Outra situação comumente observada, de maneira especial no ensino de limites, é o partir de uma base aritmética, considerando, por exemplo,  $\frac{7}{7} = 1$ , e de maneira errada entender  $\frac{\infty}{\infty} = 1$ . Em ambos os casos, havia um conhecimento válido dentro de um cenário específico,

mas que se mostrou equivocado, tornando-se um obstáculo quando utilizado em outro domínio. Para Lima (2007), esse tipo de erro

[...] é fruto de um aprendizado local, que trouxe sucesso anteriormente, mas que, ao ser usado em outro contexto, falha e resulta em erros. Tal conhecimento deve ser adaptado para a nova situação, a fim de que o seu domínio de validade seja ampliado (LIMA, 2007, p. 87).

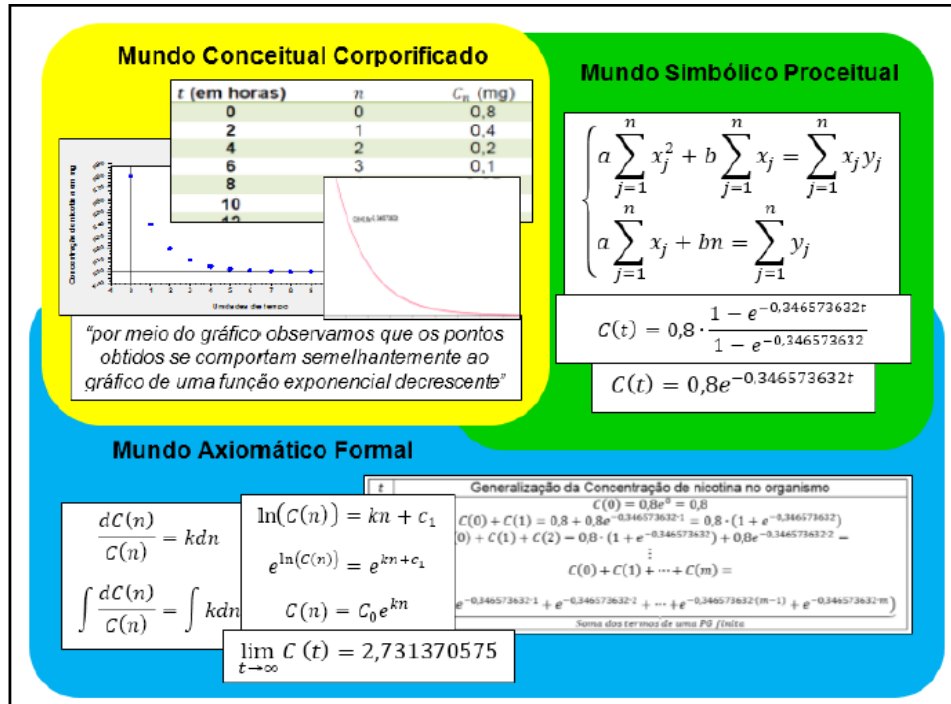
Não obstante, o *já-encontrado* pode ser algo positivo quando ele estiver bem fundamentado na mente do sujeito, de forma que seja capaz de articular aquilo que já conhece com o que está sendo mostrado como algo novo (MÜLLER, 2015). Por exemplo, um estudante que compreenda o teorema de Pitágoras provavelmente conseguirá calcular o módulo de um vetor sem maiores dificuldades.

Para Lima (2007), uma vivência nova também pode interferir nas aprendizagens anteriores. Essa experiência encontrada posteriormente é chamada de “*a-encontrar*” e tem o poder de afetar os conhecimentos *já-encontrados*. Tall (2008) argumenta que nascemos com uma estrutura mental que leva certo tempo para amadurecer e estabelecer conexões ainda não consolidadas na *imagem do conceito*, as quais podem alterar a estrutura mental e incorporar-se a ela. No entendimento de Lima (2007), a ação do *já-encontrado* pode ser positiva ou negativa. Vale ressaltar que a influência somente será negativa quando os conceitos *já-encontrados* não estiverem construídos de maneira sólida, exigindo do professor atenção a estes aspectos (LIMA, 2007).

Também destacamos que os processos são muito dinâmicos. Um conceito *a-encontrar* pode se tornar um *já-encontrado* dependendo das experiências e das relações que o sujeito estabeleceu com o objeto do conhecimento, e tais experiências podem ocorrer tanto no sentido físico quanto no mental (VINNER, 1991).

A seguir, trazemos uma ilustração que exemplifica elementos pertencentes a cada um dos mundos:

Figura 6 – Exemplos de elementos dos Três mundos



Fonte: Robim, Tortola, Almeida (2014, p. 12).

Identificamos gráficos, tabelas e descrições como pertencentes ao mundo corporificado. De acordo com Tall (2004), neste mundo se encontram as representações que fazemos dos objetos, e a linguagem é utilizada no sentido de nomear e identificar as propriedades. O uso de símbolos, como, por exemplo,  $\sum$  para identificar o somatório, encontra-se no mundo simbólico. É algo mais amplo do que uma operação, pois abarca também o processo e o conceito. Já as notações formais enquadraram-se no mundo axiomático.

Compreender os percursos dos estudantes é algo considerável no sentido de conceber práticas pedagógicas que permitam, orientem e auxiliem o livre circular pelos Três Mundos da Matemática, segundo Tall (1994; 2004d; 2008; 2013). Dotados dessa base teórica, o próximo item é dedicado às dificuldades<sup>16</sup> discentes em relação ao Cálculo.

### 3.1.1 Cálculo à luz da teoria dos Três Mundos da Matemática

Como já escrevemos anteriormente, a partir de teorias e ideias de distintos autores, a disciplina de Cálculo apresenta dificuldades, seja no âmbito da aprendizagem, seja no das

<sup>16</sup> Neste trabalho, entendemos dificuldades como a não compreensão de determinados conceitos. Não consideramos as dificuldades de ordem cognitiva.

estratégias de ensino. Nos próximos parágrafos, buscaremos compreender essas dificuldades com base na teoria dos Três Mundos da Matemática, de David Tall.

Como podemos observar nos livros didáticos, o Cálculo costuma ser composto pelos conteúdos de limites, continuidade, derivada e integrais (REZENDE, 2003). Essa estruturação, que por sinal contrapõe a ordem histórica, nem sempre apresenta os pontos que concentram as maiores dúvidas. Em muitos momentos, essas dificuldades podem aparecer em aspectos que antecedem e em outros que ultrapassam esses temas, como veremos a seguir.

Autores, como Cavasotto e Viali (2011) e Müller (2015), defendem que a base conceitual do estudante, proveniente do Ensino Fundamental e Médio, se constitui em barreiras para o sucesso acadêmico. Müller (2015) indica que uma das dificuldades mais apresentadas é a relacionada com a propriedade distributiva, que se faz presente em diversos algoritmos. Para a autora, é comum a geração de padrões equivocados, tais como

$$(x + 2)^2 = x^2 + 4$$

Uma possível explicação para este equívoco diz respeito à “saliência visual”. Nesse sentido, Kirshner e Awtry (2004) definem que esse tipo de equívoco não representa necessariamente uma compreensão errada, mas sim uma percepção incorreta das regras corretas. Assim, o sujeito pode generalizar, de maneira imprecisa, a partir de outras regras, como a da potenciação, e interpretar, erroneamente, que basta elevar cada um dos termos à potência dois, ao invés de elevar a expressão na íntegra. Ele pode não perceber as expressões  $(x + 2)^2$  e  $(x+2)(x+2)$  como representações distintas para o mesmo conceito.

A utilização de múltiplas representações também é preconizada por Duval (1993). Para ele, o sucesso<sup>17</sup> em Matemática está relacionado à possibilidade de representar um objeto de várias maneiras. Por exemplo, uma função do primeiro grau pode ser representada por um gráfico, uma tabela ou um diagrama sagital. O transitar por essas formas pode favorecer a resolução de problemas e o desenvolvimento do pensamento matemático. No entanto, a autora enfatiza que isso é pouco comum, de modo que o estudo de funções se torna restrito a poucos processos padronizados, limitados e definidos pelo professor. Qualquer alternância nos procedimentos conhecidos pode causar grandes transtornos, uma vez que os sujeitos estão acostumados a repetir de uma forma programada.

Equívocos em álgebra básica, similares aos referidos anteriormente, também são apontados por Cavasotto e Viali (2011). Essa preocupação não é nova e é compartilhada por

---

<sup>17</sup> O contexto em que a palavra “sucesso” está sendo utilizada não se refere ao da nota, mas à construção do conhecimento matemático. Não reconhecemos “sucesso” como sinônimo de boas notas, mas como o desenvolvimento do pensamento matemático.

outros autores. Na Educação Básica, a tendência observada é a predominância de práticas pedagógicas mais centradas no mundo simbólico, com poucas investidas no mundo corporificado e praticamente nenhuma no mundo formal axiomático (LIMA, 2007). Partindo de um pressuposto de que o progresso do pensamento matemático implica um percurso sem roteiro entre os três mundos, a falta desse fluxo pode levar à percepção de que a álgebra se constitui em algo abstrato e apartado da realidade.

Outras dificuldades observadas concentram-se na generalização e abstração (CURY; CASSOL, 2004). Essas competências estão intimamente relacionadas ao mundo formal axiomático, bem como as de demonstrar, deduzir e abstrair (LIMA, 2007). As dificuldades neste âmbito parecem se relacionar à pouca exploração dessa esfera, inclusive no Ensino Superior (MÜLLER, 2015). Normalmente, o sujeito não precisou utilizar as competências referidas durante a sua trajetória, quase sempre repetindo algoritmos padronizados, que pouco colaboram para o desenvolvimento do pensamento matemático.

Argumentação similar pode ser feita em relação aos equívocos na análise e interpretação de gráficos e funções. Cury e Cassol (2004, p. 33) consideram que os discentes “mostraram não conhecer o traçado de gráficos das funções básicas, que deveriam ter sido estudadas no ensino médio e com as quais com certeza trabalham na disciplina de Cálculo I”. As autoras sinalizam casos de desconhecimento de gráficos, de confusão em relação aos eixos x e y, de problemas no conceito da função além de erros em procedimentos de cálculos. Isso parece demonstrar as dificuldades nas múltiplas representações e no trânsito entre as esferas algébrica (função) e geométrica (gráfico). A articulação entre essas duas dimensões parece pressupor a consolidação da *imagem de conceito* e a realização de propostas que levem a isso, com a manipulação de objetos e o livre pensar sobre as suas propriedades. Essas ideias convergem com a perspectiva apresentada por Tall (1994), que também considera as dificuldades que os estudantes apresentam ao transitar entre os níveis analíticos e gráficos do Cálculo, muito em função de uma prática pedagógica que tende a privilegiar os formalismos.

As dificuldades em conteúdos próprios do Cálculo, normalmente iniciam nos “limites”, especialmente em função do nível de abstração exigido, mas também por ser o primeiro assunto da quadra<sup>18</sup> que geralmente compõe o programa da disciplina. Para Lima (2007), o estudo de limites necessita da consideração de quantias arbitrariamente grandes ou pequenas, processo que difere muito da álgebra e da aritmética usadas até então. A autora reforça que os professores de Cálculo tendem a empregar procedimentos algébricos considerados abstratos pelos

---

<sup>18</sup> Limites, continuidade, derivada e integrais são os assuntos que compõem os cursos de Cálculo (REZENDE, 2003).

discentes. Lima (2007) sugere a exploração da interface gráfica, desenvolvendo o pensamento “proceitual”, em que se aliam símbolo, processo e conceito.

Pensar em quantias muito grandes, muito pequenas ou que se aproximam de um certo valor sem nunca chegar não é algo simples, especialmente para o ingressante no Ensino Superior, que provavelmente terá o seu primeiro contato com esse nível de abstração. Almeida, Fatori e Souza (2007) pensam que é recomendável que as ações pedagógicas explorem os aspectos geométricos (gráficos) antes dos procedimentos algébricos, tendo em vista a aplicabilidade dos conceitos. As autoras indicam o uso de situações de ensino que coloquem o estudante em contato com o cotidiano, e isso pode ocorrer com a postura de problematização do professor. Essa postura parece sugerir um percurso com escalas nos três mundos da Matemática, contrariando algumas práticas pedagógicas identificadas que parecem permanecer apenas em uma única esfera.

Outra dificuldade indicada por distintos autores relaciona-se às “derivadas”. Na visão de Stewart (2013), esse é um dos eixos estruturantes do Cálculo, tendo uma amplitude relevante de aplicações. A falta de compreensão em relação às derivadas, segundo D’Avoglio (2002), está relacionada ao não entendimento do conceito. Para esse autor, os professores tendem a introduzir esse conteúdo a partir dos limites, cujas dificuldades já foram elucidadas anteriormente. Outras abordagens, tais como a taxa de variação ou a inclinação da reta tangente, parecem ser colocadas em segundo plano. Giraldo, Carvalho e Tall (2002, p. 2) esclarecem que “a abordagem do conceito de derivada deve incluir diferentes representações, de forma a propiciar a formação de ligações múltiplas e flexíveis entre unidades cognitivas”. Eles ainda evidenciam que cada abordagem revela certos aspectos, mas em contraponto oculta outros, sugerindo uma proposta articulada entre as diferentes formas de conceber o conceito de derivadas. Isso pode possibilitar que o sujeito estabeleça uma relação entre símbolo, conceito e processo, construindo uma ideia mental do que a derivada representa e vinculando-a com a realidade.

Argumentos similares são apresentados por Bisognin e Bisognin (2011), para quem a construção do conhecimento relativo às derivadas relaciona-se às diferentes representações e tratamentos utilizados pelo professor, bem como aos nexos estabelecidos entre elas para a solidificação do significado. Elas problematizam o uso reduzido dos aspectos geométricos para o ensino de derivadas, considerando a existência de entraves na concepção geométrica da derivada. Segundo as autoras, isso está relacionado às práticas pedagógicas que tendem a privilegiar o aspecto analítico, pautado por formalidades e procedimentos padronizados. O foco nessa única face parece limitar a viagem entre os três mundos da Matemática e pode

desfavorecer o avanço do pensamento matemático e gerar uma série de obstáculos, tanto em relação à aprendizagem quanto em relação ao desempenho entendido como nota.

O sentido geométrico pode auxiliar na construção da *imagem de conceito* (VINNER, 1991), que posteriormente poderá se solidificar como algo próprio do sujeito. Na concepção de Bisognin e Bisognin (2011, p. 511), ao “trabalhar com um conceito matemático, a representação gráfica desempenha um papel fundamental no sentido de facilitar sua construção”. Tais ideias são indicativos de que é aconselhável o uso das abordagens geométricas juntamente com a algébrica para a representação e compreensão de um determinado conceito. Para muitos autores, as dificuldades de aprendizagem em Cálculo estão intimamente ligadas à falta da construção de uma *imagem de conceito*, em função da predominância da álgebra, que tende a levar o sujeito a não construir a imagem mental do conceito e, conseqüentemente, não conseguir aplicá-lo em um contexto diferente do proposto em sala de aula.

Em relação às integrais, outro eixo estruturante do Cálculo (STEWART, 2013), distintos pesquisadores também apontam dificuldades, o que é natural tendo em vista a proximidade desse conteúdo com limites e derivadas. Escarlate e Giraldo (2007, p.1) indicam que parcela significativa dos estudantes formam uma ideia inexata do conceito de integral, levando a equívocos em situações que poderiam ser consideradas simples. Na perspectiva indicada por eles, isso decorre do excesso de formalismos e do uso limitado de representações, o que restringe a construção da *imagem de conceito*. Os autores questionam o modo como muitos professores desenvolvem o assunto em sala de aula – partindo do conceito para posteriormente chegar à dimensão geométrica.

Tall e Vinner (1981) sugerem que, antes da introdução da definição formal, é recomendável haver uma habituação com o conceito, a partir de distintas experiências físicas ou mentais que o envolvam. A ênfase no aspecto formal precedendo à imagem tende a não privilegiar a construção da *imagem de conceito*, ou mesmo a consolidar imagens incompletas ou equivocadas. A teoria de David Tall (1994; 2004d; 2013) considera ser oportuno o início do processo de ensino de Cálculo pela consolidação da *imagem de conceito*, para que, posteriormente, ocorra a introdução da definição formal. Desse modo será possível desencadear articulações cognitivas, levando à *definição de conceito*, que sinaliza maturidade em relação ao pensamento matemático.

Em contraponto, queremos esclarecer que não estamos, de maneira alguma, criticando os aspectos algébricos do Cálculo. Nossa argumentação consiste em preconizar a realização de um ciclo entre os três mundos, valorizando representações, símbolos, conceitos, processos e definições.



### 3.2 Aspectos sociointerativos

Até este momento, sustentamos nossa pesquisa com os estudos de distintos autores que precederam este trabalho, mas principalmente com as ideias de David Tall, cujo alicerce teórico propõe bases sólidas acerca do desenvolvimento do pensamento e da construção do conhecimento matemático, a partir do percurso pelos três mundos da Matemática. Porém, as visões teóricas de outros autores, como Dias (2007), Nunes (2007) e Natario (2001), trouxeram a perspectiva de que a monitoria não é apenas uma relação entre uma pessoa e o objeto do conhecimento, mas essencialmente entre os sujeitos. Frequentar a monitoria não se resume a manipular um objeto, receber uma explicação ou resolver exercícios, mas essencialmente a formar um vínculo social com os seus pares. Esse é um ponto que a teoria de David Tall parece não considerar plenamente, o que nos leva a ampliar a nossa perspectiva teórica considerando os textos de um autor que aborda essa questão na sua essência: Lev Vygotsky.

Vygotsky nasceu na Bielorrússia, leste europeu, em 1896, membro de uma próspera família judia. Sua formação foi bastante ampla e diversificada, graduando-se em Direito e enveredando pela Psicologia, Filosofia, Medicina e Literatura. Mesmo vivendo um contexto de revolução socialista, que inegavelmente influenciou seus textos, sua base teórica não foi constituída apenas por autores soviéticos (MOYSÉS, 1997).

As ideias de Vygotsky continuam influenciando pesquisadores, sobretudo das áreas de Educação e Psicologia. Moreira (1999) destaca que, diferentemente de outras abordagens teóricas, a teoria sociointeracionista de Vygotsky parte do pressuposto de que o desenvolvimento do sujeito ocorre em um cenário social, histórico e cultural no qual ele está imerso. Os processos psicológicos superiores, que abarcam o pensamento e a linguagem, têm sua origem e suas raízes na ação social. Nos textos de Vygotsky e nos de seus colaboradores, enfatiza-se que, nos estudos por eles desenvolvidos, havia a predominância dos processos sobre os produtos, o que revela, junto com outros elementos, a sua base filosófico marxista.

Por outro lado, não podemos deixar de julgar que a obra original de Vygotsky foi escrita em russo e, na sua maioria, traduzida primeiramente para inglês e espanhol e, na sequência, para o português. Oliveira (2010) destaca que originalmente Vygotsky utilizava a expressão “*obuchenie*”, traduzida ora como ensino, ora como aprendizagem. No sentido original, a expressão abarcava o sujeito que ensina, o sujeito que aprende e a relação socialmente estabelecida entre ambos, uma vez que a ideia de aprendizagem está vinculada aos processos sócio-históricos (OLIVEIRA, 2010). Desse modo, Oliveira (2010) sugere que, quando lemos

a expressão “processo de aprendizagem” nos textos traduzidos, pensemos em processos de ensino e aprendizagem, considerando-se não um processo direto, mas mediado, sobretudo pela linguagem. Assim, entende-se o conceito de mediação como os processos de conversão de relações sociais em funções psicológicas, promovendo no sujeito a reconstrução interna de operações externas (MOREIRA, 1999).

A teoria de Vygotsky sustenta-se em alguns eixos estruturantes, dentre os quais destacamos dois: a mediação e o desenvolvimento mental superior do sujeito a partir de ligações socialmente estabelecidas. Ambos se relacionam e têm certa proximidade. Procuraremos elucidar tais conceitos nos próximos parágrafos.

Primeiramente, destacamos que, segundo a teoria Vygotskyana, o desenvolvimento cognitivo do sujeito ocorre a partir da convivência com os outros, que não ocorre de forma direta, mas mediada. Segundo Moreira: “Desenvolvimento cognitivo é a conversão de relações sociais em funções mentais” (MOREIRA, 1999, p. 110). Os vínculos socialmente constituídos se convertem em funções psicológicas apoiadas na *mediação*. Por intermédio da mediação, o sujeito é capaz de reconstruir interiormente (interiorizar ou internalizar) uma atividade externa (MOREIRA, 1999). Nesse cenário, ainda é necessário refletirmos sobre dois elementos essenciais: os instrumentos e os signos.

O instrumento pode ser entendido como “um condutor da influência humana sob o objeto de atividade; ele é orientado externamente, deve necessariamente levar a mudanças nos objetos” (VYGOTSKY, 1998, p. 72). São meios físicos utilizados para o controle da natureza. Entretanto, não podemos pensar nos instrumentos como meras ferramentas, mas como objetos que oferecem a possibilidade de efetivar uma ação mediada entre o homem e o contexto que o circunda. O ser humano conta com a capacidade de construir os seus próprios instrumentos, repassando o seu préstimo, a sua constituição e a sua forma de utilização para os seus pares. Um instrumento pode passar de uma geração para a seguinte, tendo o mesmo uso ou sendo aprimorado.

Já o signo “não modifica em nada o objeto da operação psicológica. Constitui em um meio da atividade interna dirigido para o controle do próprio indivíduo; o signo é orientado internamente” (VYGOTSKY, 1998, p. 73). Ele atua como auxiliar da mente para potencializá-la, seja para memorização, para comparação ou para a realização de escolhas. Moreira (1999, p. 111) define signo simplesmente como “algo que significa alguma outra coisa”. Moreira (1999) exemplifica que as palavras são signos linguísticos cujo significado é estabelecido socialmente. Assim, os signos podem ser classificados em três tipos: indicadores, icônicos e simbólicos. Os primeiros apresentam uma ligação direta de causa e efeito com o que significam.

Os segundos relacionam-se aos desenhos ou ao que eles significam. Os terceiros trazem uma relação abstrata com o que significam.

As representações simbólicas do mundo que o homem realizou alicerçadas nos signos levaram à organização de sistemas de signos, que consistem no compartilhamento desses signos por grupos sociais, permitindo a interação e a comunicação (OLIVEIRA, 2010). Podemos exemplificar a Matemática e a linguagem escrita como dois sistemas de signos. Moreira (1999) enfatiza que a linguagem é o sistema de signos mais relevante no que diz respeito ao desenvolvimento cognitivo humano, pois a partir dela é possível o pensamento abstrato flexível, sem uma dependência necessária do contexto externo.

Assim, o progresso cognitivo do sujeito pode ser entendido a partir da reconstrução interna de signos e instrumentos que foram produzidos histórica e culturalmente. Vygotsky entende o processo de construção interna fundamentado em três transformações: 1) a reconstrução interna de uma operação que inicialmente representa uma atividade externa; 2) um processo interpessoal que se converte em intrapessoal; 3) um processo interpessoal que se converte em intrapessoal e é consequência de uma longa série de eventos ocorridos ao longo do desenvolvimento (VYGOTSKY, 1998). Desse modo, entendemos que: reconstrução interna não ocorre diretamente, mas mediada com os instrumentos e signos; uma ação que era realizada com auxílio de alguém mais versado naquela tarefa pode passar a ser efetuada de maneira autônoma; o desenvolvimento cognitivo não se resume a uma única experiência, mas a uma série de eventos realizados no decorrer de toda a vida. A partir da interação com o outro é que o sujeito vai reconstruir internamente os elementos constituídos histórica e socialmente.

A relação socialmente estabelecida entre os pares é um dos pilares da teoria de Vygotsky e leva o sujeito ao desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. Essa interação é mediada pela linguagem, que tem dupla função: estabelecer contato com o outro e organizar o pensamento. A partir da linguagem, o ser humano se torna um ser social, histórico e cultural. Esse processo pressupõe a reconstrução interna dos elementos externos, que ocorre em situações de interação. Para compreendermos esse processo, precisamos compreender outro conceito chave: a *Zona de Desenvolvimento Proximal* (ZDP).

Para Vygotsky (1998), o sujeito apresenta dois níveis de desenvolvimento: o real e o potencial. O nível de desenvolvimento real é entendido como as ações para as quais o sujeito já tem autonomia para a sua realização e reflete o seu nível atual de maturidade psíquica em relação a determinada tarefa e àquilo que já foi reconstruído internamente. Já o nível de desenvolvimento potencial é entendido como a possibilidade de aprendizagem, que será desencadeada a partir do contato com o outro. A distância entre esses dois níveis é chamada

por Vygotsky de ZDP. Moreira (1999) sintetiza esse conceito como o intervalo entre a capacidade autônoma e aquilo que pode ser resolvido com o auxílio de alguém mais experiente naquela tarefa.

A ZDP pode ser entendida como o “caminho que o indivíduo vai percorrer para desenvolver funções que estão em processo de amadurecimento e que se tornarão funções consolidadas estabelecidas no seu nível de desenvolvimento real” (OLIVEIRA, 2010, p. 62). Assim, a partir de Oliveira (2010), entendemos a ZDP como um domínio psicológico em constante mutação, como aquilo para o que o sujeito apresenta um potencial e que será desencadeado a partir do contato com os pares. Nesse contexto, os processos são dinâmicos: as ações que, em um dado momento, o sujeito realiza com o apoio do outro podem, posteriormente, ser efetivadas de forma autônoma.

Desse modo, pensar o ensino e a aprendizagem a partir de Vygotsky nos leva a discorrer sobre uma série de elementos, dentre eles a atuação docente no sentido de mediar situações em que o contato social com o outro possa levar ao avanço cognitivo. Quando a organização da aula possibilita a interação entre os sujeitos e o contato com o objeto de conhecimento, são colocados em movimento diversos processos psicológicos superiores que não seriam desencadeados de outra forma (VYGOTSKY, 1998). A atuação docente na ZDP parece exigir uma série de concepções epistemológicas da parte do professor. Rego (2002) argumenta no sentido de entender que estudante é:

[...] produtor de conhecimento não é um mero receptáculo que absorve e contempla o real nem o portador de verdades oriundas de um plano ideal; pelo contrário, é um sujeito ativo que em sua relação com o mundo, com seu objeto de estudo, reconstrói (no seu pensamento) este mundo (REGO, 2002 p. 98).

A aprendizagem não é suscitada apenas pelo professor, mas pelo contato com alguém mais versado naquela tarefa. Esse contato pode ocorrer com um monitor, ou algum colega também pode colocar em movimento os processos de aprendizagem.

A aprendizagem tem uma relação muito próxima com o desenvolvimento, segundo a teoria de Vygotsky (1998), mas não são vistos como sinônimos. A sistematização e a organização de situações de aprendizagem que promovam movimentos interativos entre os sujeitos podem atuar na ZDP, levando ao desenvolvimento cognitivo. Essas situações não ocorrem apenas no contexto escolar e referem-se à síntese das experiências vivenciadas. O autor enfatiza que a aprendizagem não inicia na escola, exemplificando que, quando um estudante

entra em contato com a aritmética, por exemplo, ele já vivenciou situações anteriores envolvendo quantidades e operações fundamentais.

Partindo desses conceitos, Wood, Bruner e Ross (1976) desenvolveram estudos relacionados aos processos de ensino e aprendizagem, fazendo um comparativo com a construção civil, na qual se emprega o termo “andaime”. O “andaime” refere-se às situações em que o sujeito requer um amparo de alguém mais experiente e poderá ser removido posteriormente. Nesse momento, existe a possibilidade da realização autônoma, sem a dependência do suporte fornecido. No contexto da Educação formal, isso ocorre quando são fomentadas situações interativas, em que o sujeito pode desenvolver as suas capacidades de superar obstáculos e de se desenvolver cognitivamente. O professor, ou um colega mais experiente, pode fornecer inicialmente esse “andaime”, que será retirado quando ocorrer a sustentação autônoma do sujeito, pressupondo uma elevação ou um crescimento em relação à aprendizagem.

Pensar sobre tais conceitos nos leva a conjecturar sobre a reconfiguração do papel do professor, em que parece ser necessária uma ação no sentido de mediar situações que possibilitem a relação grupal entre os pares e entre o sujeito e o objeto do conhecimento. Assim, uma ação que ocorria com a dependência de um auxílio pode passar a ser executada autonomamente em um momento posterior.

Os argumentos elencados neste item parecem complementar os construtos teóricos de David Tall, atingindo uma dimensão que provavelmente o autor não abordou. Porém, não compreendemos as teorias como desvinculadas uma da outra, mas como complementares. Nos próximos parágrafos procuramos aproximar alguns elementos de ambas as teorias, em um exercício de construção de vínculos entre ambas.

### **3.3 Aspectos de proximidade entre a teoria dos Três Mundos da Matemática e a teoria de Vygotsky**

Este trabalho possui dois norteadores teóricos principais: a teoria dos Três Mundos da Matemática de David Tall e o sociointeracionismo de Vygotsky. A primeira justifica-se a partir do desenvolvimento do pensamento matemático e da aprendizagem na relação entre o sujeito e o objeto de conhecimento. A segunda tem sua justificativa relacionada à aprendizagem a partir da relação social estabelecida entre os sujeitos. A teoria considerada anteriormente (DIAS, 2007; NATARIO, 2001; NUNES, 2007) nos dá sinais de que ambos são aspectos (Três Mundos

da Matemática e sociointeratividade) pertencentes à monitoria e fundamentais para que ela seja uma ação passível de desencadear a aprendizagem.

Partimos do pressuposto de que ambas as teorias se complementam e, principalmente, compartilham uma base comum, o que permite e fundamenta o seu uso em consonância. Assim, nos próximos parágrafos, procuramos destacar elementos de proximidade entre elas.

Inicialmente, consideramos os argumentos de Müller (2015). A autora nos indica que Tall partiu de pilares teóricos como Piaget, Bruner, Dienes, dentre outros. Mesmo que a base tenha elementos construtivistas, não encontramos nas obras consultadas para este trabalho uma associação direta entre as perspectivas teóricas de Tall e Vygotsky.

O quadro que segue traz uma síntese da perspectiva que será discutida na sequência, considerando a proximidade entre os dois marcos teóricos deste trabalho.

Quadro 1 – Aspectos de proximidade entre Vygotsky e Tall

<b>Dimensão</b>	<b>Vygotsky</b>	<b>Tall</b>	<b>Aspectos de proximidade</b>
1) Uso da linguagem	A complexificação do conhecimento relaciona-se ao uso de signos, sobretudo da linguagem. Somente a partir dela é possível a abstração de determinado objeto do conhecimento.	<i>Definição de conceito:</i> quando se efetiva a explicação de um conceito temos a <i>definição de conceito</i> , que indica uma articulação cognitiva sinalizando que o sujeito está apropriado dele.	A linguagem como elemento da aprendizagem.
2) Uso de símbolos	É o elo entre o objeto e o sujeito, favorecendo o desenvolvimento social e cultural do homem no decorrer da história.	Os símbolos podem ser considerados como entidades mentais e indicam ações e percepções que o sujeito tem daquilo que já corporificou.	Símbolo confere sentido à leitura e à interpretação do mundo.
3) Estágios mentais do sujeito	Nível de desenvolvimento real – nível atual do sujeito, com as funções já consolidadas.  Nível de desenvolvimento potencial – aquilo que o sujeito tem possibilidade de aprender.	<i>Já-encontrados</i> – experiências anteriores estabelecidas na <i>imagem de conceito</i> .  <i>A-encontrar</i> – experiências que ainda não fazem parte da <i>imagem de conceito</i> .	Conhecimentos prévios

Fonte: O autor (2018).

A primeira dimensão considerada abarca o uso da linguagem como um fator decisivo no contexto da aprendizagem. Vygotsky (1998) reitera o papel da linguagem na estruturação do pensamento, agindo no sentido de modificar as estruturas psicológicas superiores. Assim, quando falamos, não estamos apenas nos comunicando, mas também redimensionando nossas funções psicológicas. Considerando que a Matemática também é uma linguagem formal e

simbólica (MACHADO, 2003), a sua aprendizagem também depende de competências nesse sentido.

Esses argumentos nos remetem a alguns conceitos já tratados anteriormente. Lembramos que Vinner (1991) postula que o sujeito está apropriado de um conceito quando ele consegue formular uma verbalização sobre ele. Isso indica a existência da *imagem de conceito*, em que há uma articulação de toda estrutura cognitiva intrínseca ao conceito em questão. Esse processo pressupõe uma síntese das imagens, dos processos e das propriedades formais que foram apropriadas. Logo, constatamos que a verbalização de um conceito pode ser um sinalizador da aprendizagem, indicando uma construção mental do sujeito.

Pensar na Matemática como linguagem que pode ser verbalizada ou explicada nos leva a considerar o papel da representação simbólica, o que constitui o segundo ponto de contato entre as teorias consideradas, segundo a nossa percepção. Notare (2009, p. 38) esclarece que os “símbolos envolvem uma relação entre o signo e o significado e servem para representar um conhecimento pessoal (o significado) que é explicitado por meio do símbolo”. Para Vygotsky (1998), o símbolo é o elo entre o objeto e o sujeito. O seu uso favorece o progresso social e cultural do homem no decorrer da história.

A história da Matemática nos traz distintos exemplos da incorporação de novos símbolos, muitas vezes indicando um redimensionamento nas bases conceituais da própria ciência. Stewart (2013) exemplifica a incorporação dos números imaginários. Por muitos anos, os matemáticos não consideravam possível a extração da raiz quadrada de um número negativo. A letra “*i*” foi adotada como uma representação para a solução desse problema: “ainda que devesse ser impossível, o quadrado do número *i* é menos 1” (STEWART, 2013, p. 96). O autor postula que esse simples fato levou à potencialização da Matemática enquanto ciência, com o avanço da análise complexa e com aplicações na compreensão de fenômenos, como ondas, calor, magnetismo e eletricidade, por exemplo. Eis um exemplo que retrata o progresso da ciência e, conseqüentemente, do homem, a partir da utilização de um símbolo.

Pontos similares são trazidos por Tall, que aponta a necessidade de um percurso pelo mundo simbólico para o incremento do pensamento matemático. Para Tall (2004), os símbolos podem ser considerados como entidades mentais e revelam ações e percepções que o sujeito tem daquilo que já corporificou. Assim como em Vygotsky, o símbolo também articula um processo mental com um objeto, neste caso específico, matemático.

Não podemos deixar de apreciar que a natureza do conhecimento matemático apresenta um aspecto simbólico, contando com um sistema particular de representações formais. Notare (2009) relaciona a aprendizagem dessa ciência com as competências de leitura, interpretação e

comunicação matemática. A autora situa muitas dificuldades vinculadas ao fato de o sujeito não conseguir argumentar sobre um conceito, apenas repetindo procedimentos.

Nessa mesma direção, Guerreiro (2011) argumenta que a comunicação nas aulas de Matemática é geralmente restrita à transmissão de informações do professor para o aluno, com o uso de um código, supostamente conhecido por todos. Para o autor, a centralidade do professor no processo de ensino leva à restrição de movimentos comunicativos, que normalmente ficam limitados ao discurso docente. Além disso, os discentes tendem a “evitar o erro, através de padrões de interação focalizados no conhecimento do professor, o que origina uma uniformidade de estratégias e soluções baseadas na *imposição* de significados matemáticos” (GUERREIRO, 2011, p. 418). As interações são limitadas, pois não existe um câmbio de significados, mas apenas uma espécie de validação pelo professor daquilo que foi transmitido anteriormente e supostamente armazenado na mente do aprendiz.

Outros elementos, como, por exemplo, o não entendimento da linguagem utilizada pelo professor, também podem se constituir em barreiras para as interações sociais vinculadas à comunicação (GUERREIRO, 2011). Esses entraves são passíveis de diminuir as possibilidades de mediação entre as partes, uma vez que essa se fundamenta nas trocas simbólicas entre as partes (OLIVEIRA, 2010). Partindo de um pressuposto de aprendizagem a partir das trocas sociais, é crível que professores e estudantes consigam compreender a linguagem utilizada por ambos para que sejam desencadeados os movimentos interativos que podem levar à aprendizagem.

Moysés (1997), partindo das ideias de Vygotsky, confirma esses pressupostos, referindo:

Se o professor e alunos defrontam-se com sentenças, regras e símbolos matemáticos sem que nenhum deles consiga dar sentido e significado a tal simbologia, então a escola continua a negar ao aluno – especialmente aquele que frequenta a escola pública – uma das formas mais essenciais de ler, interpretar e explicar o mundo (MOYSÉS, 1997, p. 67).

Podemos entender que a Matemática é algo mais complexo do que resolver algoritmos, pressupondo também habilidades de ler, escrever e de se comunicar. Dar sentido aos símbolos e empregá-los como possibilidade de leitura e interpretação do contexto que circunda o ser humano nos remete ao mundo simbólico de Tall (2004), em que os símbolos revelam tanto conceitos que ocorrem em um nível mental quanto ações que podem ocorrer em nível físico ou mental.



A ação mediada entre o homem e o mundo que o circunda passa a exigir um repertório cada vez maior de conhecimentos, que se articulam e se relacionam. Martins (2007) considera que esta relação é carregada de emoções, implicando o desenvolvimento de processos psicológicos superiores. Para ela, as experiências sensoriais e perceptivas levam o sujeito ao fomento de uma imagem de mundo. Em Tall (2004; 2008), compreendemos ser equivalente dizer que as experiências físicas ou mentais do sujeito com objetos matemáticos fomentam a construção de sua imagem mental sobre eles.

A relação entre conhecimentos e realidade é abordada por Garcia (1998), que prima pela articulação entre os conhecimentos, superando o compartilhamento proposto por parte das escolas contemporâneas. Ele considera a existência de diferentes tipos de conhecimentos, destacando especialmente o científico, o escolar e o cotidiano. Apesar de serem muito próximos, nem sempre se articulam, revelando, em muitos momentos, incompatibilidades epistemológicas.

Quando os conhecimentos cotidiano e científico partilham de uma base epistemológica comum, torna-se possível uma relação entre o que é aprendido na escola e no cotidiano (em casa, no bairro, na igreja, etc). Quando eles são epistemologicamente incompatíveis, a escola pode ocupar os espaços da aprendizagem não formal, partindo da visão de ciência como a única fonte do conhecimento. Ainda pode haver uma coexistência entre ambos, considerando sua validade, porém partindo do princípio de que são fomentados em contextos distintos, o que pode inviabilizar a aplicação do conhecimento cotidiano na escola e vice-versa. Ainda existe a hipótese epistemológica de que os conhecimentos científico e cotidiano se retroalimentam, transformando-se e complexificando (GARCIA, 1998).

Garcia (1998) aconselha que os conteúdos escolares sejam abordados de uma forma articulada com o conhecimento cotidiano dos estudantes, possibilitando-lhes conferir significado partindo daquilo que já conhecem. Esse movimento pode levar à passagem do pensamento simples para o complexo, conduzindo a uma compreensão ampliada do contexto que circunda o sujeito.

Para Vygotsky (1998), a complexificação do conhecimento está relacionada ao uso de signos, especialmente à linguagem. Somente a partir dela, é possível a abstração das propriedades de um determinado objeto do conhecimento. As construções mentais se concretizam com as verbalizações. As formulações implícitas à palavra fazem com que ela se torne um instrumento social. Martins (2007) considera que a complexificação do conhecimento tanto condiciona quanto é condicionada pela nossa capacidade de desencadear relações

mediatizadas entre objetos e processos mentais. Nesse contexto, a linguagem figura como elemento de protagonismo no processo.

Em contraponto, o uso excessivo de símbolos nas aulas de Matemática pode trazer uma falsa ideia de complexificação e acabar dificultando o acesso do estudante a determinados conteúdos, mantendo o professor como detentor exclusivo do saber. Guerreiro (2011) argumenta que esse tipo de situação reforça a centralidade do professor na sala de aula, atuando

como regulador e estruturador dos conhecimentos dos alunos, através de um ensino da matemática focado na transmissão de conceitos e reprodução de procedimentos e numa prática de comunicação centrada no discurso e no conhecimento do docente (GUERREIRO, 2011, p. 417).

Nesse contexto, o uso da linguagem se constitui em um elemento de manutenção de poder. Consequentemente, esse tipo de ação limita os movimentos interativos que podem levar à atuação na ZDP.

Cogitamos que a relação instituída entre pensamento e linguagem estabelecida por Vygotsky é algo análogo à construção da *definição de conceito* proposta por Tall. Para Tall (2013) e Vinner (1991), quando conseguimos efetivar a explicação de um conceito, temos uma *definição de conceito*, o que revela uma articulação cognitiva sinalizando que o sujeito está apropriado dele.

No mesmo compasso em que Vygotsky (1998) denomina como *nível de desenvolvimento real* ou *efetivo* o nível atual em que o sujeito se encontra, abarcando as funções psíquicas que já estão maduras para isso, Tall (2008) denomina as experiências anteriores já desenvolvidas como “*já-encontrados*”. Os dois conceitos referem-se às ações para as quais o sujeito já tem maturidade psíquica para resolver.

Já o *nível de desenvolvimento potencial* de Vygotsky (1998) pode ser considerado como similar ao que Tall (2008) chama de “*a-encontrar*”. Ambos os conceitos indicam possibilidades para o sujeito, ações que ainda não estão consolidadas na sua estrutura cognitiva. Em ambas as teorias, os processos são dinâmicos: da mesma forma que o *nível de desenvolvimento potencial* pode vir a se tornar *real*, um *a-encontrar* pode vir a se tornar *já-encontrado*. A distinção consiste em que, em Vygotsky, esse caminho pressupõe a relação social, enquanto Tall conjectura a experiência com o objeto matemático.

Também consideramos que as duas teorias são complementares, o que sugere o seu uso conjuntamente. A seguir trazemos um quadro no qual elencamos algumas perspectivas de complementariedade entre elas.

Quadro 2 – Aspectos de complementariedade entre as teorias

Aspecto	Complementariedade	Descritor
1	Ambos se complementam	As experiências do sujeito não são necessariamente positivas para a sua aprendizagem.
2	Tall complementa Vygotsky	Vygotsky desenvolveu seus estudos considerando crianças. O uso de ambas as teorias concomitantemente amplia essa faixa etária.
3	Vygotsky complementa Tall	Considerar as relações sociais no contexto da aprendizagem, e não apenas a relação do sujeito com o objeto do conhecimento.

Fonte: O autor (2018).

O ponto 1 traz um complemento essencial entre a perspectiva de Tall e a de Vygotsky. A ideia é que as experiências que o sujeito reconstruiu internamente, chamadas de “*já-encontrados*” por ele, sendo equivalente ao nível de desenvolvimento real por Vygotsky, podem muitas vezes oferecer aspectos negativos à aprendizagem. Uma experiência anterior mal consolidada ou realizada apenas mecanicamente pode atrapalhar a compreensão de determinado conceito. No ensino de Cálculo, que depende de conhecimentos anteriores, é bem possível que isso ocorra de maneira expressiva, logo necessitando de atenção da parte do professor. É a típica situação já exemplificada anteriormente em que o sujeito acredita que seja possível fazer a divisão de infinito por infinito, resultando em 1, pois parte da base algébrica que ele já conhece, que não se aplica em um contexto distinto.

Já em relação ao ponto 2, não podemos deixar de avaliar que Vygotsky e seus sucessores desenvolveram seus estudos considerando os processos psicológicos superiores em crianças. Mesmo que esse arcabouço teórico já tenha sido generalizado e utilizado em outros contextos, parece necessária a expansão dessa faixa etária, e a conciliação dessa teoria com a dos três mundos é uma possibilidade para que isso ocorra.

No ponto 3, partimos de um ponto de similaridade: ambos os autores consideram o desenvolvimento do pensamento. Enquanto Tall parte da relação entre o sujeito e o objeto de conhecimento, Vygotsky considera a relação com o outro. Entendemos que, em uma aula de Matemática ou de Cálculo, na monitoria ou em outra situação de aprendizagem, o sujeito está

estabelecendo relações tanto com o próximo quanto com o objeto do conhecimento. Nesse ponto as teorias se complementam, formando um compêndio que pode ser útil para o professor no desencadear de sua prática.

Dessa forma, conciliar esses dois aspectos parece ser uma possibilidade efetiva para a construção do conhecimento matemático. Partimos do pressuposto de que a monitoria pode se tornar um agente com potencial para promover a interação entre ambas as esferas.

## 4. PASSOS QUE JÁ FORAM DADOS: O ESTADO DO CONHECIMENTO

Com o objetivo de justificar esta pesquisa e classificá-la como inovadora, iniciamos considerando as pesquisas que já foram realizadas. Efetuamos um recorte temporal que leva em conta apenas as pesquisas realizadas nos últimos cinco anos, para manter o foco nas tendências e perspectivas mais atuais.

Nossas fontes foram teses, dissertações e artigos. Utilizamos as bases de dados *Scopus*<sup>19</sup>, *Science Direct*<sup>20</sup>, *Sage Journals*<sup>21</sup> e *ERIC*<sup>22</sup>. Foram procuradas as expressões “teaching Calculus, ”, “learning Calculus”, “peer tutoring”, “Calculus instructor” e “tutoring Calculus”, “Calculus monitoring”, por se tratarem de bases internacionais. Cabe destacarmos que, em inglês, a palavra “tutoring” pode ser traduzida como monitoria, na acepção empregada neste trabalho.

Também consultamos o banco de teses<sup>23</sup> da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). A varredura teve sequência a partir de buscas em periódicos na área de Ensino classificados com *Qualis*<sup>24</sup> A1, A2 e B1. Por último, ainda visitamos os endereços eletrônicos de IES que desenvolvem programas de pós-graduação em Ensino de Matemática, Ensino de Ciências e Matemática, Ensino de Física, Educação, Educação Matemática e Educação em Ciências e Matemática, com o fim de mapearmos as produções recentes.

Desdobramos este capítulo em quatro itens: iniciamos considerando os conteúdos do Cálculo, na sequência tratamos do ensino e da aprendizagem, na continuidade trazemos abordagens alternativas para por último tratarmos especificamente sobre a monitoria. Além desses quatro tópicos, consideramos a inovação deste trabalho em relação às obras anteriores que foram consideradas. Enfatizamos que os trabalhos que foram apreciados, mas que não fazem parte de nossos norteadores teóricos, estão referenciados na seção obras consultadas.

### 4.1 Conteúdos: a quadra limite-continuidade-derivada-integral

---

<sup>19</sup> Maiores informações em [www.scopus.com](http://www.scopus.com)

<sup>20</sup> Maiores informações em <https://www.sciencedirect.com>

<sup>21</sup> Maiores informações em <http://journals.sagepub.com/>

<sup>22</sup> Maiores informações em <https://eric.ed.gov/>

<sup>23</sup> <http://bancodeteses.capes.gov.br/>

<sup>24</sup> Maiores informações em <http://www.capes.gov.br/avaliacao/instrumentos-de-apoio/classificacao-da-producao-intelectual>

Muitos pesquisadores têm investido esforços em identificar e compreender os conteúdos que produzem dificuldades aos estudantes, bem como os motivos desencadeadores desse cenário.

Pensar nos conteúdos de Cálculo nos leva à lógica preponderante no ensino, pautada pela sequência “Limite-Continuidade-Derivada-Integral”, contrariando a sucessão histórica do desenvolvimento dos assuntos (REZENDE, 2003, p. 8). Isso se faz perceptível tanto em livros didáticos quanto nas práticas docentes. A quadra de conteúdos tende a proporcionar entraves, levando à reprovação e à evasão.

Em relação a limites e continuidade, Abreu e Reis (2011) problematizam o atual modelo de ensino. Segundo eles, existe uma ênfase excessiva na memorização, repetição e transmissão de informações, abordagem insuficiente para a construção do conhecimento matemático. Os autores abordam a relevância das definições formais, considerando que muitos professores tratam esses conceitos de maneira superficial e abstrata. Assim como em outros trabalhos, os autores preconizam o uso da geometria em consonância com a álgebra.

Estudo similar é apresentado por Corica e Otero (2012), com uma análise acerca do ensino de limites e continuidades. Elas percebem uma cisão entre os aspectos teóricos e práticos, gerando uma inadequada interpretação de conceitos, fomentando uma ideia de Matemática dissociada da prática e do cotidiano. Também indicam a existência de um ensino muito rápido destes conteúdos, levando a uma abordagem superficial de alguns aspectos relevantes. O tempo pode se tornar inimigo de professores e discentes que precisam cumprir um determinado cronograma imposto, geralmente de forma vertical pelas IES, favorecendo assim a aula expositiva e a transmissão de informações.

Não podendo ser diferente, a maior parte dos trabalhos pertencentes a essa categoria – os conteúdos - versa sobre derivadas e integrais, pois são os eixos estruturantes do Cálculo, segundo Stewart (2013).

A tese de Fecchio (2011) pesquisa o uso da Modelagem Matemática como uma possibilidade de tornar mais simples e compreensível a introdução desses conceitos matemáticos para discentes de cursos de Engenharia. O autor aponta benesses nos processos de ensino e aprendizagem, desencadeando possibilidades de motivação, bem como maneiras alternativas de explorar os conteúdos.

Lobo (2012) trata das dificuldades inerentes aos conceitos que permeiam o estudo de derivadas. Para o autor, os livros didáticos tendem a minimizar esse conteúdo a algoritmos, não abordando suficientemente o cerne das concepções formais envolvidas. Desse modo, o procedimento algébrico tende a prevalecer sobre a aplicabilidade, promovendo um hiato entre

a “matemática acadêmica” e a “matemática cotidiana”. Conseqüentemente, o livro pode influenciar as práticas pedagógicas do professor, levando-o a adotar o mesmo modelo pautado por técnicas padronizadas e repetições.

Uma perspectiva para superar esse modelo é trazida na pesquisa de Lima (2012), que sugere a introdução do conceito de derivada a partir de sua interpretação física – a taxa de variação. Nesse trabalho, Lima (2012) postula a necessidade do ensino de derivadas com o estabelecimento de elos com o cotidiano, visando a sua aplicabilidade em situações reais e cotidianas. Em uma experiência relatada pelo autor, existem indícios de que propostas com essa dimensão tendem a promover uma melhor compreensão dos conceitos. Por exemplo, ao vincular a derivada com a variação da velocidade instantânea e com o coeficiente angular da reta tangente, existe a tendência da obtenção de uma compreensão mais plena da própria definição dos conteúdos envolvidos.

Por outro lado, distintos estudos indicam que as dificuldades não estão vinculadas necessariamente aos conteúdos do Cálculo, mas aos conhecimentos prévios necessários para a sua aprendizagem. Essa base anterior, composta por assuntos tanto da álgebra quanto da geometria, supostamente deveria ser aprendida no Ensino Fundamental e Médio.

Rehfeldt et al. (2012) consideram necessária a identificação dos conhecimentos prévios dos discentes. As autoras analisam, à luz da teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, os conhecimentos “presentes e ausentes dos alunos oriundos de diversas escolas” (REHFELDT et al., 2012, p. 24). Elas apresentam uma pesquisa realizada com ingressantes no Ensino Superior e indicam que, de um modo geral, eles têm boa fluência na leitura de interpretação de gráficos, frações e grandezas direta e inversamente proporcionais. Por outro lado, apresentam lacunas relacionadas a trigonometria, logaritmos, potências e raízes. Especialmente em relação aos “conhecimentos ausentes”, elas interpretam a insuficiência da sua identificação, o que torna necessária uma ação no sentido de suprir as carências. Segundo as autoras, incluir uma disciplina antes do Cálculo pode ser uma opção para que isso ocorra, contrariando a perspectiva indicada por outros autores como Rezende (2003), por exemplo.

Já outros pesquisadores sinalizam que, para a compreensão dos entraves pertencentes ao Cálculo, é necessário um olhar para a disciplina a partir de uma perspectiva histórica. Identificamos distintas pesquisas fazendo esse tipo de abordagem. Dentre vários autores, destacamos Lima (2012). O autor analisa a trajetória histórica da disciplina de Cálculo na Universidade de São Paulo (USP) ao longo de seis décadas, mapeando as suas transformações, entendendo-as como reflexos de tendências educacionais e do redimensionamento dos papéis de professores e estudantes. Ele considera que, inicialmente, a disciplina não existia no curso

de Matemática, cujas primeiras disciplinas eram de Análise Matemática. Os problemas apontados nas disciplinas de Análise Matemática em tempos passados parecem muito similares aos apontados em Cálculo atualmente. Naquele tempo, vários professores defendiam que o estudo de Cálculo precedesse ao de Análise, fato ocorrido na USP em 1964. Vista como uma disciplina preparatória para a Análise, o Cálculo ocupava-se de formalismos, procedimentos em detrimento da compreensão dos conceitos básicos, fato que parece ainda causar reflexos nas aulas do Ensino Superior atuais, pois a USP serviu de modelo para diversas IES. O autor sugere a busca por uma identidade própria da disciplina de Cálculo, rompendo o elo que, aparentemente, ainda o prende à Análise Matemática.

Tão relevante quanto os conteúdos são as formas e possibilidades para o ensino e a aprendizagem deles. Trabalhos nessa direção são indicados nos próximos parágrafos.

## 4. 2 Ensino e aprendizagem

Pensar nas dificuldades de aprendizagem de Cálculo nos leva necessariamente a olhar os processos de ensino e aprendizagem, e essa é a dimensão dada por diversos autores em seus trabalhos.

Em sua tese, Escher (2011) evidencia as limitações e as possibilidades das tecnologias digitais no ensino de Cálculo. O autor trabalha sob duas perspectivas: uma histórica e outra de ensino e aprendizagem. Para ele, os livros didáticos contemporâneos já começam a sugerir o uso de recursos tecnológicos digitais, percebendo alterações na linguagem e fornecendo dicas sobre, por exemplo, calculadoras e *softwares*. O autor pondera que professores com menos tempo de magistério tendem a utilizar mais a tecnologia digital ou apresentar uma maior propensão ao seu uso – embora seja sinalizado que a presença do professor ainda é indispensável, pois não se identificou um conteúdo que possa ser aprendido somente via *software*. Ele conclui que os recursos tecnológicos digitais podem facilitar e dinamizar a apresentação de conteúdos, sem necessariamente influenciar na aprendizagem, fato atrelado às práticas pedagógicas do professor.

O ensino e a aprendizagem parecem estar diretamente relacionados com a problemática da reprovação, tema abordado por diversos autores, dentre os quais destacamos Sousa (2012). A autora analisa a relação entre a reprovação nas disciplinas “básicas” de Matemática, dentre elas o Cálculo, e o progresso cognitivo na construção do raciocínio matemático. Ela indica que os níveis cognitivos não influenciam necessariamente em melhores desempenhos, e aqueles que são aprovados tendem a demonstrar um melhor raciocínio abstrato, numérico e espacial.



Também indica fatores como a relação professor-estudante, comunicação, interpretação textual, metodologia das aulas, entraves financeiros, por exemplo, como elementos que podem oferecer reflexos negativos ao “rendimento<sup>25</sup>” na disciplina.

Essa preocupação é compartilhada por Barbosa (2011), que, em sua dissertação, procura mapear o perfil do ingressante no Ensino Superior com o fim de melhorar o rendimento em Matemática, sobretudo em Cálculo I e II. Foram aplicados procedimentos de estatística descritiva e indutiva para prever o progresso acadêmico nos primeiros anos de curso. O estudo compara os estudantes cotistas com os não cotistas, considerando, dentre outros elementos, o desempenho nas disciplinas, o gênero, as faixas etárias e outros elementos de ordem sociocultural. A autora percebeu diferença entre os grupos e apontou algumas variáveis que podem levar a uma possível desistência do curso, como grau de instrução do pai, indecisão na escolha do curso, motivação, dentre outras.

Buscando compreender essa problemática, Gerab e Valério (2014) traçam um paralelo entre o desempenho em Física e em outras disciplinas do primeiro semestre de Engenharia, dentre as quais, Cálculo I. A partir de uma análise estatística, os autores assinalam que, independentemente do turno (noite ou dia), existe uma forte correlação entre o “rendimento” em Física I e Cálculo I, e também com outras disciplinas, como Geometria Analítica. Os autores apontam para a relevância da articulação e integração disciplinar, formando uma base de pensamento matemático mais amplo.

Estudo similar, preconizando a interdisciplinaridade, é trazido por Moreira e Santarosa (2011). Eles defendem uma proposta de articulação entre as disciplinas de Física Geral, Física Experimental I e Cálculo I. Com isso, objetivam:

[...] identificar situações-problema da Física que possam dar sentido aos conceitos matemáticos desenvolvidos no Cálculo I e de linguagens e notações que possam ser adotadas no ensino do Cálculo para favorecer o aprendizado da Física (MOREIRA; SANTAROSA, 2011, p. 317).

Os autores indicam alguns movimentos no sentido de articulação entre Cálculo e Física, sobretudo no estudo de velocidade, aceleração, análise gráfica, dentre outros. Ainda apontam a necessidade da elaboração de materiais didáticos que façam associações entre as duas áreas, integrando linguagens e notações.

Inegavelmente, fatores das mais distintas ordens podem influenciar e interferir nos processos de ensino e aprendizagem. A comunicação entre as partes foi alvo de estudo no

---

<sup>25</sup> Neste contexto, *rendimento* é entendido como nota.

trabalho de Santos (2012), que analisou um curso a distância, no qual a participação do tutor também era relevante. Foram indicados movimentos comunicativos pontuais, restritos e com predominância da linguagem escrita, visto o contexto do curso ser EAD. O deslocamento da linguagem verbal para a escrita acarretou dificuldades e as potencializou. Para equacionar o problema, muitos recorreram a professores particulares, não utilizando a estrutura que a IES oferecia.

Outro aspecto considerado foi o fator motivacional. Rosa (2011) relata uma experiência em que foi traçado o perfil motivacional dos estudantes. Esse mapeamento permitiu intervenções do professor, modificando suas práticas no sentido de desenvolver estratégias envolvendo as partes. Indica-se a necessidade de o professor de Cálculo ser estimulado a participar de ações formativas, não visando apenas ao conteúdo específico, mas também ao repensar em relação aos processos de ensino e aprendizagem.

Outros autores têm se preocupado com os processos de ensino e aprendizagem na EAD. Alves (2011) verificou as atividades propostas por professores de Cálculo de um curso de Matemática na modalidade a distância. Ele manteve seu foco nas dúvidas apresentadas, nos encaminhamentos do professor, nas atividades propostas e nos movimentos interativos nos fóruns em um ambiente virtual de aprendizagem (AVA). Ele constata um prevailecimento de exercícios de fixação que primam por algoritmos e procedimentos repetidos em detrimento de resolução de problemas. Também indica a existência de dúvidas referentes a conteúdos pertencentes ao Ensino Fundamental e Médio, tais como trigonometria e funções. No final, ele sugere algumas atividades passíveis de serem realizadas, visando à investigação e à problematização.

Outra proposta é sobre o ensino de derivadas, apresentada por Amaral e Müller (2012). Os autores apresentam uma proposta para a construção de objetos de aprendizagem para o ensino de derivadas a partir da integração de um conjunto de tecnologias digitais. O objetivo é suscitar uma compreensão mais profunda acerca do conteúdo, partindo da integração de distintos recursos tecnológicos digitais organizados com fundamentos da Matemática e da Informática Educativa. Para eles, a proposição pode contribuir tanto no ensino presencial quanto na EAD e na formação de um ambiente efetivo de aprendizagem.

Também pensando em alternativas para a aprendizagem, Rocha e Wagner (2017) trazem uma pesquisa com uma turma de repetentes de Cálculo 1, na qual foi desenvolvida uma revisão de Matemática básica junto com os conceitos específicos da disciplina. Essa retomada ocorreu a partir da análise de erros, com os pesquisadores observando o que havia de implícito nas respostas, envolvendo também diálogo e questionamento. Focando o assunto limites,

entenderam que as dificuldades estão associadas com a própria complexidade do conteúdo e não apenas com os procedimentos algébricos envolvidos.

Já Almeida (2017), em sua tese, apresenta uma série de atividades visando à aprendizagem de funções, limites, continuidade, derivadas, integrais, equações diferenciais e limites de sequências. Ele elaborou materiais didáticos fundamentados em teorias da Educação Matemática como os organizadores genéricos, raiz cognitiva, Três Mundos da Matemática e a ideia de recurso da Gênese Documental de Gueudet e Trouche. Permearam a construção, o uso de recursos tecnológicos digitais e a articulação entre teoria e prática.

Pensar nos processos de ensino e aprendizagem parece ter levado vários pesquisadores a apontar sugestões para que ambos possam ser qualificados e redimensionados, aspectos que abordamos a seguir.

### **4.3 Abordagens alternativas**

A necessidade de repensar-se o ensino de Cálculo parece ser consenso entre distintos pesquisadores. A leitura de diversos trabalhos nos trouxe indícios nessa direção, com propostas direcionadas a apresentar alternativas para o modelo de ensino baseado na transmissão de informações, na centralidade na figura do professor e na passividade do discente. Denominamos essas ações como “abordagens alternativas” e procuramos situar algumas delas nos próximos parágrafos.

Tirar a centralidade do professor e atribuir autonomia e participação ao estudante é a abordagem trazida por Trevisan e Mendes (2013). Os autores criticam o ensino fundamentado na transmissão e sugerem um ensino de Matemática voltado para as demandas contemporâneas, visualizando-se a sua aplicabilidade. Para eles, é desejável que o professor proporcione um ambiente pautado por aplicações práticas, no que eles chamam de “matematizar”. Relatam uma experiência seguindo essa perspectiva, indicando a participação, o questionamento e as problematizações dos discentes como principais resultados, um avanço em relação ao cenário atual.

As tecnologias digitais têm sido preconizadas como elementos passíveis de promover redimensionamentos nas formas de ensinar e de aprender. Marin e Penteado (2011) procuram identificar e compreender como os professores têm utilizado as TD em suas aulas. As autoras enunciam o desejo dos professores em adequar-se ao contexto da cultura digital, reconhecendo a importância de incluí-la no ensino, dinamizando e facilitando certos aspectos da aula. No entanto, destacam que o uso de recursos tecnológicos digitais não é sinônimo de inovação, pois

podem servir apenas para consolidar a transmissão de informações. Para eles, é relevante o investimento na formação de professores para o fomento do pensar sobre os processos de ensino e aprendizagem.

Gonçalves e Reis (2013) também discutem a utilização de tecnologias digitais no ensino de Cálculo, em uma proposta investigativa voltada ao estudo de derivadas. Eles defendem um ensino orientado à aplicação, favorecendo assim a exploração de conceitos matemáticos ao invés de uma simples exposição oral. Justificam que os recursos tecnológicos digitais articulados a uma proposta pedagógica conduzida à interatividade podem fomentar o senso de pesquisa, levando à investigação, à criatividade e ao pensamento autônomo.

Proposta similar é indicada por Amorim (2011), que propõe o uso do *software* Geogebra como recurso de apoio para o ensino e como uma forma de facilitar a abordagem dos conteúdos. Ele relata uma proposta de cunho investigativo, com a realização de trabalho coletivo em busca de compreensões para os conceitos estruturantes da disciplina. Além disso, enfatiza as possibilidades de manipulação de imagens oferecidas pelo programa como benefícios para o aspecto visual. Ainda considera que o uso do recurso tecnológico digital não é suficiente para a construção do conhecimento matemático, pois é necessária uma proposta docente orientada a tais aspectos.

O mesmo *software* é utilizado na proposta de Alves (2014), que aponta o seu uso como uma alternativa para melhorar o desempenho e qualificar os processos de ensino e aprendizagem. No entendimento do autor, o dinamismo, a facilidade de manuseio e o *layout* do programa podem ser aliados de professores e estudantes na busca por melhores desempenhos e pela qualificação da aula. As bases teóricas são a Teoria das Situações Didáticas, de Guy Brousseau, e a metodologia da Engenharia Didática, e seu intuito é superar os procedimentos mecânicos levando os discentes a compreenderem os conceitos e procedimentos relativos à disciplina.

Outra proposta, cuja tônica também é o Geogebra entendido como possibilidade para redimensionar a aula, é a apresentada por Junior (2015). O autor discute as contribuições de atividades realizadas com o programa, evidenciando resultados positivos no sentido da promoção de ressignificação de conceitos a partir das possibilidades de visualização e do equilíbrio entre a álgebra e a geometria.

A utilização das tecnologias digitais como suporte para a criação de “turmas virtuais” compostas por discentes que já reprovaram na disciplina de Cálculo foi a proposta apresentada por Campos (2012). O autor indica os redimensionamentos de uma universidade diante de um cenário socioeconômico e cultural distinto, o que fomenta uma crescente demanda pelo Ensino

Superior no Brasil e traz um perfil diferente de discentes para dentro das IES. Assim, as TD podem auxiliar na gestão e na organização das turmas, flexibilizando as dimensões tempo e espaço.

Já Pequeno et al. (2010) consideram que, geralmente, as turmas de Cálculo são numerosas, inviabilizando, assim, a identificação por parte do professor das dificuldades encontradas. Eles indicam o emprego de um recurso tecnológico digital para o acompanhamento e a análise do desempenho na disciplina de uma maneira mais efetiva. A partir de listas de exercícios interativos, é possível mapear-se o comportamento e os obstáculos encontrados, traçando-se um panorama das dificuldades. Em consonância com outros autores referidos anteriormente, eles enfatizam que o recurso não é o suficiente, de modo que há a necessidade de o professor redimensionar suas práticas, partindo daquilo que ele identificou com auxílio do recurso tecnológico digital.

Repensar recursos e práticas para o ensino de Cálculo também tem sido alvo de investigações. Batista et al. (2011) têm o objetivo de apresentar “recursos pedagógicos para celulares utilizados em uma disciplina de Cálculo I e discutir dificuldades e potencialidades observadas” (BATISTA, et al., 2011, p. 1). Relatam uma experiência desenvolvida e, segundo eles, bem-sucedida, no sentido de favorecer a aprendizagem e a autonomia. No entanto, eles destacam que o uso de tecnologias digitais na Educação requer um período de adaptação, havendo necessidade de atualização e associação a outros dispositivos, cenário composto por possibilidades e limitações.

No sentido de redimensionar as práticas, outro recurso cujo uso foi defendido por diversos autores foi o *mapa conceitual*<sup>26</sup>. Assim é o trabalho de Shitsuka (2011), que propõe a aplicabilidade de mapas conceituais nas disciplinas de Matemática em cursos de Engenharia. Os resultados indicam que o emprego desse recurso foi eficiente no sentido de melhorar a compreensão dos conceitos e também no de favorecer a aprendizagem. Outros autores também têm indicado a utilização de mapas conceituais no ensino de Cálculo, tanto para mapear os erros quanto para a promoção da aprendizagem significativa. Essa é a perspectiva indicada por Ferrão e Manrique (2014). As autoras relatam uma proposta em que os mapas conceituais podem ser utilizados como sinalizadores da aprendizagem significativa, segundo a teoria de Ausubel. Foram analisadas a validade dos conceitos, a sua hierarquização, a articulação entre eles e a aplicação. Elas percebem a valia do recurso para o professor detectar a ocorrência da aprendizagem significativa, podendo compreender a organização cognitiva do sujeito. Ainda

---

<sup>26</sup> Para Moreira (2010), mapas conceituais são diagramas que apresentam relações entre conceitos ou palavras que os representam.

defendem a relevância da proposta, pois com ela se torna possível a identificação dos conhecimentos prévios em um movimento anterior ao início do processo de aprendizagem.

Outra abordagem alternativa indicada por diversos autores é o estabelecimento de elos entre a teoria e a prática. Identificamos perspectivas, como a Modelagem Matemática, uso de experimentos e problemas como possibilidades para a qualificação do ensino e a aprendizagem de Cálculo. Ferreira e Penereiro (2010) postulam que o estudo a partir da realidade pode possibilitar a aprendizagem significativa. Nesse contexto, as tecnologias digitais e a utilização de experimentos podem ser aliadas no processo. Isso pode levar os estudantes a estabelecer uma relação entre teoria e prática, conferindo aplicabilidade para os conteúdos, dinamizando a aula e potencializando a aprendizagem.

Concordamos com Rezende (2003), que considera o implante de disciplinas antecessoras e preparatórias para o Cálculo como ação ineficaz, pois tende a não surtir efeitos em relação à construção do conhecimento. Uma perspectiva distinta é relatada por Luz (2011). Ela investigou uma proposta desenvolvida em uma disciplina que ocorria em concomitância ao Cálculo I, visando proporcionar uma introdução aos conceitos matemáticos a partir da resolução de problemas em um ambiente computacional. Percebeu-se o enriquecimento na construção de conceitos a partir das possibilidades de visualização oferecidas pelo *software*, contribuindo para a superação de equívocos e promovendo uma articulação entre álgebra e geometria. A autora destaca a atuação mediadora da professora responsável como um fator determinante para o sucesso da proposta. Também vale a nota de que, quando havia um trabalho sem o auxílio do computador, existiu uma predominância dos aspectos algébricos, indicando uma cultura, e até mesmo uma tradição, da álgebra no ensino de Matemática.

Uma experiência também no sentido de propor uma disciplina que antecede o Cálculo, mas com um olhar essencialmente pedagógico, é relatada por Boff (2017). Ela propõe uma unidade de ensino potencialmente significativa visando à aprendizagem de funções em cursos de engenharia. A proposta baseou-se na aprendizagem significativa de Ausbel, e foi realizada em 8 momentos, de acordo com o tipo de função. Os resultados apontam que a metodologia aplicada pode promover a aprendizagem e reduzir a reprovação e a evasão.

Valorizar a escrita em Cálculo é a proposta de Frota (2011). A autora conjectura que a leitura e a escrita em Cálculo podem ser utilizadas na promoção da reflexão e da identificação do nível de conhecimento prévio do discente. Assim, é apropriado o repensar das práticas docentes, bem como da organização da aula, abrindo espaço para ler, escrever e problematizar. Ela ainda reitera a necessidade de não se abandonarem as habilidades básicas matemáticas operatórias, defendendo uma opção equilibrada e articulada entre o ler e o calcular.

Proposta no mesmo sentido é apresentada por Passos e Broietti (2010). Elas apresentam uma ação realizada em parceria entre um professor e um monitor. Durante as aulas de Química, foram produzidos textos sobre a história das derivadas, visando também aos conceitos e às aplicações. O trabalho foi realizado em grupo, e a pesquisa foi realizada na rede. Elas destacam a necessidade da orientação da pesquisa, primando pela utilização de fontes confiáveis e evitando cópias, bem como os benefícios da escrita e do uso da história da Matemática para a compreensão de conceitos que permeiam o Cálculo.

Em síntese, parece ser consenso que, independentemente do recurso ou da estratégia a ser empregada, o foco consiste em tirar o estudante da postura de passividade, dando a ele um papel de protagonismo, com criticidade e possibilidade de pensar sobre o seu próprio desenvolvimento.

#### **4.4 Monitoria**

No levantamento de trabalhos correlatos a esta tese, encontramos alguns estudos voltados à monitoria. Identificamos a monitoria sendo aplicada em áreas distintas da Matemática, como Enfermagem, Engenharia, Letras e Pedagogia, por exemplo.

A possibilidade de reduzir os índices de reprovação na disciplina de Cálculo I a partir da participação na monitoria é abordada por Gomes (2015). A autora situa o panorama de insucesso na disciplina em cursos de engenharia, culminando com a produção de um número expressivo de discentes que reprovam e evadem. Ela indica a participação na monitoria como um dos elementos capazes de contribuir para melhorar as notas e suprir eventuais *déficits* em conteúdo do Ensino Fundamental ou Médio, levando assim a melhores níveis de aprovação e finalização de curso.

Em sua dissertação, Steinbach (2015) caracteriza as concepções históricas, bem como as normas inerentes às monitorias desenvolvidas na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). O recorte temporal compreendeu o intervalo entre os anos de 1993 e 2012, com distintas fontes de dados, tais como entrevistas, análise de documentos e da produção bibliográfica no período. A autora situa a monitoria como uma possibilidade de iniciação à docência no Ensino Superior, com a vivência de cenários de ensino, podendo fomentar uma futura carreira de professor. Também destaca que os programas de pós-graduação, muitas vezes, formam um pesquisador e não um professor, e a participação enquanto monitor pode contribuir para o preenchimento dessa lacuna. Ela ainda questiona o fato de a instituição na qual a investigação ocorreu não contar com uma normativa específica em relação à monitoria.

O aspecto da monitoria como uma possibilidade de iniciação à docência também é enfatizado por Homem (2014). A autora procurou identificar em que medida o programa de monitoria em uma IES contribuiu para a formação do professor do Ensino Superior. Para isso, realizou um estudo de caso em que analisou documentos oficiais, arquivos, notas de campo e efetuou entrevistas com egressos do programa de distintos períodos. Ela constatou que a participação efetiva enquanto monitor tende a favorecer os conteúdos disciplinares, as relações pessoais, os conhecimentos pedagógicos, além de proporcionar uma formação inicial para os professores.

Na mesma direção, Chaves (2014) aborda a monitoria nos cursos de Pedagogia da Universidade Federal do Ceará, reiterando a relevância disso na formação do professor. Ele argumenta que, na década de 1970, ser monitor era algo relevante e indispensável para a consolidação da carreira docente do Ensino Superior, promovendo uma experiência de articulação entre teoria e prática. O autor destaca que, na época, o currículo e a ação da monitoria eram de certa forma engessados, não havendo possibilidades para redimensionamentos. Mesmo assim, a experiência mostrou-se exitosa por contribuir para a formação de distintos profissionais da área de Educação.

Na área da saúde também foi percebida a relevância da monitoria para o crescimento acadêmico e intelectual do estudante. Moutinho (2015) descreve uma ação desenvolvida em um curso de graduação em enfermagem, em que foram entrevistados distintos sujeitos. Os resultados apontam que essa atividade está intimamente ligada ao ensino e à aprendizagem, em que o monitor não apenas ensina, mas confere novo significado àquilo que ele já conhece. Ela também aponta que existem problemas na relação entre professor e aluno, que são minimizadas no contato com o monitor.

A contribuição da monitoria para a formação acadêmica e pessoal do monitor é abordada por Amato (2016). A autora desenvolveu um estudo de caso visando às ações desenvolvidas em um curso de Engenharia de Produção, por meio de entrevistas a monitores e gestores do curso. Ela aponta que a atividade é reconhecida e considerada relevante na instituição na qual a pesquisa foi realizada, entretanto foram identificadas fragilidades, tais como a divulgação (editais, trabalhos desenvolvidos), a ausência de espaço físico adequado, a irregularidade e o desinteresse dos discentes em participar e a ausência de um acompanhamento maior.

Usar a monitoria como algo complementar à aula é a proposta apresentada por Gonçalves (2014). Ela relata uma experiência em que é utilizado um ambiente virtual de aprendizagem no contexto ação, em que são desenvolvidas distintas atividades. O intuito é promover o uso de tecnologias digitais na Educação, além de promover a aprendizagem do



conteúdo específico, no caso, duas disciplinas específicas do curso de Letras. A autora aponta que a participação levou a uma formação tecnológica e pedagógica, além de desenvolver a postura crítica e reflexiva dos estudantes.

Um trabalho que segue outra direção do que o apresentado até o momento foi desenvolvido por Cavalheiro (2014). Ela relata uma experiência em que a monitoria é desenvolvida nas aulas de ciências no Ensino Fundamental. Como principais resultados, ela sinaliza que houve melhoras no ensino e na aprendizagem da disciplina, despertando o senso de pesquisa nos estudantes envolvidos. A autora ainda reitera que apesar de os monitores conhecerem a maior parte do conteúdo, eles ainda guardam algumas dificuldades, o que reforça a importância da ação conjunta com o professor.

Em síntese, identificamos um pequeno número de trabalhos que focam na monitoria como uma ação pedagógica. Os trabalhos considerados levam em conta, principalmente, a experiência de docência, o crescimento pessoal e profissional e a aprendizagem dos conteúdos específicos.

#### **4.5 Inovações deste trabalho em relação aos que foram apresentados**

O estado do conhecimento nos trouxe indicativos da realização de distintos trabalhos que versam sobre o ensino e a aprendizagem de Cálculo, com indicativos para a revisão dos panoramas observados. No entanto, percebemos o avanço desta tese em alguns aspectos, argumentos que apresentaremos na sequência.

Parece ser consenso entre distintos autores a necessidade de alteração do atual *status* da disciplina de Cálculo, pressupondo a necessidade na revisão de abordagens e atitudes de professores, estudantes e das próprias instituições. Muitos trabalhos propuseram ações nesse sentido, no entanto pouco tem se falado em relação ao redimensionamento teórico e epistemológico necessário para a alteração do quadro de reprovação, evasão e formação de profissionais incapazes de relacionar a matemática acadêmica com situações aplicáveis (SOARES, SAUER, 2004). É nesse aspecto que este trabalho avança.

Esse avanço se fundamenta na qualificação dos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo, na monitoria, a partir de práticas que tenham como ponto de partida duas teorias distintas, mas vistas como complementares. Assim, não basta oferecer alternativas para que dúvidas sejam tiradas, é necessário o desencadeamento de ações fundamentadas na teoria dos três mundos da Matemática e na sociointeratividade, para uma potencialização da construção do pensamento matemático.

Neste trabalho, entendemos a teoria como um passo inicial para a revisão das práticas pedagógicas, com uma busca por ultrapassar a transmissão de informações chegando a propostas que privilegiem a relação social entre os envolvidos, bem como a relação entre o sujeito e o objeto matemático com as suas múltiplas representações.

A análise de estudos correlatos nos trouxe a percepção de que muitas investigações propõem ações fundamentadas na teoria da sociointeratividade como uma possibilidade para a aprendizagem enquanto outros sinalizam a relevância do trabalho articulado entre álgebra e geometria, intrínseco à Teoria dos Três Mundos da Matemática. Nesta tese, entendemos que as chances de aprendizagem matemática aumentam quando são utilizadas ambas as teorias em concomitância. Enquanto Vygotsky propõe o desenvolvimento psicológico do sujeito a partir da relação social estabelecida como os pares, Tall preconiza a evolução do pensamento matemático a partir da relação do indivíduo com o objeto do conhecimento, em suas múltiplas representações. Segundo nosso entendimento, isso traz uma complementaridade, potencializando as possibilidades da construção do conhecimento.

Outro aspecto inovador deste trabalho é o fato de as ações serem desenvolvidas como uma atividade realizada fora da sala de aula, perspectiva incomum nos trabalhos correlatos. Autores, como Cabral (2015) e Soares e Sauer (2004), indicam que as mudanças nos panoramas do ensino e da aprendizagem de Cálculo são difíceis, pois os professores tendem a enfatizar a transmissão de informações e a repetição de procedimentos mecânicos e repetitivos, perspectiva que pode ser repensada na monitoria. Segundo a nossa concepção, quando houver a possibilidade do estabelecimento de relações sociais e do percurso pelos três mundos da matemática, pode acontecer um redimensionar dos cenários do ensino de Cálculo.

Em síntese, o olhar atribuído para a monitoria como uma atividade que pode promover a aprendizagem e com fundamentação teórica visando melhorar a aprendizagem e o desempenho reduzirão, por consequência, a evasão.

## 5. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, apresentamos um panorama dos passos que foram dados e dos caminhos percorridos para o desencadear desta pesquisa. Iniciamos trazendo uma ideia geral da proposta e discorrendo sobre a sua estrutura básica. Na sequência, abordamos a teoria sobre a pesquisa qualitativa e as características que enquadram o nosso trabalho nesta abordagem. Posteriormente, tratamos do estudo de caso e de seus desdobramentos para, na sequência, apresentarmos os aspectos pertencentes à construção do *corpus* de pesquisa e caracterizarmos as IES envolvidas. Por último, tratamos do método de análise utilizado, a Análise Textual Discursiva.

### 5.1 Aspectos gerais da pesquisa

Esta proposta foi desenvolvida com uma abordagem qualitativa, sendo uma pesquisa do tipo estudo de caso. O *corpus* constituiu-se a partir de entrevistas semiestruturadas, realizadas à luz da teoria de Flick (2004). O método de análise foi a Análise Textual Discursiva (ATD), segundo a perspectiva de Moraes e Galiazzi (2007). O estudo estruturou-se em duas fases, denominadas Fase 1 e Fase 2, sem obedecer a um nível de hierarquização, mas de organização.

Na Fase 1, efetuamos um estudo mais amplo, no qual buscamos aspectos gerais do fenômeno investigado. O foco se concentrou em universidades e centros universitários do Rio Grande do Sul, e o critério de escolha foi o de amostra intencional, no qual elegemos elementos convergentes aos nossos objetivos, por serem passíveis de trazer compreensões para o problema de pesquisa (MORAES; GALIAZZI, 2007). Seguindo esses pressupostos, buscamos IES que tivessem cursos de graduação com disciplinas de Cálculo e estivessem desenvolvendo atividades de monitoria ou similares. As ações entendidas como mais representativas, por desenvolverem ações vinculadas à teoria dos três mundos da Matemática e da Sociointeratividade, foram estudadas em maior profundidade na Fase 2.

O número de instituições e de sujeitos participantes da pesquisa não foi definido em um momento anterior ao desenvolvimento da proposta. Utilizamos o critério de saturação teórica, que, a partir dos textos de Moraes e Galiazzi (2007), consistiu em adicionar casos até que não fossem percebidas outras compreensões. Fontanella e Magdaleno Júnior (2012) esclarecem que isso ocorre quando “o pesquisador cogita a ocorrência de uma espécie de descarte dos dados mais recentemente coletados, porque não mais contribuem para a elaboração teórica

pretendida” (FONTANELLA; MAGDALENO JÚNIOR, 2012, p. 64). Essa percepção do pesquisador significa a possibilidade de suspender a constituição do *corpus*, a partir da hipótese da inexistência de novas informações significativas a serem agregadas com o incremento de novos casos.

Em contraponto, a saturação teórica não indica necessariamente o esgotamento do fenômeno, havendo quatro dimensões para o seu alcance, de acordo com Fontanella e Magdaleno Júnior (2012). São elas: 1) prática: quando o tempo ou os recursos se tornarem escassos, inviabilizando a sequência da pesquisa; 2) metodológica: quando o “recorte” feito restringir demasiadamente o fenômeno ou quando o caráter exploratório for pequeno; 3) cognitiva e da dinâmica psíquica: referem-se aos limites pessoais do próprio pesquisador que, em função disso, pode descartar dados antecipadamente; 4) ontológica: ocorre quando os elementos se tornam irreconhecíveis em função do limite teórico do próprio pesquisador.

Assumimos a possibilidade deste trabalho ter alcançado a saturação a partir das quatro dimensões. No âmbito da prática, pelo pequeno retorno da parte das instituições e a indisponibilidade para a participação na proposta e o próprio prazo para a realização do doutorado foram elementos promotores da saturação nesse aspecto. No metodológico, por olharmos apenas para uma ação específica para a qualificação dos processos de ensino e aprendizagem de Cálculo. E nas dimensões cognitiva e ontológica, pois não conhecemos os nossos próprios horizontes teóricos e psíquicos, que podem ter sido alcançados, fazendo com que não enxergássemos outras compreensões ou que descartássemos informações de maneira antecipada.

Após a saturação teórica ter ocorrido, analisamos o *corpus*, cujos casos que mais se destacaram em relação à presença das teorias dos Três Mundos da Matemática e da Sociointeratividade foram analisados em maior profundidade na Fase 2. Nessa etapa, efetuamos um estudo focado, visando compreender as particularidades e *nuances* mais sensíveis dos casos elegidos na fase anterior. Seguindo os critérios já descritos, a IES2 foi a escolhida, e o *corpus* constituído em três visitas em que entrevistamos os professores monitores e os monitores, a partir da técnica da *bola de neve* (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Em síntese, o cenário da investigação foi composto pelo Ensino Superior, mas especificamente em relação às ações desenvolvidas pelas IES para a qualificação dos processos de ensino e aprendizagem de Cálculo em ações constituídas na monitoria.

## **5.2 Abordagem da investigação: pesquisa qualitativa**

Neste item, apresentamos os principais elementos relativos à abordagem qualitativa e às características que enquadraram esta pesquisa nessa perspectiva.

Inicialmente, consideramos que pensar em pesquisa qualitativa nos remete à ideia de ênfase na qualidade, no olhar atento para as particularidades mais subjetivas de um determinado fenômeno. À luz do referencial teórico de autores como André (2001), Bicudo (2011), Bogdan e Biklen (1994) e Turato (2005), assumimos essa abordagem não em oposição à pesquisa quantitativa, mas no sentido de “trabalhar com qualidades dos dados à espera de análise” (BICUDO, 2011, p.14). Para Bicudo (2011), mais significativo do que a nomenclatura é a exploração das sinuosidades e da complexidade da pesquisa, o que procuramos fazer na sequência deste texto.

Como ponto inicial, consideramos as proposições teóricas de Turato (2005). Segundo o autor, em uma pesquisa qualitativa, o objeto de estudo são os fenômenos, em que a visão de mundo preponderante é a fenomenologia, no sentido de assumir a diversidade implícita aos acontecimentos. Isso tende a levar o pesquisador a deixar as compreensões emergirem do próprio campo de investigação, pressupondo uma atenção especial para a interpretação dos fatos, considerando a multiplicidade de sentidos que eles podem carregar. Bicudo (2011) complementa, considerando que não existe uma busca pela verdade, mas a procura constante pela compreensão dos modos de ser e de se mostrar apresentados pelo fenômeno.

Argumentos similares são apresentados por Bogdan e Biklen (1994, p.291):

[...] um método de investigação que procura descrever e analisar experiências complexas. Partilha semelhança com métodos de relações humanas, na medida em que, como parte do processo de recolha dos dados, devemos escutar corretamente, colocar questões pertinentes e observar detalhes. Mas os seus objetivos não são terapêuticos.

Nessa abordagem existe um forte viés social, levando ao estabelecimento de uma relação entre o investigador e o contexto no qual a investigação ocorre. As múltiplas facetas oriundas do cenário encontrado constituem-se em elementos relevantes e significativos para o alcance das compreensões desejadas. Bogdan e Biklen (1994) levam em conta cinco pontos principais que definem e caracterizam uma investigação qualitativa, os quais resumimos a seguir.

Primeiro: a fonte dos dados é o próprio ambiente da pesquisa. Presume o conhecimento do local e da conjuntura na qual a proposta ocorrerá, bem como a identificação e o reconhecimento das particularidades oferecidas pelo cenário. Exige o contato direto com os

sujeitos e movimentos interativos entre as partes, aumentando as chances de percepções dos detalhes a serem considerados na constituição do *corpus* de pesquisa.

Segundo: a investigação é descritiva. A busca consiste em descrever, tanto quanto for factível, a riqueza dos detalhes envolvidos. O foco concentra-se nas palavras e nas imagens, podendo ser incluídas transcrições de entrevistas, fotografias, vídeos, registros e outros. Existe a tentativa e a busca por uma análise plena, em que os aspectos mais singelos podem contribuir para uma compreensão mais completa possível.

Terceiro: o interesse está concentrado no processo. Existe a tendência pela concentração de esforços no entendimento do fenômeno na sua totalidade. Os resultados finais ou as respostas para as perguntas propostas aos entrevistados servem apenas como guias e são tão significativos quanto os primeiros passos dados ou mesmo as expressões faciais e os gestos. Pressupõem um redimensionamento das questões na medida em que a pesquisa vai se desenrolando, pois, uma vez conhecidas as distintas perspectivas do cenário, elas podem fornecer novos norteadores, tornando o processo muito dinâmico.

Quarto: a análise tende a ser fenomenológica. Esse ponto envolve a adoção de uma postura na qual o pesquisador deixa o fenômeno manifestar-se por si, permitindo o afloramento das compreensões no próprio cenário. Não há necessidade de confirmar ou refutar hipóteses, mas há a busca por entendimentos amplos sobre as manifestações presentes naquele contexto específico.

Quinto: o significado tem imprescindível relevância. Identificar e compreender a visão de mundo e os sentidos atribuídos pelos sujeitos acerca do fenômeno investigado constitui-se em um aspecto significativo para a investigação, estabelecendo-se em um dos eixos estruturantes da análise.

A teoria considerada indica que seguir essa perspectiva teórica implica abandonar a ideia de neutralidade do pesquisador frente aos fenômenos investigados. A intensa interação fomentada entre os atores e o cenário é marcada pelos valores, saberes e crenças das partes envolvidas – desde a escolha do tema até as delimitações e escolhas definidas, as marcas do pesquisador se evidenciam, refutando a crença de uma possível isenção.

A proximidade entre o pesquisador e o contexto tende a estimular um processo maleável, com a possibilidade do redimensionamento dos olhares a serem direcionados. Turato (2005) reitera esse argumento, arguindo que os procedimentos de pesquisa são ajustáveis e que o próprio projeto permanece em aberto durante o seu percurso. Na mesma direção teórica, Bicudo (2011) postula que a pesquisa qualitativa admite uma multiplicidade de procedimentos oriundas das concepções epistemológicas do pesquisador. O principal instrumento é o

pesquisador, com suas concepções, crenças e valores que interagem conjuntamente com o cenário e com os demais sujeitos, desencadeando assim todo o processo de maneira articulada e sistêmica.

Todavia, mesmo com a flexibilidade inerente à abordagem qualitativa, ainda é necessário planejamento e organização para a realização da pesquisa. André (2001, p. 57) considera

[...] que o trabalho seja devidamente planejado, que os dados sejam coletados mediante processos rigorosos, que a análise seja densa e fundamentada e que o relatório descreva claramente o processo seguido e os resultados alcançados.

Assim, existe o trânsito por duas perspectivas: a subjetividade presente nos pressupostos epistemológicos do pesquisador e a objetividade pertencente aos processos metodológicos, para a constituição de uma pesquisa científica que seja assim reconhecida pelos pares.

Nesta pesquisa, assumimos a abordagem qualitativa, pois entendemos que ela conta com elementos passíveis de assim caracterizá-la. Nos parágrafos seguintes, procuramos situar esses elementos.

O primeiro ponto considerado é a fonte de dados, sendo o contexto no qual o fenômeno estava imerso. No decorrer do processo, buscamos compreender as ações dentro das próprias IES, no universo acadêmico, assim consideramos as particularidades que cada cenário ofereceu. Tivemos um contato direto com as partes<sup>27</sup>, por intermédio de entrevistas e visitas, procurando o estabelecimento de uma relação dialógica. Nossos esforços foram mantidos na descrição e na interpretação, identificando como as ações desenvolvidas contribuíram para o desenvolvimento dos processos de ensino e aprendizagem de Cálculo.

O âmago da proposta foi a análise do fenômeno em sua plenitude. Mesmo que tenhamos sido norteados por um problema de pesquisa, o intuito não foi o de apenas respondê-lo, mas o de buscar um entendimento compreensível a toda complexidade do caso. No decorrer da investigação, tivemos o intuito de deixar o fenômeno falar por si, buscando o emergente, não significando a adoção da crença na neutralidade do pesquisador. Desse modo, adotamos um estado de vigilância epistemológica, que, segundo Sousa Santos (1989), consiste em conhecer as suas crenças e conceber as limitações que elas podem exercer em seus estudos.

As perspectivas levantadas até aqui nos levaram a classificar esta pesquisa como qualitativa, segundo a perspectiva apontada por Bogdan e Biklen (1994), Turato (2005) e

---

<sup>27</sup> Os procedimentos utilizados para isso serão esclarecidos na sequência.

Bicudo (2011). Findadas estas considerações, na sequência elencamos argumentos que justificam o tipo de pesquisa realizada.

### **5.3 Tipo de pesquisa: Estudo de caso**

Esta pesquisa foi do tipo estudo de caso, cujas principais referências foram os textos de Stake (2007) e Yin (2010). Em linhas gerais, ambos os autores concebem a observação do fenômeno no seu contexto natural, o enfoque atribuído e a relação entre o contexto e o fenômeno como os principais aspectos a serem observados no decorrer da investigação.

Como sugere a nomenclatura, nesse tipo de pesquisa – estudo de caso – o caso é estudado especificamente, sendo analisado dentro de sua complexidade e no contexto no qual ele se desenvolve. Esse fato tende a levar o pesquisador a interessar-se pelo fenômeno na sua totalidade. Como uma das características marcantes, Yin (2010) define que não existe um controle rigoroso ou manipulação em relação às variáveis. O investigador busca compreensões amplas, procurando não interferir no cenário ou manipular os acontecimentos relevantes observados.

O estudo de caso é aplicável quando tencionamos investigar eventos contemporâneos e presentes no cotidiano. Yin (2010, p.19) esclarece que esse tipo de pesquisa se faz adequada quando “coloca questões do tipo ‘como’ e ‘por que’, quando o pesquisador tem pouco controle sobre os eventos e quando o foco se encontra em fenômenos contemporâneos inseridos em algum contexto da vida real”. Questões definidas por “como” e “por que” nos trazem a ideia de buscar por compreensões ampliadas, superando a perspectiva de encontrar uma resposta única ou a testagem de hipóteses previamente definidas.

O desencadeamento desse tipo de pesquisa, de acordo com Bogdan e Biklen (1994), foi entendido como um funil, no qual os dados entraram, estreitaram-se e saíram. No início, existiu um mapeamento amplo, com a busca por fontes de evidências convergentes com os nossos objetivos, trazendo um panorama do fenômeno. Essa fase foi comparada com a extremidade mais larga do funil, pela múltipla entrada de informações. Na sequência, tomamos decisões, organizamos e filtramos os dados que entraram anteriormente. Essa fase foi comparada com a extremidade mais estreita do funil, por se tratar de um refinamento do *corpus*. Assim, concebemos que, além de um funil, existe também um filtro, pois a informação também é selecionada.

Em nossa pesquisa, comparamos a primeira fase com a parte mais larga do funil, pois foi um estudo de abrangência, com a dedicação de um olhar geral sobre o fenômeno



investigado. A segunda fase pode ser associada à extremidade mais estreita, pois, após o estreitamento produzido pela seleção e pelo filtro iniciais, realizamos um estudo mais específico e focado nos casos mais relacionados com as perspectivas da teoria dos Três Mundos da Matemática e da sociointeratividade de Vygotsky. Assimilamos que, em todo o processo, não existiu uma fronteira claramente estabelecida entre fenômeno e contexto, o que, segundo Yin (2010), caracteriza e justifica o estudo de caso. A monitoria de Cálculo ocorreu no cenário do Ensino Superior, e ambos são indissociáveis, sendo que a aprendizagem desenvolvida em um contexto interfere no outro e vice-versa.

A pesquisa foi uma investigação empírica e o fenômeno não foi controlado ou manipulado, sendo observado no seu estado natural. Além disso, no decorrer do processo, procuramos não oferecer influência direta<sup>28</sup>, isto é, não criamos situações artificiais para testar ou simular algo. Entendemos que a investigação envolveu um fenômeno singular, embora existissem pluralidades de perspectivas envolvendo o contexto, elas foram consideradas, mas não direcionadas. Esse argumento vai ao encontro das proposições teóricas de Stake (2007), que considera a existência e o predomínio de questões de ordem complexa, localizadas em um contexto específico e sendo passíveis de problematização.

Ainda é preciso destacar que o estudo de caso pode ser classificado como *intrínseco*, *instrumental* ou *coletivo*, ganhando um dos contornos em função dos objetivos e das finalidades da pesquisa (STAKE, 2007). Nos próximos parágrafos, elucidamos cada um desses aspectos.

O estudo de caso *intrínseco* é utilizado quando o pesquisador tem um interesse específico em um caso particular. Segundo Stake: “O caso vem dado. Não nos interessa por que com seu estudo aprendemos sobre outros casos ou sobre um problema geral, mas por que precisamos aprender sobre esse caso particular” (STAKE, 2007, p. 16). É um estudo realizado na singularidade do fenômeno, uma vez que não existe a pretensão da elaboração de uma teoria ou de uma perspectiva para além da investigação.

O estudo de caso *instrumental* é utilizado quando o pesquisador tem o interesse na compreensão ampla de um caso. De acordo com Stake: “Em outras situações, nos encontramos com uma questão que se deve investigar, uma situação paradoxal, uma necessidade de compreensão geral, e consideramos que podemos entender a questão mediante o estudo de um caso particular” (STAKE, 2007, p. 16). Dessa forma, visa a um entendimento geral a partir do

---

<sup>28</sup> Acreditamos que a influência do pesquisador é indireta, pois o seu próprio olhar está influenciado pelas teorias que o orientam, o que leva à adoção de um estado permanente de vigilância epistemológica (SOUSA SANTOS, 1989).

estudo de um caso, de modo que pode oferecer uma compreensão capaz de ultrapassar o próprio estudo.

Já o *coletivo* é um estudo de caso instrumental estendido para vários casos individuais (STAKE, 2007). É recomendável a coerência entre os casos, no sentido de conjuntamente proporcionarem compreensões ampliadas acerca do fenômeno. Essa perspectiva se assemelha ao estudo de casos múltiplos referido por Yin (2010).

A escolha do caso é outro aspecto a ser levado em consideração. Stake (2007) salienta que nem tudo pode ser considerado como um caso. É necessária a complexidade, especificidade com uma unidade cujas partes são constituintes de um todo. Essa ideia é reforçada por Yin (2010), que enfatiza a importância da clareza em relação às escolhas. Para o autor, um caso é composto por uma situação intrigante, cuja importância justifique os esforços do pesquisador no seu estudo.

Como já referimos anteriormente, a investigação centrou-se na monitoria de Cálculo. Essa ação foi considerada como um caso a ser estudado, pois se desenvolveu em um contexto de dificuldades de aprendizagem (CAVASOTTO, VIALI, 2011; CABRAL, 2015), de elevados índices de reprovação (OLIVEIRA, RAAD; 2012), com a presença de movimentos de redimensionamento e de resistência (TORRES, GIRAFFA, 2009) e desprestígio do ensino em relação à pesquisa (NUNES, 2007). Além disso, não podemos deixar de conceituar que as monitorias foram atividades desenvolvidas em um cenário de expansão do Ensino Superior, de massificação e de heterogeneidade dos discentes (ZABALZA, 2004). Essa conjuntura juntamente com os movimentos de repensar a organização e o funcionamento do Ensino Superior (SOUSA SANTOS, FILHO, 2008) nos levou a definir iniciativas para qualificar a aprendizagem – por exemplo, a monitoria – como algo contemporâneo e complexo, justificando a sua escolha como caso.

Além de justificarmos a escolha dos casos, também foi necessário ter clareza em relação ao motivo pelo qual estávamos desenvolvendo um estudo de caso e a pertinência disso no contexto da pesquisa. Yin (2010) aponta quatro fatores para justificar a pertinência do estudo de caso. São eles a relevância para a testagem de uma teoria previamente existente; a singularidade; o contorno de inovação e o caso ser pouco investigado.

A teoria considerada (YIN, 2010; STAKE, 2007) nos indicou que este trabalho poderia ser classificado como estudo de caso, pois a observação do fenômeno ocorreu no seu contexto natural, o contorno de inovação e as poucas investigações nessa direção foram fatores que justificaram a escolha desse tipo de pesquisa.

Como observamos no estado do conhecimento (Ver Capítulo 4), muito trabalhos correlatos versam sobre algum conteúdo específico, abordagens alternativas (tecnologias digitais, contextualização, interdisciplinaridade, etc.) e, sobretudo, sobre as dificuldades dos discentes. O centro das discussões ainda focava a ação docente do professor. Não percebemos claramente trabalhos que identifiquem, problematizem ou mesmo sugiram ações extraclasse que venham a contribuir com o ensino e a aprendizagem de Cálculo, visando não apenas ao professor, mas ao sistema como um todo, abarcando a coordenação, o sistema de ensino, a monitoria e os estudantes, por exemplo.

Em acordo com as perspectivas apresentadas por Yin (2010) e Stake (2007), nesta pesquisa visamos compreender o “como”, ou seja, como as ações desenvolvidas pelas IES contribuíram para o contexto da aprendizagem de Cálculo. Buscamos compreensões amplas do fenômeno a fim de entender as suas mais distintas *nuances*, naquilo que Stake (2007) classifica como estudo de caso instrumental. Como procuramos tais compreensões estudando o caso em distintas IES e entrevistando distintos gestores, professores e monitores, o nosso estudo foi denominado como um estudo de caso coletivo, ou seja, um estudo instrumental estendido a vários casos.

#### **5. 4 Escolha dos sujeitos e procedimentos de construção do *corpus* de pesquisa**

Cada caso que compôs uma parte deste estudo foi a monitoria de uma IES distinta. As escolhas seguiram o critério de amostra intencional, já descrito anteriormente, em que buscamos instituições que possuíssem cursos com disciplinas de Cálculo em suas grades e que estivessem desenvolvendo monitorias. Enquadraram-se neste parâmetro Biologia, Engenharias, Física, Matemática, Meteorologia, Química e outros com aderência similar.

Iniciamos o trabalho mapeando tais cursos a partir de consultas no endereço eletrônico de distintas IES do Rio Grande Sul. Foi estabelecido um contato inicial com o coordenador de cada curso, em que expusemos os principais pontos da pesquisa e solicitamos a disponibilidade para a participação. Tivemos cinco retornos, dos vinte e três contatos estabelecidos, identificadas como IES1, IES2, IES3, IES4 e IES5, sendo assim denominadas no decorrer do texto. Os respectivos coordenadores de curso foram identificados como C1, C2, C3, C4 e C5.

Elegidas as instituições, foram escolhidos os sujeitos que participaram da proposta. Para isso, foi utilizada a técnica da *bola de neve*. No entendimento de Bogdan e Biklen (1994, p. 99), esse processo consiste basicamente em pedir para a “primeira pessoa que entrevistou que lhe recomende outras”. Para os autores, é possível modificar o foco e a teoria quando se troca o

grupo de entrevistados, de modo que possam ser contempladas as perspectivas trazidas por eles. Também afirmam que não é possível definir, antes da realização da pesquisa, o número de sujeitos participantes da investigação, pois não existe um conhecimento prévio do cenário e das informações oferecidas pelos envolvidos.

A *bola de neve* iniciou com o contato via *e-mail* com os coordenadores dos cursos anteriormente identificados. Nessa interlocução, além de explicitarmos os principais pressupostos da proposta questionamos a respeito de quem poderia falar a respeito da monitoria de Cálculo desenvolvida na instituição. Todos os coordenadores indicaram os professores responsáveis pelas ações e passaram seus contatos. Eles foram identificados como PROFM1, PROFM2, PROFM3, PROFM4 e PROFM5 e denominados como professores monitores no decorrer do texto<sup>29</sup>. Nas IES que tinham mais de um professor responsável, foram acrescentadas as letras a e b para diferenciá-los.

Já na Fase 2, a *bola de neve* nos direcionou até os estudantes que atuavam ministrando a monitoria, denominados “monitores”. Esse aspecto apareceu apenas na segunda etapa da pesquisa, e eles foram nominados como M2a e M2b, considerando que todos estavam vinculados à IES2.

O professor da disciplina que atuava na sala de aula foi mencionado por distintos entrevistados. Entretanto, a *bola de neve* nos levou até ele apenas na IES5, onde foi entrevistado presencialmente. Foram denominados PROFD1, PROFD2, PROFD3, PROFD4 e PROFD5. Destacamos que houve concordância entre os números atribuídos para os sujeitos e para a IES na qual ele trabalhava. A seguir, temos um quadro que resume a codificação que será utilizada para a identificação das IES e dos participantes envolvidos na pesquisa.

---

<sup>29</sup> Denominamos professores monitores os professores que coordenam as monitorias. Quando usarmos a expressão “monitores”, estamos fazendo referência aos estudantes que ministram as monitorias.

Quadro 3 – Códigos utilizados na pesquisa

<b>IES</b>	<b>Coordenador</b>	<b>Monitor</b>	<b>Professor monitor</b>	<b>Professor da disciplina</b>
IES1	C1	M1	PROFM1	PROFD1
IES2	C2	M2a, M2b, M2c,	PROFM2a PROFM2b	PROFD2
IES3	C3	M3	PROFM3	PROFD3
IES4	C4	M4	PROFM4	PROFD4
IES5	C5	M5	PROFM5	PROFD5

Fonte: O autor (2018).

A constituição do *corpus* de pesquisa deu-se a partir de entrevistas semiestruturadas. Na Fase 1, foram ouvidos seis professores monitores e apenas um professor da disciplina, esse da IES5. Lembramos que isso não foi uma definição prévia, sendo construída a partir da *bola de neve* (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Com o mesmo critério, na Fase 2 ouvimos dois professores monitores e três monitores.

A entrevista, para Bogdan e Biklen (1994, p.134), consiste em “recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspectos do mundo.” Adotamos a perspectiva da entrevista semiestruturada, delineada como semipadronizada, de acordo com a perspectiva teórica de Flick (2004) e de Lüdke e André (1986). Consistiu em um planejamento relativamente aberto, com um olhar para o contexto e para a flexibilização dos processos. Nessa perspectiva, a tendência foi a captação ampla do ponto de vista do entrevistado, podendo alcançar aspectos subjetivos que seriam menos perceptíveis com um direcionamento pleno das questões (FLICK, 2004).

Na mesma direção, Lüdke e André (1986, p. 36) afirmam que “o entrevistado discorre sobre o tema proposto com base nas informações que lhe detêm e que no fundo são a verdadeira razão da entrevista”. Ambas as perspectivas teóricas – Flick (2004) e Lüdke e André (1986) – enunciam a necessidade de o investigador manter a sua atenção nas mais sensíveis *nuances* que emergem da entrevista, tecendo perguntas passíveis de manter a direção do assunto sem engessá-lo ou influenciar o entrevistado.

Seguindo as propostas descritas anteriormente, durante a entrevista, adotamos uma abordagem indireta. Segundo Lüdke e André: “Na medida em que houver um clima de estímulo e de aceitação mútua, as informações fluirão de maneira notável e autêntica” (LÜDKE;

ANDRÉ, 1986, p. 36). O andamento da conversa e a sensibilidade do investigador aos detalhes estabelecem uma relação entre as partes, levando à compreensão ampla do fenômeno, o que não seria possível de outra forma.

Nesse contexto, segundo Flick (2004, p. 95), o investigador tem um papel relevante: “[...] o guia da entrevista menciona diversas áreas de tópicos, cada uma delas introduzida por uma questão aberta e finalizada por uma questão confrontativa”. A percepção dos detalhes e o conhecimento do assunto são fatores que podem determinar se o pesquisador, de fato, conseguirá alcançar o resultado esperado. O autor ainda destaca que é oportuna a realização de perguntas fundamentadas na teoria que subjaz o tema pesquisado, de forma que sejam direcionadas para os objetivos da proposta. As *questões confrontativas* consistem em retomar as ideias expostas pelo entrevistado, logo examinamos criticamente os pontos de vista apresentados, bem como sua coerência e adequação ao tema. Nesse momento, é recomendável a apresentação de uma “oposição temática” (FLICK, 2004).

Vale a pena salientar que Flick (2004) também apresenta argumentos que indicam possíveis limitadores para a entrevista semiestruturada. Um deles diz respeito à dimensão ontológica do próprio pesquisador, de modo que é conveniente que este tenha clareza do assunto, base teórica sólida e ciência do contexto para, desse modo, inserir as perguntas adequadas para perceber o máximo de detalhes. Outro refere-se aos aspectos subjetivos, tais como os aspectos emocionais e de linguagem corporal do entrevistado, que tendem a aparecer sobretudo no momento das confrontações.

Neste trabalho, realizamos as entrevistas em duas modalidades denominadas: *entrevista presencial* e *entrevista presencial virtual*. A escolha ocorreu em função da disponibilidade e da preferência das partes envolvidas, especialmente dos entrevistados.

Chamamos de *entrevista presencial* o procedimento em que o pesquisador foi até o campo da pesquisa, teve um contato físico direto com o cenário e com as partes envolvidas. Essa foi a nossa preferência, em acordo com os pressupostos teóricos de Bogdan e Biklen (1994), que sugerem esse tipo de entrevista para que seja possível a percepção dos detalhes mais sutis oferecidos pelo cenário. Entretanto, o trabalho dessa forma dependeu da disponibilidade e da permissão dos demais envolvidos, o que não tornou possível a entrevista presencial em todas as IES envolvidas.

Chamamos de *entrevista presencial virtual* o procedimento em que o pesquisador realizou a sua entrevista por intermédio de um contato virtual. Utilizamos essa terminologia a partir dos textos de Schlemmer (2006), que considera que estar separado geograficamente não implica necessariamente uma distância efetiva. As tecnologias digitais empregadas em uma

concepção social podem proporcionar o redimensionamento do tempo e do espaço, aproximando sujeitos e levando-os a conhecer uma realidade distinta da sua. Esse procedimento foi realizado por *Skype*<sup>30</sup>, e foi utilizado quando houve impossibilidade da realização da entrevista presencial.

A seguir, temos dois quadros que resumem as fases da pesquisa.

Quadro 4: Fases da pesquisa

<b>Fases</b>	<b>Objetivo</b>	<b>Entrevistas</b>	<b>Análise</b>
Fase 1	Efetivar uma abordagem exploratória para conhecer os aspectos gerais do fenômeno, compreendendo como a monitoria está ocorrendo em distintas IES.	Presencial e presencial virtual	ATD com categorias <i>a priori</i> e subcategorias emergentes.
Fase 2	Efetivar uma abordagem focada e voltada para as <i>nuances</i> mais sensíveis das monitorias que mais convergiram com a nossa proposta na Fase 1.	Presencial	ATD com categorias emergentes.

Fonte: O autor (2018).

Destacamos que, em ambas as fases, as entrevistas foram concluídas com a questão confrontativa, que, segundo Flick (2004), tem um papel relevante no sentido de verificar a coerência do entrevistado. Na sequência, temos um quadro que indica a fase, a IES, o número de sujeitos entrevistados e a modalidade da entrevista.

<sup>30</sup> O Skype é um programa que possibilita a realização de chamadas de áudio e de vídeo. Maiores informações em <https://www.skype.com/pt-br/>

Quadro 5 – IES, número de sujeitos e modalidade

	<b>IES</b>	<b>Sujeitos entrevistados</b>	<b>Modalidade da entrevista</b>
<b>Fase 1</b>	1	1	Presencial
	2	2	Presencial
	3	1	Presencial virtual
	4	1	Presencial virtual
	5	2	Presencial
<b>Fase 2</b>	2	5	Presencial

Fonte: do autor.

Findada essa etapa, a sequência foi a caracterização de cada IES, para que tivéssemos uma ideia do contexto no qual a proposta estaria inserida.

### 5.5 Caracterização das IES envolvidas

Inicialmente, destacamos que esta pesquisa encontrou um limitador: a disponibilidade das IES em participar da pesquisa e fornecer as informações necessárias para a sua efetivação. Várias instituições foram contatadas por *e-mail* e por telefone e não responderam à solicitação inicial, mesmo quando estabelecida mais de uma vez. Outras IES retornaram o contato inicial, mas preferiram não participar da pesquisa por acreditarem que aquilo que estavam realizando não poderia contribuir com a nossa proposta. Ainda houve o caso de uma IES em que o coordenador respondeu à solicitação, encaminhando-nos para o professor responsável e esse não nos deu retorno, ou seja, a *bola de neve* não se desenvolveu suficientemente a ponto de agregar elementos à pesquisa, o que nos levou a descartar essa IES de nosso *corpus*.

Como já havíamos destacado anteriormente, cinco IES estiveram abertas e contribuíram para a nossa pesquisa. Nos próximos parágrafos, caracterizamos brevemente cada uma delas.

A IES1 é uma instituição particular que oferecia as disciplinas de Cálculo nos cursos de Engenharia Civil, Engenharia da Computação, Engenharia Elétrica, Engenharia Mecânica, Engenharia de Mobilidade, Engenharia Química e Engenharia de Produção. Localizava-se em um polo industrial no interior do estado, e esse fato, segundo PROFM1, justificava o escopo institucional, que se direcionava ao mundo e ao mercado de trabalho, procurando articular os saberes acadêmicos com os práticos, fomentando o empreendedorismo. Isso atraiu, durante muito tempo, sujeitos inseridos no mercado de trabalho, normalmente afastados da escola há bastante tempo, e muitos oriundos da Educação de Jovens e Adultos (EJA). PROFM1 relatou



que, nos últimos anos, esse quadro tem gradativamente se alterado, e jovens recém-egressos do Ensino Médio já estavam procurando a instituição.

O contato com a IES1 foi estabelecido primeiramente via *e-mail* com os coordenadores dos cursos de Engenharias. O então responsável pelo curso de Engenharia de Produção foi o primeiro a estabelecer a interlocução. Ele passou o contato do professor monitor, que foi entrevistado presencialmente, indicando, dentre outras coisas que destacaremos posteriormente, que a monitoria estava vinculada a uma equipe pedagógica denominada “sistema de ensino”, a qual organizava essa e outras atividades para os cursos de graduação. Dois professores dividiam-se como responsáveis pelas monitorias, sendo um pelas de Matemática (Cálculos, Matemática Financeira e Estatística) e um pelas de Física (Física I, II e Dinâmica), os quais eram auxiliados por monitores. Existia uma sala, com uma mesa e três cadeiras para a realização das atividades de monitoria. Em acordo com o critério de amostra intencional (MORAES; GALIAZZI, 2007), entrevistamos apenas o responsável pela área de Matemática.

A IES2 é uma instituição filantrópica que oferecia a disciplina de Cálculo nos cursos de Ciências da Computação, Engenharia Civil, Engenharia de Computação, Engenharia de Controle e Automação, Engenharia Elétrica, Engenharia Mecânica, Engenharia de Produção, Engenharia de *Software*, Engenharia Química, Física (Licenciatura, Geofísica e Física Médica), Matemática (Licenciatura e Bacharelado), Química (Licenciatura e Bacharelado) e Sistemas de Informações. O contato inicial foi feito pessoalmente com um professor que trabalhava na instituição e que nos indicou os dois docentes responsáveis pelas monitorias e passou seus nomes e *e-mails*. Eles atenderam prontamente às solicitações para a interlocução e foram entrevistados presencialmente.

A IES2 localiza-se em um centro urbano e, segundo PROFM2a, atendia a um público bastante diversificado, contemplando discentes egressos da rede particular, da rede pública e da EJA de ambas as redes. Ainda relatou que uma parcela tinha dedicação exclusiva aos estudos, enquanto outra compartilhava a sua rotina entre o trabalho e graduação. A IES2 ofertava um espaço para as monitorias de Cálculo I e II, tendo à disposição materiais didáticos, computadores, objetos de aprendizagem, mesas, cadeiras, além de um espaço para socialização. As monitorias de Cálculo III e IV ocorriam em outro espaço, um pouco menor, mas que também tinha materiais didáticos e estrutura física suficiente para a realização das atividades.

Nossa análise, concentrou-se apenas nas ações destinadas ao Cálculo I e II. Justificamos esta escolha, novamente, a partir do critério de amostra intencional (MORAES; GALIAZZI, 2007), pois, na visita que realizamos à instituição, identificamos previamente elementos que convergiam com as nossas propostas. Percebemos que, na ação destinada aos Cálculos I e II,

havia indícios de possibilidades de interações entre os pares e propostas que envolvessem a manipulação de objetos matemáticos, fatos ausentes na proposta destinada ao Cálculo III e IV, segundo o nosso entendimento.

A IES3 é uma instituição federal que oferecia as disciplinas de Cálculo nos cursos de Engenharia Ambiental e Licenciatura em Física. Localiza-se em um centro regional no interior do estado que baseia sua economia no agronegócio. O contato inicial foi feito pessoalmente com um professor que trabalhava na instituição e que nos indicou o docente responsável pelas monitorias, passando o nome e o *e-mail*. Após uma breve comunicação, identificamos que existiam dois professores responsáveis pelas monitorias, sendo que, no momento da entrevista, um deles estava de licença para cursar o doutorado, estando apenas um no exercício de suas atividades. O diálogo com esse professor monitor ocorreu com uma entrevista presencial virtual.

PROFM3 destacou que, por tratar-se de um órgão federal, a instituição atraía e atendia pessoas provenientes de distintas partes do Brasil, fomentando, assim, um corpo discente heterogêneo e diversificado. O entrevistado ainda relatou que existiam diferenças nas formas com que os discentes dos cursos de Física e de Engenharia percebiam a monitoria, sendo mais procurada pelos futuros engenheiros. Eles normalmente dedicavam-se exclusivamente à graduação, tendo mais tempo para destinar às práticas acadêmicas, enquanto os discentes de licenciatura normalmente dedicavam-se a outras atividades.

A IES4 também é uma instituição federal que oferecia as disciplinas de Cálculo nos cursos de Engenharia Ambiental, Engenharia Agrícola, Engenharia Civil, Engenharia da Computação, Engenharia de Controle e Automação, Engenharia Eletrônica, Engenharia Geológica, Engenharia Hídrica, Engenharia de Materiais, Engenharia de Petróleo e Engenharia de Produção, Física (Licenciatura e Bacharelado), Licenciatura em Matemática, Meteorologia e Química. Localizava-se em um centro regional no interior do estado. O contato inicial foi feito a partir de uma recomendação de um professor de outra instituição que conhecia o trabalho realizado na IES4 e que passou o endereço eletrônico de um coordenador de curso da instituição. Esse, por sua vez, passou o contato do professor responsável pela monitoria, com quem foi realizada uma entrevista presencial virtual.

PROFM4 considerou que, na instituição, existiam discentes de diferentes regiões do Brasil, com formações e conhecimentos prévios distintos. Contava com uma equipe pedagógica que desenvolvia várias ações que visavam equilibrar tais diferenças com o intuito de reduzir a evasão, que, segundo PROFM4, estava muito relacionada à reprovação. Uma das atividades desenvolvidas era a monitoria, que ocorria para distintas disciplinas. Para o Cálculo, um

professor era o responsável, acompanhando a ação dos monitores. Era disponibilizado um espaço com mesas, quadro, materiais didáticos e computadores para o desenrolar das ações.

A IES5 é uma instituição filantrópica que oferecia as disciplinas de Cálculo nos cursos de Agronomia, Engenharia de Alimentos, Engenharia Ambiental, Engenharia Automotiva, Engenharia Civil, Engenharia da Computação, Engenharia de Controle e Automação, Engenharia Elétrica, Engenharia Eletrônica, Engenharia de Materiais, Engenharia Mecânica, Engenharia de Produção e Engenharia Química, Física, Matemática, Tecnologia em Polímeros e Química. Localizava-se em um polo industrial no interior do estado e atendia a um público bastante diversificado: egressos das redes pública e privada, com dedicação exclusiva aos estudos e que compartilham as atividades com o trabalho. O contato inicial foi estabelecido por *e-mail* com um professor que atuava na pós-graduação da instituição, pois já conhecíamos o seu envolvimento com questões relacionadas ao ensino de Matemática. Esse professor nos colocou em contato com um dos professores responsáveis pela monitoria, o qual foi entrevistado presencialmente. No dia da entrevista, ele mencionou outro professor da disciplina, o qual foi procurado por nós e também foi entrevistado, mesmo sem um agendamento prévio.

PROFM5 relatou que a monitoria ocorria vinculada a uma equipe pedagógica, que supervisionava as atividades. Cada disciplina tinha um professor responsável (pela disciplina e pela monitoria), que entrevistava o monitor no processo seletivo e fornecia o suporte, especialmente no que se refere aos conteúdos. Era oferecido um espaço com mesas, cadeiras, quadro, materiais didáticos e computadores para a realização das atividades. Além dos monitores, havia dois estagiários, que também frequentavam a graduação na IES5 e cuja função era organizar o espaço e a logística das monitorias. Cabia a eles gerir as presenças, tanto de estudantes quanto de monitores, e levar as solicitações de ambos à equipe pedagógica.

Finalizadas as considerações preliminares em relação ao campo de pesquisa, no próximo item, tratamos do método de análise do *corpus*.

## **5.6 Método de análise – Análise textual discursiva**

Após a caracterização do cenário e a construção do *corpus* de pesquisa com as entrevistas semiestruturadas, foi formalmente<sup>31</sup> iniciado o processo de análise, que seguiu a Análise Textual Discursiva (ATD), segundo a perspectiva teórica apresentada por Moraes e Galiazzi (2007).

---

<sup>31</sup> Utilizamos a expressão *formalmente*, pois partimos do pressuposto de que, em todas as etapas, mesmo que intuitivamente, o pesquisador já estava fazendo a análise.

Moraes e Galiuzzi (2006) argumentam que a ATD é um método de análise que ocorre entre a análise de conteúdo e a análise de discurso. Visa tanto à compreensão dos significados dos discursos do autor e das múltiplas vozes que compõem os textos quanto ao cenário e às circunstâncias em que ele foi produzido. Segundo os autores, “na análise textual discursiva as realidades investigadas não são dadas prontas para serem descritas e interpretadas” (MORAES; GALIAZZI, 2006, p.121). Nesse processo, o pesquisador pode exercitar sua criatividade, movendo-se livremente no cenário da pesquisa. Entretanto, mesmo com essa liberdade, é imprescindível o exercício da rigorosidade metódica, em que o investigador se envolve de maneira tão intensa que a conjuntura pesquisador e pesquisa fomentam a emergência das percepções.

Outro aspecto que Moraes e Galiuzzi (2006) enfatizam é o fato de esse processo ser carregado de sentimentos: insegurança, solidão, dor, prazer, convicção e outros aspectos subjetivos que permeiam a complexidade do investigador. Essa perspectiva reforça a ideia do cientista como sujeito ativo no processo, indo na contramão do paradigma dominante e refutando a visão de ciência neutra e objetiva.

A realização da ATD exige um mergulho do pesquisador na pesquisa, o que foi composto por três movimentos cíclicos e em espiral: unitarização, categorização e comunicação.

A unitarização consiste na “desmontagem dos textos” (MORAES; GALIAZZI, 2007, p. 13). É uma dinâmica de aparente desordem em que os textos são desconstruídos na busca por suas menores unidades constituintes. Os autores destacam a relevância da leitura e do olhar atento do pesquisador, pressupondo “envolvimento e impregnação” (MORAES; GALIAZZI, 2007, p. 13) para a possibilidade de compreensões inovadoras acerca do fenômeno que compõe a pesquisa. Esses entendimentos são chamados de unidades de significado ou de sentido.

Nesta pesquisa, a unitarização ocorreu com a desconstrução das transcrições das entrevistas realizadas com os sujeitos envolvidos. A interlocução foi gravada e posteriormente transcrita, constituindo-se em um texto no qual foram aplicados os procedimentos de análise descritos por Moraes e Galiuzzi (2007). Destacamos que gestos, expressões faciais ou corporais também foram consideradas, pois partíamos do pressuposto de que tais aspectos também trazem elementos significativos para a investigação.

Após o ciclo da unitarização, iniciou o da categorização, que consistiu em organizar e agrupar as unidades de sentido semelhantes. Moraes e Galiuzzi (2007, p.22) expõem que:

Conjuntos de elementos de significação próximos constituem categorias. A categorização, além de reunir elementos semelhantes, também implica nomear e definir as categorias, cada vez com maior precisão, na medida em que vão sendo construídas.

Os autores ainda elucidam que podemos chegar às categorias por intermédio de dois processos: com a utilização de categorias *a priori* e emergentes. Categorias *a priori* são construídas a partir da teoria, servindo de norte para a realização da pesquisa. Elas são estabelecidas em um momento anterior à análise. Já as categorias emergentes são construídas a partir do *corpus* de pesquisa, em um processo constante de comparação e de contraste, em uma abordagem mais fenomenológica. Moraes e Galiazzi (2007) esclarecem que utilizar categorias emergentes não significa abandono ou desuso da teoria, mas apenas que ela não é assumida conscientemente como guisa orientadora. Ambos os processos podem ser utilizados simultaneamente no que é chamado processo de análise mista (MORAES; GALIAZZI, 2007). Nesse caso, parte-se de um referencial previamente selecionado e organizado a partir daquilo que for encontrado no *corpus*.

No decorrer deste trabalho, adotamos a análise mista. Na primeira fase, tivemos o uso preferencial de categorias *a priori*, mas destacamos que foram considerados distintos elementos que emergiram da própria análise. Na segunda fase, utilizamos exclusivamente categorias emergentes. Justificamos tais escolhas nos próximos parágrafos.

Na Fase 1, realizamos um estudo amplo e geral, em que visamos explorar as características gerais do fenômeno. Assim, partimos do pressuposto de que não tínhamos condições físicas e temporais para desenvolvermos o “esforço construtivo” que Moraes e Galiazzi (2007, p. 28) definem como condição necessária para a utilização única das categorias emergentes. No entanto, destacamos que as categorias *a priori* não foram “caixas” para o enquadramento dos dados, mas norteadores teóricos que direcionaram o nosso olhar, ainda possibilitando o afloramento de outras compreensões, o que de fato aconteceu nessa primeira etapa.

No quadro a seguir, trazemos as categorias *a priori*, que ofereceram uma referência inicial. Procuramos propiciar que elas convergissem e estivessem alinhadas com nossos objetivos específicos, os quais foram novamente descritos. A coluna “categoria” é o título atribuído, a “descriptor” é um estrato da teoria que a compõe e a “evidências” são indicadores que acreditávamos que poderiam ser encontrados no campo de pesquisa, demonstrando ou não a existência da categoria em questão.

Quadro 6 – Categorias a priori

<b>Objetivo específico</b>	<b>Categoria</b>	<b>Descritor</b>	<b>Evidências</b>
2	Ações sociointerativas	A interação social como fator de desencadeamento do desenvolvimento dos processos de ensino e aprendizagem (MOREIRA, 2009, p.20).	Relações sociais entre os pares. Trabalhos em grupo.
1	Presença da teoria dos Três Mundos da Matemática na monitoria.	Mundo conceitual corporificado: coordena as ações e percepções que temos acerca de objetos físicos e mentais (LIMA, 2007). Mundo “proceitual” simbólico: representa as percepções e ações do mundo corporificado (LIMA, 2007). Mundo formal axiomático: é baseado em definições, propriedades e demonstrações (TALL, 2004).	Abordagens que consideram a visualização com o uso e a manipulação de objetos, envolvendo observação, descrição, ação e reflexão (LIMA, 2007). Uso de diferentes procedimentos para a resolução da mesma situação. Uso de símbolos (LIMA, 2007). Uso de demonstrações e validações que partem de axiomas.

Fonte: O autor (2018).

Já na Fase 2, utilizamos o método de análise mista, composto basicamente pelo uso de categorias *a priori* e emergentes (MORAES; GALIAZZI, 2007). Entendemos que o nosso problema de pesquisa é essencialmente voltado para a teoria, então é conveniente que esse aspecto guie a análise, a partir de um olhar apriorístico para a teoria. Por outro lado, considerando que é uma etapa com um estudo mais focado, foram produzidas compreensões mais aprofundadas em relação ao fenômeno investigado. Assim, tivemos condições mais propícias para o desenvolvimento da impregnação e do envolvimento necessário, preconizado por Moraes e Galiazzi (2007), para que as compreensões emergjam do próprio contexto, que apareceram sobretudo nas subcategorias.

A seguir trazemos um quadro com as categorias da Fase 2:

Quadro 7– Categorias da Fase 2

<b>Objetivo específico</b>	<b>Categoria</b>	<b>Subcategoria</b>
2	Elementos da sociointeratividade	A procura pela monitoria e a sociointeratividade
3		A interatividade e a aprendizagem
4		
1	Elementos da teoria dos três mundos da matemática	Os objetos de aprendizagem
3		As concepções subjacentes aos objetos
4		Níveis de desenvolvimento
1	Elementos convergentes entre as teorias	Uso da linguagem
2		Uso de símbolos
3		Níveis de desenvolvimento

Fonte: O autor (2018).

Nesta fase, expandimos as entrevistas para além dos professores monitores e entrevistamos também os monitores. Escolhemos esses sujeitos com a técnica da *bola de neve* (BOGDAN; BIKLEN, 1994), fazendo uso exclusivo de entrevistas presenciais, dedicando, assim, um olhar para as particularidades oferecidas pelo cenário.

O terceiro ciclo da ATD é denominado comunicação. É composto pela composição de um metatexto em que são articuladas as categorias de análise e as compreensões que alcançamos durante todo o processo. Moraes e Galiuzzi (2007) argumentam que esse ciclo pode ter início quando tivermos clareza das categorias e de algumas das distintas facetas que o fenômeno contém. Realizamos esse ciclo com a produção de textos que já foram divulgados em eventos na área de Ensino e artigos que foram publicados em periódicos indexados. Enquadra-se nesse ciclo a própria produção desta tese de doutorado.

## 6. ANÁLISE DA PRIMEIRA FASE DA PESQUISA

Nesta etapa, trazemos os movimentos de análise do *corpus* de pesquisa organizado na primeira fase do trabalho, trazendo as falas dos entrevistados articuladas com as nossas compreensões de acordo com o referencial teórico considerado. O capítulo contém duas seções, cada uma relacionada a uma das categorias *a priori* consideradas. A primeira é sobre as ações sociointerativas, e, por sua vez, subdivide-se em outros três itens, considerando a organização do texto e os aspectos emergentes. A segunda é sobre a presença da teoria dos Três Mundos da Matemática, que também se divide em outros três itens, com os mesmos critérios da anterior.

### 6.1 Ações sociointerativas

Um dos aspectos identificados nos movimentos introdutórios de análise da primeira fase da pesquisa é a possibilidade do estabelecimento de vínculos sociais entre os pares, o que, segundo a teoria considerada, pode se constituir em um elemento desencadeador para a aprendizagem. Nesse contexto, constatamos que a monitoria não se constitui apenas em um local para a resolução de dúvidas, mas sobretudo em um espaço de convívio e de trocas sociais. Esse fenômeno foi observado sob facetas distintas e originou as três subcategorias: *o trabalho em equipe*, considerando a constituição de grupos de trabalho e de estudo; *as relações sociais entre os pares*, abordando a socialização entre participantes da monitoria; e *o incentivo à docência*, tratando da monitoria como uma primeira experiência docente.

#### 6.1.1 Trabalho em equipe e suas possibilidades

Considerando que, para Vygotsky (1998), a ação social coletiva proporciona intervenção na ZDP, ou seja, na distância entre aquilo que o sujeito realiza autonomamente e aquilo que ele será capaz de efetivar em cooperação com o próximo, a constituição de grupos de estudo evidencia-se como uma das faces do fenômeno investigado que merece destaque neste momento.

Essa discussão não é recente. Autores, como Moysés (1997, p. 57), há décadas, já destacavam que “a atividade compartilhada ativa o desenvolvimento cognitivo e favorece a aquisição do conhecimento”. Na mesma direção teórica, Oliveira (2010, p. 66) também enfatiza: “uma criança mais avançada num determinado assunto pode contribuir para o



desenvolvimento das demais”. Analogamente, podemos considerar um jovem ou um adulto mais adiantado em dado conteúdo auxiliando os seus colegas a avançarem em relação à construção do conhecimento. A realização de trabalhos realizados em equipe, com o compartilhamento de significados, parece ser uma alternativa viável para o desencadear dos processos de aprendizagem.

Apesar de algum tempo ter se passado e vários outros pesquisadores terem aderido ao tema, aparentemente a prática de atividades realizadas em grupos ainda não está totalmente estabelecida, sobretudo quando falamos em ensino de Cálculo. Confirmando esse argumento, Cabral (2015) afirma que, até pouco tempo atrás, os trabalhos grupais eram mal vistos no Ensino Superior brasileiro em cursos de Ciências Exatas, ainda sendo possível a percepção de tais ecos. Em contraponto, a autora salienta que atualmente já são observadas pesquisas versando sobre o assunto, indicando a ocorrência de experiências e investigações neste sentido.

Neste trabalho, partimos do pressuposto de que a realização de atividades em equipe pode fomentar movimentos interativos, entendidos como um veículo fundamental para a reconstrução interna de conceitos constituídos histórica e culturalmente (MOREIRA, 2009). Cabe destacar que essa possibilidade e a atuação na ZDP pressupõem “um certo grau de reciprocidade e bidirecionalidade entre os participantes desse intercâmbio, trazendo a ele diferentes experiências e conhecimentos, tanto em termos qualitativos quanto quantitativos” (MOREIRA, 2009, p.20). Assim, entendemos que se caracteriza como uma atividade em grupo quando ambas as partes estão envolvidas em movimentos de compartilhamentos de significados. Esse tipo de ação pode provocar movimentos de aprendizagem, pressupondo o envolvimento e a contribuição, mesmo que não necessariamente no mesmo nível, para que uma troca mútua seja estabelecida. Durante o processo de análise, identificamos algumas ações nesse sentido, cujos elementos destacamos nos parágrafos que seguem.

Para ilustrar e elucidar esse ponto, trazemos inicialmente a fala de PROFD5, que relata: “muitos vêm, eles marcam grupos de estudos, preferem trabalhar em grande grupo, para suprir as suas necessidades da matemática, sobretudo da mais básica” (PROFD5). Nesse caso, a constituição de grupos de estudo não ocorreu a partir da intencionalidade da proposta, parecendo estar mais vinculada ao fato de os discentes apresentarem uma preferência a se organizarem dessa forma. A fala parece indicar que os estudantes comparecem e, de forma autônoma, têm a tendência a procurar o trabalho em uma dimensão mais coletiva, buscando a socialização com os demais colegas para o preenchimento de suas lacunas conceituais em relação à Matemática. Esses argumentos convergem com a perspectiva trazida por Moreira (2009, p. 20) que postula: “Crianças, adolescentes, adultos moços e velhos não vivem isolados;

estão permanentemente interagindo socialmente em casa, na rua, na escola, no trabalho”. O autor ainda enfatiza que a teoria proposta por Vygotsky define que esses movimentos são imprescindíveis para o desenvolvimento cognitivo e linguístico humano. Assim, assimilamos que é adequado que o monitor, assessorado por uma equipe pedagógica, faça a gestão dessas atividades para que, de fato, a interação ocorra e as atividades sejam pautadas pela problematização e pelo questionamento. Partimos do princípio de que a realização de ações nesse sentido tende a produzir melhores efeitos no que se refere à aprendizagem, superando o paliativo, definido por Oliveira e Raad (2012), que normalmente se constitui apenas em resolver exercícios pontuais.

Discorrer sobre esses elementos nos leva a considerar que a organização da monitoria em grupos tende a ser mais eficiente no sentido de levar os sujeitos envolvidos a potencializar o nível de interações sociais. Nesse sentido, um grupo de estudantes com um interesse comum, por exemplo, aprender Cálculo, possivelmente desencadeará mais movimentos interativos do que apenas um indivíduo que atue como monitor. Também é possível que, nas partes envolvidas, existam diferentes estágios de compreensão de conceitos, com algumas pessoas compreendendo aquilo em que outras apresentam dificuldades. É aconselhável que o monitor se enquadre nesse parâmetro. Essa diferença pode ser um fator decisivo para a construção do conhecimento, pois pode haver o contato entre alguém mais versado em determinada tarefa e alguém menos experiente, levando a uma atuação na ZDP.

No entanto, é possível que, mesmo que exista uma preferência por atividades em grupos, em distintos momentos, isso não ocorra em função da organização e do funcionamento de cada IES. No decorrer da investigação, percebemos que a constituição de grupos de estudos na monitoria parece estar vinculada às condições oferecidas pelas instituições e pela própria proposta pedagógica que permeia as ações, conforme ilustramos nos parágrafos a seguir. Entram nesse aspecto questões como estrutura física, organização e proposta.

A *estrutura física* é relevante, pois é necessário um espaço adequado para que a interação entre as partes seja possível – por exemplo, mesas coletivas ou “ilhas” em que os estudantes possam sentar-se próximos. O acesso a materiais didáticos também pode ser algo relevante. Pais (2000) argumenta que eles podem se constituir em interfaces mediadoras de relações entre partes, ou seja, a aprendizagem a partir das relações sociais pode ser potencializada com o uso de recursos didáticos que contenham essa dimensão. Vale a pena destacar que esses recursos também podem ser digitais, conforme referido por Müller (2015).

A *organização* tem a sua importância no sentido de ser possível a frequência em horário comum aos demais colegas, sem que haja uma preferência ou um agendamento de estudos

individuais. Flores, Lima e Fontella (2017) enfatizam a importância da organização e do funcionamento para o sucesso da monitoria. É conveniente que a equipe que organiza a monitoria permita que sejam constituídos grupos de estudos.

E por último, a *proposta*, no sentido de propor atividades que mobilizem a ação coletiva, como pesquisa, por exemplo, e que ultrapassem o nível dos conteúdos. Flores, Lima e Fontella (2017) exemplificam e sugerem monitorias planejadas e executadas conjuntamente entre Cálculo e Física, envolvendo estudantes, monitores e professores de ambas as áreas, sendo necessário um espaço de debate para o traçar de metas coletivas.

Identificamos indícios dessas condições favoráveis para realização de trabalhos em equipe em algumas instituições, dentre as quais destacamos a IES2, IES4 e IES5. Os elementos identificados que podem potencializar esse tipo de proposta foram estrutura física, equipe de apoio e a própria proposta pedagógica assumida. Nos próximos parágrafos, discutimos esses elementos.

A análise de dados indicou que, na IES2, existem indícios de trabalho em equipe. Na instituição, a monitoria ocorre em um espaço amplo que possibilita a acomodação de vários discentes ao mesmo tempo, com a formação de “ilhas” que, de certa forma, induzem a formação de grupos. Segundo os entrevistados, o espaço e a proposta fomentam a amizade e o coleguismo. Nas palavras de PROFM2b: “O ambiente da monitoria é de coleguismo, nós temos alunos que, antes de começar o semestre, eles passam por lá para dar oi, é uma coisa bem afetiva” (PROFM2b). A fala indica que o ambiente proporcionado na IES leva os envolvidos a perceberem a monitoria como algo afetivo e propicia que eles busquem esse espaço também para ver os colegas e os professores.

Essa dimensão afetiva desenvolvida tende a levar ao desencadeamento de elos sociais entre os pares. Se essa dimensão for utilizada para a realização de propostas pedagógicas, é possível a atuação na ZDP, com o sujeito que compreende determinados conceitos auxiliando aquele que ainda não alcançou esse nível. Segundo Vygotsky (1998), esse tipo de ação pode colocar em movimento as funções psicológicas superiores, levando ao desenvolvimento cognitivo e à aprendizagem. Desse modo, partimos do pressuposto de que a criação de um ambiente afetivo e de amizade é o mais indicado para que sejam nutridos encadeamentos sociais que levem à criação de condições para o estímulo da aprendizagem.

A formação desse tipo de ambiente é referida por PROFM2a: “colegas de diferentes cursos, de diferentes turmas acabam convivendo e criando laços de amizade” (PROFM2a). Ele ainda relata que, em muitos casos na IES2, os discentes que são de cursos distintos raramente têm a oportunidade de trocar experiência ou mesmo de conversar sobre as suas vivências. Isso

é oportunizado na monitoria, e o monitor, de maneira especial, acaba convivendo com diferentes perspectivas. O contato entre discentes de licenciaturas e engenharias, por exemplo, pode colocar em contato diferentes formas de ver o mesmo problema e ampliar o horizonte teórico dos envolvidos bem como o próprio vínculo social para além do seu próprio curso, reduzindo as possíveis rivalidades existentes. Partindo do princípio de que as relações sociais que atuam na ZDP se constituem em um elemento que coloca em movimento os processos de aprendizagem (VYGOTSKY, 1998), destacamos que o contato entre discentes de distintos cursos pode ser ainda mais proveitoso, uma vez que pode colocar em choque distintas perspectivas. Assim, conjecturamos que, para um melhor proveito da monitoria, seja realizado um trabalho em equipe entre estudantes de distintos cursos, pois pode haver o confronto teórico de distintas perspectivas, provocando interlocuções bidirecionais passíveis de atuarem na ZDP.

Ainda em relação ao âmbito social e afetivo da monitoria, constatamos que na IES2 essa dimensão está muito presente. Essa percepção foi evidenciada a partir de um relato de PROFM2b, que descreveu o caso de um discente que veio de outro estado para cursar Engenharia e não estava conseguindo se adaptar, com dificuldades de socialização e prestes a abandonar o curso e retornar para a sua terra natal. Atento à situação, PROFM2b, que também era o professor de Cálculo I, encaminhou o discente à monitoria, e ele “logo faz amizade, tem um espaço de socialização, tem mesas, (...), eles se reúnem, uns ajudam os outros, formam grupos de estudo” (PROFM2b). A fala nos indica que a monitoria se constituiu em algo mais amplo do que um simples local para o esclarecimento de dúvidas, uma vez que estabelece um espaço de trocas pessoais. O entrevistado destaca que o discente apresentava problemas em relação ao conteúdo, os quais estavam sendo potencializados em função da dimensão afetiva. Esse argumento nos leva mais uma vez à base teórica proposta por Vygotsky (1998), pois evidencia que o avanço intelectual não ocorreu plenamente porque não ocorreram progressos na dimensão social. Destacamos que parece ser relevante que as ações desenvolvidas na monitoria também direcionem seu olhar para a forma com que estão sendo estabelecidas as associações sociais, pois esse é um componente-chave para o processo de aprendizagem.

O caso citado no último parágrafo, mesmo sendo uma situação específica, faz com que possamos enfatizar a existência de possibilidade para a redução na evasão quando é desencadeado um espaço de aprendizagem partindo de aspectos sociais. Nesse contexto, postulamos que propostas de monitoria que atuem na esfera pessoal podem se firmar como ações sujeitas a contribuírem com a redução dos índices de evasão.

Já na IES4, observamos uma ação em que a monitoria é entendida como um projeto, segundo o relato de PROFM4. O entrevistado argumenta que existe um investimento da

instituição, pois os gestores entendem a ação como uma oportunidade para a redução da evasão e melhora da aprendizagem. Para PROFM4, a dimensão de projeto é dada principalmente pelo planejamento entre as partes envolvidas, que levam a um constante repensar sobre as formas com que a atividade é concebida e executada. Nas palavras do entrevistado: “na monitoria procuramos envolver todos, fazendo um trabalho conjunto” (PROFM4). Não podemos deixar de considerar que o envolvimento do monitor com o professor, a coordenação de monitoria e os estudantes identificados na fala acima também é, de certa forma, facilitado pelo fato de a instituição ser federal, pois de um modo geral, eles estão envolvidos quase que exclusivamente em atividades acadêmicas. Contudo, este não é o único fator, pois identificamos que a instituição investe e aposta na monitoria. Neste caso, a combinação do perfil discente com uma proposta pedagógica diferenciada proporcionou um ambiente de trabalho favorável ao monitor.

Ainda na IES4, a equipe entende a monitoria como uma oportunidade para a redução da evasão e a melhora da aprendizagem. Segundo o PROFM4: “O aluno que reprova muito, ele desanima e evade. As duas coisas são muito próximas. Quando um monitor ajuda numa coisa, automaticamente está ajudando na outra” (PROFM4). Esses argumentos convergem com as perspectivas de Cabral (2015), que situa o Cálculo como responsável por elevados índices de reprovação, o que, por consequência, leva à evasão. A autora sugere que sejam pensadas ações para alterações nesse panorama. Na IES4, aparentemente a monitoria entrou como uma ação nesse sentido. PROFM4 assume que a ação é um projeto que, segundo o seu relato, envolve planejamento, abarcando todos os sujeitos, o que leva a um constante repensar sobre as formas como a atividade é concebida e executada. Isso vai ao encontro da teoria de Dias (2007) e Nunes (2007) que defendem a emergência da atividade do monitor envolver outras atividades como, por exemplo, organização e preparação das práticas a serem desenvolvidas.

A análise das situações descritas nos últimos parágrafos, em que a monitoria é entendida como um elemento para a redução da evasão leva-nos a postular que esse tipo de ação pode oferecer um impacto maior do que a própria aprendizagem, abarcando uma esfera social no sentido de contribuir para a permanência do sujeito no curso. Autores como Soares e Sauer (2004) e Cabral (2015) situam a evasão como um dos problemas mais significativos relacionados ao ensino de Cálculo, o que torna necessárias ações para o redimensionamento desse quadro.

Entretanto, a constituição de um espaço de socialização parece também estar relacionada à organização e à proposta desenvolvida e proporcionada pela IES. Por exemplo, PROFM1 destaca que na IES1 “a monitoria pode ser individual ou ela pode ser em duplas, em trios”. Ele enfatiza que esta constituição acaba sendo vinculada ao agendamento realizado, que

considera a disponibilidade do discente e a do monitor. O responsável pelo agendamento leva tais elementos em consideração e marca sempre para o horário com menor número de participantes, ou preferencialmente de forma individualizada. Segundo PROFM1: “Sempre preferimos realizar um atendimento individual” (PROFM1). A fala parece evidenciar que a dinâmica desta monitoria privilegia o contato entre apenas dois sujeitos. Partindo do pressuposto teórico de que o trabalho coletivo propicia a ZDP (VYGOTSKY, 1998), arguimos que propostas com grupos maiores tendem a gerar mais movimentos interativos, que podem levar ao desencadear da aprendizagem.

Novamente, trazemos os argumentos de Moreira (2009), para quem a caracterização da interação vincula-se a movimentos em ambos os sentidos, com colaborações de todas as partes. Assim, não basta apenas participar de um trabalho em equipe para que a aprendizagem esteja garantida. É necessário o engajamento na proposta em que da coletividade emerge o compartilhamento de significados. Nesse contexto, acreditamos que não basta a monitoria oferecer a possibilidade de trabalho em grupo, pois é necessário que as atividades sejam norteadas para o desencadear da ação coletiva.

A preferência pelo atendimento individualizado na IES1 é justificada pelo professor monitor sob o argumento de não sobrecarregar o monitor nas suas atividades, uma vez que ele não consegue atender muitos ao mesmo tempo. Observamos, na visita realizada, que o espaço físico destinado à monitoria é pequeno, possui apenas uma mesa e três cadeiras, logo não comporta muitas pessoas, o que pode ser um fator que diminua as chances de um trabalho em uma dimensão mais coletiva. Nesse sentido, Nunes (2007) considera que o “sucesso” da monitoria também está vinculado às condições criadas pelas IES para que isso ocorra. Assim, argumentamos que é necessária uma estrutura física adequada a fim de que as pessoas possam desenvolver os intercâmbios necessários para uma atuação na ZDP.

Todavia, assumimos a possibilidade de que a escolha por trabalhos mais individualizados não esteja relacionada apenas ao âmbito da estrutura física, mas também à esfera epistemológica, no sentido de os professores monitores e da equipe nutrirem a crença de que o atendimento individual seja mais efetivo. Podemos ver evidências disso na fala “sempre buscamos atender individualmente, pois as dúvidas são diferentes” (PROFM1) e “eu prefiro fazer um atendimento pontual para cada um” (PROFM1). Esses estratos indicam que o professor monitor prefere não desenvolver trabalhos em grupos em função das dúvidas serem diferentes. Essas falas vão ao encontro da argumentação de Cavasotto e Viali (2011), os quais concebem que a monitoria é mais utilizada no sentido de esclarecer dúvidas do que no de construir uma base de pensamento matemático.

A pesquisa realizada não nos trouxe elementos suficientes para constatar como é a atuação do professor monitor na IES1, sinalizando apenas que a preferência é pelo “atendimento” individual. Efetivamente, essa ação envolve um monitor e um discente, e é possível que sejam desenvolvidas situações em que o monitor constitua o andaime proposto por Wood, Bruner e Ross (1976), o qual, posteriormente, será retirado, levando o discente às realizações autônomas. Entretanto, queremos enfatizar que os trabalhos em equipes tendem a representar maiores possibilidades para a criação e o fomento de situações interativas em que a ZDP possa ser redimensionada e propiciar o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores e à aprendizagem.

A perspectiva de trabalhos em grupos, aparentemente, não é uma dimensão considerada ou pensada pela equipe pedagógica de algumas instituições investigadas, dentre as quais destacamos a IES3. Algumas vezes, a dinâmica das atividades pode ocorrer com certa aleatoriedade, conforme destaca PROFM3: “Depende, por exemplo, se chegou só um aluno, esse aluno que vai ser atendido, mas, se chegaram dois ou três, os monitores atendem no grupo, claro que, às vezes, as dúvidas são diferentes, então vai atendendo por ordem de chegada” (PROFM3). O entrevistado ainda diz que, mesmo quando o comparecimento é maior, a ênfase dada ainda é para o atendimento individual: “eles podem formar grupos nas classes ou a explicação é no quadro, mas em geral junto assim, não é um número muito grande, três ou quatro alunos. De qualquer forma sempre fazemos um atendimento individual” (PROFM3). À luz da teoria considerada neste trabalho, parece ser possível que, quando um grupo de estudantes se reúne, sejam colocados em situações que desencadeiem movimentos de socialização entre as partes, em que sejam colocadas em conflito as suas perspectivas e busquem-se soluções conjuntamente para os problemas comuns. Esse tipo de ação, quando supervisionada por alguém mais experiente na tarefa, oferece maiores possibilidades de agir na ZDP, fomentando a autonomia e desencadeando movimentos em prol da construção do conhecimento matemático.

Um fato relevante observado no decorrer da pesquisa foi o repensar da monitoria realizada na IES2. Segundo ambos os entrevistados (PROFM2a e PROFM2b), inicialmente era uma ação individual, que foi avaliada pela equipe pedagógica e redimensionada para uma perspectiva mais coletiva. Nas palavras do entrevistado: “Primeiro a gente só pegava o caderno e fazia o atendimento” (PROFM2a). O início do trabalho estava mais vinculado ao equacionamento de dúvidas pontuais, à resolução de exercícios, com uma postura discente passiva, no sentido de apenas receber a informação vinda do monitor. Autores, como Cavasotto

e Viali (2011), sinalizam que esta perspectiva é frequentemente observada nas monitorias e não é suficiente para o sucesso do acadêmico nas disciplinas de Cálculo.

Aparentemente cientes de que o trabalho individual não estava sendo suficiente para a aprendizagem de Cálculo, a ação foi repensada. Segundo PROFM2b: “A monitoria não estava produzindo bons resultados, eles continuavam sem aprender os conteúdos” (PROFM2b). Esse repensar passou pela organização de atividades grupais: “Depois a gente começou a reunir grupos, se a dúvida é de todos, vamos fazer um grande grupo, ou grupos com quatro, fazemos alguns exercícios, eles fazem juntos, se ajudando” (PROFM2a). Essa perspectiva parece estar mais de acordo com as propostas de Vygotsky (1998), em que o desenvolvimento mental tem início no meio externo e é reconstruído internamente pelo sujeito a partir de suas relações socialmente estabelecidas.

No cenário indicado no último parágrafo, não apenas o monitor, mas todos se auxiliam mutuamente, uma vez que partilham de necessidades similares, conforme aponta PROFM2a: “atende um, atende outro, eles começam a trabalhar em equipe, porque aí vem um com uma dúvida, quando enche muito, o outro está do lado e também ajuda, vem outro com a mesma dúvida” (PROFM2a). Nesse tipo de ação, é possível que alguém que já tenha conhecimento em relação ao conteúdo em questão possa auxiliar aquele que ainda não alcançou esse estágio. Posteriormente, o estudante “menos versado” poderá realizar a tarefa de forma autônoma, ou seja, com o andaime já retirado (WOOD; BRUNER; ROSS, 1976). Ainda avaliamos que o andaime fornecido não se relaciona a oferecer a resposta correta ou a desenvolver o algoritmo para a resolução, mas sim a adotar uma atitude de problematização que leve o colega a refletir, pesquisar, debater e rever a sua base conceitual para que a ZDP seja redimensionada nesse processo interativo.

É provável que o monitor não tenha condições plenas de desenvolver as propostas desenvolvidas no último parágrafo, logo é necessária a atuação de uma equipe pedagógica de apoio. Muitos monitores são discentes de cursos de engenharias, e mesmo os de Licenciatura ainda não têm a base pedagógica necessária para uma atuação no sentido de mediar situações interativas que levem ao eclodir dos processos de ensino e aprendizagem. Natario (2001) recomenda que o monitor pode se firmar como um agente nos processos de ensino e aprendizagem, desde que: “receba orientações e condições de promover um ambiente de aprendizagem construtivo e gratificante” (NATARIO, 2001, p. 31). Nesse contexto, interpretamos que o “receber orientações”, preconizado pela autora, não está relacionado apenas a ouvir, mas a dialogar com o professor, trocando ideias e experiências. Assim, também o monitor pode estabelecer elos sociais com o professor, ou seja, alguém mais experiente que



ele na tarefa de ensinar, o que pode fomentar um redimensionamento na ZDP, desencadeando o desenvolvimento de processos psicológicos superiores.

Em resumo, a análise da primeira fase da pesquisa indicou que existem movimentos na direção da realização de trabalhos em grupos em algumas IES. Esses movimentos têm um potencial para a realização da aprendizagem a partir das relações sociais entre os pares, pois a ação interativa entre os pares atua na ZDP, levando o sujeito a fazer autonomamente aquilo que ele só era capaz de fazer anteriormente com o auxílio de outro. Também percebemos que a socialização é um fator que pode auxiliar na redução da evasão, pois o sujeito pode encontrar grupos de interesses comuns, expandindo os laços para além da monitoria. Com exceção da IES2, nas demais ações observadas não foi percebida a intencionalidade de quem organiza a monitoria no sentido de promover um trabalho em equipe. As situações parecem ser criadas mais em função da própria preferência dos estudantes, que se organizam nesse formato. Contudo, ainda são percebidas ações que não vão nessa direção, ao contrário, priorizam um trabalho mais individualizado, ações que, segundo o nosso entendimento, é aconselhável que sejam repensadas para um melhor aproveitamento desses espaços.

#### 6.1.2 Relações sociais entre os pares

Segundo Vygotsky (1998), a esfera social constitui-se como elemento central em relação ao desenvolvimento dos processos psicológicos superiores e da aprendizagem. O sujeito, a partir das suas interações mediadas com o outro, reconstrói internamente os signos que foram estabelecidos historicamente e socialmente. Partindo desses fundamentos teóricos, vemos que as relações sociais estabelecidas entre os pares são elementos relevantes para esta pesquisa. Nesta categoria, diferentemente da anterior, não estamos tratando de trabalhos em equipe, mas de ações sociais que se desenvolvem a partir de outras perspectivas.

Distintos entrevistados apontaram a esfera das relações pessoais como um dos principais proveitos da monitoria para as partes envolvidas. Esses benefícios referem-se a ganhos na aprendizagem e também em relação à ampliação nos próprios encadeamentos socialmente estabelecidos. Partindo da base teórica considerada (VYGOTSKY, 1998), julgamos que tais esferas estão intimamente ligadas, pois é na relação social que o sujeito apreende internamente os elementos externos.

Para iniciar nossa interpretação, trazemos a fala de PROF5: “essa experiência do contato com outros colegas, de ter que pensar numa estratégia para ajudar o colega a entender algo que ele não enxergou. Esse tipo de coisa que é extremamente válida”. A fala do

entrevistado parece destacar dois aspectos: a importância do contato social entre os pares e do repensar sobre o próprio conteúdo. Nesse sentido, o monitor atua como um companheiro que já atingiu um determinado nível de compreensão em relação ao conteúdo, orientando aquele que ainda não atingiu tal estágio. Segundo Vygotsky (1998), esse tipo de atuação é mais provável de promover o redimensionar da ZDP, uma vez que ela se refere aos processos em maturação que se completarão a partir da relação com o próximo. Na visão de Moreira (1999), esse compartilhamento de significados entre ambas as partes é o que leva à aprendizagem. Assim, analisamos que tal relação ocorre em ambos os sentidos, e as trocas beneficiam ambas as partes que se envolvem nesse tipo de ação.

Complementando os argumentos levantados no último parágrafo, PROFM2a destaca a relação entre os pares como um aspecto relevante na conjuntura da monitoria: “Apesar de não serem diretamente professores, para relacionamentos, a forma de interagir com as pessoas, saber que cada um pensa de um jeito, eles se obrigam a socializar” (PROFM2a). Quando lemos o estrato “se obrigam a socializar”, podemos entender que os envolvidos são colocados em situações em que a interatividade não é apenas possível, mas necessária, havendo a indispensabilidade do estabelecimento de relações. Moreira (1999) indica que é adequado que a atuação docente na ZDP promova circunstâncias que levem os sujeitos a entrar em contato, trocando ideias, debatendo e redimensionando as suas formas de pensar. Aparentemente, a ação relatada por PROFM2a caminhava nessa direção.

Ainda em relação à última fala descrita de PROFM2a, o entrevistado destaca que o monitor não é o professor. Essa perspectiva converge com os argumentos de Dias (2007), para quem o monitor é uma parte relevante da equipe, mas não é um substituto do professor. Assim, ele não tem o dever de conhecer todo o conteúdo, mas tem a possibilidade de, conjuntamente com um colega, pensar sobre, atribuindo outras perspectivas para problemas ou situações que não estejam bem compreendidas. Essa reflexão coletiva é um elemento que leva à aprendizagem de ambas as partes, considerando que, para Vygotsky (1998), a ação conjunta coletiva é o que promove o redimensionamento do espaço entre as atividades autônomas e as realizadas de forma assistida por alguém mais versado na tarefa. O monitor, por já ter cursado a disciplina, pode ser o sujeito mais experiente em relação ao conteúdo. No entanto, aquele que frequenta a monitoria também pode ser mais conhecedor do que o monitor em distintas esferas, o que pode provocar uma atuação na ZDP de ambos.

Argumentos similares são trazidos por PROFM3, que considera: “então essa é uma vantagem, a proximidade entre o monitor e o aluno”. Para o entrevistado, o monitor conhece a

realidade que o colega está enfrentando, uma vez que passou por situações similares há pouco tempo, o que converge com a perspectiva de Natario (2001, p. 30):

O monitor, conhecendo a situação de ser aluno nessa mesma disciplina, consegue captar não só as possíveis dificuldades do conteúdo ou da disciplina como um todo, mas também apresentar mais sensibilidade aos problemas e sentimentos que o aluno pode enfrentar em situações variadas como vésperas de avaliações, acúmulo de leituras e trabalhos, início e término de semestre etc.

Cabe destacar que, no contexto referido, o monitor terá uma atuação tanto no conteúdo quanto na dimensão afetiva, pois, como ratifica Natario (2001), esse é um dos pilares da sua atuação. Como ele conhece os “dramas” dos seus colegas com maior profundidade, pois é possível que tenha vivenciado situações similares, quiçá será mais simples para o monitor desenvolver uma relação do social do que o professor da disciplina, que pode não estar atento a esses elementos.

Os componentes destacados nos últimos parágrafos também foram identificados na IES5. O entrevistado dessa instituição destaca: “A monitoria é desenvolvida por um acadêmico, não existe hierarquia ali, a pergunta, ela é mais livre, é feita com menos pressão, esse tipo de coisa” (PROFM5). A fala do entrevistado indica que, no ambiente da monitoria, parece não haver tensões que podem ocorrer na sala de aula. Tardif e Lessard (2008) esclarecem que tais relações ainda são muito presentes nas práticas educativas, envolvendo principalmente coerção, autoridade e persuasão. Coerção relaciona-se ao ato de estabelecer limites para controlar comportamentos e atitudes, tais como gestos, sinais e linguagem corporal. Também pode ser algo institucional como, por exemplo, a seleção, a exclusão e até mesmo a própria avaliação. A autoridade vincula-se à capacidade do professor de impor a coerção e a persuasão, que consiste no fato de convencer os demais a fazerem algo (TARDIF; LESSARDD, 2008). Tais práticas parecem não ser evidenciadas na monitoria, em que as partes estão em um mesmo nível, logo se reduzem os conflitos que possam advir de eventuais questionamentos e da própria relação entre estudante e professor.

A fala de PROFM5 no último parágrafo sugere que o ambiente é menos carregado de cobranças e de pressões, e pode propiciar a criação de um espaço mais livre para a crítica e o livre pensar. Autoras, como Cabral (2015) e Soares e Sauer (2004), destacam a importância da autonomia, da liberdade de pensamento e de questionar em busca da construção do conhecimento matemático. Ambas as autoras são enfáticas ao definir que a proposta pedagógica vigente em sala de aula precisa valorizar esse aspecto, bem como tirar a centralidade do professor no processo educativo. Aparentemente, isso ainda não está ocorrendo plenamente na

IES5, pois, conforme relata PROFM5, os envolvidos se sentem mais confortáveis ao questionar o monitor do que o professor, dando a entender que, na sala de aula, isso não é possível, quiçá em função dos fatores hierárquicos referidos por Tardif e Lessard (2008).

Tanto a fala dos entrevistados quanto os textos de distintos autores como, por exemplo, Cabral (2015), Moreira (1999), Moysés (1997), Soares e Sauer (2004), dentre outros, levam-nos a considerar que o ambiente de questionamento tende a se tornar mais propício para o pensamento livre e para o suscitar de movimentos interativos, o que, segundo Vygotsky (1998), pode levar à aprendizagem. Temos indícios de que isso pode acontecer no contexto da monitoria, pois existe um potencial para que ocorram problematizações e interlocuções entre os envolvidos.

Complementando os pontos destacados nos últimos parágrafos, o PROFM5 ainda considera: “me parece, a sensação que eu tenho é que eles se entendem melhor conversando aos pares, a linguagem é mais próxima”. Neste trabalho, partimos do pressuposto teórico de que a ação social desencadeada pelo sujeito, que pode levar ao redimensionamento da ZDP, não ocorre de forma direta, mas mediada, sobretudo pela linguagem (VYGOTSKY, 1998). Os intercâmbios de significados entre as partes envolvidas parecem exigir que a linguagem seja comum entre ambos, de forma que seja possível a mediação dos elementos compartilhados para uma futura reconstrução interna do sujeito. Uma “linguagem mais próxima”, ou seja, o uso de um sistema articulado de signos comuns a ambos tende a se instituir em um facilitador para o processo de mediação.

Moreira (1999; 2009) indica que a qualificação dos processos de mediação reflete na reconstrução interna de conceitos, levando à aprendizagem. Desse modo, percebemos a relevância de que as práticas de ensino, seja na monitoria, seja na sala de aula, considerem a linguagem e as distintas formas de comunicação como um elemento significativo em relação ao ato de aprender.

Refletir sobre os processos de ensino e aprendizagem a partir das ligações sociais estabelecidas entre pares nos leva a conceber que esta relação não apresenta uma única direção – do mais experiente para o menos, “mas ocorre em movimentos articulados em que ambas as partes contribuem para o desenvolvimento mútuo” (FLORES, 2013, p.35). Quando uma interlocução é estabelecida, todos os envolvidos têm a sua ZDP redimensionada, assim possibilita-se o desenvolvimento de processos cognitivos e da aprendizagem. Esses argumentos são reforçados por Moreira (2009, p. 22) que considera que, nesse processo, “o professor pode também aprender, na medida em que clarifica ou incorpora significados à sua organização cognitiva”, sendo esse intercâmbio essencial para a aprendizagem. Distintos entrevistados

deram depoimentos nesse sentido, ponderando que os benefícios abrangem todos os envolvidos, como veremos nos próximos parágrafos.

Dando sequência à nossa argumentação, trazemos a fala de PROFM1 que sinaliza: “a monitoria faz bem, tanto para o aluno quanto para o monitor, porque ele aprende muito mais, e ele aprende a pesquisar, ele aprende (...)” (PROFM1). O entrevistado ainda pondera que os benefícios são mútuos, exemplificando que, quando algum colega questiona o monitor, é pertinente que ele olhe o problema por outra perspectiva, o que o leva a refletir sobre aspectos que poderiam ter passado despercebidos. É possível que o monitor já tenha “posição distinta do aluno no que se refere ao domínio de instrumentos, signos e sistemas de signos contextualmente aceitos que já internalizou e que o aluno deverá ainda internalizar” (MOREIRA, 1999, p. 23). Ainda assim, as trocas sociais estabelecidas são passíveis de fazer com que o monitor incorpore elementos distintos à sua organização cognitiva. Desse modo, avaliamos que a monitoria estende as possibilidades de aprendizagem para todas as partes envolvidas a partir do momento em que são desencadeados movimentos sociointerativos.

Outra dimensão considerada por PROFM1 é que, mesmo que o monitor possua apoio do professor responsável, em muitos momentos, ele acaba tendo a necessidade de realizar uma busca autônoma de determinados conteúdos e conceitos, o que desperta a autonomia e o senso de pesquisa. Autores, como Cabral (2015) e Soares e Sauer (2004), enfatizam que é oportuno que o discente de Cálculo seja instigado para a busca autônoma e saia da postura passiva de esperar pela resposta programada vinda do professor. A atuação enquanto monitor, no sentido destacado por PROFM1, tem o potencial de levá-lo a formar-se como um estudante que tem um nível de autonomia suficiente para procurar as questões que lhe são pertinentes. No entanto, destacamos que desenvolver o senso de pesquisa não é deixar o monitor sem apoio, mas significa o professor monitor problematizar, questionar e compartilhar significados com o monitor.

Argumentos similares são trazidos por PROFM2a: “A monitoria está contribuindo não só para o aluno que tem dificuldade, mas para o bolsista<sup>32</sup> também”. Para o entrevistado, a contribuição ocorre no sentido de promover o contato com algum colega, observar o problema e buscar uma solução. A perspectiva apresentada pelo entrevistado vai ao encontro da argumentação de Vygotsky (1998), que aconselha uma aprendizagem a partir da dimensão social e coletiva, e da de Soares e Sauer (2004), que propõem o ensino de Cálculo a partir de situações que levem à reflexão e ao questionamento daquilo que está apresentado.

---

<sup>32</sup> Podemos entender a expressão “bolsista”, dita pelo entrevistado, como monitor.

No mesmo sentido, PROFM2b relata que os monitores se envolvem em atividades de pesquisa, em projetos e no planejamento de ações, o que os leva a um outro contato com os conteúdos e com os seus pares: “não só o aluno ensina, mas ele também aprende. Esse é o grande ganho, na formação. Esse é o diferencial” (PROFM2b). A fala vai ao encontro dos argumentos de Moreira (1999), que considera que ambas as partes envolvidas têm a sua ZDP redimensionada, a partir dos câmbios de símbolos desencadeados. Neste sentido, avaliamos ser possível monitor e estudante se envolverem em atividades em que possa ocorrer o intercâmbio de significados, levando assim à ativação da ZDP e à aprendizagem.

Em todas as ações investigadas, existe um professor monitor que acompanha diretamente o monitor, estabelecendo trocas e fornecendo o apoio referido por Dias (2007) e Natario (2001). Esse suporte, em muitos momentos, superou o simples auxílio na resolução de questões pontuais e avançou para o estabelecimento de relações sociais em que as partes compartilharam significados contextualmente aceitos, segundo a perspectiva de aprendizagem indicada por Moreira (1999; 2009). Em outros momentos, o apoio foi exatamente no sentido de promover a interatividade entre as partes. Isso parece indicar que muitas ações estão de acordo com a teoria sociointerativa.

O apoio ao monitor é identificado na fala de PROFM2a: “quando o monitor não consegue interagir com os colegas, nós auxiliamos”. O professor monitor considerou que muitas vezes os discentes, por timidez ou outro motivo, não interagem com os pares em um primeiro momento. Ao perceber tal fato, ele procura auxiliar na aproximação das partes propondo atividades para que o trabalho coletivo ocorra. Segundo Moreira (1999; 2009), isso pode ser alcançado a partir de atividades mediadas em que o professor promove situações para os sujeitos entrarem em contato social. PROFM2a considera que, quando as partes não trabalham coletivamente, o professor monitor propõe a realização de pesquisas sobre temas de interesses comuns a ambas as partes, fazendo com que trabalhem conjuntamente e procurem desenvolver algum laço. Atentamos que a realização de pesquisas conjuntas é reconhecida como um pano de fundo para a socialização, o que, segundo Vygotsky (1998), é um elemento desencadeador da aprendizagem.

PROFM2a ainda considera que a equipe pedagógica responsável pela monitoria na IES2 sugere e incentiva o trabalho coletivo entre todos os monitores envolvidos: “a gente conversa com os bolsistas, reúne os bolsistas, para que eles identifiquem” (PROFM2a). O professor relata que as reuniões são periódicas e que nelas são traçadas metas e objetivos comuns, são planejadas ações futuras, são compartilhadas experiências e também angústias dos envolvidos. Essas ponderações vão ao encontro dos textos de Natario (2001), que define o monitor como

um agente ativo no processo educacional, sendo aconselhável que ele esteja envolvido no planejamento, na gestão e na organização das ações. Entendemos, assim, que o sucesso da monitoria parece estar vinculado ao envolvimento do monitor, no sentido de a própria IES situá-lo como um elemento relevante no processo de ensino.

No entanto, PROFM2a enfatiza que, por vezes, alguns monitores não estão dispostos a dialogar: “A gente propõe muita coisa, mas alguns não aceitam” (PROFM2a). Segundo o entrevistado, alguns monitores não concordam com algumas propostas pedagógicas traçadas pela equipe e acabam desenvolvendo as suas atividades individualmente, segundo as suas próprias concepções. PROFM2a esclarece que, mesmo que a proposta de trabalho vise à coletividade e ao fomento à autonomia, em muitos momentos, os monitores insistem em apenas resolver os exercícios, sem provocar qualquer problematização ou interlocução.

A situação descrita no último parágrafo nos remete à lógica da simetria invertida na formação do professor referida por Krahe (2007): o professor aprende a sua profissão no mesmo local em que ele vai exercê-la, porém em uma situação invertida, o que faz com que seja exigida uma coerência entre o que é feito com ele na formação e o que ele fará quando for exercer a docência de fato. Assim, partimos do princípio de que esse tipo de atitude pode ser revertida a partir da formação do monitor. Com esses argumentos, Nunes (2007) certifica que é conveniente que essa formação não se restrinja ao ensino, abarcando outras competências, tais como as de relações sociais, por exemplo. Na IES2, não identificamos movimentos nesse sentido. No entanto, PROFM2a considera que, quando o monitor não se engaja socialmente, a equipe tenta “trazer ele para o grande grupo, o que nem sempre é possível” (PROFM2a). Para o entrevistado, o sentido de “trazer para o grande grupo” relaciona-se a envolvê-lo em atividades comuns. Julgamos que isso pode ser relevante, mas nem sempre é suficiente, parecendo ser indispensável o investimento na formação do monitor, sobretudo no que se refere às esferas humana e social.

O apoio ao monitor na realização de suas atividades também foi identificado na IES4: “O monitor assiste também a uma aula semanal, com a turma, com o objetivo de enturmar esse monitor com a turma né, para que os alunos se sintam mais à vontade, para que eles saibam exatamente em que ponto do conteúdo está” (PROFM4). A fala parece indicar que o âmago da ação valoriza a dimensão social, uma vez que o monitor é colocado em contato direto com os demais, com o intuito de desenvolver uma maior aproximação. Consideramos que isso pode ser uma via para o estabelecimento de vinculações sociais na monitoria, uma vez que a proximidade pode favorecer os câmbios de significados, indispensáveis para a aprendizagem na perspectiva de Vygotsky (1998).

Ainda nesse sentido, PROFM4 destacou que cada turma tem um monitor específico e que ele tem a incumbência de acompanhar a aula da semana com o intuito de conhecer a turma e já estabelecer um vínculo com os demais colegas. O estabelecimento de um elo entre as partes pode ser um facilitador para a realização de movimentos interativos, pois parece ser mais viável uma interação com aquele com que já nos relacionamos. Sobre isso, Moreira (2009, p. 23) escreve que a aprendizagem nesse contexto implica que “todos os envolvidos no processo ensino-aprendizagem *devam falar e tenham a oportunidade de falar*”. Essa oportunidade de trocas de significados envolvida no ato de falar parece se instalar de maneira natural na medida em que se aumentam os laços sociais entre as partes.

Na IES4, a participação na monitoria não exige agendamento prévio, e os horários são acertados diretamente entre o monitor e a turma. As partes precisam encontrar um termo comum para ambos participarem. Ações como essas deixam o controle de algumas decisões nas mãos dos próprios envolvidos, levando-os a entrar em debate e apresentar argumentos e motivações. Pequenas atitudes como essas concordam com os argumentos de Soares e Sauer (2004), que atentam para a necessidade do fomento da autonomia discente. Também é possível que os estudantes se sintam mais envolvidos com a monitoria, uma vez que eles têm independência necessária para tomar decisões relacionadas ao seu funcionamento. Apreciamos que seja necessária a ampliação dessas atitudes, para que os envolvidos efetivem mais escolhas e se sintam parte efetiva da monitoria, conforme indicado por Dias (2007).

De acordo com o relato de PROFM4, na instituição em que está vinculado, o monitor tem um contato semanal com os demais colegas, visualizando, e quiçá compartilhando, o mesmo contexto dos envolvidos, o que lhe permite identificar e reconhecer as dificuldades pertencentes ao cenário. Segundo PROFM4: “O encontro semanal melhora a relação entre eles” (PROFM4). A fala do entrevistado indica que o contato mais frequente com a turma aproxima as partes, o que pode favorecer a socialização. Considerando que o desenvolvimento cognitivo pode ser entendido como a “conversão de relações sociais em funções mentais” (MOREIRA, 2009, p.19), é possível afirmar que, quanto mais próxima for a relação entre as partes, mais facilitado será o processo de mediação. Neste contexto, um encontro periódico entre as partes mostra-se como algo significativo para o desencadear da aprendizagem na monitoria. Além disso, o monitor também tem a oportunidade de rever os conteúdos, equacionando eventuais dúvidas.

Identificamos que, na IES4, o monitor conta com uma equipe de apoio, a qual atua tanto no âmbito organizacional quanto no pedagógico: “E uma reunião semanal com o monitor, o professor da turma monitorada com os professores que coordenam o projeto, a gente aborda



assuntos teóricos, pedagógicos e também assuntos relacionados à monitoria” (PROFM4). Essa perspectiva converge com a argumentação de distintos autores, como Natario (2001), Dias (2007) e Nunes (2007), que recomendam a importância de o monitor não desenvolver uma atividade isolada, mas ser amparado por uma equipe que o auxilie e acompanhe.

PROFM4 enfatiza que, periodicamente, existe um encontro em que o monitor pode trocar ideias com professores e em que é possível a discussão sobre conteúdos específicos, mas também sobre o ensino e a aprendizagem, aspectos que possivelmente o monitor não compreende na totalidade. Tal relato converge com as perspectivas indicadas por Dias (2007), que é enfático ao argumentar que é relevante que o monitor seja parte da equipe pedagógica, mas não deter a responsabilidade pela aprendizagem. Isso é ainda mais reforçado por PROFM4 quando diz: “os monitores do nosso projeto ministram as aulas sempre sob orientação dos professores orientadores” (PROFM4). Esclarecemos que a expressão “ministram as aulas”, referida pelo entrevistado, faz alusão a atividades desenvolvidas no contexto da monitoria, não em sala de aula, o que está em acordo com os argumentos de Dias (2007) e Nunes (2007).

A fala de PROFM4 no último parágrafo indica a existência do apoio ao monitor nas suas atividades, fato preconizado por muitos autores que teorizam sobre a monitoria. Isso nos leva a considerar que o sucesso da atividade do monitor também está vinculado às condições de trabalho que as IES fornecem, dentre elas destaca-se o apoio às práticas de ensino, às quais o estudante de graduação possivelmente ainda não está totalmente habituado. Parece ser indispensável um trabalho em sintonia entre professores, monitores e professores monitores.

Movimentos de articulação entre os sujeitos envolvidos na monitoria foram identificados em algumas instituições. Em alguns casos, essa perspectiva pode ser considerada bastante discreta. No entanto, foram levadas em consideração por se tratarem de indícios de socializações que podem ser potencializadas futuramente a partir das propostas que forem se constituindo.

Nessa direção, identificamos o compartilhamento de materiais didáticos entre as partes na IES2. No entendimento de PROFM2b: “os professores que tinham materiais dentro do Cálculo I, eu sou coordenadora de Cálculo I, faço uma ponte assim. Pego material de todo mundo e compartilho” (PROFM2b). O entrevistado ainda diz que os materiais são compartilhados entre todos os professores da disciplina e os monitores, para que todos tenham uma ideia do andamento das aulas no que se refere a conteúdos. Mesmo que o conteúdo seja apenas uma das facetas da monitoria, é um aspecto relevante, e pensamos ser significativo que o monitor conheça aquilo que os professores estão trabalhando nas suas turmas.

Além de compartilhar materiais com os monitores para que estes saibam o que vem sendo desenvolvido em aula, na IES2 foi construído um material didático que é compartilhado entre os professores de Cálculo e a que os monitores têm acesso. De acordo com PROFM2b: “A gente fez um material comum, para saber o que propor de exercícios, eles já estudam, resolvem, tiram as dúvidas deles, e nós vamos ajudando” (PROFM2b). Os professores desenvolveram uma apostila que é base comum para os distintos professores de Cálculo da instituição. Cabe ressaltar que PROFM2b enfatizou que o uso é flexível, e o professor tem autonomia suficiente para fazer os ajustes que julgar necessários.

Por um lado, cabe uma problematização ao uso excessivo de apostilas, a partir de Rezende (2003, p.13): “ao aluno cabe a exaustiva tarefa de fazer exercícios. Para isto existem intermináveis listas de exercícios de Cálculo”. O questionamento do autor não se concentra especificamente nos exercícios em si, mas no prevailecimento da repetição padronizada em detrimento da busca pelo significado. Efetivamente, a resolução de questões parece ser algo necessário, sendo aconselhável que elas busquem a compreensão, e não apenas a repetição de algoritmos preestabelecidos. Não temos elementos para saber, neste trabalho, como são os exercícios propostos. Apenas consideramos, a partir da teoria, que é indicado que eles tenham uma dimensão de busca por entendimentos e não servirem apenas a repetições. Por outro lado, podemos destacar positivamente o fato de o monitor ter acesso ao mesmo material dos estudantes, podendo, desta forma, preparar-se e ter noção daquilo em que poderá auxiliar os seus colegas. Enfatizamos que o fundamental é levar em conta a concepção dos exercícios propostos, e não tivemos dados suficientes para analisar esse aspecto.

A relação entre professor e monitor foi enfatizada por PROFM1, que relatou que a sua própria prática docente foi qualificada a partir do seu acompanhamento da monitoria: “A gente se torna até um professor melhor, porque estamos sempre conversando com eles e vendo em que ponto eles erram”. Considerando que o professor é um sujeito que já reconstruiu internamente os significados que o discente ainda precisa internalizar, ele também pode aprender na medida em que agrega novos elementos à sua estrutura cognitiva (MOREIRA, 2009). Entretanto, para que isso seja possível, é necessário o intercâmbio entre as partes, o que pressupõe uma postura ativa e problematizadora de ambos os lados.

PROFM1 ainda enfatiza que, semanalmente, existe uma conversa com o monitor, em que ele procura compreender o desenrolar da ação e prestar auxílio no que for preciso. Segundo ele, essa prática reverte-se na sala de aula, pois ele tem a oportunidade de identificar os enfoques mais nefrálgicos da disciplina e enfatizá-los no seu decorrer: “Eu vejo na monitoria quais são as principais dúvidas e já ataco esses pontos na aula” (PROFM1). Essa perspectiva converge

com os argumentos de Cury e Cassol (2004), que enfatizam a necessidade de o professor analisar e compreender os equívocos em relação aos conteúdos observados para, a partir daí, redimensionar a sua prática. Nesse caso, o trabalho de apoio à monitoria, de uma forma indireta, possibilitou ao professor mapear os pontos de dúvidas e pensar a sua aula a partir desses pontos. Destacamos esse aspecto e ajuizamos que a interlocução entre os professores da disciplina e o monitor pode possibilitar ao docente indícios do entendimento dos estudantes em relação à compreensão dos conteúdos tratados em aula.

Também salientamos que, no decorrer desta pesquisa, identificamos casos em que não ocorre uma articulação entre professor monitor e monitor, ou ocorre em um nível imperceptível para o nosso horizonte teórico de pesquisador. Na IES5, por exemplo, um dos entrevistados destaca: “Dificilmente o monitor entra em contato comigo, só se ele tiver uma dúvida, em algum caso pode acontecer” (PROFD5). A fala parece indicar o pouco contato entre as partes, e quando ocorre esse contato parece estar mais relacionado ao próprio conteúdo do que ao planejamento dos aspectos pedagógicos das ações. Nunes (2007) questiona esse tipo de atitude e preconiza que “é necessário se estabelecer um diálogo aberto com o monitor, ouvindo suas opiniões desde a perspectiva de aluno e como elo que é entre o professor e os alunos. Isso tende a enriquecer o trabalho” (NUNES, 2007, p.49). Além disso, a falta de contato entre essas partes inviabiliza o estabelecimento de nexos sociais que poderiam levar ao desencadear de processos de aprendizagem. Aparentemente, o professor responsável é entendido pelos estudantes como um suporte para o conteúdo, como alguém que está disponível para questões mais específicas da Matemática. Segundo o nosso entendimento, essa ideia é algo incompleto, logo é oportuno que o apoio se estenda a outras questões, como didáticas e pedagógicas, por exemplo.

Perspectiva similar foi percebida na IES3. PROFM3 declara: “a ideia é sempre o monitor resolver a lista e vir conversar com o professor orientador da monitoria para sanar suas dúvidas” (PROFM3). Segundo o entrevistado, o monitor tem acesso às listas de exercícios realizadas em aula e possui a incumbência de resolvê-las semanalmente e procurar o professor caso isso não seja possível. Apreciamos que é necessário que o monitor conheça o conteúdo e esteja a par das atividades que vêm sendo desenvolvidas. No entanto, entendemos, a partir de autores como Dias (2007) e Nunes (2007), que isso é uma redução das possibilidades, pois é possível que as partes se envolvam no planejamento e na execução das atividades de forma colaborativa. Nesse contexto, entendemos que é prudente evitar situações em que os monitores “nunca participaram do planejamento das atividades” (NUNES, 2007, p. 49).

Nas demais falas de PROFM3, não identificamos outros elementos que indiquem movimentos interativos entre as partes, os quais parecem sempre ficar restritos à esfera do

próprio conteúdo. Outros estratos, como “os monitores vêm conversar com o orientador das monitoras para sanar suas dúvidas” (PROFM3) e “algumas questões, que podem gerar dificuldades, eu mando a lista, eu já mando observações” (PROFM3) reforçam ainda mais essa ideia. Compreendemos que ações com esse intuito reduzem as possibilidades de aprendizagem do monitor, pois as práticas tendem a ser verticais no sentido de o professor “explicar” para o monitor. Sugerimos, a partir de Moreira (2009), que a relação entre professor e monitor tenha um nível de reciprocidade, para haver uma troca de significados com potencial de levar à aprendizagem.

Em síntese, nessa categoria pudemos identificar que algumas instituições apostam em estabelecer encadeamentos entre os pares no contexto da ação da monitoria. Essa relação apresenta uma possibilidade de promover a aprendizagem a partir da perspectiva das trocas de significados entre os sujeitos envolvidos. Mas essa relação só será possível se as IES oferecerem condições para que ela ocorra. Significa oferecer uma estrutura com uma equipe de apoio que preste auxílio em relação aos conteúdos e também em relação às questões de ensino e com o envolvimento do monitor no planejamento e na análise do andamento da proposta. Desse modo, enfatizamos que a monitoria de Cálculo pode integrar-se em ações que fomentem a ação social entre os pares, levando à troca de significados que podem redimensionar a ZDP, conduzindo à aprendizagem. É possível que essa troca leve todas as partes a desenvolverem a aprendizagem a partir da perspectiva de que ambos podem elucidar e agregar novos significados nas suas estruturas cognitivas.

### 6.1.3 Incentivo à docência na monitoria

Parece ser fato que a docência é uma atividade interativa, que pressupõe o estabelecimento de relações sociais entre pessoas, uma vez que é uma ação essencialmente humana. Para Tardif e Lessard (2008, p. 235), “a interatividade caracteriza o principal objeto do trabalho do professor, pois o essencial da sua atividade profissional consiste em entrar numa classe e deslanchar um programa de interações com os alunos”. Esse e outros argumentos nos levaram a enquadrar o aspecto da monitoria como incentivo à docência em uma categoria que versa essencialmente sobre aspectos interativos.

A análise preliminar da primeira fase trouxe indicativos de que a monitoria pode se constituir em um espaço para a formação do futuro professor e para o incentivo à docência. Inicialmente não havíamos previsto este elemento em nossa pesquisa, mas, como escrevem Moraes e Galiazzi (2007), muitas compreensões atingidas no processo analítico são emergentes.

No decorrer desse processo, percebeu-se que a monitoria é procurada, em alguns casos, por sujeitos que têm interesse na carreira de professor e visualizam a experiência enquanto monitor como uma possibilidade de experimentação da docência.

Essa percepção está presente na argumentação de autores como Natario (2001) e Dias (2007). Eles enfatizam que a prática enquanto monitor pode se estabelecer como uma primeira experiência docente, com a possibilidade da formação de um professor em um contexto de inovação e pesquisa. Segundo os autores, isso só será possível se existir uma concepção pedagógica que permeie a ação e uma equipe que forneça o suporte necessário para o desenvolvimento dos processos de ensino e de aprendizagem.

Inicialmente, destacamos que, nas cinco IES analisadas, a monitoria é realizada por discentes de Licenciatura ou de Engenharia, de modo que são levantadas percepções distintas em relação a cada grupo, conforme relatamos nos parágrafos que seguem. Tais distinções se fundamentam basicamente no fato de que os sujeitos vinculados a cursos de Licenciatura vislumbram o exercício da docência para breve, em alguns casos já a exercendo, e contam com disciplinas voltadas para a aprendizagem, enquanto que os de Engenharia, além de não contarem com essa base teórica, só podem lecionar após a pós-graduação.

Para iniciar as considerações a esse respeito, enfatizamos que, na IES2, os entrevistados citam que existem sensíveis diferenças entre os monitores. PROFM2a considera que os discentes de Licenciatura geralmente têm um bom desempenho e utilizam o espaço para praticarem e tomarem contato com o seu futuro ofício. Nas palavras do entrevistado: “Para os de Licenciatura nem se fala. São os melhores que nós temos” (PROFM2a). O entrevistado ainda destaca que o melhor desempenho daqueles que estudam Licenciatura por ele percebido está vinculado ao fato de poderem exercitar e colocar em prática as perspectivas estudadas nas disciplinas que o preparam para a docência como, por exemplo, Didática I, Didática II e Metodologia do Ensino da Matemática. Nesse contexto, o monitor não conhece apenas o conteúdo, mas já está tomando contato com teorias de aprendizagem e com práticas de ensino, o que pode constituir um ambiente de formação que articule a teoria com a prática, já aproximando o licenciando da atividade que ele exercerá.

Tais argumentos vão ao encontro das perspectivas teóricas propostas por Krahe (2007), que enfatiza a relevância do envolvimento dos discentes de Licenciatura em atividades de docência no decorrer do curso, não apenas no final, em programas de estágios desarticulados do restante das disciplinas. Assim, conjecturamos que a monitoria pode se compor como uma experiência relevante para os estudantes de Licenciatura adquirirem uma experiência prática de docente, que pode ir sendo agregada aos termos discutidos nas disciplinas do seu curso.

Acreditamos que seja possível que o discente melhore sua prática docente e que tenha um melhor desempenho nas disciplinas, pois ele poderá articular os aspectos teóricos e práticos.

A articulação entre teoria e prática foi identificada na IES2, em que foi realizada uma experiência expressiva envolvendo discentes do curso de Licenciatura em Matemática. PROFM2a explana: “pegamos os estagiários da matemática para eles trabalharem juntos com os monitores em oficinas. Isso foi muito bom. Os estagiários preparavam oficinas com a nossa supervisão, eles preparavam, passavam para nós. Eles utilizavam as metodologias vistas nas disciplinas, e a gente pedia para eles fazerem plano da oficina, tudo direitinho sabe, então acho que é um trabalho que pode explorar” (PROFM2a). Krahe (2007) questiona os programas que propõem o contato do discente com a docência apenas no final dos cursos, muitas vezes realizados em um contexto artificial e sem relação com as demais propostas dos respectivos cursos. Dessa forma, expomos que a monitoria pode se firmar como uma alternativa para contornar o aspecto criticado por Krahe (2007), pois, inserindo-se na monitoria, o licenciando pode ter um contato com a docência no decorrer da sua graduação. Isso pode ser relevante tanto no sentido de dar sentido às discussões teóricas de aula quanto para pensar e repensar a própria carreira, no sentido de compreender se ele realmente almeja ser professor.

Na experiência relatada acima, segundo PROFM2a, os estagiários encontraram a oportunidade de colocar em prática o planejamento que lhes é proposto nas disciplinas de Didática e de Metodologia do Ensino da Matemática. Eles realizam esse planejamento antes das práticas de estágio, o que converge com as propostas de Krahe (2007) no sentido de não deixar apenas para o estágio este tipo de atividades. Nesse contexto, os estagiários entram em contato com os professores monitores, monitores e demais colegas, o que favorece a troca de significados entre as partes e pode redimensionar a ZDP dos envolvidos, levando à aprendizagem. Esse relato traz um exemplo de trabalho em que a monitoria não é considerada apenas como um espaço para tirar dúvidas, pois há uma proposta com projetos e método sendo utilizada também para as ações de estágios.

Ambos os entrevistados da IES2 consideram que a base teórica que os discentes de Licenciatura têm, em relação aos processos de ensino e aprendizagem, constitui-se em um fator favorável para o exercício da monitoria. Na visão de PROFM2a: “tem muitos alunos da Engenharia, em termos de notas, melhores que os alunos da Matemática. No entanto, aqueles que vão para lá, os preferidos dos alunos são os de Licenciatura, pois desde o primeiro semestre a gente trabalha questões didáticas” (PROFM2a). A fala do entrevistado sinaliza que, desde o início do curso, os discentes entram em contato com questões que pertencem à sua futura atividade profissional. Essa teoria é, de certa forma, vivenciada nas situações desencadeadas na

monitoria, sobretudo no contato com o próximo. Tais argumentações nos levam a cogitar que, quando os monitores forem vinculados a cursos distintos das licenciaturas, como engenharias, por exemplo, é indispensável que a equipe responsável pela monitoria os acompanhe de maneira mais próxima, pois não tiveram contato com teorias de aprendizagem.

Um ponto de vista contrastante é apresentado na IES3, em que os discentes de Licenciatura aparentemente não se interessam pela monitoria. PROFM3 relata: “Em geral, são sempre da Engenharia, poderiam se candidatar de outros cursos, mas em geral são alunos da Engenharia” (PROFM3). Nessa instituição, existem cursos de Engenharia Ambiental e Licenciatura Plena em Física. Essa perspectiva vai na contramão dos argumentos de Nunes (2007, p.51), que considera a monitoria como prioritariamente “um programa para iniciar o aluno na docência”, parecendo ser esse aspecto algo relevante para quem está se constituindo enquanto professor.

Aparentemente, PROFM3 tem uma justificativa para esta situação descrita no último parágrafo: “Os alunos do curso de Licenciatura em Física, eles têm aula à noite, alguns trabalham de dia, e também tem dois detalhes: um que eles trabalham, e o curso de Engenharia Ambiental (só tem essa) é de dia, então eles não trabalham. O curso de Física tem outras bolsas, na Engenharia não tem outras, então a procura por bolsa é maior”. No curso de Licenciatura referido, percebemos a desvalorização da monitoria descrita por Dias (2007), uma vez que constatamos a existência de outras bolsas que são preferidas. Dias (2007) e Nunes (2007) são enfáticos ao argumentar que existe a necessidade de uma equiparação entre as bolsas de pesquisa e as de ensino, tanto em termos financeiros quanto em termos de valorização. Esses argumentos são confirmados pelo entrevistado que diz: “a questão, um pouco do desprestígio da monitoria, pesquisa acaba publicando mais, dá mais visibilidade” (PROFM3). Avaliamos que, na monitoria, também pode haver atividades de pesquisa que gerem uma eventual potencialização do currículo. Porém, conforme relata Nunes (2007, p. 51), “que não se desloque o eixo para a pesquisa: esse papel já é desempenhado pelos programas de iniciação científica. Sustentamos o equilíbrio”.

Outro elemento que podemos apreender da primeira fala de PROFM3 no último parágrafo é o indício de um perfil distinto entre os discentes da Engenharia e da Licenciatura: enquanto os primeiros se dedicam exclusivamente às atividades acadêmicas, os segundos compartilham essas atividades com o seu trabalho. PROFM3 esclarece que esse emprego, muitas vezes, já é a docência para o Ensino Fundamental e Médio na forma de contratos temporários. Nesse caso, fica inviabilizada a perspectiva referida por Dias (2007) de a monitoria se consolidar em uma primeira experiência docente, pois os licenciandos já têm essa vivência

em um contexto de Educação Básica. Natario (2001) enuncia que esse é um dos fatores que leva o sujeito a se constituir em monitor, fator que possivelmente não se faz presente na IES3.

Em relação à atuação do futuro engenheiro enquanto monitor, PROFM2a relata que aqueles vinculados à Engenharia, por não terem disciplinas de cunho didático na sua graduação, são acompanhados mais de perto pela equipe. Segundo PROFM2b: “Temos muitos alunos bons na Engenharia. Só que eles, nós precisamos acompanhar mais de perto, pois ainda não conhecem totalmente as técnicas de ensinar” (PROFM2b). Essa fala traz indícios da existência do apoio, referido por Natario (2007), Dias (2007) e Nunes (2007) como indispensável para o sucesso das atividades. Evidentemente, os discentes da Licenciatura também necessitam desse apoio, entretanto os de outras áreas parecem carecer de um maior cuidado, uma vez que eles têm um contato menor com teorias e perspectivas em relação à aprendizagem. Compreendemos que uma experiência bem-sucedida enquanto monitor pode ser uma fonte de motivação para o envolvido seguir os seus estudos na pós-graduação, constituindo-se em um professor do Ensino Superior.

Um fato a ser destacado neste sentido é o caso de uma pessoa que estuda Engenharia, na IES3, realizar a monitoria de forma voluntária com o intuito de ter um contato inicial com a docência. Segundo o entrevistado, já na entrevista o discente destacou que tinha interesse de se tornar monitor para vivenciar experiências similares à que ele poderia encontrar futuramente na sala de aula. PROFM3 enfatiza: “mesmo sendo da Engenharia, os alunos têm interesse no sentido de seguirem com mestrado e voltarem para a docência. Inclusive no projeto é um dos objetivos, ter essa experiência na iniciação à docência” (PROFM3). Cabe destacar que, para Zabalza (2004), a formação do professor na Engenharia normalmente é desenvolvida em programas de mestrado acadêmico ou de doutorado<sup>33</sup>, sendo excessivamente pautada pela pesquisa em detrimento das práticas de ensino. Nesse caso, a monitoria pode se tornar uma valiosa fonte de experiência para o futuro docente conseguir articular ensino e pesquisa.

O fato de um alguém procurar se constituir em monitor de forma voluntária, por um lado contrapõe os argumentos de Natario (2001), que destaca a importância da remuneração para a escolha da carreira de monitor, mas por outro confirma seus argumentos, uma vez que a autora destaca o contato com a docência como um fator decisivo nessa opção. A fala de PROFM3 sinaliza que o discente de Engenharia tem interesse em seguir seus estudos na pós-graduação, almejando uma futura atuação como professor de Engenharia, o que vai ao encontro dos argumentos de Dias (2007), que preconiza a relevância do exercício de monitoria como

---

<sup>33</sup> Entendemos que a realidade nos programas de mestrado profissional, sobretudo na área de ensino, pode ser diferente.



uma iniciação à docência. PROFM3 também destaca que o projeto da monitoria prevê esse elemento: “O objetivo é que os estudantes tomem gosto pela docência e avancem nesse sentido” (PROFM3). No entanto, não tivemos acesso ao projeto nem a maiores informações do entrevistado sobre isso. Mesmo assim, concordamos que a monitoria pode se constituir em um espaço de incentivo e de prática docente e ser utilizada não apenas em licenciaturas, mas em outros cursos, como os de engenharias, por exemplo.

O fato de um futuro engenheiro demonstrar interesse na docência também foi constatado na IES2. PROFM2a aponta: “Nós temos um monitor da Engenharia, por exemplo, que diz que futuramente ele vai dar aula, e deu depoimentos, dizendo quanto aquilo adiantou” (PROFM2a). Considerando que os cursos de Engenharia não têm o escopo de preparação para a docência, é relevante proporcionar esta vivência e propor este incentivo para uma carreira indispensável para a academia. Esses argumentos convergem com as propostas de Dias (2007) e de Natario (2001), para quem a monitoria pode se constituir em um espaço de formação de professores em um cenário de pesquisa, problematização e inovação. Aparentemente, uma das formas de modificar o atual *status* da disciplina de Cálculo, situado por Cabral (2015) e Soares e Sauer (2004) como transmissão de informações em detrimento do pensamento crítico, seja investir na formação do professor.

Em síntese, nesta etapa da análise, foi possível constatar que a monitoria se constituiu em um espaço de primeiro contato com a docência e que esse é um fator que pode levar o estudante a buscar o trabalho de monitor – o intuito de obter essa vivência. A constituição de um ambiente de pesquisa e interação social pode levar à formação de um futuro professor em contexto de câmbios de significados, podendo promover um redimensionamento na ZDP de ambos os envolvidos. Cabe destacar que, para que isso seja possível, é indispensável que eles sejam acompanhados com um suporte que envolva planejamento e execução das ações. O contato com a dimensão prática da docência pode ser relevante no sentido de escolher ou mesmo repensar a futura profissão a partir da articulação entre teoria e prática.

## **6.2 Presenças da teoria dos Três Mundos da Matemática na monitoria**

Outra categoria *a priori* considerada nesta tese é a presença da teoria dos Três Mundos da Matemática na monitoria. Destacamos que, nesta fase, a constituição do *corpus* foi dada por intermédio de entrevistas, sendo identificados apenas indícios desse arcabouço teórico, que serão investigados com maior profundidade na Fase 2.

Inicialmente, enfatizamos que as percepções foram muito sutis, pois, na maioria das instituições, a presença da Teoria dos Três Mundos da Matemática sequer foi identificada. Assumimos a possibilidade de o instrumento não ter sido o mais adequado para a identificação do fenômeno, o que nos levou a, na Fase 2, adotar a observação, que será realizada diretamente no contexto da pesquisa. Também consideramos ser possível que o nosso horizonte teórico tenha limitado o reconhecimento dos elementos necessários, o que faz com que revisemos constantemente a teoria.

Essa categoria a priori foi dividida em três subcategorias emergentes, denominadas como: Análise de erros e conceitos a encontrar, Tecnologias digitais e três mundos da Matemática e Conceitos equivocados na imagem de conceito.

### 6.2.1 Análise de erros e conceitos *a-encontrar*

O erro, a dificuldade e a reprovação são elementos pertencentes à cultura do Cálculo. Assim, movimentos que visem reverter esta lógica são praticamente raros e vistos como uma ameaça à suposta estabilidade da disciplina (OLIVEIRA; RAAD, 2012). A análise do *corpus* de pesquisa nos permitiu indicar que existem ações realizadas na monitoria, na direção de superar essa cultura, a partir da análise de erros e tendo elementos da teoria de David Tall no seu contexto. A IES2 foi a instituição em que isso emergiu com mais intensidade. Essa categoria é emergente, ou seja, não havia sido prevista antes da análise (MORAES; GALIAZZI, 2007).

Inicialmente, trazemos a teoria de Cury (2007), que considera o erro como uma oportunidade de aprendizagem para o professor, no sentido de este redimensionar suas práticas. Na mesma direção, Cury e Cassol (2004, p.33) enfatizam que, de um modo geral, para os discentes de Cálculo: “falta uma reflexão sobre a própria aprendizagem”. Aliando esses elementos à teoria de David Tall, neste trabalho, partimos do pressuposto de que o erro pode ser entendido como um mapa para a identificação dos conceitos *a-encontrar*, ou seja, daquilo que ainda não está plenamente estabelecido na imagem do conceito (TALL, 2004), além de poder ser um ponto usado como início para uma prática pedagógica. Acreditamos que seja possível que um *a-encontrar* se torne um *já-encontrado* a partir de ações desenvolvidas na monitoria.

No decorrer da investigação, identificamos sinais que revelam o uso da análise de erros, na perspectiva citada no último parágrafo. O primeiro ponto que destacamos nesse sentido também indica a articulação entre as práticas desenvolvidas em sala de aula com a monitoria. Nas palavras de PROFM2a: “Todo início de semestre a gente faz uma sondagem, ali, essa

sondagem vai nortear o trabalho. A gente quer que eles identifiquem seus erros, para, assim, fazer o convite para o laboratório<sup>34</sup> (PROFM2a). Segundo o entrevistado, é aplicada uma avaliação em sala de aula, a qual não é utilizada para a composição da nota, mas como um instrumento para que o professor detecte as fragilidades conceituais e faça um encaminhamento para a monitoria. Analisando a fala, identificamos que, na IES2, existe um pensar sobre o erro e sobre a própria aprendizagem, elementos referidos por Cury e Cassol (2004). Também percebemos que o erro não é entendido como um ponto final, mas como algo que pode ser superado, em outras palavras, que ainda faz parte da estrutura cognitiva do estudante, mas que pode ser redimensionado a partir do envolvimento na monitoria.

Acreditamos que seja relevante mapear e apontar para o discente os seus pontos frágeis, pois é possível que ele não os conheça e, dessa forma, não procure superá-los. Esse desconhecimento pode explicar a baixa procura pela monitoria apontada no trabalho de Cavasotto e Viali (2011). Considerando que uma imagem de conceito mal consolidada pode dificultar a aprendizagem de Matemática (LIMA, 2007), e que isto é parte incorporada ao seu mundo corporificado, é improvável que o sujeito detecte seus equívocos sem auxílio. Assim, entendemos que é significativo que o professor de Cálculo preste auxílio nesse processo.

A análise dos erros e o direcionamento à monitoria parece ser uma possibilidade para a construção ou reconstrução da *imagem de conceito*. O professor detecta as fragilidades a partir de uma avaliação e direciona para uma ação pedagógica, que preferencialmente visse esse redimensionar. Isso ocorre na IES2. “De certa forma a gente encaminha o estudante à monitoria. Identificamos quem está mais ‘fraco’ e tentamos usar a monitoria para recuperar isto” (PROFM2a). Essa fala também indica a sintonia entre o professor da sala de aula e a monitoria, preconizada por Dias (2007), Nunes (2007) e Natário (2001), e que, segundo os autores, é indispensável para o sucesso das ações. Também demonstra o uso da análise de erros como um método que visualiza as dificuldades como um ponto inicial, no sentido de identificar os pontos de dificuldades e superá-los, em acordo com a teoria de Cury (2007).

O direcionamento à monitoria pode levar à percepção da ação como algo pertencente ao cotidiano acadêmico, sendo a participação algo natural e esperado. Acreditamos, assim como é indicado por Flores, Lima e Fontella (2017), que é necessário que se conheça a estrutura e o funcionamento da monitoria. Segundo os autores, muitos discentes não frequentam a monitoria, pois não compreendem como ela se organiza, quais são os seus horários e em que local ela está disponível. Dessa forma, o encaminhamento feito pelo professor pode ser

---

<sup>34</sup> A expressão “laboratório” na fala do entrevistado aqui é entendida como monitoria.

relevante, no sentido de perceber-se que existe uma atividade sendo realizada fora da sala de aula e que visa à construção do conhecimento matemático. Nesse processo, a análise de erro pode se constituir em uma metodologia para a identificação dos conceitos *a-encontrar*, levando-os a se constituírem, a partir das práticas e vivências com o objeto de conhecimento, em um *já-encontrado*.

Na IES2, a análise de erros é realizada com o fim de levar os sujeitos até a monitoria. No entanto, quando ele chega lá, é feita uma nova avaliação que contempla conteúdos de Cálculo e de Matemática Básica, em que são identificadas as principais fragilidades apresentadas. “Nós iniciamos com um trabalho que a gente faz até hoje, nós iniciamos com sondagens, com base nessa sondagem a gente encaminha o aluno para um Objeto de Aprendizagem (OA) específico” (PROFM2a). De acordo com a necessidade apresentada, existe uma interação com um OA específico, de acordo com os pontos frágeis indicados na sondagem inicial.

Confirmando o que é indicado em distintas pesquisas, como, por exemplo, Cavasotto e Viali (2011), Cury e Cassol (2004), Müller (2015), os conceitos *a-encontrar* relacionam-se a conteúdos pertencentes ao Ensino Fundamental e Médio. O quadro não é distinto na IE2: “Um dos exercícios que eles mais erram é o domínio de função, e isso é do Ensino Médio. Agora nós aqui trabalhamos com muitos objetos para função no cálculo, senão (...)”. As ações desenvolvidas na monitoria identificam as lacunas provenientes da Educação Básica. No entanto, elas não são entendidas como algo esperado ou normal, como ocorre na maioria dos casos (OLIVEIRA; RAAD, 2012), havendo uma linha de ação para que elas sejam superadas. Nesse contexto, o OA pode auxiliar na visualização das diferentes representações de uma função, explorando seus aspectos formais e simbólicos, auxiliando na promoção do percurso pelos Três Mundos da Matemática. Novamente, enfatizamos o benefício de partir-se do erro, pois é comum o discente preocupar-se com conteúdos pertencentes ao Cálculo e não se dar conta de toda a base conceitual que é necessária para que a aprendizagem seja desenvolvida.

Ainda em relação aos conteúdos do Ensino Fundamental e Médio, destacamos que ambos os entrevistados da IES2 afirmam que os estudantes, de certa forma, não aceitam que apresentam uma lacuna em relação a isso. Esse argumento confirma as premissas de Cury e Cassol (2004) da falta de consciência em relação àquilo que não é sabido, e a necessidade de o professor promover uma orientação nesse sentido. Segundo PROFM2b: “No começo a gente organizava com matéria de Ensino Médio, aí não deu certo. Por que quando eles entram eles acham que estão prontos, que eles sabem. Aí a agente começou a trabalhar o assunto de forma indireta, usando objetos que tinham aqueles conteúdos como pano de fundo”. A fala demonstra

que não existe uma ciência em relação às necessidades de aprendizagem nem às dificuldades. Assim, foi preciso disfarçar os conteúdos, pois, se eles são apresentados diretamente, o sujeito acredita que aquilo não é necessário.

O relato trazido no último parágrafo indica uma das facetas da difícil transição do Ensino Médio para o Ensino Superior, em que dentre outros aspectos, o discente crê que compreende algo que não compreende plenamente. Isso acaba sendo prejudicial para o seu sucesso, sobretudo em Cálculo, uma disciplina que depende de uma série de fundamentos anteriores. Acreditamos que é necessário um auxílio da equipe pedagógica para que essa passagem não seja tão traumática, e a monitoria pode colaborar nesse sentido. Assim, identificar as necessidades e trabalhá-las de maneira indireta pode ser uma possibilidade para levar os conceitos *a encontrar* a se constituírem em *já-encontrados*. Uma abordagem direta pode levar a uma não percepção dos equívocos ou à constituição errada da imagem de conceito. Por outro lado, um tratamento indireto pode levar ao repensar dos conceitos e ao uso de diferentes representações e propiciar reflexões em relação aos elementos já corporificados. O uso de recursos didáticos, digitais ou analógicos pode se constituir como o pano de fundo para que a relação com o objeto do conhecimento ocorra.

Outro ponto a ser destacado é que neste trabalho de análise de erros, avaliação e encaminhamento para um OA adequado desenvolvido na IES 2, o monitor tem um papel ativo. Segundo PROFM2b: “eles ajudam, eles ajudam a corrigir as sondagens e eles já fizeram trabalhos para ver quais são as maiores dúvidas, e aí se dá subsídio para se pensar nos objetos”. A fala indica o envolvimento do monitor em atividades de planejamento e avaliação, no sentido de traçar norteadores para a ação a ser desenvolvida, o que é essencial para o progresso profissional e acadêmico do monitor, segundo autores como, por exemplo, Dias (2007), Nunes (2007) e Natário (2001). Entendemos ser oportuno que o monitor faça parte da equipe pedagógica e tenha funções ativas que o levem a pensar sobre a Matemática e sobre os processos de ensino e aprendizagem. Assim, ao analisar as dificuldades dos seus colegas, é possível que ele também pense nas suas, avaliando formas para que sejam superadas. Nesse processo, o monitor entra em contato com distintas representações, aspectos formais e simbólicos de um dado conceito, o que favorece o seu percurso pelos Três Mundos da Matemática.

Em síntese, a proposta desenvolvida na IES2 tem o objetivo de superar a simples resolução de exercícios e avançar para uma esfera de suprimento das lacunas conceituais, com o uso das tecnologias digitais como interface para que isso seja possível. Esse tipo de ação vai ao encontro das propostas de Cury e Cassol (2004, p.33) que enfatizam o “acompanhamento de todas as atividades realizadas pelos alunos, pois nos permite entender suas dificuldades e

adaptar o ensino às suas reais necessidades”. Na IES2, os estudantes são avaliados, os pontos mais vulneráveis são identificados e a prática é desenvolvida a partir daí. Partimos do pressuposto de que a monitoria deva atuar desta forma: mapeando as dificuldades e traçando propostas para a construção do conhecimento matemático. O uso de OA colabora no sentido de possibilitar as múltiplas representações e faces de um conceito e pode auxiliar no percurso pelos Três Mundos, sendo essa a perspectiva de Tall (2004).

Em contraponto, identificamos outras ações em que os erros são reconhecidos, mas não foram percebidas ações no sentido de pensá-los como um conceito *a-encontrar*. Na IES5, PROF5D5 claramente identifica os elementos já discutidos anteriormente: “Minha visão: eu entendo que eles não sabem o que eles não sabem. Essa é a minha interpretação, eles não sabem o que eles não sabem, eles acreditam que sabem, por que: a gente vai ter que entrar no fundo da questão, como este aluno saiu do ensino fundamental?” (PROFD5). O ponto de vista trazido pelo entrevistado converge com as perspectivas teóricas de Cury (2007) e Cury e Cassol (2004), que sinalizam que o discente não compreende as suas limitações, e isso impede o seu avanço no Ensino Superior. Também converge com a perspectiva de Lima (2007), que considera que uma má consolidação da imagem do conceito leva à não percepção daquilo que não está corporificado. No entanto, apesar dessa compreensão, na IES5, não existem ações para que esse quadro seja revertido.

Confirmando os argumentos do último parágrafo, PROF5D5 novamente pontua o aspecto de que o sujeito não tem ciência daquilo que ele não compreende. “Muitas vezes o aluno chega aqui e diz para mim: como eu não sei funções se eu tirava 10 no ensino médio? Ele acredita que ele é nota 10 em funções, ele acredita nisso” (PROFD5). A fala nos suscita muitas interpretações. Primeiro, lembramos dos argumentos de Silva (2011, p. 400): “Aqueles que no Ensino Médio lograram sempre boas avaliações em matemática, levam para a universidade a esperança de que o curso de Cálculo não deva representar obstáculos”. Para o autor, o trabalho com questões globais e o nível de abstração para conteúdos como limites, por exemplo, muitas vezes frustram as expectativas dos estudantes e causam ainda mais entraves em relação à aprendizagem.

A fala do entrevistado no último parágrafo também nos leva, mais uma vez, a considerar as dificuldades inerentes à transição do Ensino Médio para o Ensino Superior. Entendemos que ambos os níveis não dão a atenção necessária para esse aspecto. Aparentemente o Ensino Médio está mais preocupado com o acesso, preparando para processos seletivos e para o Exame Nacional do Ensino Médio, sem fornecer uma base de conhecimentos para a sequência dos estudos. Do mesmo modo, o Ensino Superior também não aparenta demonstrar ações que visem

à permanência e ao sucesso do estudante. Entendemos que a monitoria possa se constituir em uma ação nesse sentido, desenvolvendo os conteúdos de Matemática, como funções, por exemplo, a partir de suas múltiplas representações, levando a uma maior compreensão e à superação das dificuldades.

Em relação às múltiplas representações, PROFD5 também parece ter ciência: “quando chega no Cálculo, tu sabes que a gente precisa de uma base, e outra, as coisas não são gavetas né? No Cálculo, a gente tem que saber articular geometria, álgebra, funções, trigonometria, tudo, tudo tu vais estar articulando”. A fala indica que o professor-monitor compreende a necessidade de articulação entre os distintos aspectos de um mesmo conceito, e isso revela o percurso pelos Três Mundos da Matemática. Entretanto, esse aspecto permanece apenas na constatação, pois a monitoria não trabalha visando a essa perspectiva.

Aparentemente, na IES5, o PROFD5 não acredita que seja possível redimensionar o atual status do ensino de Cálculo: “se a gente parar para pensar esta questão não se resolve aqui. A gente não vai resolver a matemática do aluno, todos os problemas. A gente vai poder ajudar, sim, mas é uma questão cultural em nível de Educação” (PROFD5). Mesmo sendo o responsável pela monitoria, percebemos uma descrença, que confirma os argumentos de Oliveira e Raad (2012), que situam que a visão predominante em relação ao ensino de Cálculo considera as dificuldades e a reprovação como algo natural e sem possibilidade de alteração.

Entendemos que o passo inicial para o redimensionar dos panoramas do ensino de Cálculo é identificar e situar a problemática, como foi referido por PROFD5. No entanto, este é apenas o início, pois é indispensável pensar em atitudes a serem desenvolvidas, partindo dessas constatações. Partimos do pressuposto de que o uso de materiais didáticos possa se constituir em uma possibilidade para que isso se concretize. A única ação identificada nesse sentido foi o uso de Objetos de Aprendizagem na IES2.

A interação entre o sujeito e um objeto de aprendizagem pode levar a uma visualização de um conceito de distintas formas, a partir das possibilidades de representação e de visualização que o recurso digital oferece. Assim, é possível um pensar sobre os elementos corporificados e redimensionar a *imagem de conceito*, bem como os aspectos simbólicos e formais, possibilitando o trânsito pelos Três Mundos. Esses argumentos são amplamente defendidos na tese de Müller (2015), que preconiza o uso de Objetos de Aprendizagem como uma possibilidade para a aprendizagem de Cálculo com base na teoria de David Tall. Esses aspectos são explorados com maior profundidade no próximo item.

### 6.2.2 Tecnologias digitais e Três Mundos da Matemática

Distintos autores têm defendido a premissa de que as tecnologias digitais podem se constituir em recursos para a realização do percurso pelos Três Mundos da Matemática. Os argumentos são sustentados, sobretudo, pelas possibilidades de manipulação e visualização, levando a distintas representações de um conceito, com a possibilidade da construção e do redimensionamento da *imagem de conceito* (GIRALDO, CARVALHO, TALL, 2002; MÜLLER, 2015). As interfaces digitais contam com a possibilidade de explorar os aspectos conceituais, formais e simbólicos, permitindo o sujeito a valer-se de uma amplitude de possibilidades em relação ao objeto do conhecimento e explorar aspectos pertencentes aos Três Mundos da Matemática.

Entretanto, cabe destacar que, segundo Flores (2013), a inserção de tecnologias digitais, quando desvinculada de propostas pedagógicas, não produz qualquer alteração nos panoramas educacionais. Também lembramos que Giraldo, Carvalho e Tall (2003) enfatizam que o uso de computadores, por exemplo, no ensino de Cálculo, pode produzir efeitos negativos ou inócuos quando não for acompanhado de uma perspectiva de criticidade. Para os autores, existe a possibilidade de uma formação de *imagem de conceito* equivocada, que ocorre a partir de problemas de escala ou dificuldades técnicas no recurso.

No decorrer desta pesquisa, percebemos que a IES2 tem um trabalho sólido no sentido de utilizar recursos tecnológicos digitais na monitoria. Percebemos que existe uma proposta que entende tais recursos como elementos passíveis de desencadear mudanças nas práticas e como possibilidades de representar um conceito de maneiras distintas, pois favorecem os elementos visuais e a articulação entre álgebra e geometria. As percepções nessa direção serão elencadas e discutidas nos parágrafos que seguem.

Um dos elementos que já elencamos anteriormente, e que acreditamos que seja essencial para que a monitoria ocorra de maneira acertada, é o investimento em estrutura física. Pensar em tecnologias digitais nos leva a defender a disponibilização de computadores, acesso à internet e a programas, dentre outros, o que não garante alterações nas práticas, mas pode ser considerado um passo significativo. Esse aspecto é referido por PROFM2a: “Antes era uma coisa meio improvisada: uma sala de aula que nem tinha material nenhum para eles. A gente conseguiu disponibilizar um computador, aí os alunos começaram a procurar mais, vinha muita gente” (PROFM2a). O estrato indica a mudança que a instituição promoveu, considerando que, no começo, não havia a estrutura ideal e que, na sequência, foi investido em material e em um computador, o que fez com que a procura aumentasse.



Cavasotto e Viali (2011) relatam a baixa procura que normalmente a monitoria tem. Entendemos que a mudança nesse quadro também está vinculada ao investimento em estrutura física. Mesmo não garantindo a presença, um espaço adequado, com os recursos apropriados adequados, pode ser um fator de atração e de permanência dos estudantes. Entendemos que esse é o passo inicial para o sucesso da monitoria: oferecer as condições estruturais necessárias para o desenrolar da ação, envolvendo espaço, materiais e recursos.

Esse investimento foi identificado na IES2. “Fomos para um lugar melhor, que é ali onde tem esse laboratório que você conheceu. Lá tem mesas, cadeiras, vários computadores e muito material concreto para a gente trabalhar” (PROFM2a). Podemos observar que a instituição, percebendo o potencial e o crescimento da monitoria, disponibilizou um local mais adequado, ampliando o acesso a materiais. Esses argumentos vão ao encontro das propostas teóricas de Martins (2007, p.31), que defende a necessidade do “melhor espaço físico, do docente mais competente, do funcionário mais eficiente, dos livros e periódicos mais atualizados, do computador e do *software* mais avançados”. Para a autora, o investimento em espaço físico, bem como em recursos humanos qualificados, é um dos tópicos necessários para o sucesso das ações que visem ao ensino e à aprendizagem.

Mesmo sabendo que não é o único fator a ser considerado, entendemos que a estrutura física é um componente relevante para a efetivação de ações de sucesso no contexto da monitoria. Também partimos do princípio de que o uso de materiais didáticos, físicos ou digitais, aliados à prática pedagógica podem se constituir em interfaces que permitam a construção e a modificação da *imagem de conceito* a partir da manipulação e da visualização do objeto do conhecimento. Acreditamos que a sintonia entre estrutura física e profissionais qualificados seja um dos pontos chaves para possibilitar o percurso pelos Três Mundos da Matemática. Os recursos como *softwares*, Objetos de Aprendizagem e materiais concretos, por exemplo, favorecem o aspecto visual de um determinado objeto de conhecimento, atuando assim no mundo corporificado e no proceitual simbólico.

Como já argumentamos anteriormente, é acertado que o uso de recursos tecnológicos digitais esteja aliado às práticas pedagógicas que visem à criticidade e ao pensamento autônomo. Para que isso seja possível, parece ser necessário um trabalho que envolva professores e monitores qualificados. Desse modo, os recursos aliados às propostas podem permitir a exploração das diferentes representações, bem como a articulação entre as esferas algébrica e geométrica. Entendemos ser relevante que essas propostas visem também aos aspectos formais, para que o percurso também passe pelo Mundo Formal Axiomático, pois,

segundo Müller (2015), esse aspecto, geralmente, não é muito evidente nos recursos tecnológicos.

Na IES2, o avanço não ocorreu apenas em relação à estrutura física, mas principalmente em relação às concepções de ensino que permeiam a ação, conforme destaca PROFM2b: “Primeiro a gente só pegava o caderno e fazia o atendimento. Depois a gente começou a reunir grupos (...) daqui a pouco a gente passou a usar o quadro, usar computador, sabe, uma coisa foi levando a outra. Com o *software* fica mais fácil de visualizar” (PROM2b). A verbalização indica que no início do trabalho era algo mais voltado para dúvidas pontuais. Essa perspectiva confirma os argumentos de Cavasotto e Viali (2011) que consideram a subutilização da monitoria, normalmente entendida com um corretivo para questionamentos específicos, ineficiente para a construção do conhecimento matemático. Ampliando os argumentos dos autores, entendemos que esse tipo de prática também não produz o percurso pelos Três Mundos da Matemática. Entretanto, na IES2, com o passar do tempo, a ação foi ganhando outra dimensão, e outros aspectos, como o visual, por exemplo, passaram a ser valorizados.

Partimos do pressuposto de que o incremento de materiais, sobretudo das tecnologias digitais, favoreceu a dimensão visual, o que é essencial para a consolidação da *imagem do conceito* e, conseqüentemente, para a construção de aspectos pertencentes ao mundo corporificado. Enfatizamos a necessidade do acompanhamento do professor nas atividades que envolvam *softwares*, pois, como referimos anteriormente, um conceito *já-encontrado* mal consolidado na mente pode se constituir em um obstáculo para a aprendizagem. A ação docente mediadora tem o potencial de redimensionar um conceito mal estabelecido, auxiliando na reconstrução da *imagem do conceito*. Nesse sentido, Giraldo, Carvalho e Tall (2003) consideram ser imperativo que professores e estudantes questionem os resultados obtidos pelos programas utilizados, sempre comparando os resultados obtidos com os conhecimentos anteriores, em um ciclo de reflexão sobre a ação.

Especificamente no contexto da monitoria, acreditamos que o monitor também possa auxiliar no processo de mediação, com relação ao uso dos recursos tecnológicos digitais. Entretanto, para fazer isso, é desejável que ele esteja amparado por uma equipe pedagógica que lhe auxilie nesse processo, para que esteja capacitado para a utilização das interfaces digitais. Nunes (2007) considera indispensável que exista a formação do monitor, em que ele seja capacitado não apenas para o conteúdo, mas para situações didáticas e pedagógicas necessárias para o desenvolver da sua ação. Um monitor que esteja preparado para orientar um colega a usar um recurso digital também estará desenvolvendo o seu percurso pelos Três Mundos, pois

ele estará envolvido com símbolos, conceitos e múltiplas representações do objeto do conhecimento.

Outro ponto em que a monitoria da IES2 redimensionou a sua ação foi no sentido de promover a autonomia e a criatividade a partir das tecnologias digitais. Isso ocorreu a partir da criação de materiais para serem usados na monitoria e envolveu os monitores nesse processo. “No início, eu queria ajudar, ele dizia: faz uma lista de exercícios, que está no livro do fulano e do beltrano. Agora hoje, a gente faz os alunos criarem materiais, participarem das oficinas, então, assim, eu sinto uma evolução daquela época para cá, no trabalho desses monitores” (PROFM2a). Novamente, temos indicativos de que, no início das atividades, o monitor tinha uma função muito voltada para o conteúdo e para a resolução de exercícios, fato problematizado anteriormente neste trabalho. Na sequência, a proposta ganhou um contorno de autonomia, pressupondo criatividade e envolvimento em distintas atividades. Essa fala vai na direção dos argumentos de Dias (2007), que considera a necessidade do envolvimento do monitor em distintas atividades, pesquisando, questionando e formando-se de uma maneira ampla. Entendemos que o envolvimento em atividades, como as relatadas pelo entrevistado neste parágrafo, contribui para a formação plena do monitor, levando-o a pensar sobre os conteúdos.

Conforme relatamos antes, na IES2, aqueles que frequentam a monitoria são direcionados para um objeto de aprendizagem específico de acordo com a sua necessidade. Caso não exista um objeto no banco da instituição, uma equipe composta por professores, monitores e um programador desenvolvem um novo OA. “A gente fazia um ‘ppt’ o programador sabia como a gente queria distribuir os conteúdos, aí tinha um rapaz que programa, ele fazia as animações, colocava aquilo de uma forma atrativa, dinâmica” (PROFM2a). O conteúdo é organizado de maneira dinâmica, permitindo, por intermédio de animações, que os conteúdos sejam representados de modo a favorecer o aspecto visual, o que, segundo Tall (2004), é indispensável para a consolidação da *imagem de conceito*.

Na IES2, um dos envolvimento do monitor está na construção e na seleção de Objetos de Aprendizagem. “Tem um trabalho bem forte com esses objetos de aprendizagem” (PROF2b). Segundo o entrevistado, este trabalho envolve identificação e seleção do OA, adequado à necessidade do estudante, na qual o monitor tem um papel muito ativo. Nas palavras de PROFM2b: “eles nos auxiliam na escolha e na testagem do objeto de aprendizagem. Se um aluno não sabe, vamos dizer, fatoraço, o monitor seleciona distintos objetos sobre fatoraço e nos indica qual ele acredita ser mais interessante”. Esse estrato nos indica a ação ativa do monitor que trabalha na análise e na testagem de OA o que envolve questões relacionadas ao

Cálculo. Isso faz com que ele, necessariamente, entre em contato com os conceitos e com suas múltiplas representações, proporcionadas pela interface digital.

O relato do último parágrafo traz indícios de que o monitor atua de uma forma ativa, analisando, testando e separando o recurso a ser utilizado. Entendemos que essa é a postura desejável para que o monitor possa se beneficiar no sentido de construir novos conhecimentos e percorrer os Três Mundos da Matemática. Nesse sentido, quando testa um OA, o monitor desenvolve um processo que envolve reflexão, em que procura compreender de que modo aquele recurso se relaciona com o conteúdo, o que possibilita que ele desenvolva um pensamento ampliado sobre os conceitos.

Na mesma direção, PROFM2b traz um relato similar: “uma das coisas mais importantes da monitoria foi a construção de objetos de aprendizagem” (PROFM2a). Percebemos a ênfase dada para a criação, o que, segundo o entrevistado, leva os envolvidos a pensarem sobre o conteúdo e a criarem. Oliveira (2016) enfatiza que as tecnologias digitais aliadas a propostas pedagógicas podem fomentar a criatividade nas aulas de Matemática. A criatividade é entendida como a capacidade de analisar uma problemática a partir de suas múltiplas facetas, identificar semelhanças e diferenças, bem como aplicar soluções adequadas para as distintas situações vivenciadas (OLIVEIRA, 2016). No contexto da monitoria, a construção do OA pode ser o pano de fundo que mobiliza a criação, o pensamento autônomo e o próprio percurso pelos Três Mundos, que pressupõe as múltiplas representações de um mesmo conceito.

Desse modo, entendemos que o trabalho do monitor na criação de algum material didático produz uma maior mobilização mental do que apenas escolher algo que já esteja pronto. A construção de um OA, por exemplo, parece envolver uma maior complexidade de pensamento em relação ao objeto do conhecimento bem como em relação ao trabalho coletivo. Isso pressupõe, além de um trabalho coletivo, o pensar sobre as distintas representações de um mesmo conceito.

Essa construção exige um trabalho em equipe, conforme relata PROFM2b: “Para construir o OA, nós tínhamos uma equipe multidisciplinar, que trabalhava junto. Entravam os bolsistas<sup>35</sup>, nós tínhamos 8, agora temos 6. Uns pensavam o conteúdo, outros a interface, outros faziam rodar, trabalhávamos em grupo”. Essa fala indica que os monitores estavam envolvidos em um processo de criação e precisavam pensar no conteúdo, nas maneiras de aprendê-lo e na sua representação gráfica, para ser utilizada de maneira digital. Esse tipo de ação vai ao encontro das teorias de Dias (2007), Nunes (2007) e Natario (2001), que defendem o envolvimento do

---

<sup>35</sup> Desses bolsistas referidos, apenas um é de iniciação científica, sendo responsável pela programação. Os demais são monitores com a sua ação prioritária voltada para o ensino.

monitor em ações relacionadas ao planejamento, à discussão e ao trabalho em grupo. Aparentemente isso acontece na IES2. Além disso, pensar na virtualização de um determinado conteúdo exige que sejam pensadas as suas distintas representações, envolvendo aspectos pertencentes aos Três Mundos da Matemática.

Outro ponto a ser destacado da IES2 é que as ações que iniciaram na monitoria de Cálculo acabaram ganhando uma dimensão maior e foram ampliadas para outras áreas e outros contextos. Um exemplo nesse sentido é a construção e captação de OA, que iniciou com a Matemática e gradativamente passou a contemplar outras disciplinas: “atualmente, lá tem objetos de Química, de Física, de Matemática e até de Português (...)” (PROFM2a). Mesmo que não tenhamos referências teóricas sobre isso, acreditamos que, nas áreas de Física e Química, também seja necessário o percurso pelos Três Mundos da Matemática, uma vez que se partilha de uma base comum. No entanto, o desenvolvimento de OA, sobretudo em áreas distintas, envolve e exige um trabalho de uma equipe multidisciplinar, para que sejam pensados os conteúdos, os aspectos didáticos e os detalhes técnicos, o que pressupõe um investimento em pessoal e em suporte por parte da instituição.

Outra faceta da ampliação da ação da monitoria na IES2 é o uso dos OA desenvolvidos na sala de aula. “Os nossos professores em aula também usam, então uma parte do objetivo de criar o OA também é essa” (PROFM2b). Essa fala indica uma atividade conjunta, em que o planejamento e a execução ocorrem na monitoria, mas a amplitude de atuação é muito maior, revelando uma sintonia entre as ações em sala de aula e na monitoria. Para Natario (2001), isso é indispensável para que a monitoria ocorra de maneira a contribuir para a construção do conhecimento matemático. Acreditamos que esse seja um caminho para superar a subutilização da monitoria referida por Cavasotto e Viali (2011), desenvolvendo atividades que ultrapassem a simples resolução de exercícios, com a articulação das atividades de sala de aula com as da monitoria.

A amplitude da ação da monitoria na IES2 ultrapassa os limites da própria instituição, uma vez que os OA lá utilizados são disponibilizados no endereço eletrônico da própria monitoria. “No começo os objetos que a gente construía era só para serem trabalhados dentro do laboratório. Agora você encontra no site da monitoria” (PROFM2b). Assim, existe o acesso de forma gratuita para qualquer pessoa, sendo discente ou não da instituição, participante ou não da monitoria. A fala demonstra a preocupação com a Educação em si, tornando o acesso à informação ampliado e o vínculo institucional algo secundário. Acreditamos que a monitoria possa expandir sua atuação para a sociedade e contribuir para a construção do conhecimento para além dos limites da instituição.

Em síntese, percebemos que, na IES2, existe uma proposta que visa à autonomia dos estudantes, pois a monitoria está fundamentada em uma proposta que visa à construção do conhecimento matemático. Entretanto, ambos os entrevistados enfatizam que nem sempre os envolvidos estão dispostos a aderir ao tipo de proposta referida anteriormente. “A gente nota que o aluno é muito imediatista: às vezes eles chegam e eu recomendo um objeto de aprendizagem, e ele quer saber aquela dúvida, ‘eu quero isso aqui’ (PROFM2b). Essa postura é explanada por Cavasotto e Viali (2011), que expõem a subutilização da monitoria, vista como um último recurso para a solução de questões pontuais, sobretudo, em épocas próximas às avaliações. Isso também é exposto por Oliveira e Raad (2012), que enfatizam a cultura da transmissão de informações pertencente ao ensino de Cálculo.

O monitor também, em algumas oportunidades, parece não estar disposto a adquirir uma postura ativa, preferindo apenas resolver exercícios pontuais. “Muitos não se envolvem, preferem apenas tirar as dúvidas” (PROFM2a). Como referimos anteriormente, a simples resolução de exercícios, sem a problematização e o pensar sobre, tende a não desencadear o percurso pelos três Mundos da Matemática, atuando como o paliativo pontual referido por Oliveira e Raad (2012).

Acreditamos que a superação desse tipo de concepção é lenta e gradativa, porém possível. Envolve problematização e questionamento, no sentido de procurar desenvolver concepções em relação acerca da aprendizagem individual. Cury e Cassol (2004) enfatizam que o discente de Cálculo, normalmente não compreende aquilo que errou e, assim, adota uma postura de apenas receber informações. Partimos do princípio de que a análise de erros seja um caminho para que se torne possível alterar o ponto de vista do estudante, fazendo com que ele compreenda o que é recomendável que ele aprenda.

Entendemos que a resolução de exercícios pontuais na monitoria não contribui para a construção do conhecimento matemático, a partir da perspectiva de Tall (2004). Além disso, o uso de objetos de aprendizagem, sobretudo quando envolve criação e análise, pode se constituir em elementos passíveis de apresentarem múltiplas representações de um mesmo conceito e levar a uma ampliação da *imagem do conceito*. A identificação dos pontos de maiores dificuldades em relação ao conteúdo e o direcionamento para o OA específico podem atuar diretamente naquilo que o sujeito não conhece, produzindo maiores efeitos em relação ao percurso pelos Três Mundos da Matemática.

Em contraponto, também na IES2, encontramos os argumentos de Sousa Santos e Filho (2008), que sinalizam as reduções de investimentos das IES. Os relatos dos entrevistados mostram que a verba para a criação de OA, ponto mais significativo da ação, segundo nossos

entendimentos, está sendo reduzida, o que envolve diminuição de pessoal. PROFM2b fala sobre um programador que trabalhava na monitoria, dando suporte para a criação dos objetos: “aí tinha um rapaz que programava, ele fazia as animações, colocava aquilo de uma forma atrativa, dinâmica, só que o guri se formou, e não contrataram mais ninguém” (PROFM2b). A criação de OA que foi enfatizada em diversos momentos pelos entrevistados, atualmente, não está mais acontecendo em função de falta de contratação de mão de obra especializada.

PROFM2a também enfatiza que a demissão do profissional especializado em programação fez com que a criação dos OA não ocorresse mais. “Aquele tipo de coisa tá parada. Essa semana a gente teve uma reunião, pelo que a coordenadora falou, aquele repositório, não tão com intenção de colocar alguém no lugar. Querem que a gente procure em sites com materiais” (PROFM2a). A fala indica que os objetos não serão mais construídos na própria instituição e passarão a ser utilizados outros disponíveis na *web*. Consideramos que existem muitos materiais de qualidade disponíveis na rede mundial de computadores. Entretanto, entendemos que a criação *in loco*, além de desenvolver materiais voltados para as necessidades implícitas ao próprio contexto, promove uma maior mobilização da equipe, no sentido de planejar, discutir, testar e implementar. Consideramos que esse é um ponto em que ação desenvolvida na IES2 recuou em relação àquilo que eles próprios vinham fazendo.

Por último, enfatizamos que o uso de recursos tecnológicos digitais não é a única possibilidade para que ocorra o percurso pelos Três Mundos da Matemática, pois sua realização também é possível a partir de propostas similares, com materiais didáticos analógicos. O diferencial da monitoria realizada na IES2 não está necessariamente na tecnologia, mas sim na concepção pedagógica que permeia a ação.

### 6.2.3 Conceitos equivocados estabelecidos na *imagem de conceito*

No decorrer da investigação, alguns entrevistados indicaram equívocos na *imagem de conceito* e sinalizaram que isso ocasiona entraves em relação à aprendizagem. Esse aspecto pode ser considerado como uma subcategoria emergente. Mesmo sendo um desdobramento da categoria *a priori* “Presença dos Três Mundos da Matemática”, consideramos esse aspecto como algo que não foi previsto anteriormente, o que segundo Moraes e Galizzi (2007) configura-se em algo que emerge da própria análise.

A teoria nos indica que os equívocos estabelecidos na *imagem do conceito* ocorrem a partir de vivências realizadas com objetos do conhecimento, sem a mediação necessária para a consolidação do conceito de maneira adequada (VINNER, 1991). A generalização de uma

operação realizada em um contexto para o outro também é fonte de entraves nesse sentido. Por exemplo, a soma nos números naturais não ocorre da mesma forma que nos números racionais. Normalmente esse problema vincula-se à falta de definições formais, bem como à falta dos *já-encontrados* necessários para o avanço em relação à aprendizagem matemática.

Desse modo, entendemos que o não percurso pelos Três Mundos pode levar a compreensões incompletas, em que o sujeito conhece o algoritmo, mas não o contexto de sua aplicação. Por exemplo, o sujeito sabe que o Teorema de Pitágoras diz que a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa. Ele pode recitar o teorema, conhecer as operações envolvidas, mas não ter clareza de que isso é aplicável apenas em triângulos retângulos, ou mesmo não saber identificar um triângulo retângulo. O conceito foi memorizado, porém não lhe foi atribuído significado. Assim, uma experiência realizada com uma orientação equivocada, ou sem orientação, pode levar à corporificação de um conceito errado ou incompleto, de modo a atrapalhar a sequência da aprendizagem.

Nesse contexto, Giraldo, Carvalho e Tall (2003) argumentam que o uso de recursos tecnológicos digitais, quando ocorre sem uma perspectiva de problematização mediada pela ação docente, pode auxiliar na formação de uma *imagem de conceito* equivocada. Esse fato foi identificado na IES5. Nas palavras do entrevistado: “Por exemplo, nosso aluno de Cálculo, o nível de abstração dele é baixo, assim se eu plotar um gráfico de uma função quadrática e der o máximo de zoom ele vai achar que é uma reta” (PROM5a). O estrato indica um problema comum: existe o uso do recurso digital de uma forma instrumental, sem haver a criticidade necessária para o questionamento dos resultados obtidos.

Para Giraldo, Carvalho e Tall (2003), situações, como a relatada no último parágrafo, são exemplos em que o uso da tecnologia digital foi algo nocivo para a aprendizagem, pois criou uma imagem equivocada. Entretanto, não fazemos nossa crítica direcionada à tecnologia, mas às concepções de uso que as permeiam. Assim como relata Flores (2013), os recursos tecnológicos digitais podem se constituir em interfaces passíveis de potencializar a aprendizagem, no entanto é necessária uma prática pedagógica que acompanhe o seu uso, para que não haja apenas uma mudança de suporte: do analógico para o digital.

Há falta de associação entre o gráfico de uma função e o conceito, o que nos leva a considerar o problema no trânsito entre os Três Mundos da Matemática. Esse fato já foi amplamente discutido por Cury e Cassol (2004), cujo estudo demonstra que muitos discentes não conhecem o traçado de gráficos de funções e tampouco o relacionam com os conceitos envolvidos. Para alterar essa situação, elas consideram: “pensamos, assim, em mudar os quadros, ou seja, passar do geométrico para o algébrico, na abordagem do problema” (CURY;



CASSOL, 2004, p.34). Os seja, é necessária a articulação entre os aspectos algébricos e geométricos que estão implícitos ao percurso pelos Três Mundos da Matemática. Molon (2013) traça uma proposta nesse sentido, utilizando o *software* GeoGebra para explorar as múltiplas representações das funções.

Um estudante que corporifique a ideia equivocada de que o gráfico de uma função do segundo grau é uma reta pode encontrar muitos obstáculos em relação à aprendizagem de Cálculo, o que pode impactar, por exemplo, no cálculo de máximos e mínimos de funções, no domínio e na imagem, mas, sobretudo na análise do comportamento da função. Além disso, a ideia traz consigo os argumentos de Giraldo, Carvalho e Tall (2003), que consideram que poucas pessoas assumem a possibilidade de questionar algum recurso tecnológico digital e entendem que pode haver resultados incompletos, ou mesmo equivocados em função de limitações ou configurações dos *softwares*.

Entendemos que esse tipo de situação ocorre em função da falta de hábito do pensar sobre a realização dos exercícios, que normalmente ocorrem de forma mecânica, baseados em repetições e procedimentos. Soares e Sauer (2004) questionam esse modelo de aula, preconizando práticas que levem à adoção de uma postura crítica e questionadora. Nesse sentido, o computador torna-se apenas um suporte com a capacidade de processamento mais rápido, mas que acaba repetindo o mesmo problema de efetuar-se a ação sem reflexão. Segundo nosso entendimento, isso pode ser revertido a partir da prática docente problematizadora, da adoção do questionamento e da criticidade como práticas cotidianas de aula.

Nessa direção, PROF5 indica a necessidade de questionarem-se os resultados obtidos: “Ele tem que ter capacidade crítica de olhar a lei da função e dizer ‘alguma coisa tá errada. Como é uma reta, se é uma função quadrática?’ ”. A fala converge com os argumentos de Giraldo, Carvalho e Tall (2003), que preconizam a necessidade do questionamento e da problematização aliados às propostas que envolvem tecnologias digitais.

Concordamos com a fala do entrevistado no último parágrafo e entendemos que é indispensável esse tipo de questionamento. No entanto, enfatizamos que o sujeito somente será capaz de fazer essa crítica caso o conceito de função quadrática e as suas características geométricas estejam consolidados, pertencendo ao seu mundo conceitual corporificado. Em caso contrário, isso não será possível, ele não terá a capacidade de fazer o questionamento, o que reforça a importância da mediação do professor nesse processo. Assim, entendemos que seja necessário que professor leve o estudante a pensar sobre os conceitos envolvidos, revisitando aquilo que ele já aprendeu e pesquisando coisas que ele ainda não conhece, sem oferecer respostas ou procedimentos prontos. Esse movimento possibilita colocar em ação o

dinamismo existente entre os *já-encontrados* e os *a-encontrar*, favorecendo o percurso pelos Três Mundos da Matemática.

Outro exemplo similar também identificado na IES5 foi relatado por PROFM5: “Eu coloco para eles, por exemplo,  $\frac{5}{8} + 1$ , e o resultado que eles encontram é  $\frac{6}{9}$ ”. Essa situação retrata de maneira bastante similar o exemplo trazido no capítulo 3.1, em que consideramos que o sujeito tem um domínio conceitual em um contexto, o dos números inteiros, por exemplo, e generaliza o algoritmo para outras situações em que isso não se aplica. Segundo Tall (2004), isso ocorre, pois existe uma corporificação da operação, mas não do conceito, o que indica a necessidade da exploração do mundo formal axiomático. Nesse caso, se houvesse a corporificação de elementos relativos às propriedades da adição aplicadas ao conjunto dos números racionais, o problema possivelmente não seria observado.

PROFM5 indica que a monitoria se encarrega de questões como as referidas no último parágrafo, mesmo que não seja um conteúdo específico do Cálculo. “Na primeira vez que a gente discute, tem que parar e explicar todo o processo” (PROFM5). Não temos ciência se o professor-monitor estava se referindo ao conceito de processo segundo David Tall, ou se a fala se refere a demonstrar de forma mecânica o algoritmo da soma de frações. De qualquer forma, destacamos o fato de a monitoria desenvolvida na IES5 preocupar-se com os conteúdos pertencentes à Educação Básica. Entendemos que o indicado é a exploração das representações de frações, especialmente no sentido de envolver quantidades, para que exista a corporificação do conceito de fração.

Em síntese, entendemos que é comum a corporificação de conceitos equivocados, consolidados na imagem de conceito e, por consequência, presentes no mundo conceitual corporificado. Para o professor, não basta a compreensão de que o estudante tem uma ideia equivocada, ou seja, torna-se indispensável o planejamento e a execução de ações que articulem, álgebra, geometria e explorem as múltiplas representações de um conceito. Isso pode levar ao redimensionamento das imagens de conceito mal construídas e potencializar o sucesso do discente.

## 7. ANÁLISE DA SEGUNDA FASE DA PESQUISA

A Fase 2 desta pesquisa é um retorno ao campo de investigação, em que voltamos nossa atenção para o caso mais relacionado com a teoria considerada. Ou seja, constitui-se em um estudo mais específico, no qual buscamos os detalhes que possam ter passado despercebidos anteriormente.

A IES2 foi a escolhida, pois nos trouxe elementos de ambas as teorias consideradas. A análise da etapa anterior indicou a formação de grupos de estudos, trabalhos em equipe e relações sociais, aspectos convergentes com a teoria de Vygotsky (1998). Também foi identificado o uso de objetos de aprendizagem, com a perspectiva de exploração das distintas faces do objeto de conhecimento, aspecto relacionado com os pressupostos teóricos de Tall (1994; 2004; 2008;2013).

Em busca de compreensões referentes à monitoria em relação às teorias norteadoras deste trabalho, foram realizadas três visitas presenciais, nas quais conversamos com os sujeitos envolvidos, além de passarmos um tempo na IES 2. Essa proximidade favoreceu o olhar mais específico planejado para essa etapa, que procurou enfatizar os aspectos emergentes.

Antes de iniciarmos os movimentos analíticos, enfatizamos que percebemos mudanças no momento da visita da Fase 2 com relação à Fase 1. Encontramos na instituição uma outra equipe pedagógica atuando na monitoria, com outros professores responsáveis. C2 nos informou que PROFM2a e PROFM2b aposentaram-se e não atuam mais na IES2. Outros dois professores, denominados aqui por PROFM2c e PROFM2d são os responsáveis pela ação no momento das visitas para a constituição do *corpus* desta etapa da pesquisa. Essa mudança nos levou a redobramos nossas atenções, pois é possível o afloramento de novas concepções pedagógicas em relação à aprendizagem.

Nesse momento, a bola de neve (BOGDAN; BIKLEN, 1994) nos levou até os monitores, entrevistados de maneira presencial, cujas falas contribuíram de maneira significativa para o desencadeamento da pesquisa, e os quais são identificados no decorrer do texto como M2a e M2b.

O movimento analítico trouxe à tona três categorias, denominadas como: 7.1) Elementos da sociointeratividade. 7.2) Elementos da teoria dos três mundos da matemática. 7.3) Elementos convergentes entre as teorias. Cada uma delas conta com um argumento centralizador, sendo teses parciais que levam à constituição de uma tese maior, na visão de Moraes e Galiazzi (2007).

Na sequência, cada uma das categorias é detalhada em uma síntese entre a teoria, as falas dos entrevistados e as nossas compreensões emergentes da investigação.

### **7.1 Elementos da sociointeratividade**

Essa categoria é composta por elementos sinalizadores da presença da teoria do sociointeratividade no contexto da monitoria. Aqui centralizamos aspectos relacionados às possibilidades de aprendizagem, a partir do contato social com o outro, seja estudante, monitor ou professor. O argumento centralizador organizado propõe que a monitoria possibilite a relação social entre os estudantes, de modo que o monitor auxilie na mediação de situações que levem à aprendizagem.

Entendemos, a partir de Moreira (1999, 2010), a necessidade da bidirecionalidade dessa relação, ou seja, é conveniente o envolvimento de ambas as partes, problematizando, testando, conjecturando e pensando conjuntamente. Em caso contrário, seguirá em curso um modelo de ensino fundamentado na transmissão de informações, que, segundo a teoria considerada, (SOARES, SAUER, 2004; GRANDE, 2013; TALL, 2013; CABRAL, 2015) não é o suficiente para a promoção da aprendizagem de Cálculo.

Uma ideia significativa para compreendermos esta categoria é a mediação. É um conceito chave na teoria de Vygotsky, entendido como uma ação que está entre o sujeito e o objeto do conhecimento (OLIVEIRA, 2001). A palavra está relacionada de maneira muito estreita com a mediação, pois, a partir dela, é estabelecido o contato social com o outro, que pode ativar a ZDP e levar ao desenvolvimento de processos psicológicos superiores. Para Oliveira (2001, p. 64), “os procedimentos reguladores que ocorrem na escola – demonstração, assistência, fornecimento de pistas, instruções – são fundamentais para a promoção do ‘bom ensino’”. A partir de Vygotsky, a autora entende “bom ensino” como aquele que se antecipa ao desenvolvimento, e as práticas elencadas por ela podem levar a um percurso autônomo de aprendizagem.

De maneira análoga à fase anterior, nesta etapa da pesquisa, os aspectos sociointerativos evidenciaram-se de maneira especial no contexto da monitoria. Como um dos eixos teóricos estruturantes deste trabalho, acreditamos que esse ponto é um aspecto essencial para o sucesso das ações, fato destacado por distintos entrevistados.

Para organização e fluidez do texto, segmentamos a categoria em três subcategorias emergentes, denominadas como: “a procura pela monitoria e a sociointeratividade” e “a

interatividade e a aprendizagem”, além da síntese da categoria denominada “considerações sobre as ideias desta categoria”.

### 7.1.1 Procura pela monitoria e sociointeratividade

Esta subcategoria é emergente, uma vez que não havíamos previsto vinculações entre a procura pela monitoria e a sociointeratividade nas atividades da monitoria. Essa perspectiva compôs o argumento centralizador da categoria, descrito como: a frequência na monitoria de maneira assídua está vinculada à existência de movimentos sociointerativos nas ações.

É necessária a promoção de situações direcionadas ao desencadear de relações sociais entre os pares, que estejam perceptíveis aos estudantes. A partir da teoria de Vygotsky (1998), o monitor pode ser entendido como alguém mais versado no Cálculo, e o contato social com ele pode promover a ativação da ZDP e propiciar o amadurecimento de funções relacionadas à Matemática. Na hipótese dessa socialização não ocorrer, a monitoria não será procurada, ou será utilizada apenas como um paliativo pontual, por exemplo, apenas nas vésperas de provas. Esse uso reduzido tende a ocorrer com uma perspectiva voltada à transmissão de informações, o que, segundo nossos entendimentos, não se constitui em cenário ideal para a aprendizagem de Cálculo.

É desejável, para o estudante de Cálculo, a frequência na monitoria com uma participação ativa, no sentido de utilizar os espaços e os recursos para a realização de estudos, formação de grupos e estabelecimento de contato com os colegas. Essa perspectiva tende a promover o estímulo da ZDP a partir do contato com o outro, levando a possibilidades no desencadear do processo de aprendizagem.

Recomendamos que a monitoria se preocupe em atrair estudantes para participarem das atividades de maneira efetiva. A indagação sobre dúvidas específicas relacionadas a algoritmos e resolução de exercícios, especialmente nos momentos anteriores às avaliações, não entram nesse ínterim, sendo consideradas como visitas esporádicas, insuficientes para a ocorrência da aprendizagem. A postura desejável é a troca entre as partes, que coloca em curso as trocas simbólicas necessárias para o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores, de acordo com Vygotsky (1998).

Entendemos que trazer o sujeito até a monitoria é o ponto de partida para a realização de uma intervenção pedagógica passível de promover a construção do conhecimento. Essa preocupação está presente na IES2 e compõe parte significativa das verbalizações, sobretudo dos professores monitores, como veremos no desenrolar do texto.

Não é novidade o fato de os discentes de Cálculo procurarem pouco a monitoria ou fazerem apenas uma visita esporádica. A tônica normalmente é a procura por resolução de exercícios ou de atividades, com uma concepção de ensino fundamentada na transmissão de informações, ou seja, espera-se que o monitor faça aquilo que o estudante não conseguiu fazer, sem o estabelecimento de uma socialização entre as partes. Esse fato é relatado por alguns autores, dentre eles, Cavasotto e Viali (2011) Natario (2011) e Flores, Lima e Fontella (2017), e parece ter sido compreendido por nós, conforme veremos nos parágrafos a seguir

Destacamos o fato de, na IES2, existir um controle em relação à frequência, uma vez que é realizado um mapeamento da presença, do professor da disciplina, das dúvidas e do tempo de atendimento. Para isso, é utilizado um aplicativo, que funciona como uma espécie de “chamada”, com o preenchimento de dados relativos ao estudante e ao professor. A seguir, trazemos um quadro com verbalizações nesse sentido:

Quadro 8 – Referências ao controle de presença

<p>“Usam o celular ou tablete e fazem o registro, que a gente fez uma planilha de aplicativo, no <i>Google</i> formulários que eles vão preenchendo, que a gente vai tendo instantaneamente o número de atendimentos diários, o tipo de dificuldades que ele, de qual turma que tão vindo” (PROFM2c).</p>
<p>“A gente mapeia o professor, a disciplina e se o atendimento foi rápido ou longo. Isso gera as estatísticas, a gente sempre fez no papel, mas era menos ágil” (PROFM2d).</p>
<p>“A gente tem um aplicativo no <i>Google docs</i>, que cada vez a gente cadastra os alunos com as dificuldades deles, professor, matrícula, dificuldades, disciplina, e quem atendeu, se o atendimento é rápido, é médio ou é longo” (M2b).</p>
<p>“A gente está com o <i>Google docs</i>, que a gente faz uma análise dos horários de atendimento, a gente vê, nesse horário, vem mais gente” (M2a).</p>

Fonte: *Corpus* de pesquisa.

Percebemos ser parcela do trabalho do monitor mapear algumas condições dos discentes que chegam à monitoria, com o fim de um futuro uso dos dados para o traçar de ações. Nome do discente, tempo de permanência, nome do professor da disciplina e as dificuldades apresentadas, além do nome do próprio monitor, são os elementos mais a significativos a serem destacados nesse controle.

Possuir informações relacionadas à frequência é algo considerável no sentido de a equipe pedagógica possuir um panorama da assiduidade, podendo assim traçar ações para angariar mais participantes. Conhecer o professor da disciplina também é expressivo, no sentido de traçar-se uma ação paralela entre monitoria e sala de aula. Assim, é possível manter um diálogo com o docente, procurando compreender os rumos da aula, as maiores dificuldades apresentadas a fim de buscar um alinhamento teórico.

A interlocução entre sala de aula e monitoria é benéfica para ambas as ações: enquanto na monitoria podem ser tocados os pontos frágeis da aula, as observações oriundas da monitoria podem servir como guia para o repensar das estratégias do professor. O trabalho sincronizado entre as duas partes trará resultados mais específicos em relação ao desenvolvimento dos processos de ensino e de aprendizagem. O conhecimento do professor da disciplina do estudante é um ponto de partida para um futuro trabalho sincronizado.

É oportuno o envolvimento do monitor nesse processo de interlocução com o professor da disciplina. Assim, ele estabelecerá uma relação com alguém mais experiente em relação ao Cálculo, também recebendo estímulos em sua ZDP. Desse modo, é possível a ampliação do processo de construção de conhecimento do monitor, a partir dos movimentos de socializações realizados com o docente. Portanto, faz-se acertada a prática de realizar-se uma identificação inicial dos estudantes que chegam à monitoria.

Segundo nossos entendimentos, um dos aspectos mais expressivos desse mapeamento é o reconhecimento das dificuldades apresentadas. Identificar os pontos mais frágeis em relação aos conceitos de Cálculo viabiliza a possibilidade de traçar-se um plano de ação individual para cada estudante. A teoria considerada neste trabalho recomenda a mediação de situações direcionadas à discussão, à problematização e ao fomento do pensar conjunto. Nesse processo, pode haver nível de diálogo entre estudantes e monitor, de modo a proporcionar as trocas simbólicas necessárias para a ocorrência da aprendizagem.

A circunstância entendida como ideal para a identificação das dificuldades é a aplicação de uma avaliação, a partir da qual sejam identificados os pontos nos quais o estudante precisa avançar para ter sucesso em relação à aprendizagem de Cálculo. Essa sugestão foi dada por Müller (2015). Apenas o relato do estudante ou do monitor pode ser útil, mas uma avaliação trará elementos que não são perceptíveis apenas nas verbalizações.

Em contraponto, enfatizamos que melhores resultados são obtidos quando essa avaliação for indireta, sem a configuração de uma “prova”, em que o estudante não se sinta

pressionado ou coagido. O formato de avaliação “tradicional<sup>36</sup>” tende a afastar os participantes da monitoria, pois, ao se sentirem avaliados, é provável que não se sintam confortáveis com a situação. Também é possível que ele evoque à mente os exames que ele já prestou em sala de aula, e que não foram bem-sucedidas, aumentando as chances de fazer com que o sujeito não retorne à monitoria.

Preconizamos o diagnóstico indireto, com o uso de um *game* ou de um objeto de aprendizagem, por exemplo, com os conteúdos básicos de Cálculo como pano de fundo. O participante interage com a interface digital sem se sentir necessariamente avaliado, demonstrando as reconstruções presentes no seu nível de desenvolvimento real. A partir disso, é feito um plano de ação, no qual visualizamos os aspectos necessários para a aprendizagem de Cálculo, passíveis de amadurecimento a partir do contato com o outro.

A relevância de mapearmos os conhecimentos prévios vai ao encontro dos argumentos de Cury e Cassol (2004) e Cury (2007), que alertam para o fato de o estudante geralmente não ter ciência dos conteúdos por ele desconhecidos. Isso inviabiliza a possibilidade de ele traçar um plano de estudos individuais, contemplando as suas necessidades. Nesse contexto, é apropriada a realização de uma identificação dessas fragilidades, para a realização de um futuro estudo em companhia do monitor, entendido como alguém mais experiente no Cálculo. A sociabilidade entre eles pode levar ao preenchimento das lacunas conceituais anteriormente identificadas.

Uma ilustração para a situação acima pode ser feita com o conteúdo limites. As dificuldades nesse tema são comuns e relatadas por Soares e Cury (2017) e outros autores, que enfatizam a necessidade de pensarmos sobre o seu ensino. Por exemplo, um estudante chegou à monitoria e acredita que suas dúvidas são específicas em relação aos limites, mas ele não sabe fatorar ou dividir polinômios e não percebe isso. Um diagnóstico prévio pode identificar essas incompreensões para, a partir de então, o monitor conseguir direcionar o seu trabalho, mediando situações voltadas a esses conteúdos. Assim, o trabalho será mais detalhado, pois não visará apenas ao questionamento pontual, mas a suprir as necessidades conceituais identificadas, formando, assim, uma base de fundamentos matemáticos.

Os argumentos do último parágrafo nos remetem à necessidade de momentos mediados, que desencadeiem a sociabilidade entre os envolvidos. É possível que o monitor não tenha plenas condições de propor atividades nesse sentido, pois ele também é um estudante, sem a base pedagógica suficiente para tal. Para isso, é pertinente o apoio de uma equipe pedagógica,

---

<sup>36</sup> A expressão tradicional, aqui, faz referência a modelos de avaliações fundamentados na repetição e na padronização, em que, normalmente, o estudante precisa decorar e reproduzir informações de maneira excessiva.



que preste auxílio nesse processo e socialize com o monitor e com os demais estudantes. A tríade de relações sociais, professor, monitor e estudante, favorecerá a constituição da monitoria enquanto um espaço de estudo e aprendizagem, por ampliar o nível de trocas simbólicas entre os envolvidos.

O aumento na sociabilidade potencializa as chances de aprendizagem, pois ativa, nos sujeitos, zonas cerebrais que não seriam estimuladas de outra forma. As entrevistas realizadas trouxeram indícios de que o estudante tem interesse na socialização, logo aumenta a sua frequência na monitoria quando identifica isso. Esse pode ser um ponto fundamental para o aperfeiçoamento da ação, aumentando o seu alcance e o número de envolvidos.

Na IES2, apesar de muitos discentes comparecerem, a equipe responsável deseja aumentar a participação. Entendemos o aumento de participantes como um fator capaz de proporcionar a formação de maiores redes de relacionamentos, favorecendo a sociabilidade e a formação de grupos de estudos. Essa relação pode levar à aprendizagem, desde que coloque em curso as operações intelectuais relacionadas ao pensamento matemático, como, por exemplo, definições, operações lógicas e de quantificação.

Assim, uma participação ampla dos estudantes pode se constituir em um fator relevante à aprendizagem. Falando sobre esse assunto, PROFM2c considera: “duzentos e quarenta atendimentos em um mês e meio. Isso que foi registrado, eventualmente acontece que existem atendimentos mais pontuais e rápidos que o bolsista não chega a registrar. (...) Mas, considerando a dimensão da instituição, poderíamos atender muito mais” (PROFM2c). Como o foco deste trabalho não está no número de atendimentos, não iremos avaliar se a quantia referida pelo entrevistado é algo expressivo ou não. O fato a ser pontuado é o entendimento da equipe de ainda ser possível o alcance de um número maior de estudantes, ou seja, o potencial da monitoria não está sendo utilizado na íntegra.

Em busca de angariar mais discentes para participar das atividades desenvolvidas pela monitoria, a IES2 solicita a divulgação em sala de aula pelos professores. Na visão dos professores monitores, isso nem sempre é suficiente para atrair alguém. Segundo PROFM2d: “de uma maneira geral, eles não vêm quando o professor diz para vim, então, de um modo geral, precisa alguém vim e comentar com eles: ‘eu fui lá, vem estudar junto’. É quase um boca a boca”. O entrevistado ainda complementa: “aparentemente só o professor falar que tem não é o suficiente” (PROFM2d).

As falas acima nos trazem a perspectiva de que o professor não tem tanto poder de convencimento quanto um colega que dê um depoimento positivo. Quando um colega participa e indica elementos positivos, a confiança aumenta, potencializando as chances de participação,

pois existe uma maior identificação entre as partes e relações sociais menos tensas quando comparadas à professor-aluno.

Percebemos a existência de uma tendência espontânea para o estudo a partir de redes de relacionamentos com os colegas. Isso nos remete ao conceito de sociabilidade primária de Vygotsky (1998), ou seja, o ser humano apresenta uma predisposição natural para a convivência social. Quando um colega convida outro para estudar, conjuntamente com o monitor, existe um aumento na participação, pois são ativadas estruturas cerebrais que reagem às funções sociais (IVIC, 2010).

A sociabilidade primária, segundo Ivic (2010), conduz o indivíduo para o estabelecimento de laços sociais, o que é perceptível no contexto da monitoria. Logo, é recomendável e necessário o aproveitamento dessa tendência natural, empregando-a para promover uma maior participação na monitoria.

O vínculo entre participação e socialização é percebido na IES 2, conforme relatado por PROFM2d: “e aí eu acho que entra essa questão também do boca a boca, do colega dizer ‘eu fui lá, os monitores são gente boa’ aí a pessoa vai. Só sabendo que tem uma estrutura a disposição não é o suficiente. É isso que a gente tem notado” (PROFM2d). A fala denota a necessidade da vinculação social entre os estudantes e o monitor, sendo algo necessário e esperado pelos discentes, o que nos remete novamente à sociabilidade como algo inerente ao próprio ser humano (IVIC, 2010).

Analisando a verbalização de PROFM2d acima, entendemos a expressão “os monitores são gente boa” como um sinal da vontade pelo estabelecimento de um laço social. A partir da teoria considerada, podemos fazer uma releitura como “com eles, eu consigo interagir” ou “com eles, eu consigo conversar”. Essa perspectiva é trazida de maneira similar em outras falas como: “O que a gente percebe nos alunos é que eles querem criar vínculo, querem conversar, e o monitor tem que ser legal, entendeu, se não eles já não voltam, ou seja, uma baixa persistência né” (PROFM2d). Tendência similar é apontada em: “Se o monitor for um guri um pouquinho mais sério, menos desinibido, mais tímido, ele já não se sente à vontade, e os alunos têm muito disso” (PROFM2d).

As falas dos últimos parágrafos nos trazem a percepção de que os estudantes sentem a necessidade de realizarem trocas sociais e de estabelecer vinculações com o monitor. Para Ivic (2010), isso é natural e fruto de um processo histórico e cultural, inerente ao ser humano. Pensar a partir desses elementos e da aprendizagem na perspectiva de Vygotsky (1998) nos leva a considerar a necessidade do desenvolvimento de situações nas quais o monitor entre em contato

social com os estudantes, mediando situações direcionadas a pensar nos conceitos referentes à Matemática.

No entanto, destacamos a necessidade da bidirecionalidade dos movimentos sociais, com o envolvimento de ambas as partes, manifestando o interesse em aprender (MOREIRA, 2010). Assim, o simples contato social não é condição suficiente para a promoção da aprendizagem, pressupondo uma relação mediada, bidirecional que tenha, como pano de fundo, os conceitos a serem amadurecidos. Definições, procedimentos matemáticos e aplicações podem fazer parte desse cenário para propiciar o pensar sobre o Cálculo.

Nesse ponto, podemos levar em conta duas ideias: existe uma predisposição nos estudantes para socializar, e o monitor é incumbido de mediar situações capazes de desencadear a sociabilidade. A convergência desses aspectos nos permite entender ser recomendável que o monitor crie um laço social o quanto antes, já no momento da divulgação. Assim, dentre as incumbências, estaria a difusão da monitoria, a partir de conversas com os colegas para explicar o seu funcionamento e as atividades desenvolvidas.

A divulgação pelo monitor leva à percepção da existência de uma relação entre estudantes no contexto da monitoria, promovendo uma aproximação inicial. Quando alguém é convidado por um colega e percebe a proximidade, além de um menor nível de cobrança ou avaliação, as tensões diminuem, e as chances de participação aumentam. Essa ideia foi identificada nas falas dos entrevistados, conforme lemos anteriormente.

Entendemos que o cenário ideal é o monitor, com a autorização e o conhecimento prévio do professor, ir a cada sala de aula de Cálculo, explicando o funcionamento da monitoria, o local no qual as atividades ocorrem, os horários, etc. Isso aumenta as chances de promover a aproximação entre a turma e o monitor, pois a organização é exposta a partir de alguém com a mesma condição, que partilha das mesmas dificuldades e incertezas, o que possibilita que se aprenda conjuntamente.

Uma divulgação direta e eficiente na sala reduz as chances da não participação em função do desconhecimento. O monitor levanta essa questão: “como a gente atinge Cálculo 1 e 2, o pessoal do Cálculo 1 não sabe muito que existe o laboratório<sup>37</sup>” (M2b). A análise da fala nos leva a considerar a necessidade de apresentar-se e esclarecer-se, para os discentes, a organização, o funcionamento e o escopo da monitoria. O monitor pode ter um papel fundamental nesse processo, divulgando a ação e, ao mesmo tempo, aproximando-se dos futuros participantes.

---

<sup>37</sup> A expressão “laboratório” é utilizada pelo entrevistado como sinônimo de monitoria.

Apesar de, durante o processo analítico, ter se mostrado evidente que a não criação de laços sociais aumenta a não participação, parte da equipe pedagógica não percebe isso com total clareza. PROFM2d fala sobre a observação de: “uma persistência muito pequena, porque na verdade, assim, ele é como um professor, ele tá ali para te ajudar, então não deveria importar ele ser mais ou menos simpático ou desinibido, por que na verdade se ele respondeu a tua dúvida, parece que tem essa parte social que influencia muito” (PROFM2d).

Podemos indicar alguns equívocos na fala acima. Primeiramente, o monitor não é um professor, e nem deve ser encarado dessa forma segundo Dias (2007). Ele também é um estudante, porém já cursou a disciplina, e isso o constitui como um sujeito conhecedor do conteúdo e ciente das dificuldades e necessidades inerentes ao processo. Ele pode ser considerado alguém mais experiente no Cálculo, que, a partir do contato social e da mediação de situações, pode promover a ativação de zonas cerebrais e oportunizar a aprendizagem. Assim, é relevante que ele possua competências não apenas quanto ao conteúdo, mas também quanto à ordem social, e seja amparado pela equipe responsável nesse ínterim.

A fala de PROFM2d referida acima indica uma concepção de ensino focada na explicação, com ênfase na oralidade, o que nos remete à transmissão de informações. Segundo Vygotsky (1998), a exposição não é condição suficiente para a promoção da aprendizagem, é necessária a reconstrução interna de elementos externos a partir da ação com o outro.

Percebemos o equívoco na exposição de PROFM2d, quando comparamos com o próprio *corpus* de pesquisa, no qual obtemos sinais da predisposição dos estudantes em estabelecerem algum laço social na monitoria, entendendo a explicação como algo secundário. Sugerimos a adoção, por parte do monitor, de uma postura mediadora, que leve à problematização e ao questionamento referente aos conceitos de Cálculo. Nesse contexto, não haverá o fornecimento de uma resposta pronta, mas um diálogo direcionado ao fomento do pensamento matemático.

A análise da fala de PROFM2d descrita anteriormente ainda nos leva a considerar a relevância de a equipe responsável pela monitoria estar em movimento de constante reflexão e de redimensionamento das práticas. Nesse processo, quando forem identificados pontos frágeis, como a não participação, por exemplo, recomendamos o encaminhamento do olhar não apenas para a estrutura, mas para as concepções pedagógicas subjacentes às ações, sendo oportuno o incremento dos princípios de Vygotsky (1998).

O emprego dos pressupostos Vygotskianos estimulará a sociabilidade entre os sujeitos envolvidos. A análise do *corpus* de pesquisa nos trouxe sinais de que, quando o estudante percebe a ausência de relações sociais, ele tende a não comparecer à monitoria, ou ainda apenas

a frequente para tirar uma dúvida pontual, sem que haja impactos na sua construção do conhecimento.

Vincularmos a participação à percepção da existência de relações sociais nos leva a enfatizar a pertinência da divulgação da monitoria pelo monitor na sala de aula. Assim, a sociabilidade pode ser estimulada desde um primeiro momento, aproximando as partes e fortalecendo uma futura ligação.

Nesse cenário, o monitor será um agente ativo, com a incumbência de fomentar situações direcionadas à socialização. Assim, é de responsabilidade da instituição oferecer constantes capacitações para o monitor, não apenas voltadas aos conteúdos, mas ao desenvolvimento dos processos de ensino e aprendizagem, em que sejam visualizados os elementos teóricos de Vygotsky (1998).

A formação para o monitor se constitui em um elemento significativo para que ele tenha condições de mediar situações voltadas à aprendizagem. Aliado a isso, é significativo o apoio da equipe pedagógica, auxiliando e monitorando a sua ação, com o fim de corrigir rumos, problematizar situações e questionar, levando-o a pensar no processo de aprendizagem.

O movimento formativo e o pensamento sobre os processos de ensino e aprendizagem são válidos tanto para discentes de Licenciaturas quanto de Engenharias. Os futuros professores terão uma vivência docente ao longo do curso, articulando teoria e prática. Já os futuros engenheiros entrarão em contato com a docência, quiçá interessando-se por uma futura carreira enquanto professor. Essa perspectiva é enfatizada por Flores, Lima e Müller (2017), que reconhecem a importância da monitoria para a formação do professor do Ensino Superior.

Como último argumento, enfatizamos que o passo inicial para o sucesso na monitoria em relação ao desenvolvimento do processo de aprendizagem é trazer o estudante até ela. Isso não é simples e se constitui em um problema em distintas IES, conforme vimos na análise da Fase 1. Essa captação de discentes está vinculada a distintos elementos, como a divulgação, a formação do monitor, o estabelecimento de redes sociais entre os envolvidos, dentre outros.

Em síntese, entendemos que o aumento do número de estudantes participantes da monitoria está vinculado à percepção de sociabilidade entre os envolvidos, em acordo com as proposições teóricas de Vygotsky (1998). É indicada a postura ativa do monitor nesse processo, auxiliando na divulgação e na realização de situações direcionadas ao fomento do contato social entre os pares.

### 7.1.2 Interatividade e aprendizagem

Nesta subcategoria emergente, centralizamos elementos relativos ao desenvolvimento do processo de aprendizagem vinculado à relação social entre os sujeitos envolvidos na monitoria. O argumento centralizador dessa categoria é: o espaço da monitoria, ao ser permeado por uma forte interação entre estudantes e monitores, oferece condições propícias para que a aprendizagem se realize.

Como já dissemos anteriormente, é desejável um nível de bidirecionalidade na relação social, pressupondo o envolvimento de ambas as partes, em movimentos de questionamento e problematização em relação aos conceitos de Cálculo. Essa relação é passível de ativar a ZDP, levando o potencial embrionário para aprender do sujeito a se desenvolver a partir da relação com o outro.

O estímulo ao estabelecimento da sociabilidade está relacionado à consolidação da monitoria enquanto um local de estudo, que incentive o hábito de estudar com uma frequência regular, visando à construção do conhecimento e não servindo apenas para equacionar dúvidas pontuais. O monitor pode tornar-se um parceiro de estudos, alguém mais versado em Cálculo e auxiliar a pensar sobre os conceitos envolvidos, sugerindo materiais e dando dicas de pesquisa.

Ilustrando os argumentos acima, trazemos uma fala de M2a: “ela fica umas 5 horas aqui dentro. Nessas 5 horas, ela vem, te pergunta uma coisa, outra, essas pessoas ficam estudando aqui dentro e, quando surgem dúvidas, elas vêm conversar. Essas pessoas são as que têm o melhor desempenho geralmente”. A verbalização descreve um sujeito que vem à monitoria, permanecendo por um longo tempo dentro dela, e, no decorrer desse tempo, busca equacionar suas incertezas, estuda, conversa com os colegas, ou seja, tem uma vivência social dentro do espaço fornecido pela instituição. Essa vivência é um fator decisivo para a aprendizagem a partir da teoria de Vygotsky (1998): o contato com o outro pode levar ao desenvolvimento dos processos mentais superiores. Assim, entendemos ser pertinente a proposição de atividades em grupos, pautadas, por exemplo, pela resolução de problemas, que levem os envolvidos a interagir, a trocar ideias e a compartilhar signos.

Entretanto, destacamos que a permanência no ambiente da monitoria não é condição suficiente para a ocorrência da aprendizagem, é necessário o envolvimento do sujeito nas atividades propostas. Segundo a teoria considerada, a aprendizagem está relacionada com a postura ativa, que possibilite a “ideia de reconstrução, de reelaboração por parte do indivíduo, dos significados que lhe são transmitidos pelo grupo cultural” (OLIVEIRA, 2001, p. 65). Isso pressupõe abandonar a ideia da monitoria entendida como um local para a simples realização de exercícios e fomentar uma concepção de espaço para a construção do pensamento matemático a partir das relações estabelecidas entre colegas.

A ideia de socializar, pesquisar e estudar está relacionada à permanência na monitoria. O *corpus* de pesquisa trouxe indícios de limitadores dessa perspectiva, destacando-se o fato de muitos discentes dividirem suas atividades entre trabalho e estudo. Disso, emerge a necessidade da realização das ações em horários diversificados e alternativos, a fim de possibilitar a frequência e a permanência desses estudantes.

Em contraponto, Cavasotto e Viali (2011) enfatizam que, mesmo com uma diversidade de horários, a infrequência ainda é um fator preocupante, vinculado à falta do hábito de estudos fora da sala de aula. Esse entendimento nos leva a considerar a necessidade da construção de uma cultura de estudo, na qual a monitoria seja visualizada como um local destinado à construção do conhecimento, sendo permeada pelos elementos teóricos de Vygotsky (1998).

A construção e a consolidação da monitoria enquanto espaço de estudos estão relacionadas a diversos fatores, de ordem física, cultural e pedagógica. A análise do *corpus* nos permitiu compreender alguns desses elementos, expostos na sequência.

Primeiramente, entendemos ser necessária uma estrutura física adequada, permitindo a permanência pelo tempo necessário para que a socialização, o estudo e a pesquisa se efetivem. Esse aspecto foi enfatizado pelos entrevistados, cujas falas mais significativas estão no quadro que segue, e as ideias são discutidas na sequência:

Quadro 9 – Falas sobre a estrutura física

<p>“Os alunos que chegam a conhecer o laboratório, eles observam que tem um espaço para estudo, um espaço agradável para estudar. Então se tu for ver eles nas mesas sentados agora, nem todos estão demandando dúvidas” (PROFM2c).</p>
<p>“Então ter esse local de estudo também é algo interessante. Nesse sentido a IES2 está em processo de mudança. E uma série de questões que estão sendo discutidas e vão sendo implementadas, que vão nessa direção, de ter um espaço maior para os alunos” (PROFM2c).</p>
<p>“ (...) que não tenha tantos ruídos, não é talvez, por mais que o saguão da engenharia seja um espaço que tem um monte de mesas e que seja legal, mas sempre tem gente passando, conversando, tem ruídos, então tu não consegues te concentrar a pleno, vamos chamar assim” (PROFM2c).</p>
<p>“(.) sala de estudo para os alunos estudar, e que tenha espaços mais diversificados, com uma condição assim, de silêncio, com uma condição de um espaço agradável para eles, então tá sendo pensando nessa direção” (PROFM2d).</p>

“ (...) e a gente tá vendo como a estrutura vai se acomodar de acordo com as necessidades e aí a gente tá fazendo reuniões, vendo o que pode melhorar” (PROFM2d).

Fonte: *Corpus* de pesquisa

A constituição de um ambiente agradável para estudar é um ponto fundamental para a monitoria. Entendemos “agradável” como climatizado, com espaços adequados para transitar-se, com acesso aos computadores conectados à internet, com material para consulta, etc. Também envolve aspectos mais subjetivos, relacionados ao “sentir-se bem”. Isso aumenta as chances de permanência do discente por um tempo prolongado nesse espaço e potencializa as chances de socialização com os colegas, trocando ideias e, por que não dizer, aprendendo e ensinando. Esse tipo de ambiente não garante, mas favorece a interação que pode levar à aprendizagem.

A interação é entendida como “o veículo fundamental para a transmissão dinâmica (de inter para intrapessoal) do conhecimento social, histórica e culturalmente construído” (MOREIRA, 2010, p. 112). Isso está vinculado às trocas de signos entre sujeitos em contato social, envolvendo reciprocidade no sentido de ambas as partes estarem envolvidas, mesmo que em um nível diferente (MOREIRA, 2010).

A IES2 entende a relevância do espaço físico na monitoria como a constituição de um espaço de estudos, e, apesar de, segundo nossas observações, a estrutura ser apropriada, ainda está em curso um processo de melhora. Existe uma preocupação especial com a questão do ruído, e estão sendo buscadas alternativas para minimizar esse problema. Os barulhos externos são entendidos como fatores capazes de roubar a concentração, diminuindo as chances de estudo e pesquisa. Esse ponto é significativo, o local no qual monitoria será instalada. É desejável um local menos propenso a ruídos, com acesso facilitado, conhecido pelos estudantes.

Compreendemos que a estrutura física por si só não oferece qualquer garantia para a aprendizagem de Cálculo no contexto da monitoria. No entanto, é um fator inicial, de modo que é oportuna a sua consideração para potencializar as possibilidades oferecidas, e formar o “ambiente de estudo”. A criação desse tipo de ambiente não depende apenas da estrutura física, mas das concepções pedagógicas subjacentes às ações desenvolvidas. Entendemos que, quando os pressupostos teóricos de Vygotsky (1998) permeiam as atividades, são aumentadas as chances de aprendizagem.

Pensar a monitoria partir de uma dimensão social nos leva a assumir a formação de grupos de estudos como algo expressivo nesse contexto. Essa dimensão foi identificada na



IES2, como podemos observar na fala PROFM2c: “eles vêm ali estudar 2 ou 3, estão em grupos de 2 ou 3 alunos, vêm discutir algum assunto”. Essas ideias também são compartilhadas por PROFM2d: “(...) formam-se grupos de estudos também. Essa coisa de estimular eles de estudarem extraclasse”.

É oportuna a formação de grupos de estudos na monitoria, uma vez que o trabalho coletivo orientado pelo monitor oferece oportunidades para o desencadear de uma cadeia comunicativa na qual estão envolvidas trocas simbólicas passíveis de ativarem a ZDP. O contato com alguém mais experiente na tarefa, no caso um monitor ou mesmo um colega mais adiantado, é um fator relevante no sentido de promover o andamento, ou seja, oferecer um suporte para o colega. Esse apoio levará a uma futura realização autônoma, com a retirada do andaime referido por Wood, Bruner e Ross (1976).

O estudo realizado em grupos orientados pode se constituir em um fator relevante para a aprendizagem. Cury e Cassol (2004) indicam que os estudantes de Cálculo não sabem exatamente como estudar e desconhecem as suas limitações. O comparecimento na monitoria pode minimizar esse problema, a partir de interações em equipes de estudo orientadas pelo monitor, pautadas pela discussão, problematização, representação de conceitos, resolução de exercícios, com o fomento à compreensão dos algoritmos e aos *proceitos* envolvidos.

Pesquisas, como as de Soares e Sauer (2004) e de Cabral (2015), sinalizam que os pressupostos do último parágrafo nem sempre ocorrem na sala de aula, o que traz a perspectiva da monitoria como um espaço privilegiado para o desenvolvimento do pensamento matemático. Os grupos também podem ser usados para discutir e problematizar os aspectos formais inerentes à disciplina, que, por fatores pedagógicos ou epistemológicos, muitas vezes, não são abordados de maneira suficiente nas aulas.

A prática de estudos em grupos liga-se intimamente com os conceitos da teoria de Vygotsky (1998), pois a experiência com os colegas e com o monitor proporcionará um desenvolvimento maior do nível potencial do sujeito, quando comparado ao que ele atingiria sozinho. Assim, o monitor é um agente ativo no processo de ensino, com a incumbência de mediar situações direcionadas à ativação da ZDP.

Mais uma vez, destacamos que o acerto nas práticas de ensino do monitor está associado ao seu envolvimento em constantes movimentos de formação, nos quais sejam pensados aspectos didáticos e pedagógicos. Cabe à instituição oferecer essa formação e promover a percepção da atuação do monitor para além do fornecimento de respostas para dúvidas pontuais, abarcando a esfera de questionar, problematizar e promover debates, práticas mais relacionadas à teoria de Vygotsky (1998).

A ação do monitor nesse sentido aumenta as chances de redimensionar as concepções dos estudantes em relação à monitoria, que, segundo os entrevistados, ainda a visualizam como um local de resolução de exercícios. Observemos a verbalização de M2b: “ah não, *perai*, tu não pode fazer para mim” (...) “e o monitor diz: ‘não, tu vai fazer sozinho, com a minha ajuda, eu vou te dar dicas, e a gente vai pensar juntos’”. Na conversa relatada, percebemos a intensão na realização do exercício e a percepção do monitor em não o realizar, mas em promover um pensamento conjunto. Evidencia-se, na fala, o auxílio de alguém mais experiente, capaz de promover a atuação de zonas cerebrais relacionadas à socialização oportunizar a ocorrência da aprendizagem.

Relato similar é trazido por M2a, quando expõe um diálogo que ele tem comumente com estudantes frequentadores da monitoria: “entendeu, a gente não é aquele cara que vai fazer para ti, a gente vai te ajudar a trabalhar contigo para melhorar a tua aprendizagem”. Aqui também identificamos a dimensão do trabalho conjunto, que ultrapassa a dimensão da transmissão de informações e adentra na esfera de sociabilidade para a ocorrência da aprendizagem.

As verbalizações referidas nos últimos parágrafos, bem como outras falas dos entrevistados, indicam a permanência da cultura de subutilização da monitoria, com a visualização do monitor como alguém que irá resolver exercícios ou as tarefas propostas em aula. Gradativamente, na IES2, essa perspectiva tem sido redimensionada, com a ideia do trabalho coletivo, pois existe um auxílio que irá proporcionar o pensar sobre determinados conceitos. Assim, o monitor pode oferecer um suporte, ou andaime (WOOD; BRUNER; ROSS, 1976), o qual será posteriormente retirado, levando o estudante ao pensamento autônomo.

Isso é conquistado a partir da formação e da orientação do monitor. No decorrer das ações, o monitor irá passar essas concepções aos seus colegas, levando-os a entender que o caminho para a aprendizagem, apesar de ocorrer em contato com o próximo, é autônomo.

Considerando que, para Vygotsky (1998), a interação social é o meio fundamental para a reconstrução interna de conceitos, é essencial que o monitor seja capaz de colocar em curso tais movimentos. Se isso não ocorrer, não haverá participação na monitoria, pois a aula expositiva, conforme o indicado por autores já referidos, não é o suficiente para a promoção da aprendizagem de Cálculo.

### 7.1.3 Considerações sobre ideias centrais da categoria

Nesta categoria, conseguimos atingir parte significativa dos objetivos específicos propostos nesta investigação, de maneira especial o objetivo número 2, e parcialmente os números 3 e 4.

Em relação ao objetivo número 2, descrito como “Identificar, nas monitorias de Cálculo, como estão sendo criadas condições para o desencadeamento de relações sociais entre os pares”, percebemos o interesse dos estudantes no estabelecimento de relações sociais, evidenciando a sociabilidade primária referida por Vygotsky (1998). A esse aspecto, está vinculada a participação mais assídua e voltada à aprendizagem na monitoria.

O aproveitamento desse potencial é acertado, pois o monitor é um sujeito mais experiente em determinada tarefa relacionada à matemática e pode prestar auxílio àqueles que ainda não alcançaram esse estágio. Posteriormente, quando as funções estiverem amadurecidas, essa ajuda será dispensada, e os conceitos serão estabelecidos no Nível de Desenvolvimento Real.

Considerando o fato de os próprios estudantes almejarem o contato social no contexto da monitoria, é apropriado que seja parte das atividades do monitor a divulgação, desenvolvendo traços de sociabilidade desde um momento inicial. É significativo, já nesse contato, o estabelecimento de uma interlocução, esclarecendo os pressupostos da ação, bem como sua organização e seu funcionamento, de modo que as ausências em função do desconhecimento sejam minimizadas.

Outro ponto a ser destacado é a relevância do espaço físico para a ocorrência da aprendizagem. Mesmo não sendo um passo definitivo, é necessária uma estrutura mínima, capaz de possibilitar o estudo, a pesquisa e a relação social entre os pares. Dentre os pontos destacáveis, estão mesas, cadeiras, livros, computadores conectados, sendo também necessário que o ambiente esteja livre de perturbações indesejadas, como ruídos excessivos, por exemplo.

Além do ambiente e do aspecto físico, é necessário olhar-se para as concepções pedagógicas e para as práticas realizadas na monitoria. A formação de grupos de estudos é um ponto capaz de redimensionar o modo com que a monitoria é realizada e percebida, potencializando as interações entre os sujeitos e levando-os a fazerem as trocas de signos necessárias para a aprendizagem. Existe aí uma oportunidade para as discussões de conceitos abordados de maneira insuficiente durante a aula, partindo-se da sociabilidade entre os envolvidos.

Essas percepções vão ao encontro do objetivo número 3, descrito como “compreender como a aprendizagem está sendo desencadeada no contexto das ações desenvolvidas pela

monitoria”. Uma das faces da aprendizagem no contexto da monitoria está relacionada à relação social, estabelecida de maneira bidirecional entre os sujeitos.

Já em relação ao objetivo 4, descrito como “traçar norteadores para a organização de ações nas monitorias passíveis de potencializarem o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de Cálculo”, elaboramos algumas considerações, descritas na sequência.

1) É recomendável a divulgação da monitoria pelo monitor, a fim de levar os demais estudantes a perceberem a tônica da ação e, desde o momento inicial, instigar o contato social e expor sua organização e seu funcionamento.

2) Cabe à instituição promotora da monitoria oferecer a capacitação do monitor e torná-lo ciente de seu papel enquanto agente no processo de ensino e de sua incumbência de colocar em curso os movimentos interativos capazes de promover a aprendizagem. É oportuno essa formação visar não apenas ao conteúdo, mas essencialmente a concepções pedagógicas.

3) A formação de grupos de estudos é essencial para a aprendizagem a partir de uma perspectiva Vygostkyana. É apropriada a atuação do monitor na organização de tais grupos, bem como na mediação de situações direcionadas ao debate e à problematização, fomentando o pensar sobre os conceitos pertencentes ao Cálculo.

Abaixo, trazemos um esquema que resume as ideias referidas nesta categoria.

Figura 7– Síntese da categoria



Fonte: O autor (2018).

É possível a constituição de um ambiente de estudos no contexto da monitoria, pautado pelas relações sociais entre os envolvidos. O alcance dessa perspectiva apresenta maiores chances de ocorrer quando existem investimentos na formação do monitor, na estrutura física e quando a equipe responsável se encontra em constantes movimentos de reflexão sobre as ações.

## 7.2 Elementos da Teoria dos Três Mundos da Matemática

Essa categoria é composta por indicativos da presença dos Três Mundos da Matemática no contexto da monitoria, abarcando ações que levem o sujeito a traçar um percurso mental pela tríade referida por David Tall.

O processo analítico sinalizou que tais elementos estão presentes no uso de objetos de aprendizagem. Esses recursos são utilizados com frequência pela IES para subsidiar as situações de estudo na monitoria, permitindo ao usuário explorar as distintas faces de um conceito, entrar em contato com definições e realizar manipulações capazes de promover a evolução do pensamento matemático.

Desde esse momento, lembramos a teoria considerada (TALL 1994, 2000, 2004; GIRALDO, CARVALHO e TALL, 2002), cujos pressupostos indicam o uso de recursos tecnológicos digitais na Educação como um catalisador das habilidades de testar, conjecturar e traçar hipóteses, levando ao pensamento crítico e autônomo. A mesma teoria também considera as possibilidades de efetuar-se distintas representações e a manipulação como fatores capazes de promover a corporificação de conceitos. O uso de representações simbólicas e a percepção das formalidades intrínsecas compõem o conjunto que levará ao desenvolvimento do pensamento matemático, sob o enfoque dos Três Mundos da Matemática.

Na visão de Tall (1994), um recurso digital, como um *software* ou objeto de aprendizagem, por exemplo, pode executar algoritmos, deixando a pessoa livre para explorar os demais aspectos. Já no ensino convencional, primeiramente é necessário familiarizar-se com os processos, antes de começar a considerar-se as consequências. A interface digital permite a livre exploração dos resultados antes, depois ou conjuntamente aos processos, algo impossível em outros contextos (TALL, 1994).

No contexto desta pesquisa, os recursos tecnológicos digitais utilizados foram os objetos de aprendizagem, cuja observação levou-nos a compor o argumento central desta categoria, descrito como: o uso de objetos de aprendizagem na monitoria, aliado a uma concepção de

ensino que privilegie a autonomia e o protagonismo do estudante, leva ao progresso do pensamento matemático e da aprendizagem na perspectiva da Teoria dos Três Mundos da Matemática.

O movimento analítico indicou que o primeiro passo para o uso de OA para a aprendizagem de Cálculo no contexto da monitoria é o acesso ao recurso, que deve ser simples e intuitivo. Também indicou ser necessária a sua constante atualização e seu bom funcionamento, para a efetivação do uso.

Outra percepção emergente foi a necessidade da dinamicidade do recurso, possibilitando ao sujeito o estabelecimento de uma relação com o objeto de conhecimento, explorando as suas distintas representações. Em relação à prática docente subjacente ao uso da tecnologia digital, emergiu o entendimento da necessidade de privilegiar-se a autonomia e o pensamento crítico.

A soma desses pontos de vista leva à evolução do pensamento Matemático e da aprendizagem, em sintonia com a dimensão teórica de David Tall. Entendemos que o percurso pelos três mundos da Matemática com o uso de recursos tecnológicos digitais está vinculado aos seguintes aspectos: a organização e o funcionamento, as concepções subjacentes. Cada uma dessas compreensões é apresentada na sequência, entendidas como *subcategorias* emergentes em acordo com a teoria de Moraes e Galiazzi (2007).

### 7. 2.1 Objetos de aprendizagem e três mundos da Matemática

Nesta subcategoria emergente, trazemos aspectos relacionados aos modos como os objetos de aprendizagens estão organizados e as particularidades inerentes ao seu funcionamento. O argumento centralizador é assim descrito: é relevante para o uso e para aprendizagem que os objetos de aprendizagem tenham um acesso simples e estejam em pleno funcionamento para permitir o percurso pelos três mundos da Matemática.

O percurso pelos três mundos da Matemática pode ser auxiliado pelo uso de recursos tecnológicos digitais, como, por exemplo, objetos de aprendizagem. Eles podem oferecer possibilidades para a visualização das distintas faces de um conceito, bem como para a manipulação, fatores capazes de promover a corporificação. As chances de isso ocorrer aumentam quando a interface estiver funcionando e possuir uma concepção de ensino voltada à autonomia e à interatividade.

Como veremos a seguir, os entrevistados enfatizam a atenção dada pela IES2 a esse ponto. Segundo nossos entendimentos, esse ponto de vista é significativo para possibilitar a

aprendizagem de Cálculo na monitoria, pois está em acordo com a visão de Tall (1994, 2000, 2004).

Atualmente a discussão sobre as condições de acesso à tecnologia digital já deveria ter sido superada, pois no Brasil existe uma trajetória de pesquisas e ações relativas à Informática na Educação, que datam de longo tempo. Mesmo com esse cenário, ainda existem muitos problemas de ordem técnica, que inviabilizam a utilização e desperdiçam o potencial dos recursos tecnológicos digitais para a promoção da aprendizagem.

O sucateamento dos recursos, bem como o seu não funcionamento, é abordado por Ferreira (2015). Para a autora, é “evidente que os problemas técnicos se constituem como um fator desestimulante” (FERREIRA, 2015, p. 235). Isso se constitui em um dos pontos que restringe o uso de tecnologias na Educação, pois há a instalação de equipamentos, mas não há sua manutenção ou atualização. Mesmo entendendo que o acesso ao recurso não é algo definitivo em relação à aprendizagem (FLORES, 2013), destacamos ser esse um passo necessário, o que exige, portanto, um olhar institucional em relação a esse aspecto.

A aprendizagem de Cálculo na perspectiva dos três mundos da matemática na monitoria pode ser auxiliada pelos recursos tecnológicos digitais, como, por exemplo, objetos de aprendizagem. Existe um aumento da possibilidade de isso ocorrer quando eles estão ao alcance de um clique, atualizados e em pleno funcionamento.

Na IES 2, os objetos de aprendizagem estão dispostos em um *site* próprio da monitoria, possibilitando à comunidade como um todo o acesso aos recursos. Essa ação é positiva no sentido de tornar a Matemática mais acessível às pessoas. A análise da Fase 1 indicou que parcela dos OAs são desenvolvidos na própria IES2, enquanto outros são materiais de acesso livre, disponíveis gratuitamente em WWW. Em relação a esse ponto, consideramos a validade de ambas as possibilidades, porém a construção na própria instituição tende a produzir materiais mais adequados ao contexto e às necessidades observadas. De qualquer forma, é necessário que o usuário consiga acessá-los, além de interagir com o objeto.

O aspecto acesso foi amplamente discutido pelos entrevistados, conforme veremos a seguir. Nas palavras de M2a: “só que o que que acontece, a maneira como está organizada a página, para acessar um objeto, tem que entrar num *link*, entra em outro, entrar em outro, é uma coisa muito difícil, bem complicado” (M2a). O monitor faz referência a um acesso difícil e pouco intuitivo, no qual existe um trajeto entre várias páginas para chegar-se ao recurso desejado. Segundo nossas percepções, postulamos que esse tipo de problema leva à desistência e ao descrédito no recurso, além de provocar sua não utilização ou a redução de seu uso.

Essa problemática vem sendo gradativamente equacionada na IE2, melhorando assim as condições de percurso pelos três mundos, pois um acesso facilitado tende a aumentar o seu uso. Conforme relata M2a: “Eles estão adaptando o *site*, adequando para ficar tudo organizado” (M2a). Na mesma direção, M2b também traz uma verbalização similar: “e agora que o PROFM2c assumiu, eles estão mudando o *site*, também, melhorando o acesso ao OA que era difícil chegar nele, tinha muitas manobras” (M2b). O entrevistado ainda relata que, muitas vezes, os participantes se sentiam desmotivados e acabavam não usando os recursos digitais, pois sequer conseguiam acessá-los.

O ponto de vista relatado acima ainda é algo preocupante em relação à aprendizagem mediada pelas tecnologias digitais: existem ideias e propostas passíveis de promover a aprendizagem, mas que não são postas em prática pela simples falta de funcionamento. Entendemos que o acesso à tecnologia digital não é condição suficiente para a aprendizagem, mas é, sim, um primeiro passo necessário.

O acesso ao recurso, referido anteriormente por M2a e M2b, é um ponto merecedor de muita atenção, quando pensamos na aprendizagem mediada por tecnologias digitais. Outra problemática é relatada por Flores (2013), que situa as dificuldades em relação à fluência digital, no sentido de apropriação das distintas ferramentas, dos recursos oferecidos pelo contexto digital e do seu uso para solução de problemas. Assim, cabe à instituição promotora da monitoria a organização dos objetos de aprendizagem a fim de possibilitar o acesso da forma mais simples possível, evitando eventuais transtornos ao usuário.

A alocação do recurso digital em uma única página, separado por assuntos específicos, de modo que baste um clique para chegar-se à sua interface, é a maneira indicada para essa organização. Assim, alguém com incertezas no assunto derivadas, por exemplo, visita a página da monitoria e rapidamente consegue acessar um ou mais OAs direcionados às suas dúvidas. O auxílio do monitor pode ser basilar nesse processo, mas lembramos que o cenário ideal é a retirada desse auxílio em um momento posterior, promovendo a autonomia do estudante. Considerando as possibilidades de flexibilização do tempo e do espaço conferidas pelo cenário digital, é possível incentivar e promover o estudo em outros espaços, nos quais não exista a presença física de alguém para auxiliar.

Assim, um estudo iniciado na monitoria pode estender-se para além dos muros da instituição. Cury e Cassol (2004, p.34) preconizam a necessidade de desenvolvermos o hábito de estudar Cálculo, “propondo atividades motivadoras que lhe despertem o interesse pelo estudo”. Os objetos de aprendizagem podem ser aliados nesse processo, no entanto é



aconselhável a sua disposição de uma maneira acessível, para que não sejam abandonados ou desacreditados.

Para ilustrar as razões dos últimos parágrafos, vamos trazer mais algumas falas dos entrevistados, que indicam a preocupação com as condições de acesso. M2a relata que está em curso um processo de organização, com o objetivo de possibilitar uma interface mais amigável ao usuário. Nas palavras do entrevistado: “quando tu clicas num objeto sobre derivadas, vai aparecer todos os links sobre derivada, aí tu abres o link, tu vais lá e interage. Uma coisa mais organizada” (M2a). Segundo a mesma linha de pensamento, PROFM2c diz ser necessário “fazer uma seleção e organizar isso de acordo com os tópicos estudados na disciplina de Cálculo” (PROFM2c).

A sistematização referida pelos entrevistados no último parágrafo está finalizada, como podemos observar na figura 11, que vem na sequência e aponta uma separação por disciplinas, e estas por conteúdos. Isso é essencial para o discente chegar ao recurso, selecionar o tópico de seu interesse e utilizá-lo de maneira a auxiliar na sua construção do conhecimento.

A disposição dos objetos de aprendizagem de maneira organizada, possibilitando uma rápida localização, facilita e, quiçá, favorece o seu uso. Para o usuário, é necessária a percepção clara de que o seu clique irá direcioná-lo ao objeto, sem o traçar de outros caminhos, uma vez que eventuais problemas podem causar um não uso do recurso.

Abaixo, trazemos uma imagem do *site* da monitoria, que indica uma organização por áreas de conhecimento e por conteúdos específicos.

Figura 8 – Interface do site utilizado pela monitoria

		<b>MATEMÁTICA</b>	
> <b>Áreas</b>	–	+ <b>Matemática básica</b>	
> Biologia	+	+ <b>Vetores</b>	
> Física	+	+ <b>Funções</b>	
> Letras	+	+ <b>Limites</b>	
> <b>Matemática</b>	–	+ <b>Derivadas</b>	
> Cônicas: Circunferência e Elipse		+ <b>Técnicas de derivação</b>	
> Números fracionários – algumas ideias		+ <b>Aplicação de derivadas</b>	
> Números fracionários decimais – refletindo		+ <b>Integrais</b>	
> Proporcionalidade 1		+ <b>Aplicação de integrais</b>	

Fonte: Página do laboratório de aprendizagem da IES2. Acesso em set. 2017.

Como podemos ver acima, o *layout* é simples, o que torna possível encontrar o assunto necessário, sem muita procura e possibilita ao usuário rapidamente localizar o assunto de seu interesse. Uma rápida testagem, realizada em abril de 2018, indicou que os OAs estão funcionando e o acesso é direto, contrapondo as falas indicativas de um excesso de manobras e indicando a conclusão dos ajustes referidos por PROFM2c.

Além do acesso e da organização, consideramos que o objeto de aprendizagem precisa estar funcionando para possibilitar o seu uso, de modo que, aliado a uma prática pedagógica, produza reflexos em relação à aprendizagem Matemática. Batista et al (2012) justificam que o uso de tecnologias digitais na Educação envolve um período de adaptação anterior à utilização, que abarca, por exemplo, *downloads* e atualização do sistema. Limitações tecnológicas podem reduzir ou mesmo impedir o uso de distintos recursos. Assim, é indispensável o cuidado permanente da instituição em relação à modernização dos sistemas e dos equipamentos.

Confirmando as premissas acima, trazemos a fala de PROFM2c: “Atualmente muitos dos OA estavam com, vamos chamar de problemas, porque a tecnologia vai evoluindo e vai dando problemas de incompatibilidades, como, por exemplo, o sistema operacional, Java<sup>38</sup> que

<sup>38</sup> Java: é uma linguagem de programação e plataforma computacional da qual muitos sites e recursos dependem para o seu funcionamento. Maiores informações em: [www.java.com](http://www.java.com).

não roda, Flash<sup>39</sup> que dá problema, etc.” (PROFM2c). Destacamos, desse estrato, a necessidade de atualização e manutenção já referida, sendo responsabilidade da instituição promover tais ajustes, a fim de possibilitar o uso dos recursos para o auxílio na mediação de situações voltadas à aprendizagem.

Parcela da problemática referida acima envolve atualizações e ajustes, que não requerem um suporte externo, pois podem ser realizados por alguém da própria monitoria. Isso otimiza o tempo dedicado aos reparos, além de promover um trabalho articulado entre as esferas técnica e pedagógica. Esse aspecto é evidenciado nas verbalizações de PROFM2d: “tem um bolsista da área de computação que trabalha com essa parte” (...) “a gente tem uma boa equipe. Um percentual significativo da carga horária nessa parte de manutenção, de organização de material digital para o próximo semestre” (PROFM2d).

É pertinente o envolvimento do monitor em distintas atividades, que vão além do atendimento aos estudantes. A atuação na manutenção e organização dos recursos tecnológicos digitais pode se constituir em uma oportunidade para a ampliação do conhecimento do monitor, por exemplo. Para isso, ele utilizará e testará os recursos, pensando em como os colegas irão utilizá-lo. De certa forma, ele também estará entrando em contato com elementos da matemática, no processo de testagem dos recursos, o que também será positivo para ele, em relação a entrar em contato com elementos matemáticos. Vale a pena salientar que o bolsista carece de apoio nesse processo e cabe à instituição destacar alguém para trabalhar nesse sentido.

Ainda nessa direção, PROFM2d esclarece que, em breve, serão contratados novos bolsistas, cujas tarefas serão divididas entre ensino, pesquisa e suporte de tecnologia digital. Desse modo, os objetos de aprendizagem serão mantidos atualizados e em funcionamento de maneira mais constante, situação entendida como ideal para o uso efetivo dos recursos tecnológicos digitais no contexto da monitoria.

Entendemos que, na Educação de um modo geral, mas no caso específico desta pesquisa, no Ensino de Matemática, existe uma espécie de desconfiança com as inovações. Em relação ao Cálculo, conforme Oliveira e Raad (2012), os elementos capazes de ameaçar a estabilidade da disciplina, normalmente não são bem-vindos. Os recursos tecnológicos digitais podem entrar nesse ínterim, pois podem tirar o professor do centro dos processos de ensino e aprendizagem. Assim, percebe-se uma crença de que a tecnologia digital não seja confiável e de que o suporte já conhecido, entendido como quadro, giz, caneta e papel, produza melhores efeitos. Um objeto de aprendizagem que não funciona adequadamente tende a reforçar essa

---

<sup>39</sup> Adobe Flash Player é um plug-in para navegadores muito utilizado em animações. Maiores informações em [www.adobe.com](http://www.adobe.com)

ideia, levando os envolvidos a fazerem um desuso de tais recursos e, em muitos momentos, voltarem para aquilo que já é conhecido: a transmissão de informações.

Assim, é essencial a constante promoção da atualização dos sistemas e da própria tecnologia, possibilitando um melhor funcionamento. Isso pressupõe investimentos, pois os equipamentos tornam-se obsoletos e necessitam de trocas periódicas ou melhorias nos componentes físicos dos computadores, por exemplo. A atualização de *software* também é significativa, pois permite o implemento de novas funcionalidades além de melhorar a performance e aumentar a segurança do usuário.

Destacamos que parte das atualizações não podem ser feitas pela equipe da monitoria, pois carecem do suporte de tecnologia da informação da instituição. Entram nessa esfera tópicos relacionados ao *hardware* e à instalação de novos programas e sistemas, pois requerem um serviço especializado e, muitas vezes autorização institucional. Assim, é indispensável a consolidação de uma parceria no sentido de possibilitar um serviço rápido e de qualidade, que garanta à monitoria um suporte satisfatório.

Defendemos que apenas o serviço essencialmente técnico seja realizado pela TI, mas sempre com o olhar pedagógico da equipe pedagógica da monitoria. A instalação de programas e a disponibilização de recursos carece de avaliação pedagógica, o que sugere um trabalho articulado entre as partes. Enquanto a equipe de TI disponibiliza o acesso, a pedagógica avalia as concepções de ensino subjacentes, de maneira a evitar a ênfase excessiva à transmissão de informações.

Por exemplo, um jogo no qual o usuário precise resolver cálculos e o personagem fica triste quando ocorre algum erro enfatiza o acerto como meta e o erro como algo indesejável, contrapondo a perspectiva de Cury (2007), segundo a qual o equívoco é o ponto inicial para as práticas de ensino. Esses detalhes são muito sutis, mas estão presentes, o que torna recomendável a sua avaliação pela equipe, de modo a fomentar uma concepção de ensino que permeie a ação. Para que isso seja possível, é indicado que toda a equipe tenha em mente quais são os pressupostos norteadores da monitoria. Segundo os nossos entendimentos, a construção do conhecimento, a autonomia do estudante, o pensamento livre e o redimensionamento do pensamento são pilares passíveis de sustentarem a prática pedagógica a ser desenvolvida. Nesse contexto, o erro se constitui em uma etapa necessária, ao indicar as corporificações e as lacunas conceituais existentes.

O monitor pode estar envolvido no mapeamento das concepções pedagógicas inerentes aos recursos. Nesse processo, ele precisará testar e avaliar, explorando a interface digital e entrando em contato com o objeto do conhecimento. Assim, ele terá a possibilidade de

visualizar e explorar os conceitos, mas principalmente de colocar-se no lugar do outro. Ele precisará imaginar como o seu colega irá entrar em contato com os conceitos matemáticos, considerando os pontos significativos e necessários para sua compreensão e seu uso. Esse movimento de pensar sobre pode levá-lo a corporificar novos elementos, além de explorar a simbologia e as formalidades envolvidas.

Nessa ação, o monitor também terá um avanço no seu pensamento matemático, pois estará explorando as múltiplas possibilidades oferecidas pelo OA, porém de maneira mais intensa, pois ele tem a responsabilidade de avaliá-lo. Cabe destacarmos que ele não pode ficar sozinho nesse processo, ou seja, é recomendável o acompanhamento por uma equipe que preste auxílio na percepção dos elementos significativos para a aprendizagem.

A avaliação necessária dos recursos tecnológicos digitais presentes na monitoria requer um olhar pedagógico. Assim, recomendamos a realização dessa tarefa preferencialmente por monitores da área de licenciatura, que tenham cursado disciplinas com a ementa voltada para teorias de aprendizagem. Mesmo assim, é necessário o apoio da equipe pedagógica, pois o monitor é um estudante e possivelmente não terá condições plenas de avaliar a subjetividade de um recurso tecnológico digital. No entanto, o envolvimento dele nesse processo irá contribuir para a sua formação, especialmente se ele almejar ser um professor.

Pensar a monitoria a partir desses elementos nos leva considerar adequada a sua atuação para além da prática do discente mais adiantado auxiliar seus colegas. É indispensável a composição de um grupo de trabalho atuante em várias frentes, sendo a adequação e a avaliação dos recursos tecnológicos digitais duas delas. Destacamos que sempre é necessário um olhar educacional para a tecnologia digital, o que pressupõe uma articulação entre as esferas técnica e pedagógica.

Essa ideia de a equipe multidisciplinar da monitoria realizar os melhoramentos necessários ao funcionamento adequado dos objetos de aprendizagem também aparece nas falas de PROFM2c. Ele indica que está em progresso um movimento para que “tanto os nossos funcionários, os professores, os bolsistas, possam ir desenvolvendo eles continuamente, com um processo de organização, tutoria e criação de material, que a gente note a diferença em cada semana. Sem depender do suporte da TI<sup>40</sup>, que a gente faça essa organização”. O entrevistado também destaca o fato disso possibilitar uma maior agilidade no processo, pois depender de uma equipe externa tende a demandar mais tempo, o que, muitas vezes, configura-se em um problema.

---

<sup>40</sup> TI: o entrevistado fez referência à equipe que presta serviço de manutenção para os recursos tecnológicos da instituição.

Acreditamos que a gerência da própria equipe da monitoria seja adequada, no sentido de possibilitar a dedicação de um olhar pedagógico para os recursos disponíveis, além de garantir o devido acesso e funcionamento. Quando o serviço necessário exigir um nível maior de qualificação, aí será indispensável um suporte de TI, o qual necessita de agilidade e qualidade, mas ainda deverá contar com o olhar educacional da própria equipe da monitoria.

Os recursos desatualizados ou que não têm o acesso facilitado se tornam obsoletos e podem cair em desuso rapidamente, de modo que o potencial para a promoção da aprendizagem acaba sendo desperdiçado. Para isso ser possível, é necessário que a instituição invista: contrate pessoal, forneça suporte e atualize as tecnologias digitais.

Em síntese, entendemos que o passo inicial, para que os objetos de aprendizagem ofereçam possibilidades para a aprendizagem no contexto da monitoria, é o oferecimento da chance do uso, referendado pelo acesso, pela organização e pelo funcionamento. Efetivamente, não é uma etapa definitiva, ou seja, são necessários outros aspectos que problematizaremos na sequência.

Por último, indicamos que utilizar o objeto de aprendizagem não oferece qualquer garantia para a aprendizagem de matemática na perspectiva dos três mundos da Matemática, o que torna necessária uma concepção de funcionamento do próprio objeto além de uma prática pedagógica direcionada a esses elementos. Esses pontos de vista serão discutidos na sequência, nas próximas categorias.

### 7.2.2 Concepções subjacentes aos objetos de aprendizagem

Nesta subcategoria emergente, reunimos os aspectos relacionados aos modos como os objetos de aprendizagem são concebidos na monitoria. Enquadram-se nesse parâmetro a relação estabelecida entre o sujeito e o objeto de conhecimento, mediada pela interface digital e pelas concepções intrínsecas a esse uso.

O argumento centralizador é descrito como: “o objeto de aprendizagem que permite o desenvolvimento de habilidades de manipulação e visualização leva à consolidação do pensamento crítico e autônomo e da aprendizagem matemática”. É necessária uma ação do monitor enquanto mediador de situações, discutindo e problematizando conjuntamente com o seu colega.

Entendemos os recursos tecnológicos digitais como “um ambiente (ou micromundo), o qual permite ao aprendiz manipular exemplos e (se possível) contraexemplos de um conceito matemático específico ou um sistema de conceitos relacionados” (TALL, 2000, p.13). O autor

conceitua um ambiente digital para a aprendizagem pressupondo o protagonismo e a postura ativa do usuário e possibilitando as habilidades de testar e conjecturar. Dessa forma, o meio digital oferece um potencial para a interação entre o sujeito e o objeto do conhecimento.

Ainda encontramos amparo teórico em Soares e Sauer (2004), que consideram a necessidade de o recurso tecnológico digital para o ensino da Cálculo ser:

construído de modo a se tornarem auxiliares de nossas propostas, que pretendem diminuir dificuldades relacionadas à aprendizagem de conceitos matemáticos. Um ambiente desse tipo pode ser entendido como um conjunto de estratégias, tarefas e intervenções pedagógicas, aliadas a recursos da Informática e da tecnologia, para mediar a aprendizagem (SOARES; SAUER, 2004, p. 257).

Conforme referimos na subcategoria anterior, usar um objeto de aprendizagem não significa, necessariamente, realizar o percurso pelos três mundos da Matemática. É preciso dedicarmos um olhar para as formas com que eles são concebidos, quais pressupostos pedagógicos e epistemológicos os permeiam e como o sujeito vai entrar em contato com o objeto do conhecimento.

Os argumentos referidos acima evidenciaram-se de maneira especial na fala dos professores monitores da IES2. Em distintos momentos, os entrevistados enfatizam a necessidade da dinamicidade dos recursos, a fim de que o usuário desenvolva o pensamento autônomo. Isso não é possível em interfaces excessivamente expositivas, focadas apenas na exposição dos conteúdos. Nos próximos parágrafos, traremos verbalizações que corroboram tais premissas.

A ideia de o recurso digital promover uma relação interativa entre o sujeito e o objeto do conhecimento aparece em: “uma série de questões dos objetos que a gente estava analisando com a minha entrada em agosto, percebi que eram muito mais apresentações do conteúdo, mas são pouco interativos” (PROFM2c). Quando PROFM2c utiliza o termo “interativos”, ele não está fazendo referência à relação estabelecida entre sujeitos, mas à dinamicidade do recurso digital, permitindo o desencadeamento de relações com o objeto do conhecimento. Exclusivamente nesta subcategoria, essa será a acepção do termo, presente em distintos momentos.

Tanto PROFM2c quanto PROFM2d enfatizam a necessidade de os objetos de aprendizagem não focarem apenas o conteúdo, mas promoverem a interação entre o sujeito e o objeto do conhecimento, mediada a partir da interface digital.

O percurso pelos três mundos da Matemática, chancelado pelo uso de objetos de aprendizagem, está vinculado à postura ativa, pois pressupõe que o usuário não fique passivo

frente à tela, mas entre em contato efetivo com os conceitos envolvidos naquele recurso e exercite a sua manipulação e a sua exploração. Esse processo envolve o confronto com os conhecimentos anteriores, portanto leva à corporificação e à ressignificação de elementos relacionados a conceitos matemáticos.

Encontramos amparo para a argumentação acima no arcabouço teórico fornecido por David Tall (1994; 2000; 2013), considerando o recurso computacional como uma ferramenta poderosa, que, no entanto, não garante a aprendizagem. O cenário digital possibilita a otimização dos procedimentos e algoritmos, trabalha com múltiplas representações e pode potencializar as habilidades de explorar, testar e conjecturar, aumentando as chances de promoção do percurso pelos três mundos da Matemática. Essas possibilidades estão vinculadas ao formato, à configuração e a concepções relacionadas às interfaces digitais, emergindo daí a constante necessidade de um olhar pedagógico.

No entendimento de Tall (1994), um ambiente computacional é programado para reagir às ações do usuário, estando organizado basicamente em torno de quatro perspectivas, caracterizados como:

- 1) Inanimados: os estímulos vêm dos objetos que na realidade o indivíduo também é capaz de manipular.
- 2) Cibernético: os estímulos vêm de sistemas que são configurados para reagir de acordo com regras pré-estabelecidas.
- 3) Interpessoais: os estímulos vêm de outras pessoas.
- 4) Pessoal: os estímulos são da estrutura cognitiva do indivíduo. (TALL, 1994, P.3).

No trecho acima, David Tall basicamente conceitua os modos como o sujeito vai se relacionar com o objeto do conhecimento frente a um recurso digital. Para o autor, o modo cibernético apresenta maiores possibilidades de proporcionar condições para a aprendizagem matemática na perspectiva dos três mundos (TALL, 1994). Em contraponto, a perspectiva de transmissão de informações parece se relacionar mais com o modo inanimado, em que o sujeito acaba sendo apenas o espectador, visto que visualiza o conteúdo sem estabelecer um nível de interação ou de problematização.

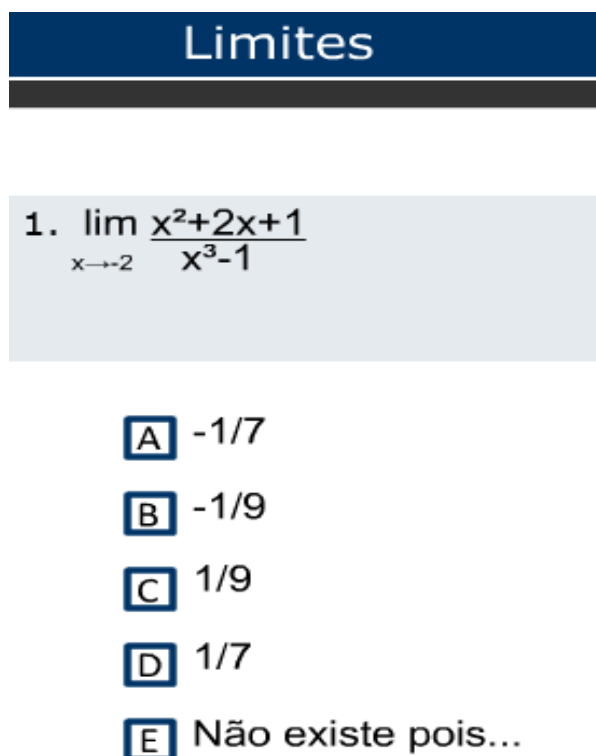
O processo analítico indicou pontos de convergência entre a teoria supracitada e as práticas desenvolvidas na IES2, como veremos na sequência. Durante a entrevista, em diversos momentos PROFM2c postula que existem, e são utilizados muitos objetos de aprendizagem, entendidos como inanimados, mesmo sem o uso dessa terminologia. Ele pontuou a existência



de OAs que apenas apresentam o conteúdo, logo exigem um baixo nível de interatividade e de pensamento crítico.

Para ilustrar essa situação, abaixo, trazemos um exemplo de OA para o conteúdo limites, já referido em outros capítulos como um entrave devido ao nível de abstração exigido para a sua compreensão.

Figura 9 – OA sobre limites



**Limites**

1.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+2x+1}{x^3-1}$

A) -1/7

B) -1/9

C) 1/9

D) 1/7

E) Não existe pois...

Fonte: página da monitoria da IES2. Acesso: set. 2017.

O OA referido consiste basicamente em uma questão sobre limites, em que o usuário deve assinalar a resposta correta. Não apresenta possibilidades de o sujeito explorar as distintas facetas do conceito, restando-lhe apenas a tarefa de resolver o exercício. Além disso, a resolução exige a corporificação de elementos de álgebra na imagem de conceito, e, em caso contrário, não será possível a efetivação da atividade e poderá, inclusive, ocorrer uma resposta aleatória, sem impactos na construção do conhecimento.

O objeto retratado na figura 14 não é o ideal para a promoção do percurso pelos Três Mundos da Matemática, pois explora unicamente a face algébrica do conteúdo de limites e deixa a abordagem geométrica, mais visual e intuitiva, de lado. De certa forma, é apenas a

virtualização de uma questão que poderia estar disponível em um livro ou apostila, em uma mudança de suporte, mas não de concepção.

A aprendizagem do conteúdo de limites na perspectiva dos três mundos da matemática necessita da articulação entre as abordagens geométrica e algébrica (ABREU, REIS; 2011). A partir da geometria, é possível a exploração dos aspectos visuais, que levem à corporificação das generalidades, enquanto a álgebra permite a percepção das formalidades e definições envolvidas.

Temos ciência de que a aprendizagem matemática necessita de recursos capazes de possibilitar uma relação do sujeito com o objeto do conhecimento, não de forma passiva, mas averiguando, problematizando e conjecturando. Quando um recurso tecnológico digital apenas apresenta o conteúdo, ele acaba se tornando um outro meio para a transmissão de informações e parece não ser o suficiente para a promoção de alterações nos panoramas do ensino de Cálculo.

No site da monitoria da IES 2, existem diversos OAs que, em sua maioria, são bastante interativos e alinhados com a Teoria dos Três Mundos da Matemática. Neste momento, não iremos analisá-los, pois não é o escopo desta pesquisa. A análise deixou transparecer o entendimento da necessidade de os OAs serem dinâmicos, de modo que os inanimados, similares ao ilustrado anteriormente, gradativamente serão substituídos ou redimensionados. Abaixo, trazemos um quadro com trechos das falas de PROM2c que evidenciam esse aspecto. Para facilitar a leitura, utilizamos o código F1, F2, F3 e F4 para os momentos em que fizemos referências às falas do entrevistado.

Quadro 10 – Falas de PROF2c sobre interatividade

F1	“Queremos algo mais interativo. Não necessariamente criar material novo, mas trabalhar como uma certa ‘curadoria’ naquilo que temos” (PROFM2c).
F2	“Objetos de aprendizagem, eles vão continuar sendo utilizados, estão funcionando, mas queremos algo muito mais interativo” (PROM2c).
F3	“O recurso digital, pelo menos no planejamento e na formação que eu tenho, eu entendo que ele tem que ser extremamente interativo, mostrar o conteúdo não basta” (PROFM2c).
F4	“Mas que no objeto ele tenha uma interação, não apenas exposição” (PROFM2c).

Fonte: *Corpus* de pesquisa.

Os estratos acima fazem referência à importância do OA não ser estático, constituindo-se em uma interface capaz de possibilitar ao usuário o exercício da manipulação de modo a levá-lo a uma relação interativa com o objeto de conhecimento. Tais ideias vão na direção do pensamento de Tall (1994), que defende uma concepção mais cibernética do recurso, permitindo ao usuário “testar as suas próprias construções mentais” (TALL, 1994, p. 9), de modo a desenvolver a imagem de conceito de forma mais plena, comparado a quando a atividade é realizada no suporte analógico.

A expressão “curadoria”, observada em F1, faz referência à realização de ajustes no recurso, conferindo-lhe uma dimensão mais interativa, com a superação da apresentação de conteúdos. Assim, podemos concluir que objetos, como o apresentado na figura 14, por exemplo, serão reformulados e ganharão um contorno mais dinâmico.

A aprendizagem de Cálculo na monitoria, a partir da teoria dos três mundos da Matemática, relaciona-se à exploração das diferentes representações de um conceito, envolvendo as capacidades de problematizar, testar e conjecturar. Assim, é essencial que a equipe da monitoria dedique um olhar para os objetos de aprendizagem utilizados, procurando utilizar apenas os mais dinâmicos e suprimindo ou redimensionando os constituídos a partir de uma ideia de transmissão de informações.

Complementando os argumentos acima, PROFM2c ainda expõe alguns pressupostos relacionados ao uso dos OA, considerando que são pensados: “para que o uso do objeto tenha um desenvolvimento de aprendizagem que não seja apenas uma leitura de um conceito, que isso na verdade a gente tem em qualquer livro” (PROFM2c). O entrevistado traz a ideia de que a inserção da tecnologia digital por si só não produz nenhum impacto na aprendizagem.

Em muitos casos, as tecnologias na Educação promovem apenas uma mudança de suporte, como, por exemplo, a troca de uma exposição no quadro negro por um texto na tela, mas a concepção subjacente é a de um aluno entendido como um receptor passivo de informações. Isso não é suficiente para a aprendizagem de Cálculo, segundo a perspectiva teórica considerada.

Corroborando os argumentos acima, além das verbalizações vistas em F3 e F4, PROFM2c ainda complementa: “Nesse sentido, a principal crítica que a gente trabalha com educação a distância ou tecnologia, é quando você muda o suporte, mas não muda a forma. Então a questão não é a tecnologia, mas a metodologia que tá em torno disso, desses recursos” (PROFM2c). O entrevistado enfatiza a necessidade do desenvolvimento do pensamento crítico frente à interface digital, com o questionamento dos resultados e a exploração das distintas possibilidades oferecidas pelo recurso.

Tanto as falas já referidas como as ideias de Tall (1994) levam-nos a considerar a necessidade do funcionamento dos recursos tecnológicos digitais para a aprendizagem de Cálculo no contexto da monitoria, no modo cibernético (TALL, 1994). Os estímulos provenientes do sistema permitem ao usuário explorar as distintas faces de um determinado conteúdo, traçando conjecturas e possibilitando, assim, a corporificação de elementos capazes de levar ao avanço do pensamento matemático.

Durante o processo analítico, emergiu a percepção de que está em curso um processo de ampliação do uso dos recursos tecnológicos digitais. Segundo PROFM2c, “também vamos usar uma série de aplicativos, por exemplo, o Geogebra que tem uma infinidade de possibilidades”. De acordo com os pressupostos teóricos dos três mundos, o ponto essencial para a aprendizagem não é o recurso utilizado, mas as concepções pedagógicas e epistemológicas relacionadas a eles.

Assim, o percurso pelos três mundos da Matemática, a ser realizado na monitoria, e amparado pelos recursos tecnológicos digitais, não depende necessariamente de objetos de aprendizagem, sendo possível o uso de distintos suportes, como, por exemplo, *softwares*, dispositivos móveis, aplicativos, *games*, etc.

As possibilidades do Geogebra referidas pelo entrevistado anteriormente também se relacionam com as falas F3 e F4, o que permite entender as possibilidades de dinamicidade que esse programa oferece para a aprendizagem de Cálculo. Tais ideias são similares às apresentadas e discutidas por Molon (2013), que preconiza a experimentação e a visualização de conceitos inerentes ao Cálculo a partir do *software* como algo passível de promover a construção do conhecimento matemático e reduzir os índices de reprovação. A partir desse referencial, acreditamos ser a monitoria um cenário adequado para o uso do Geogebra na perspectiva de Tall (1994; 2000; 2004). A essência do programa<sup>41</sup> consiste na dinamização da Matemática e da relação entre álgebra e geometria, o que vai ao encontro da teoria considerada nesta pesquisa.

É oportuno o acompanhamento do monitor no uso de recursos tecnológicos digitais para a aprendizagem de Cálculo, no contexto da monitoria. Giraldo, Carvalho e Tall (2002) enfatizam que o uso da tecnologia sem o devido acompanhamento pode levar à consolidação de imagens de conceito equivocadas, atrapalhando ou mesmo comprometendo a aprendizagem.

São potencializadas as chances da adequada corporificação de conceitos matemáticos quando existe o acompanhamento do monitor ao estudante frente aos recursos tecnológicos

---

<sup>41</sup> Maiores informações em [www.geogebra.org.br](http://www.geogebra.org.br)

digitais. Esse auxílio é mais eficiente quando pautado pela prática mediadora e envolve problematizações e questionamentos relacionados aos resultados obtidos e aos conceitos envolvidos.

Os argumentos do último parágrafo são ilustrados na fala de PROFM5c: “a gente vai vendo na literatura, a tecnologia passa a ser eficiente no processo de aprendizagem quando ela é de fato um processo interativo que desenvolve as habilidades, que faça o aluno questionar a matemática ou as situações que estão ali apresentadas”. Mais uma vez, observamos o enfoque no aspecto interativo do OA, além de outro ponto relevante para a construção do conhecimento matemático mediado por recursos tecnológicos digitais: o questionamento.

Podemos entender a habilidade de questionar como uma possibilidade de ressignificação da imagem do conceito, com a revisão das ideias a serem corporificadas. Por exemplo, um discente plota um gráfico de uma função do segundo grau, e um *zoom* excessivo trouxe à tela uma reta. Então ocorrem dois processos: primeiro, mentalmente o sujeito revê as suas ideias relativas às propriedades do conceito; segundo, conforme evidenciado em F3 e F4, ele utiliza a dinamicidade do recurso para rotacionar o gráfico, analisar os pontos de mínimo ou máximo, inserir pontos, traçar retas tangentes, etc. Por fim, ele compreende o que o aconteceu e, ajustando o programa, obtém a visualização da parábola e consolida tais propriedades no seu mundo corporificado.

A interface digital pode possibilitar distintas representações de um mesmo conceito (TALL; 1994, 2000) e favorecer o trânsito entre os três mundos da Matemática. A visualização pode propiciar a corporificação e a manipulação dos aspectos do mundo proceitual simbólico, além das próprias definições formais, que acabam por permear as demais esferas.

No entanto, é possível que alguém que recentemente ingressou no Ensino Superior e está com dificuldades em Cálculo não tenha condições plenas de adotar uma postura ativa e de protagonismo em relação à construção do conhecimento, pois essa não é a tônica da Educação Básica. Nesse ponto, o trabalho do monitor torna-se evidente e necessário, além de ele constituir-se em um parceiro valioso, pois auxilia o colega na prática constante de questionar e pensar sobre os resultados obtidos.

A criticidade frente aos recursos tecnológicos digitais foi identificada na análise do *corpus*. Em relação a isso, PRORM2c diz: “Se isso não acontece, bom, perde o sentido, e tudo aquilo que aponta como sendo algo positivo ela vai por terra, porque exatamente ali que estão os pontos fortes do uso dos recursos tecnológicos” (PROFM2c). O professor monitor entende que o benefício prioritário dos recursos tecnológicos digitais é a possibilidade do estímulo à

criticidade. Concordamos com essas ideias e ainda as reforçamos, postulando que o monitor pode ser um aliado nessa construção.

Outro aspecto referido pelos entrevistados foi a possibilidade de promoção da autonomia a partir do uso dos recursos tecnológicos digitais. “O objetivo nosso é que esse material digital tenha um grande percentual de autonomia, para que o aluno consiga trabalhar de maneira independente” (PROFM2d). O entrevistado ainda complementa indicando as possibilidades da realização de estudos autônomos, partindo de uma orientação inicial. Ele idealiza que “o aluno consiga usar isso de forma independente, com um professor que vai orientá-lo (...), tenha condição de desenvolver uma aprendizagem autônoma” (PROFM5c).

Entendemos que essa orientação também pode ser dada pelo monitor, fomentando o interesse pela pesquisa autônoma. Após o suporte inicial, é possível que o sujeito tenha condições de traçar um caminho autossuficiente a fim de buscar a solidificação de suas fragilidades, ou seja, pode corporificar os elementos *a-encontrar* que lhe serão necessários, com buscas e estudos independentes.

Em contraponto, lembramos os argumentos de Cury e Cassol (2004) e Cavasotto e Viali (2011), de que, de um modo geral, o discente de Cálculo não possui uma rotina de estudos consolidada. É acertado o desenvolvimento desse ritmo, com orientação e supervisão inicial do monitor. Os recursos tecnológicos digitais podem ser aliados nesse processo, pois flexibilizam o tempo e o espaço, permitindo o contato com elementos da Matemática fora da sala de aula e da monitoria.

Em síntese, entendemos que o uso de recursos tecnológicos digitais no contexto da monitoria pode ser um aliado do professor no sentido de contribuir para o desenvolvimento dos processos de ensino e de aprendizagem. No entanto, é necessário que os recursos sejam dinâmicos e possibilitem o estímulo das habilidades de testar e conjecturar a partir da exploração e da visualização. O trabalho do monitor é essencial para o fortalecimento do pensamento crítico e da ressignificação da imagem do conceito.

Na sequência, relacionamos os objetivos desta pesquisa com os elementos discutidos na categoria.

### 7.2.3 Considerações sobre ideias centrais desta categoria

Nesta categoria, conseguimos atingir parte significativa dos objetivos específicos, de maneira especial o objetivo número 1, e parcialmente os números 3 e 4.

Em relação ao objetivo 1, descrito como “relacionar as ações desenvolvidas pelas monitorias com os pressupostos teóricos dos três mundos da matemática”, percebemos que o uso de recursos tecnológicos digitais, como objetos de aprendizagem, por exemplo, são interfaces passíveis de levarem à aprendizagem segundo a perspectiva de Tall (1994, 2000, 2004). Isso vincula-se à sua configuração, permitindo o pensamento crítico, a autonomia e o livre explorar pelas distintas representações de um conceito, percorrendo as perspectivas algébricas, geométricas, bem como as formalidades envolvidas. É esperado que o recurso esteja atualizado e funcionando, com os ajustes realizados preferencialmente na monitoria, e, quando não for possível, com um suporte externo que deve ser ágil e eficiente.

De certa forma, as percepções referidas acima também vão ao encontro do objetivo número 3, descrito como “compreender como a aprendizagem está sendo desencadeada no contexto das ações desenvolvidas pela monitoria”. Ela ocorre a partir da perspectiva do percurso pelos três mundos da Matemática, apoiada pelo uso de recursos tecnológicos digitais.

Quando pensamos nos entendimentos alcançados com essa categoria e o objetivo número 4, já neste momento podemos traçar algumas perspectivas para a organização de futuras ações capazes de promover a aprendizagem no contexto da monitoria. A seguir, sugerimos alguns pontos a serem considerados:

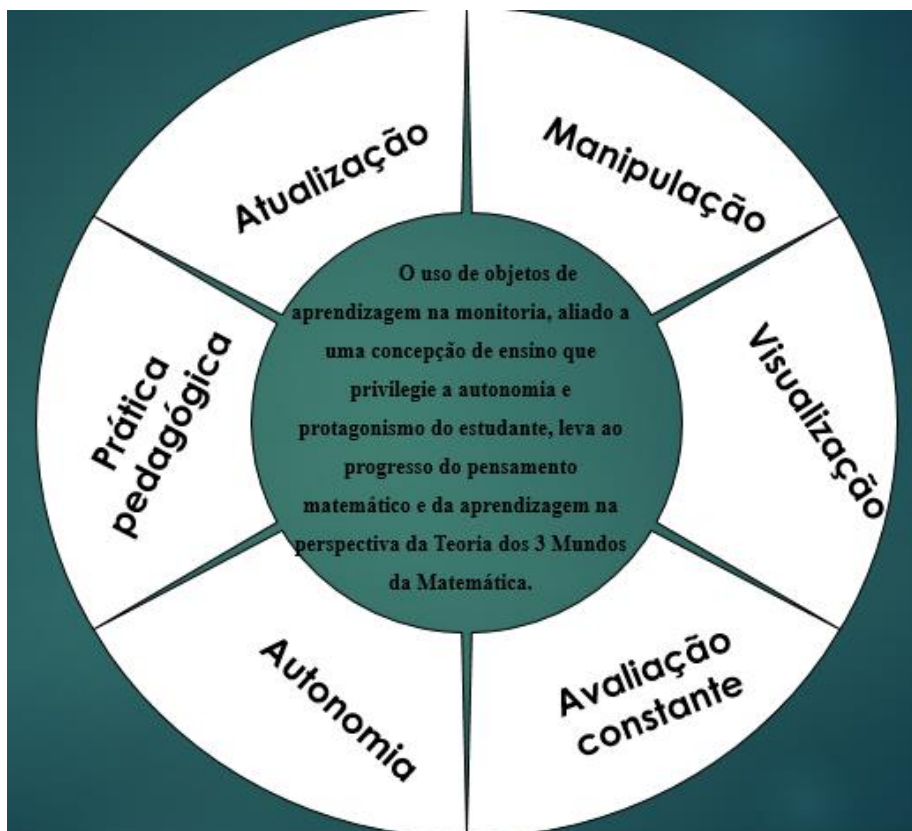
1) É relevante que o monitor passe constantemente por um processo de qualificação, não apenas em relação ao conteúdo, mas especialmente em relação ao desenvolvimento dos processos de ensino e aprendizagem. O cenário considerado adequado é de que essa capacitação ofereça a clareza necessária para a identificação de quais recursos tecnológicos digitais permitem o percurso pelos três mundos e quais se fundamentam na transmissão de informações. Ele necessita de um acompanhamento próximo, realizado por professores que lhe auxiliem nesse processo.

2) É adequado que a equipe da monitoria também esteja permanentemente envolvida em movimentos de formação contínua, assim é desejável a problematização e a reflexão como pautas constantes. É necessário que as falhas sejam olhadas a partir da teoria, no sentido de verificar-se em que contexto as atividades estão promovendo o percurso pelos três mundos.

3) O uso dos recursos tecnológicos digitais qualifica as ações, pois oferece muitas possibilidades de visualização e manipulação inviáveis em outros contextos. No entanto, é desejável que eles sejam concebidos a partir de uma perspectiva interativa e dinâmica, na qual o usuário não fique passivo apenas observando ou “recebendo” informações. É recomendável uma prática pedagógica subjacente muito clara, no sentido de visualizar o estudante como um ser ativo, o qual é protagonista da sua construção do conhecimento.

Abaixo, trazemos um esquema que sintetiza as principais ideias dessa categoria:

Figura 10 – Síntese da categoria



Fonte: O autor (2018).

### 7.3 Elementos convergentes entre as teorias

Essa categoria é uma categoria *a priori* composta por elementos convergentes entre a teoria dos três mundos da Matemática e a Sociointeratividade, sendo o Quadro 1 o principal norte teórico, guia das análises. Considerando que o nosso problema de pesquisa focaliza elementos teóricos, não podemos abrir mão de olhar para o *corpus* a partir da teoria, na busca de compreensões. Por outro lado, elas não são estanques e possibilitam o nosso olhar para os demais aspectos emergentes do processo, dando origem às subcategorias.

O argumento centralizador é descrito como: a monitoria de Cálculo atende aos seus propósitos quando privilegia a relação social entre os pares e, simultaneamente, permite que os alunos transitem pelos três mundos da Matemática. Essa perspectiva favorece a aprendizagem de Cálculo no contexto de ações realizadas fora da sala de aula, com auxílio dos monitores na organização e efetivação de atividades.



Para organização e fluidez do texto, fracionamos esse item em três subcategorias: 1) Usos da linguagem; 2) Usos de símbolos; 3) Níveis de desenvolvimento. Ainda consta uma síntese da categoria, intitulada “considerações sobre as ideias desta categoria”, em que os objetivos da pesquisa são relacionados com as nossas percepções atingidas no decorrer de todo o processo.

### 7.3.1 Usos da linguagem

Esta subcategoria é entendida como *a priori*, pois parte do ponto 1 do Quadro 1, considerando a linguagem como um elemento fundamental para a aprendizagem. O ponto de aproximação tomado como norte conjectura que, enquanto para Vygotsky (1998), a complexificação do conhecimento se dá a partir da linguagem, para Tall (2004), quando o sujeito verbaliza um conceito, existem sinais de apropriação, sinalizando a existência da reconstrução interna. Ambas as teorias são as referências da análise.

O argumento centralizador é: a aprendizagem de Cálculo na monitoria necessita do uso de uma linguagem que possibilite a comunicação entre as partes, mas que não abra mão das formalidades intrínsecas aos conceitos. Essa alegação é composta por uma dualidade: por um lado, é necessário o estabelecimento da interlocução, por outro, a evolução do pensamento matemático, na perspectiva de Tall (2004; 2008; 2013), pressupõe a exploração dos aspectos formais. Entendemos as duas perspectivas não como dicotômicas, pois é possível uma ação agregadora, que leve ao desencadeamento de movimentos comunicativos e possibilite o trânsito pelos três mundos da Matemática.

Consideremos a reconstrução interna de elementos externos como dependente da mediação, ocorrendo sobretudo a partir linguagem, estabelecendo uma relação entre o sujeito e o contexto no qual ele está imerso (OLIVEIRA, 2010). Pensar na monitoria a partir dessa perspectiva nos leva a entender a necessidade de o monitor e o estudante possuírem uma linguagem próxima, na qual a fala social (VYGOTSKY, 1998), entendida como comunicação, seja realizada. A esses movimentos, estão atrelados os desenvolvimentos dos processos mentais superiores, de modo que o sujeito tem a sua ZDP ativada a partir do contato com o outro.

De maneira similar, para Tall (2008; 2013), quando o sujeito verbaliza um conceito, ele está revelando a sua imagem de conceito, ou seja, está trazendo à tona a sua construção pessoal da própria definição. Essa descrição nem sempre vai na direção do considerado correto pela Matemática formal, sendo uma oportunidade de mapear e posteriormente redimensionar aquilo que o sujeito tem como seu em relação aos conceitos. Além disso, o autor preconiza a relevância

da linguagem para aprimorar e recontar o modo com o qual pensamos e avaliamos as coisas, o que é essencial para a edificação do pensamento matemático.

Assim, ambas as teorias consideradas como norteadores teóricos deste trabalho sinalizam que a linguagem é imprescindível para a aprendizagem, no contexto deste trabalho, da Matemática. Esse é um ponto crucial para pensarmos o ensino de Cálculo, como utilizar a linguagem de maneira que a comunicação se estabeleça, mas que também explore a esfera formal e axiomática?

Segundo nossos entendimentos, existe uma linguagem similar entre monitores e estudantes, que facilita os movimentos comunicativos necessários à aprendizagem. O incremento das formalidades nesse processo vincula-se à formação do monitor e ao acompanhamento da equipe, que deve oferecer o apoio para a proposição de atividades direcionadas aos aspectos formais. Assim, a monitoria pode se constituir em uma ação passível de conciliar comunicação com formalidades matemáticas.

Nesse contexto, “a comunicação não é entendida como um processo de transmissão de mensagens, mas como um meio dos intervenientes poderem partilhar a compreensão sobre um assunto” (GUERREIRO, 2011, p. 64), ou seja, um processo permeado pela troca de significados entre as partes envolvidas.

Durante as entrevistas realizadas, os dois monitores destacaram que a facilidade de comunicação é um dos pontos positivos da monitoria, e sobretudo um diferencial quando comparada à aula convencional. Um dos pontos enfatizados foi a relação entre colegas que favorece o uso de um vocabulário comum, potencializa e facilita a interlocução entre as partes. A seguir, veremos algumas falas que ilustram essa situação.

M2b pondera: “a gente tem o olhar de outro aluno também né. A explicação com a nossa linguagem é melhor do que a linguagem do professor” (M2b). O entrevistado destaca o fato de o linguajar entre colegas ser similar, enriquecendo os movimentos comunicativos indispensáveis para as trocas de símbolos necessárias para a aprendizagem. Sem comunicação, não haverá câmbio social, tampouco aprendizagem. Além disso, existem indicativos de que a interlocução com o professor na sala de aula nem sempre acontece, o que pode ser esse um fato relevante para ser investigado em trabalhos futuros.

Ball (1973) enfatiza que, no modelo de ensino convencional, caracterizado pela transmissão de informações, existe a desvalorização da fala do aluno, a qual se restringe, normalmente, a responder aos questionamentos do professor. O autor problematiza essa situação e preconiza a emergência de movimentos comunicativos em que ambas as partes participem e redimensionem o seu modo de pensar. Assim, “entrar em diálogo pressupõe que

nos modifiquemos e aceitemos ser modificados em contato com o outro” (BALL, 1973, p. 98). Essa perspectiva presume o envolvimento dos sujeitos, cambiando significados e modificando os seus modos de pensar, de modo a ultrapassar a ideia de transmissão de informações.

O modelo comunicativo referido por Ball (1973) tem maiores possibilidades de ocorrer no contexto da monitora, entre colegas, pois é um ambiente livre de pressões e de tensionamentos, tais como metas institucionais e relações de poder entre professor e aluno. Assim, a comunicação pode produzir mudanças cognitivas em ambos os envolvidos.

Pensar nesses argumentos nos leva de volta a uma ideia expressa no estrato referido anteriormente: “nossa linguagem é melhor do que a linguagem do professor” (M2b). É preciso relativizar a expressão “melhor” utilizada pelo entrevistado. Entendemos que o termo traz uma ideia de “mais próxima”, “mais passível de comunicação” e não necessariamente melhor, na acepção do termo. Percebemos a existência de uma compreensão maior quando o debate ocorre entre os próprios estudantes, pois eles se entendem melhor entre si, ou seja, há uma melhor comunicação.

Uma possível explicação para as ideias de M2b é os estudantes compreenderem a fala do professor. Assim, se fazem necessárias adaptações para que os movimentos comunicativos sejam realizados. Guerreiro (2011, p. 78) argumenta que:

A eficácia da comunicação na sala de aula de matemática pressupõe, também, que a informação esteja alicerçada no conhecimento do comunicador e do destinatário. A comunicação depende da competência do professor na utilização de um código adaptado ao nível etário e intelectual dos alunos, de modo que a mensagem seja corretamente compreendida por estes.

A comunicação para a aprendizagem de Matemática depende do conhecimento de ambas as partes e pressupõe a corporificação de elementos, ciência dos símbolos e operações, bem como das formalidades. Desse modo, é necessário que o professor tenha consciência das reconstruções internas do estudante, para que as trocas de signos ocorram a partir desses elementos.

Pensar na fala de M2b referida anteriormente, associando-a às teorias de Tall (2004; 2008; 2013) e de Ball (1973), leva-nos a concluir que, quando a comunicação não é estabelecida, as chances da ocorrência da aprendizagem diminuem. Isso ocorre quando a fala do professor transita mais no mundo formal axiomático, ou seja, no campo das definições e teoremas, esfera compreendida de maneira insuficiente pelos estudantes de Cálculo, na visão de Müller (2015). Esse fato, além de dificultar os movimentos comunicativos, inviabiliza o

percurso pelo mundo formal axiomático, pertencente à tríade de esferas para a construção do pensamento matemático.

Destacamos ser oportuno que os discentes melhorem gradativamente seu vocabulário e sua compreensão de símbolos matemáticos, para ampliar o seu trânsito pelos mundos formais axiomático e *proceitual* simbólico, aspecto que Tall (2004) vincula à evolução do pensamento matemático. A ampliação do vocabulário também favorecerá a comunicação, que, para Vygotsky (1998), é o meio para a efetivação das trocas simbólicas necessárias para o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. A monitoria é favorecedora dessa melhora, ao propor atividades nas quais sejam utilizados símbolos e definições matemáticas aliadas à visualização e à representação.

No entanto, as adaptações linguísticas realizadas pelo professor com o fim de estabelecer a comunicação não podem significar um desuso de conceitos ou um vocabulário simplificado em relação às formalidades. Cabe destacar que as formalidades, as definições e os teoremas compõem uma parcela necessária para a aprendizagem matemática de acordo com Tall (2004), ou seja, é significativo o seu uso nas situações de ensino e aprendizagem.

É conveniente que esse aspecto seja potencializado na monitoria, a partir de propostas que visem às formalidades da Matemática, mas que partam das corporificações dos estudantes. Considerando que essa corporificação nem sempre vai na direção da Matemática (TALL, 2004), emerge a necessidade de seu mapeamento prévio em conversas e em avaliações. Quando essa base é identificada, é possível redimensioná-la a partir de atividades que relacionem álgebra e geometria, de modo a incitar o estudante a perceber as características dos conceitos, que são formalizadas nas definições.

A monitoria é um terreno fértil para que isso ocorra. Como referimos anteriormente, é adequada a realização de uma avaliação prévia, que detecte os aspectos corporificados e presentes no nível de desenvolvimento real. O uso de recursos tecnológicos digitais pode se constituir em uma interface capaz de auxiliar na relação entre as abordagens analítica e geométrica, levando à percepção das formalidades existentes. Desse modo, entendemos que o uso da linguagem formal está intimamente associado ao conhecimento das propriedades e dos conceitos intrínsecos ao objeto do conhecimento.

O incremento do uso de signos linguísticos é um fator propenso a promover a complexificação do conhecimento, com uma ampliação do conhecimento conjuntamente com a expansão do uso dos símbolos. No entanto, o uso exagerado de símbolos pode causar uma falsa sensação de aprofundamento do conhecimento, que não promove a aprendizagem e pode causar ainda mais entraves para o estudante de Cálculo. É necessário que o discente acompanhe

o professor, compreenda a simbologia e relacione-a com os processos e conceitos envolvidos, ou seja, percorra o mundo *proceitual* simbólico, e a monitoria é um espaço favorável para que isso ocorra.

Consideramos como o cenário mais adequado aquele no qual professor e estudante caminhem juntos em relação ao uso de símbolos e da linguagem. São apropriadas adaptações de ambas as partes: enquanto o professor faz uso de uma linguagem e de símbolos compreensíveis, o discente gradativamente vai apropriando-se das formalidades inerentes à linguagem matemática, transitando, assim, mais facilmente pelos três mundos. Possuir uma base axiomática é relevante para compreensões relativas às demonstrações, utilizando-as para generalização e abstração de conceitos.

Os ajustes referidos no último parágrafo são fundamentais para que a aprendizagem ocorra, pois, sem eles, inexistirão as trocas de signos que ativam a ZDP. O percurso pelos mundos formal axiomático e *proceitual* simbólico também dependem fundamentalmente da comunicação, entendida como uma possibilidade de redimensionar a estrutura cognitiva dos envolvidos, conforme referido por Ball (1973).

A partir disso, surge a necessidade de o estudante compreender os símbolos e as definições utilizadas pelo professor, o que nem sempre é possível na sala de aula, pois geralmente o foco concentra-se nos conteúdos próprios da disciplina. A monitoria pode entrar nesse ínterim, promovendo atividades que ampliem o percurso pelos mundos *proceitual* simbólico e formal axiomático. Para isso, é necessária a identificação das corporificações dos estudantes, a fim de, a partir desse ponto, traçarmos ações direcionadas à reconstrução interna dos símbolos e dos *proceitos* necessários para a aprendizagem de Cálculo.

O ensino e a aprendizagem de Cálculo estão relacionados a distintos aspectos, dentre eles a comunicação. Mesmo que a concepção de ensino seja fundamentada na transmissão de informações, os movimentos comunicativos sempre estarão presentes na docência. Tardiff e Lessard (2008, p. 33) argumentam sobre as atividades do professor, entendendo que estas “se desdobram segundo modalidades complexas em que intervêm a linguagem, a afetividade”. Assim, não basta ao professor conhecer o conteúdo e suas definições: é desejável que ele encontre meios para que os estudantes façam a reconstrução interna deles. Na monitoria, essa relação tende a ser mais simples, uma vez que, estando em situações similares, os ajustes linguísticos necessários à efetivação da comunicação são mais prováveis de se consolidarem.

No entanto, enfatizamos que a linguagem acessível preconizada neste trabalho não dispensa os aspectos formais inerentes aos conceitos de Cálculo. As formalidades da Matemática constituem uma das esferas pelas quais o estudante precisa transitar para o

desenvolvimento do pensamento matemático (TALL, 2004), e isso normalmente não é explorado de maneira suficiente, o que acarreta entraves na comunicação e na aprendizagem.

O trânsito pelas formalidades no contexto da monitoria depende da orientação do monitor pela equipe pedagógica, direcionando-o para o uso de uma linguagem compreensível, mas permeada pelos aspetos formais dos conceitos. Assim, é oportuno o fomento a debates e a problematizações acerca de tais aspectos, direcionados ao pensamento sobre as formalidades. Esses momentos carecem de um acompanhamento por parte dos professores responsáveis, pois o monitor, possivelmente, também não possui elementos do mundo formal axiomático consolidados ao ponto de conseguir problematizá-los com um colega.

Segundo Tall e Vinner (1981), a capacidade de verbalizar um conceito é um indicativo da exploração do mundo formal axiomático, expressando a sua imagem de conceito e revelando a sua reconstrução interna. O desenvolvimento dessa perspectiva na monitoria vincula-se à exploração de definições formais e propriedades fundamentais, com atividades de pesquisa, por exemplo. No entanto, é indicada a exploração gradativa e a introdução a partir de elementos já consolidados na imagem do conceito do estudante. A linguagem será essencial nesse processo.

Adaptações linguísticas para a promoção de interlocuções são a realização dos movimentos comunicativos. Discorrendo sobre esse assunto, M2b postula: “Só que a linguagem que a gente usa para explicar para quem faz engenharia não é a mesma que a gente pode usar na biologia, depende do aluno”. O entrevistado enfatiza que utiliza a linguagem de diferentes maneiras em diferentes contextos, pois cada curso dá um enfoque distinto ao Cálculo, com emprego de aplicações e conceitos próprios de cada área, o que torna necessária uma comunicação que visualize tais elementos. Por exemplo, a exploração do conceito de “lucro marginal” e o seu emprego na derivada e na resolução de problemas relacionados a ele parece fazer mais sentido para o curso de Engenharia de Produção, quando comparado ao de Biologia.

Ainda complementando os argumentos do parágrafo acima, M2a, argumenta que as adaptações linguísticas vão “até ele entender, adaptar ao aluno mesmo, a linguagem, o jeito de explicar tem que ser diferente” (M2b). O entrevistado enfatiza a busca por alternativas na maneira como a comunicação é estabelecida, sempre visando à interlocução.

Um ponto da fala de M2b passível de questionamento é a ênfase excessiva à explicação. Destacamos a insuficiência desse aspecto para a promoção da aprendizagem Matemática, pois, muitas vezes, “explicações” carregam na sua essência a ideia de transmitir informações. De acordo com Soares e Sauer (2004), Cabral (2015) e outros autores considerados anteriormente, essa perspectiva está presente nas salas de aula e é um dos fatores responsáveis pelos inúmeros casos de insucessos em relação à aprendizagem de Cálculo, na visão das autoras.

O papel de ouvinte ou de expectador não é suficiente para a aprendizagem de Cálculo, seja na monitoria, seja na sala de aula. Oliveira (2010, p. 65) enfatiza esse aspecto:

nem seria possível supor, a partir de Vygotsky, um papel de receptor passivo para o educando: Vygotsky trabalha explícita e constantemente com a ideia de reconstrução, de reelaboração, por parte do indivíduo, dos significados que lhe são transmitidos pelo grupo cultural.

A aprendizagem, em Vygotsky, relaciona-se à própria subjetividade do sujeito, de modo que não é possível o desencadear de um processo vertical, como, por exemplo, a transmissão de informações do monitor para o aluno. De maneira análoga, para Tall (2004), o percurso pelos três mundos da Matemática pressupõe a atitude autônoma, pois o próprio sujeito entrará em contato com o objeto do conhecimento e irá corporificá-lo a partir de suas experiências. A aprendizagem de Cálculo na monitoria, partindo desse referencial teórico, leva-nos a entender que é adequado o envolvimento de monitores e estudantes em movimentos comunicativos, envolvendo problematização, questionamento, crítica e pensamento sobre os conceitos referentes à disciplina.

No contexto da monitoria, a relação entre os colegas potencializa as chances de ocorrência de debates, pois o estudante pode não se sentir confortável ao debater com o professor, em função dos tensionamentos e das relações de poder presentes na sala de aula. Quando as duas partes se encontrarem em uma mesma posição, é fomentado um ambiente menos propenso a pressões, e a linguagem não é um impeditivo para que isso ocorra, pois ela é próxima, logo suas adaptações são realizadas com maior facilidade, conforme argumentamos anteriormente. Esse cenário também é propício para a realização de movimentos comunicativos direcionados à compreensão de conceitos básicos, que favoreçam a interlocução, mas que também levem à reconstrução interna de aspectos formais da Matemática.

A teoria de Tall (2004; 2008; 2013) entende as formalidades e axiomas como pertencentes à trinca que levará ao desenvolvimento do pensamento matemático. São comuns dificuldades nesse aspecto (MÜLLER, 2015), emergindo, desse ponto, a necessidade de a monitoria explorar e desenvolver essa esfera, levando à corporificação de tais elementos. Para isso, é necessária a realização de ações voltadas ao pensamento sobre as formalidades do Cálculo, promovendo a incorporação desses elementos ao vocabulário, vinculando-se à corporificação, para chegarmos ao que Tall (2004) chama de *definição de conceito*. Novamente, enfatizamos a necessidade da orientação ao monitor: é necessário utilizar um vocabulário que promova uma boa comunicação, sem abrir mão das formalidades.

Correndo o risco de sermos redundantes, mais uma vez destacamos a necessidade de o monitor não permanecer sozinho na tarefa de promover o uso da linguagem formal. É desejável o acompanhamento da equipe pedagógica, prestando auxílio nessa tarefa. Também recomendamos a inserção dessa perspectiva na formação do monitor, pois ele, como estudante de graduação, não tem condições plenas de colocar em curso os movimentos interativos que utilizem também a simbologia formal matemática, sem a devida capacitação.

Em síntese, entendemos o favorecimento da aprendizagem de Cálculo no contexto da monitoria com o uso da linguagem comum entre os colegas. No entanto, é indispensável a exploração dos aspectos formais e simbólicos, para o aumento das possibilidades do desenvolvimento do pensamento matemático, em acordo com a teoria considerada neste trabalho.

### 7.3.2 Uso dos símbolos

Essa subcategoria *a priori* foi fundamentada na teoria, a partir do Quadro 1, e é um elemento indicador de convergências entre as teorias de Vygotsky e de David Tall.

No entanto, a análise do *corpus* não trouxe indicativos da presença de uso de símbolos na monitoria da IES2. Não queremos deixar transparecer o desuso dos símbolos na IES2, mas enfatizar a insuficiência do instrumento de pesquisa utilizado. A entrevista semiestruturada não foi suficiente para trazer à tona percepções relacionadas a essa subcategoria. Também é possível que o nosso próprio horizonte teórico tenha sido responsável pela não percepção desse aspecto. Sugerimos um estudo mais aprofundado desse tema, com outros instrumentos em estudos futuros.

O nosso estado de vigilância epistemológica exige um esclarecimento ao leitor: em momento anterior à investigação supomos que o uso de símbolos estaria presente na monitoria, perspectiva não identificada no decorrer do processo analítico.

### 7.3.3 Estágios mentais do sujeito

Esta subcategoria é composta por elementos sinalizadores da presença do ponto 3 do Quadro 1. Nesse ponto, comparamos os níveis de desenvolvimento real e potencial de Vygotsky com as experiências *já-encontradas* e *a-encontrar* de David Tall, entendendo isso como os estágios mentais do sujeito. Aqui, centralizamos aspectos relacionados à aprendizagem vinculada a esses aspectos, cancelados pelos textos de ambos os autores.



O argumento centralizador da categoria é: a criação de condições para que o estudante reconstrua internamente conceitos matemáticos que ele ainda não tem consolidados no contexto da monitoria é relevante para a aprendizagem. Segundo nossos entendimentos, essa reconstrução passa pelo contato social bidirecional com o outro e pelo percurso pelos três mundos da Matemática. Destacamos, em acordo com a teoria de Tall (2003; 2008), que a reconstrução referida também faz referência ao redimensionamento das construções conceituais equivocadas presentes no mundo corporificado.

Inicialmente, trazemos elementos relativos à importância dos conceitos já estabelecidos na imagem de conceito do sujeito, ou no nível de desenvolvimento real para a ocorrência da aprendizagem. Autores, como Müller (2015) e Cavasotto e Viali (2011) fizeram referência à relevância de o sujeito possuir uma base conceitual de Matemática Básica para a aprendizagem de Cálculo. Esse alicerce é composto por conhecimentos específicos, cuja aprendizagem supostamente deveria ocorrer no Ensino Fundamental e Médio. Distintos entrevistados fizeram referência a esse aspecto, que será analisado a partir das concepções teóricas de Vygotsky e Tall.

Para ilustrar essa situação, na sequência, trazemos um quadro com a quadra de conteúdos de Cálculo, e alguns exemplos de *já-encontrados*, cuja presença no nível de desenvolvimento real é recomendada para a ocorrência da aprendizagem. Usaremos a expressão *construção necessária* para fazer referência aos conteúdos prévios, cuja construção é desejável para o sucesso em Cálculo. Usamos essa terminologia partindo da base teórica considerada de que uma operação externa ao sujeito é reconstruída na sua mente a partir da relação com o outro e com o objeto do conhecimento.

Quadro 11 – Construção necessária

<b>Conteúdos</b>	<b>Construção necessária</b>
Limites	Fatoração, gráficos de uma função.
Continuidade	Generalidades sobre funções, gráficos de uma função.
Derivadas	Radiciação, produtos notáveis, multiplicação de polinômios, gráficos de uma função.
Integrais	Operações com frações, produtos notáveis, equações do primeiro grau.

Fonte: O autor (2018).

A problemática pode ocorrer a partir de dois enfoques: o estudante não possui os conceitos na sua imagem de conceito ou ele possui uma construção equivocada, oriunda de uma experiência malsucedida ou mal orientada. Ainda enfatizamos que existem vários outros conteúdos, também necessários, mas que não foram elencados no quadro, pois ele é apenas uma exemplificação da relevância da base prévia anterior. Esse aspecto foi referido nas falas dos monitores, como podemos ver abaixo:

Quadro 12 – Falas sobre conhecimentos prévios

“Cálculo 2 ainda é assim, o aluno não erra na integral. O erro é algo básico: uma soma de fração, raiz, simplificação, coisas básicas”. (M2b).
“Por exemplo, ela não sabe nem o que é uma Bháskara da vida, e a gente tem que ajudar ela para que ele veja como se realiza como se procede todo mecanismo”. (M2a).
“A integral em si, qualquer um consegue resolver quase, porque, quando tu organizas ela e aplica o método de integração, o método é sempre uma receita de bolo, aquela integral mais simples. Até porque as técnicas servem para isso, para chegar nas integrais mais simples. Aí acaba sendo mais isso”. (M2a).
“Por que quanto mais avança, mais vai precisar, e esses erros não podem mais acontecer né” (M2b).
“Ah, mais aqui eu não estou conseguindo fazer essa, aí tu olhas é um polinômio divisível, e diz: ‘olha tem uma divisão de polinômio, primeiro tu realizas ela, etc, então essas coisas que geralmente faz as pessoas errar’”. (M2a).
“A gente vai mostrando que ela tem que fazer exercícios, dentro do que ela sabe dos conhecimentos que ela já tem” (M2a).

Fonte: *Corpus* de pesquisa.

Os entrevistados destacam a importância de uma base conceitual prévia para a aprendizagem de Cálculo. Em Vygotsky (1998), isso é entendido como o nível de desenvolvimento real, enquanto em Tall (2004), é chamado de *já-encontrado*. Neste trabalho, utilizaremos a expressão *conceitos construídos* como um compilado das duas teorias.

A resolução de integrais, referida por M2a e M2b, pressupõe a corporificação de determinadas manipulações algébricas, sendo assim *conceitos construídos*, consolidados de maneira correta na mente do sujeito. Assim, o trabalho na monitoria não pode restringir-se à resolução de exercícios de maneira mecânica, é necessária a construção da base anterior, para que, posteriormente, seja percebida a aplicabilidade do conteúdo, como, por exemplo, no

cálculo de áreas e de volumes de sólidos de revolução. Ambos os exemplos referidos exigem uma base conceitual que contemple álgebra e geometria. Em caso contrário, não será possível a resolução da integral, tampouco a visualização de suas aplicações. A relação dos conteúdos relativos ao Cálculo com situações do cotidiano é dos grandes problemas dos egressos da engenharia, na visão de Soares e Sauer (2004), sendo esse um ponto necessário a ser trabalhado na monitoria.

Discussão similar também é feita por Cury (2007). A autora aponta um elevado índice de erros em álgebra, como, por exemplo, simplificação, fatoração algébrica e produtos notáveis, inviabilizando a aprendizagem de Cálculo. O professor da disciplina, normalmente, não retoma tais aspectos seja por falta de tempo, seja por acreditar na sua isenção em relação ao ensino de conteúdos relacionados ao Ensino Fundamental e Médio. Novamente, fomenta-se um ciclo de tensionamentos referido nos Capítulos anteriores, o professor critica a falta de base e o aluno critica a falta de atenção do docente.

O equívoco de pensarmos que não é de responsabilidade da IES promover a aprendizagem de conceitos pertencentes ao Ensino Fundamental e Médio não pode acontecer na monitoria. O acesso ampliado ao Ensino Superior, os métodos de ensino fundamentados na transmissão de informações, a própria crise da Educação como um todo trouxeram para a universidade estudantes sem competências básicas em relação à Matemática. Assim, a monitoria pode se incumbir de auxiliar o estudante no estabelecimento de uma base de *conceitos construídos* necessários para a sua aprendizagem.

Também entendemos e consideramos que, em muitos momentos, o professor não volta a esses conteúdos em função das pressões institucionais sofridas por ele, como, por exemplo, “vencer o conteúdo”, “preparar para a próxima disciplina”, etc. A monitoria é livre de tais imposições, assim o monitor pode explorar os aspectos realmente necessários para a ocorrência da aprendizagem de Cálculo. Entendemos ser o algoritmo da resolução da derivada ou da integral, por exemplo, tão significativo quanto o alicerce anterior necessário para o seu desenvolvimento.

A monitoria pode se constituir em um espaço adequado para o preenchimento de lacunas conceituais referentes à Matemática básica, pois ela conta com uma série de características favoráveis a isso. Dentre elas, citamos ser um ambiente livre de pressões, com tempo e horários suficientes para a ocorrência da aprendizagem, além de acontecer com o auxílio de um colega, o que facilita a comunicação e a interação. Também conta com o auxílio dos recursos tecnológicos digitais, podendo haver suporte à visualização, à manipulação e à criatividade.

Cabe destacar que a existência de maiores chances para a construção do fundamento conceitual necessário para o estudante na monitoria vincula-se ao fato de que as ações desenvolvidas tenham como guia as teorias dos três mundos da matemática e da sociointeratividade. A consideração do primeiro eixo teórico referido promoverá o desenvolvimento do pensamento matemático a partir da relação com o objeto do conhecimento; e o segundo, da aprendizagem na relação com o outro, sobretudo o monitor.

Na IES 2, a maior parte dos frequentadores da monitoria são discentes de licenciatura em Ciências Exatas, Engenharias e, em menor número, de Biologia e Administração de Empresas. Seja para ensinar ou aplicar Matemática, a construção do conhecimento relativo a elementos básicos da Matemática será relevante no sentido de formar um profissional mais completo, com pensamento matemático avançado e com ciência dos fundamentos para, a partir deles, perceber e utilizar as aplicações. Quando essa construção ocorre partir dos três mundos da Matemática e da relação social entre os envolvidos, existem maiores possibilidades para a reconstrução interna dos conceitos, em vez da simples reprodução de algoritmos padronizados.

Quiçá, fora do contexto da monitoria as questões referidas nos últimos parágrafos não irão acontecer, pois os professores das disciplinas precisam “vencer as ementas”, e aqui não estamos fazendo qualquer crítica, pois sabemos da existência de imposições institucionais para isso. Tais pressões conjuntamente com outros fatores levam ao ensino fundamentado na transmissão, apressada e superficial. A monitoria, isenta desses tensionamentos, oferece maiores possibilidades para o percurso pelos três mundos e para a relação social entre os sujeitos.

Não podemos conceber um estudante do Ensino Superior, realizando um curso com Matemática como um dos eixos estruturantes, não contar com a habilidade de resolver uma equação do segundo grau. Mesmo o sujeito tendo estudado e visto esse assunto em diversos momentos de sua trajetória, ele não corporificou tais elementos. É adequado a monitoria entrar nesse aspecto, para promover o desenvolvimento do pensamento matemático a partir do percurso pelos três mundos da Matemática (TALL, 2004; 2008; 2013) e da relação entre os sujeitos (VYGOTSKY, 1998). Assim, não basta ao monitor apresentar o algoritmo e resolver o exercício. Esse tipo de prática já aconteceu em outros momentos, e as evidências indicam a sua insuficiência para a promoção da aprendizagem. É necessária a corporificação de conceitos a partir da problematização, do questionamento, do pensar sobre, em uma relação com a mobilização de ambas as partes.

Em contraponto, cabe destacarmos ser recomendável o envolvimento do discente nesse processo, mostrando intensão e interesse em aprender. Isso dará a bidirecionalidade referida

por Moreira (2010) como fator relevante para a ativação da ZDP e da aprendizagem a partir do contato com o outro. Para isso, é necessária a ciência dos conceitos já construídos e dos que serão construídos, pois serão pré-requisitos para a ocorrência da aprendizagem de Cálculo. Ou seja, um percurso do nível de desenvolvimento potencial ao real, que estabeleça na sua mente aquilo para o qual ele tem um potencial embrionário, será ativado a partir do contato com o monitor.

O trajeto referido no último parágrafo tem maiores chances de acontecer quando houver uma avaliação indireta, indicando as corporificações do estudante, para a partir desse ponto traçar-se um plano para o preenchimento das lacunas conceituais necessárias. Já abordamos os aspectos dessa avaliação anteriormente, sugerindo o uso de recursos tecnológicos digitais, com a adoção de uma perspectiva indireta, ou seja, é essencial essa avaliação seja imperceptível. Uma alternativa viável para isso é o uso de *games* ou de objetos de aprendizagem. O ponto a ser visualizado é o fato de o sujeito não se sentir avaliado, mas interagir com a interface digital, como, por exemplo, ir passando de fases em jogos, trazendo assim indícios da sua imagem de conceito.

Com o mapeamento dos aspectos corporificados, as ações de ensino do monitor podem partir desses pontos, para que se visualize os conceitos necessários à ocorrência da aprendizagem de Cálculo. Nesse processo, é cabível a consideração das vivências do monitor enquanto estudante, de maneira conjunta com os resultados obtidos. Pensar a aprendizagem a partir da ativação da ZDP no contato com o outro nos leva a considerar adequado o envolvimento do monitor na mediação de situações que proporcionem o pensamento, a habilidade de questionar e a exploração das facetas inerentes aos conceitos envolvidos, de modo que ocorra um redimensionamento das imagens de conceitos estabelecidas na mente do sujeito. Esse processo pode incluir recursos tecnológicos digitais e indicar ações direcionadas ao estabelecimento do contato com o outro e com o objeto de conhecimento.

Considerar tais perspectivas permite-nos entender a monitoria como uma ação com finalidades mais complexas do que a de resolução de exercícios, promovendo no estudante o entendimento dos conceitos já construídos e a construir.

Não podemos deixar de avaliar o fato de o monitor também ser um estudante, cursando muitas vezes engenharia, conhecendo os conteúdos, mas não as concepções didáticas relativas ao ensino. Assim, cabe à instituição promotora da monitoria desenvolver formações direcionadas a esses pontos e oferecer condições para a mediação de situações voltadas à aprendizagem.

Um processo de formação dos monitores está ocorrendo na IES2, como podemos observar na fala de PROFM2c: “um percentual significativo da carga horária vai estar vinculado a essa parte”. Segundo a verbalização de PROFM2c, parte das atribuições do monitor está voltada à sua formação. O objetivo é ele estar: “preparado para atender de uma forma, categórica os alunos, os alunos com dificuldades, não apenas de resolver, mas de perceber qual é a dificuldade maior no processo de cálculo, como eu posso instigar ele a buscar algo a mais, tentar motivar esse processo de autonomia do aluno, dá uma formação também para os bolsistas nesse sentido” (PROFM2c). O professor monitor destaca ser uma das incumbências do monitor prestar o atendimento ao aluno, não apenas no sentido de desenvolver algoritmos e procedimentos mecânicos, mas de analisar os erros e procurar desenvolver a autonomia.

Nesse processo, o monitor entra em contato com os demais estudantes, e pode analisar as fragilidades conceituais e procurar fazer atividades direcionadas à aprendizagem. A análise de erros também permite o explorar de conceitos matemáticos, consolidando e redimensionando a sua imagem de conceito. Ponto relevante nesse processo é a formação pedagógica recebida, demonstrando que o trabalho coletivo é necessário na monitoria, de acordo com Dias (2007) e Nunes (2007).

Esse é um elemento emergente tanto dessa quanto das demais categorias: a necessidade de formação e capacitação do monitor. Sugerimos que esse processo seja constante, incluso na carga horária, com a existência de momentos semanais, nos quais todos os monitores se encontrem com os professores responsáveis, estudem teorias de aprendizagens e discutam estratégias direcionadas a pensarem em como se ensina e como se aprende. Cabe à equipe responsável orientar esses encontros, propondo e problematizando questões de modo a fomentar o debate e o pensamento crítico.

O fato de muitos monitores não serem discentes de Licenciatura torna essencial o debate referido no último parágrafo. Nesse movimento formativo, pensar sobre o andamento e o contexto da monitoria é algo expressivo para a identificação dos pontos a serem melhorados, bem como para a estruturação de norteadores para a atração de alunos e principalmente para considerações sobre a aprendizagem. O planejamento de ações e de atividades orientadas à mediação de situações de aprendizagem também pode compor parte desses momentos.

Pareceres sobre os rumos da monitoria podem ser dados apenas por quem está envolvido diretamente, logo é oportuna a socialização de suas perspectivas e aflições com os colegas. É desejável o uso de tais diagnósticos como referenciais para o planejamento das ações, sendo acertado o uso das teorias dos três mundos da matemática e da sociointeratividade como referências.

Essa ampliação nas ações dos monitores tende a reduzir a subutilização da monitoria, levando-a a se constituir em um espaço de estudo e de aprendizagem. Existem maiores chances de isso acontecer quando a equipe possuir um modelo comum, na qual o estudante seja o protagonista da sua construção do conhecimento. O monitor, nesse contexto, será um companheiro, alguém mais experiente na tarefa, auxiliando os colegas a pensarem sobre os conceitos, a pesquisarem de maneira autônoma e a perceberem as suas fragilidades e potencialidades.

Na direção das considerações acima, trazemos uma fala de um monitor que enfatiza o direcionamento para o estudo autônomo dado na monitoria. O entrevistado afirma que, quando as fragilidades são detectadas, ele recomenda o estudo de alguns livros de Cálculo. De acordo com as necessidades individuais, ele indica uma obra específica. Nas suas palavras: “O Stewart é bem detalhadinho tem o passo a passo, de onde surgiu cada coisa, toda explicação. Por isso, eu gosto bastante dele, para quem tem dúvida mais de base, não necessariamente dúvida do Cálculo” (...) “Aí quem tem dúvida em Cálculo, eu passo o Anton ou o Thomas, que tem exercícios mais complexos e uma abordagem mais direta em cima do Cálculo, não é uma coisa tão detalhada” (M2a). Percebemos a capacidade do monitor em analisar os livros didáticos e encaminhar o material mais adequado em acordo com o nível de desenvolvimento real do estudante. Isso envolve, além do conhecimento das obras, um mapeamento das dificuldades de cada indivíduo.

Confirmando as ideias de M2a, Soares e Cury (2017) fazem uma análise de três livros de Cálculo à luz da teoria dos três mundos da Matemática. Dentre as obras analisadas está Anton, Bivens e Davis (2007), denominada como “Anton” pelo monitor. Segundo Soares e Cury (2017, p. 70), “pode-se notar que em alguns exercícios há a intenção de reproduzir mecanicamente o algoritmo de resolução de determinado limite e, nesse sentido, pode-se questionar a influência dessa abordagem na compreensão dos conceitos”. Essa prática indica a percepção do monitor em relação aos conceitos *já-encontrados*, bem como o conhecimento dos materiais.

É apropriado o fomento ao hábito de estudar no contexto da monitoria, a partir do incentivo à pesquisa em materiais didáticos, sejam eles impressos ou digitais. A ciência em relação aos *já construídos* favorece essa prática, pois considera os aspectos individuais corporificados. Assim, uma das tarefas do monitor é direcionar o estudante, indicando livros, *sites* e objetos de aprendizagem levando-o, de maneira autônoma, a preencher as suas lacunas conceituais. No entanto, é adequada a bidirecionalidade desse processo, ou seja, o discente

também precisa manifestar interesse em aprender. Não é suficiente o monitor indicar materiais e orientar o estudo quando o outro está interessado unicamente em resolução de exercícios.

As alegações do último parágrafo nos levam a considerar que a aprendizagem no contexto da monitoria passa por um redimensionamento nas concepções dos próprios alunos, de forma que é apropriada a compreensão de sua aprendizagem como um processo, e não apenas como um resultado final, entendido como nota. Isso passa por discussões dentro e fora da sala de aula e leva à percepção da relevância do pensamento matemático, de maneira especial para a esfera profissional.

Soares e Sauer (2004) entendem que um dos grandes problemas do egresso da Engenharia é o estabelecimento de relações entre a “matemática acadêmica” e a “matemática prática”. Essa dicotomia tem suas raízes nas aulas pautadas na transmissão de informações e na repetição de algoritmos e não privilegia o livre pensar. A monitoria pode romper com esse processo e possibilitar ao estudante perceber o Cálculo como algo real e aplicável. No entanto, isso somente será possível se houver a efetivação de ações voltadas à problematização, ao livre pensar, ao teste e às conjecturas.

A aprendizagem na monitoria, a partir da teoria considerada neste trabalho, pressupõe o estabelecimento de relações sociais bem como a exploração das múltiplas faces de conceitos, conciliando álgebra e geometria, sem abandonar as formalidades intrínsecas. O uso de recursos tecnológicos digitais, como, por exemplo, objetos de aprendizagem, em função das possibilidades de visualização e representação, podem auxiliar nesse processo. No entanto, como já destacamos anteriormente, é necessário que a constituição do recurso permita isso, pois, em muitos momentos, a tecnologia digital também reproduz um modelo fundamentado na transmissão de informações.

Por último, enfatizamos a emergência de atribuímos um olhar pedagógico voltado para a monitoria, que leve em conta as relações sociais entre os pares e o trânsito pelos três mundos da Matemática. Na sequência, trazemos uma relação entre os objetivos da pesquisa e a categoria.

#### 7.3.4 Considerações sobre ideias centrais da categoria

Nesta categoria conseguimos atingir parte significativa dos objetivos específicos 1, 2 e 3. Sendo uma categoria que mescla elementos das teorias de Vygotsky e Tall, os objetivos 1 e 2 emergiram, mas não com a força observada nas categorias 7.1 “Elementos da sociointeratividade” e 7.2 “Elementos da teoria dos Três Mundos da Matemática.



Em relação ao objetivo número 1, descrito como “relacionar as ações desenvolvidas pelas monitorias com os pressupostos teóricos dos Três Mundos da Matemática”, identificamos o mapeamento dos conceitos *já-encontrados* e os *a-encontrar*, com o intuito de estabelecer uma base conceitual para o avanço em relação à aprendizagem de Cálculo.

De maneira similar, foi observado o objetivo número 2, descrito como “Identificar, nas monitorias de Cálculo, como estão sendo criadas condições para o desencadeamento de relações sociais entre os pares”. A relação entre monitor e estudante ocorre em situações que possibilitem ambos a problematizar os conceitos intrínsecos à disciplina. Os movimentos de formação continuada para o monitor são essenciais, além de ser desejável o câmbio social entre monitores e entre monitores e professores.

Já em relação ao objetivo número 3, descrito como: “compreender como a aprendizagem está sendo desencadeada no contexto das ações desenvolvidas na monitoria”, identificamos o mapeamento dos conhecimentos prévios como algo indispensável para o traçar de ações passíveis de levar à aprendizagem. Assim, uma avaliação indireta é essencial para trazer à tona essas compreensões.

A seguir, trazemos um esquema que resume as principais ideias desta categoria.

Figura 11 – Síntese da categoria



Fonte: O autor (2018).

As compreensões atingidas nesta categoria nos levam a redimensionar o Quadro 1, anteriormente constituído unicamente com elementos teóricos. Agora, podemos associá-lo a elementos do empírico e promover uma aproximação entre a teoria da sociointeratividade, os três mundos da Matemática e a fala dos entrevistados.

Quadro 13 – Aproximações teóricas e elementos do empírico

Aproximações teóricas	Elementos do empírico
1) A linguagem como elemento da aprendizagem.	<p>“A explicação com a nossa linguagem é melhor do que a linguagem do professor”. (M2b).</p> <p>“Só que a linguagem que a gente usa para explicar para quem faz engenharia não é a mesma que a gente pode usar na biologia”. (M2b).</p> <p>“Até ele entender, adaptar ao aluno mesmo, a linguagem”. (M2b).</p>
2) Símbolo conferindo sentido à leitura e à interpretação do mundo.	Não encontramos evidências deste ponto.
3) Conhecimentos prévios	<p>“Cálculo 2 ainda é assim, o aluno não erra na integral. O erro é algo básico: uma soma de fração, raiz, simplificação, coisas básicas.” (M2b).</p> <p>“(…) olha tem uma divisão de polinômio, primeiro tu realiza ela, etc., então essas coisas que geralmente faz as pessoas errar”. (M2a).</p> <p>“A gente vai mostrando que ela tem que fazer exercícios, dentro do que ela sabe dos conhecimentos que ela já tem”. (M2a).</p> <p>“E também acho que tem muita gente que vem para o Cálculo I com dificuldade na matemática básica mesmo”. (M2b).</p>

Fonte: *Corpus* de pesquisa.

O processo analítico nos trouxe indicativos da linguagem como um fator essencial para a aprendizagem. Ela está relacionada tanto ao desenvolvimento dos processos mentais superiores a partir da relação com o outro, como à construção do pensamento matemático a partir do percurso pelos três mundos da Matemática. A necessidade dos conhecimentos prévios também emergiu como um ponto comum entre ambas as teorias consideradas. Eles podem ser entendidos como sinalizadores do atual estágio em que o estudante se encontra para, a partir disso, ser possível o traçar de um plano de ação para a aprendizagem.

Em síntese, entendemos que a monitoria precisa levar em conta a linguagem e os conhecimentos prévios dos estudantes para o incremento nas possibilidades de aprendizagem de Cálculo, no contexto da monitoria.

## CONSIDERAÇÕES PARA FUTUROS DEBATES

A necessidade de redimensionamento das práticas de ensino de Cálculo não é um fato novo e justifica-se em função da problemática levantada anteriormente neste trabalho. É clara a urgência de ações que levem a melhores índices de aprovação, mas sobretudo à construção do conhecimento matemático, visualizando o Cálculo com uma possibilidade de leitura e interpretação do mundo.

A monitoria apresenta um potencial para promover a aprendizagem e reverter o cenário observado. No entanto, pode haver aí uma armadilha: quando desacompanhada de um olhar pedagógico, ela pode servir apenas de espaço para a reprodução de um modelo educacional já existente, que se fundamenta na transmissão de informações e produz poucos impactos em relação à construção do conhecimento.

A constituição da monitoria enquanto um ambiente de estudos e de aprendizagem envolve uma série de pressupostos pedagógicos e epistemológicos, que carecem de investimentos e de um constante pensar sobre as ações desenvolvidas. Uma sala com um estudante mais adiantado, auxiliando os demais a resolverem seus exercícios, não é o suficiente para a promoção das mudanças desejadas.

O monitor, quando desamparado ou mal orientado, acaba recorrendo àquilo que ele já conhece, ou seja, às práticas de ensino centradas na figura do professor, cujo papel esperado do aluno é o de ouvir e registrar de maneira passiva. Nesse modelo, a matemática é entendida como uma ciência fria e apartada de situações aplicáveis, fundamentada em procedimentos rigorosos e algoritmos que não abrem espaço para o livre pensar. Esse é um cenário para o insucesso da monitoria, além de ser uma reprise da sala de aula convencional, de forma que os resultados produzidos por ambos serão similares: um sucesso pontual ou mesmo um insucesso em relação à nota, mas sem alterações significativas no que se refere à aprendizagem.

Emerge disso a necessidade de um constante pensar sobre a monitoria, em que cada explicação, cada *game*, cada *software*, cada livro utilizado precisa ser avaliado, com o fim de percebermos as concepções pedagógicas subjacentes. Com essa identificação, é possível estabelecermos ajustes a fim de evitar recursos e práticas voltadas essencialmente para a transmissão de informações e buscar o fomento à autonomia discente e ao pensamento crítico. O uso concomitante da teoria dos três mundos e da sociointeratividade como norteadores das práticas desenvolvidas na monitoria aumenta as possibilidades de isso ocorrer.

Junto a isso, também é necessário fugirmos da ênfase excessiva à álgebra, que, muitas vezes, descontextualiza e engessa o ensino de Cálculo. Ela é necessária e, de maneira alguma, preconizamos o seu desuso. Entendemos, a partir dos estudos desenvolvidos neste trabalho que uma abordagem que articule elementos algébricos com geométricos produz resultados mais significativos em relação à construção do conhecimento matemático, pois explora os aspectos visuais que promovem a corporificação dos conceitos.

Tão relevante quanto conciliarmos a álgebra e a geometria é agregarmos os sujeitos envolvidos na monitoria. Trabalhos em grupos são elementos chave nesse processo. A proposição de atividades coletivas, nas quais os conceitos de Cálculo sejam discutidos e problematizados, promove a ativação de regiões cerebrais que não seriam estimuladas de outra forma, levando à aprendizagem e ao desenvolvimento de processos psicológicos superiores. Os estudantes têm uma tendência natural a trabalhar em equipes e, quando percebem que isso ocorre na monitoria, as chances de participação aumentam de maneira significativa.

O monitor é o gestor desse processo, pois é alguém que conhece a disciplina e tem o olhar de estudante. Ou seja, além de conhecer as particularidades e angústias pertencentes ao cenário, é um sujeito mais experiente no Cálculo. A sua condição enquanto discente exige o apoio constante da equipe pedagógica para o fornecimento de suporte tanto em relação ao conteúdo, quanto em relação às práticas de ensino. Desse modo, ele vivenciará situações análogas à docência, porém com o amparo de professores, cuja incumbência é direcionar as ações e fomentar o pensamento sobre as concepções de ensino. Assim, o monitor estabelecerá uma relação social tanto com os estudantes, quanto com os professores, o que aumentará as possibilidades de ele também ser beneficiado na sua construção do conhecimento.

Esse contexto é passível de desencadear a formação do futuro professor, em um cenário de articulação da teoria com a prática. O redimensionar dos cenários do ensino de Cálculo também passa pela formação dos professores, que normalmente são vinculados à área de Matemática Pura, com conhecimentos profundos em relação à área, mas, muitas vezes, com lacunas na formação pedagógica. A monitoria apresenta um potencial para despertar a vontade pela docência, além de desenvolver pressupostos relativos às teorias de aprendizagem, formando um profissional com competências relacionadas à Matemática e aos processos de ensino e aprendizagem. Esse foi um ponto abordado de maneira apenas superficial neste trabalho, pois foi um aspecto emergente da análise. Assim, sugerimos um maior aprofundamento da temática monitoria e da formação de professores em trabalhos futuros.

Pensar na aprendizagem de Cálculo e suas dificuldades nos levou a considerar distintos elementos, dentre eles os conhecimentos anteriores dos estudantes. Os conteúdos pertencentes

à disciplina dependem de bases prévias, que nem sempre estão corporificados de maneira adequada. A monitoria é uma alternativa para a superação dessas fragilidades, sem ocupar o tempo da aula regular ou gerar custos extras. No entanto, para que isso seja possível, é necessário que o monitor conheça as lacunas conceituais apresentadas pelos discentes, a fim de traçar uma ação direcionada a tornar os *a-encontrar* em *já-encontrados*.

O ponto inicial para um trabalho voltado aos conhecimentos anteriores é a identificação dos elementos corporificados pelo estudante. O percurso pelos três mundos da Matemática envolve a identificação daquilo que pertence ao mundo corporificado, para que ele possa ser ampliado ou mesmo redimensionado, na hipótese de existirem corporificações equivocadas. Para que a monitoria possa explorar esse mundo, é necessária a percepção das reconstruções internas de cada estudante, logo é oportuno uma abordagem indireta, na qual não haja elementos de uma avaliação convencional, para reduzirmos as pressões e tensionamentos da sala de aula. O uso de *games* e de objetos de aprendizagem é uma alternativa viável para que isso seja possível.

Os recursos tecnológicos digitais, com as suas possibilidades de representação e visualização, podem ser aliados do monitor para a promoção do percurso pelos três mundos da Matemática. Além de auxiliar na identificação das corporificações, eles podem ajudar na percepção das propriedades do objeto do conhecimento, articulando álgebra e geometria. Assim, é desejável o seu uso na monitoria, sem esquecermos, porém, de sempre dedicarmos um olhar para as concepções pedagógicas que subjazem o recurso.

Interfaces dinâmicas, que façam com que o sujeito tenha uma postura ativa e crítica frente aos conteúdos de Cálculo, são as que apresentam as maiores chances de auxiliar no percurso dos três mundos. Essas possibilidades estão relacionadas aos aspectos visuais e à exploração de elementos que o contexto digital permite e que são inviáveis com o uso de outros suportes.

Tão relevante quanto a mudança no suporte é a mudança na concepção. Dentre essas alterações, destacamos a necessidade da aproximação da linguagem do professor com a do estudante. Esse ponto é visto sob dois enfoques: por um lado, são necessários vocabulário e linguagem capazes de favorecer a comunicação; por outro, não se pode abrir mão das formalidades intrínsecas aos conceitos.

A monitoria apresenta o benefício da relação entre estudantes, com uma linguagem próxima, o que facilita a comunicação. Essa benesse pode ser utilizada como um ponto inicial para o traçar de propostas que possibilitem os estudantes a, gradativamente, ampliarem o seu percurso pelos mundos formal axiomático e proceitual simbólico, incorporando-se símbolos e

conceitos à linguagem. Atividades como a de pesquisa, por exemplo, são alternativas para que isso seja possível, pois envolve um trabalho conjunto, pressupõe a comunicação entre as partes e exige a busca autônoma e o protagonismo. Essas atividades têm melhores resultados quando são orientadas pelo monitor e voltadas para os conceitos pertencentes ao Cálculo.

A comunicação entre as partes é essencial para a ocorrência da aprendizagem, pois ela possibilita as trocas simbólicas necessárias para a ativação da ZDP. Esse aspecto emergiu na análise, mas não foi investigado de maneira suficiente neste trabalho, motivo que nos leva a recomendar o seu aprofundamento em futuras pesquisas.

Por último, a tese defendida neste trabalho, *as monitorias de Cálculo podem colaborar significativamente para a aprendizagem de Matemática se a proposta pedagógica desenvolvida for orientada pela teoria dos Três Mundos da Matemática e fundamentada nas relações sociais estabelecidas entre os pares*, está vinculada especialmente à forma com que as instituições percebem a monitoria. É necessário um constante pensar sobre, bem como um redimensionamento permanente no sentido de superar a transmissão de informações e avançar para uma concepção de estudante entendido como um ser ativo, autônomo e protagonista na sua construção do conhecimento.

## REFERÊNCIAS

- ABREU, O. H.; REIS, F. S. da. Uma discussão sobre o papel das definições formais no ensino e aprendizagem de limites. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 3, p. 439-459, 2011.
- ALMEIDA, L. M. W de; FATORI, L. H. SOUZA, L. G. S. Ensino de Cálculo: uma abordagem usando Modelagem Matemática. **RCT – Revista Ciência e Tecnologia**, São Paulo, v. 10, n. 17, p. 47-59, 2007.
- ALMEIDA, M. V. de; IGLIORI, S. B. C. Um panorama de proposições teóricas sobre a aprendizagem do cálculo diferencial e integral na perspectiva de David Tall. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 2, n. 1, p. 3-13, 2013.
- ANDRÉ, M. Pesquisa em educação. Buscando rigor e qualidade. **Cadernos de pesquisa**, São Paulo, n. 113, p. 53-64, jul. 2001.
- ANTON, H.; BIVENS, I.; DAVIS, S. **Cálculo**. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.
- AZAMBUJA, C. R. J. de; SILVEIRA, F. A. R.; GONÇALVES, N. S. Tecnologias síncronas e assíncronas no ensino de cálculo diferencial e integral. In: CURY, H. N. (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004.
- BALL, R. **Teoria da comunicação**. Mem Martins, Portugal: Europa-América, 1973.
- BAQUERO, R. **Vygotsky e a aprendizagem escolar**. Trad. Ernani F. Fonseca Rosa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.
- BARNARD, H. C. Education during the first party of nineteenth century. Elementary Education. In: **A history of english education: from 1760**. University of London Press, 1969.
- BATISTA, S. C. F.; BEHAR, P. A.; PASSERINO, L. M.; MAMARI, A. B. Celular como ferramenta de apoio pedagógico ao Cálculo. **RENOTE**, Porto Alegre, v. 9, n. 1, jul. 2011.
- BELLO, R. A. **Esboço da história da educação**. São Paulo: Nacional, 1945.
- BICUDO, M. A. V. A pesquisa qualitativa olhada para além dos seus procedimentos. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. 1ªed. São Paulo: Editora Cortez, 2011.
- BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. **Análise do desempenho dos alunos em formação continuada sobre a interpretação gráfica das derivadas de uma função**. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 3, p. 509-526, 2011.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em educação**. Tradução de Maria João Álvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto Editora: Porto, Portugal, 1994.
- BORRAGINI, E. F.; MAMAN, A. S; DICK, A. P. Impactos da disciplina de introdução às ciências exatas no desempenho dos alunos ingressantes em cursos de engenharia.



CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 43., Juiz de Fora, 2014. **Anais**. Juiz de Fora: ABENGE, 2014. p. 1-9.

BRASIL, **Lei de Diretrizes e Bases**. Lei nº 9.394/96, de 20 de dezembro de 1996.

CABRAL, T. C. B. Metodologias Alternativas e suas Vicissitudes: ensino de matemática para engenharias. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 8, n. 17, p. 208-245, 2015.

CASTELLS, M.; CARDOSO, G. (orgs). **A Sociedade em Rede Do Conhecimento à Acção Política**. Conferência. Belém (Portugal): Imprensa Nacional, 2005.

CAVASOTTO, M.; VIALI, L. Dificuldades na aprendizagem de cálculo: os erros podem informar. **BOLETIM GEPEN**, Rio de Janeiro, n. 59, p. 15-33, jul./dez., 2011.

COLES, C.; HOLM, H. A. Learning in medicine: Towards a theory of medical education. In: COLES, C.; HOLM. (orgs.), **Learning in medicine**. Oslo: Scandinavian University Press, 1993.

COUTO, R. G. M.; SILVA, E. M.; NETO, J. R. M.; LADEIRA, A. P. Avaliação do impacto do cálculo zero no desempenho de alunos ingressantes de cursos de engenharia. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 51., 2013, Gramado. **Anais**. Canela: FADEP, 2013. p. 1-13.

CURY, H. N., CASSOL, M. Análise de erros em cálculo: uma pesquisa para embasar mudanças. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 6, n. 1, p. 27-36, jan. /jun. 2004.

CURY, H. N. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

DIAS, A. M. I. A monitoria como elemento de iniciação à docência: ideias para uma reflexão. In: SANTOS, M. M.; LINS, N. M. (Orgs.) **A monitoria como espaço de iniciação à docência: possibilidades**. Natal, RN: EDUFRN – Editora da UFRN, 2007.

D'AVOGLIO, A. R. **Derivada de uma função num ponto: uma forma significativa de introduzir o conceito**. 2002. 91 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

DEWDNEY, A. K. **20.000 léguas matemáticas: Um passeio pelo misterioso mundo dos números**. Tradução de Vera Ribeiro. Rio de Janeiro: Zahar, 2000.

DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. In: IREM DE STRASBOURG, 5., 1993, Strasbourg. **Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives**. Strasbourg: 1993. p. 37-65.

ESCARLATE, A. GIRALDO, V. Uma investigação sobre a aprendizagem de integral em turmas iniciais de Cálculo. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais**. Belo Horizonte: ENEM, 2007. p. 1-17.

FERREIRA, D. **Processos de ensino-aprendizagem em uma prática educativa mediada pelos laptops educacionais do ProUca**. 2015. 255 f. Dissertação (Mestrado em Processos Socioeducativos e Práticas Escolares) - Faculdade de Ciências da Educação, Universidade Federal de São João Del-Rei, São João Del-Rei MG, 2015.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o estudo da matemática no Brasil. **Zetetiké**. Campinas, v. 3, n. 4, p. 01-38, 1995.

- FLICK, U. **Uma introdução à pesquisa qualitativa**. Tradução de Sandra Netz. 2ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.
- FLORES, J. B. **Letramento digital na formação superior do professor de matemática na modalidade a distância**. 2013. 104 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, RS, 2013.
- FLORES, J. B.; LIMA, V. M. R. do; FONTELLA, C. R. F. Análise das monitorias de Cálculo e de Física: um estudo de caso em cursos de Engenharia. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 34, n. 1, p. 47-63, abr. 2017.
- FLORES, J. B.; LIMA, V. M. R. do; MÜLLER, T. J. A monitoria de cálculo e a formação do professor de engenharia. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 7., 2017, Canoas. **Anais**. Canoas: CIEM, 2017. p. 1-10.
- FONSECA BOM, C. **Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la enseñanza secundaria y la enseñanza universitaria**. 2013. 265 f. Tese (Doutorado em Ciências Matemáticas) – Faculdade de Matemática Aplicada I, Universidad de Vigo, Vigo, Espanha, 2013.
- FONTANELLA, B. J. B.; MAGDALENO JÚNIOR, R. Saturação teórica em pesquisas qualitativas: contribuições psicanalíticas. **Psicologia em estudo**, Maringá, v. 17, n. 1, p. 63-71, jan./mar., 2012.
- FRESCKI, F. B.; PIGATTO, P. Dificuldades na aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral na educação tecnológica: proposta de um curso de nivelamento. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 1., 2009, Curitiba. **Anais**. Curitiba: Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2009. p. 910-917.
- GARCIA, J. E. **Hacia una teoria alternativa sobre los contenidos escolares**. Sevilla: Díada Editora, 1998.
- GIRALDO, V.; CARVALHO, L.M.; TALL, D.O. Conflitos Teórico-Computacionais e a Imagem Conceitual de Derivada. In: CARVALHO, L. M.; GUIMARÃES, L. C. **História e Tecnologia no Ensino da Matemática**, Rio de Janeiro, v. 1, p. 153-164, 2003.
- GOTTSCHALK, C. **A Natureza do Conhecimento Matemático sob a Perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais**. Cadernos de História e Filosofia da Ciência, Campinas, Série 3, v. 14, n. 2, p. 305-334, jul./dez. 2004.
- GRANDE, A. L. **Um estudo epistemológico do Teorema Fundamental do Cálculo voltado ao seu ensino**. 2013. 324 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.
- GRAY, E.; TALL D. O. Duality, Ambiguity and Flexibility: A proceptual view of simple arithmetic. **The Journal for research in mathematics education**. NCTM, v. 26, n. 2 p.115-141, 1994.
- GUERREIRO, A. M. C. **Comunicação no ensino-aprendizagem da Matemática: práticas no 1.º ciclo do Ensino Básico**. 2011. 471 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2011.
- HARGREAVES, A. **O ensino na sociedade do conhecimento: educação na era da insegurança**. Porto Alegre: Artmed, 2004.

IVIC, I. **Lev Semionovich Vygotsky**. Tradução de José Eustáquio Romão. Recife: Massangana, 2010.

KIRSHNER, D. AWTRY, T. Visual salience of algebraic transformations. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 35, n. 4, p. 224-257, 2004.

KRAHE, E. D. Sete Décadas de Tradição – ou a Difícil Mudança de Racionalidade da Pedagogia Universitária nos Currículos de Formação de Professores. In: FRANCO, M. E. d. P.; KRAHE, E. D. (orgs.). **Pedagogia Universitária e Áreas do Conhecimento**. Porto Alegre: EdiPucrs, 2007.

LIMA, G. L. **A disciplina de cálculo do curso de matemática da universidade de São Paulo: um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994**. 2012. 444 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Pontifícia Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

LIMA, R. N. de. **Equações Algébricas No Ensino Médio: Uma Jornada Por Diferentes Mundos Da Matemática**. 2007. 358 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. de. **Pesquisa qualitativa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MACHADO, A. P. **Do significado da escrita da matemática na prática de ensinar e no processo de aprendizagem a partir do discurso de professores**. 2003. 291 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

MARTINS, L. M. **A formação social da personalidade do professor: um enfoque vigotskiano**. Campinas: Autores Associados, 2007.

MARTINS, I.M.L. Graduação: desafios da formação acadêmica. In: SANTOS, M.M.; LINS, N.M. (Orgs.) **A monitoria como espaço de iniciação à docência: possibilidade**. Natal, RN: EDUFRN – Editora da UFRN, 2007.

MOAR, E. E: **A história de um número**. Tradução de Jorge Calife. Rio de Janeiro: Record, 2003.

MOL, R. S. **Introdução à história da Matemática**. Belo Horizonte: CAED, UFMG, 2013.

MOLON, J. Cálculo no Ensino Médio: Uma abordagem possível e necessária com auxílio do *Software GeoGebra*. **Ciência & Natura**, Santa Maria (RS), v. 37, Ed. Especial PROFMAT, p. 156-178, 2013.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. do C. Análise textual discursiva: processo reconstutivo de múltiplas faces. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 12, n. 1, p. 117-128, 2006.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. do C. **Análise textual discursiva**. Ijuí: Unijuí, 2007.

MORAES, M.; TORRES, P. L. A monitoria On Line no apoio ao aluno a distância: o modelo do LED. **Colabor@- Revista Digital da CVA**, Porto Alegre, v. 2, n. 5, p. 1-13, set. 2003.

MOREIRA, M. A. A teoria da mediação de Vygotsky. In: Moreira, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, M. A. **Coletânea de breves monografias sobre teorias de aprendizagem como subsídio para o professor pesquisador, particularmente da área de ciências.**

Disponível em < <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/Subsidios5.pdf> > Acesso em jan. 2017.

MOREIRA, M. A. **Mapas conceituais e aprendizagem significativa.** São Paulo: Centauro Editora, 2010.

MOYSÉS. L. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática.** Campinas, SP: Papirus, 1997.

MÜLLER, T. J. **Objetos de aprendizagem multimodais e o Ensino de Cálculo: uma proposta baseada em análise de erros.** 2015. 203 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

NATARIO, E. G. **Programa de monitores para atuação no ensino superior:** proposta de intervenção. 2011. 132 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

NITSCH, J. C.; BAZZO, W. A.; TOZZI, M. J. Engenheiro Professor ou Professor Engenheiro: reflexões sobre a arte do ofício. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 9., 2004, Brasília. **Anais.** Brasília: UNB, 2004. p. 1-9.

NOTARE, M. R. **Comunicação e aprendizagem matemática on-line: um estudo com o editor científico ROODA exata.** 2009. 180 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias na Educação, Universidade Federal do Rio Grande Sul, Porto Alegre, 2009.

NUNES, J. B. C. Monitoria acadêmica: espaço de formação. In: SANTOS, M. M.; LINS, N. M. (Orgs.) **A monitoria como espaço de iniciação à docência: possibilidade.** Natal, RN: EDUFRN – Editora da UFRN, 2007.

OLIVEIRA, A. N. **Projetos de conhecimento acoplados as tecnologias digitais para promover a criatividade em matemática.** 2016. 183 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

OLIVEIRA, M. K. de. **Vygotsky: Aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico.** São Paulo: Scipione, 2010.

OLIVEIRA, M. C. A.; RAAD, M. R. A existência de uma cultura escolar de reprovação no ensino de Cálculo. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, v. 61, p. 125-137, jul./dez. 2012.

PAIS, L. C. Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da Geometria. In: REUNIÃO DA ANPED, 23., 2000, Caxambu, **Anais.** Caxambu: ANPED, 2000. p. 1-16.

REGO, T. C. **Vygotsky: uma perspectiva Histórico-Cultural da Educação.** Rio de Janeiro, Vozes, 2002.

REZENDE, W. M. **O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica.** 2003. 450 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

- ROBIM, B. N. P. A.; TORTOLA, E.; ALEMEIDA, L. M. W de. A linguagem em atividades de modelagem matemática: caracterizações nos “três mundos da matemática”. **RENCIMA**, São Paulo, v. 5, n. 1, p. 1-20, 2014.
- SCHLEMMER, E. O trabalho do professor e as novas tecnologias. **Revista Textual**, Porto Alegre, v. 1, n.1, p. 33-42, set. 2006.
- SILVA, B. A. S. Diferentes dimensões do ensino e aprendizagem de cálculo. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 3, p. 393-413, 2011.
- SILVA, J. P. da; OURIQUE, M. L. H. A expansão da educação superior no Brasil: um estudo do caso Cesnors. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 93, n. 233, p. 215-230, jan./abr. 2012.
- SOARES, E. M. S.; SAUER, L. Z. Um novo olhar sobre a aprendizagem de matemática para a engenharia. In: CURY, H. N. (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004.
- SOARES, G. de O.; CURY, H. N. O conteúdo de limite em cursos de licenciatura em Matemática: uma pesquisa à luz da teoria dos três mundos da matemática. **REbeCEM – Revista Brasileira de Educação em Ciências e Matemática**, Cascavel, v. 1, p. 64-68, dez, 2017.
- SOUSA SANTOS, B. **Introdução a uma ciência pós-moderna**. Rio de Janeiro: Graal, 1989.
- SOUSA SANTOS, B. **Um discurso sobre as ciências**. 5.<sup>a</sup> ed. – São Paulo: Cortez, 2008.
- SOUSA SANTOS, B.; FILHO, N. A. **A universidade do século XXI: para uma universidade nova**. Coimbra: Almedina, 2008.
- STAKE, R. E. **Investigación con estudio de casos**. 4a. ed. Madri: Morata SL, 2007.
- STEWART, I. **Dezessete equações que mudaram o mundo**. Tradução de George Schlesinger. Rio de Janeiro: Zahar, 2013.
- TALL, D.; VINNER, S. **Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity**, *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 3, n. 12, p. 151-169, 1981.
- TALL, D. Computer environments for the learning of mathematics. In: BICHLER, R. et al. (Ed.) **Didactics of mathematics as a scientific discipline**. Dordrecht, Kluwer, p. 189-199, 1994.
- TALL, D. Biological Brain, Mathematical Mind & Computational Computers (how the computer can support mathematical thinking and learning). In: **Asian Technology Conference in Mathematics**, Blackwood: ATCM Inc., 2000.
- TALL, D. Thinking Through Three Worlds of Mathematics. In: CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION. 28., 2004, Bergen. **Proceedings**. Bergen: PME, 2004. p. 281-288.
- TALL, D. The Transition to Formal Thinking in Mathematics. **Mathematics Education Research Journal**, p. 5-24, 2008.
- TALL, D. **How humans learn to think mathematically: exploring the three worlds of mathematics**. New York: Cambridge, 2013.

TANURI, L. M. Formação de Professores: história, política e processos de formação. **Revista Pesquisa Qualitativa**, São Paulo, v. 3, p. 73-92, 2008.

TARDIF, M.; LESSARD, C. **O trabalho docente: elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas**. Tradução: João Batista Kreuch. 4ª ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

TORRES, T. I. M.; GIRAFFA, L. M. M. O Ensino de Cálculo numa perspectiva histórica: Da régua de calcular ao MOODLE. **REVEMAT – Revista eletrônica de Educação Matemática**, São Carlos, v. 4.1, p. 18-25, 2009.

TURATO, E. R. Métodos qualitativos e quantitativos na área de saúde: definições, diferenças e seus objetos de estudo. **Revista Saúde Pública**, São Paulo, v. 3, n. 39, p. 507-514, 2005.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. Tradução de José Cippola Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 6ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

VINNER, S. The role of definitions in the teaching and learning of Mathematics. In: TALL, D. **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht: Kluwer, 1991.

WOOD, D.; BRUNER, J.; ROSS, G. The role of tutoring in problem solving. **Journal of Child Psychology**, v.17, p. 89-100, 1976.

YIN, R. K. **Estudo de Caso: planejamento e métodos**. Tradução de Ana Thorell. 4ª. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

ZABALZA, M. A. **O ensino Universitário seu cenário e seus protagonistas**. Tradução de Ernani Costa. Porto Alegre: Artmed, 2004.

## OBRAS CONSULTADAS

ALMEIDA, M. V. d. **Material para o ensino do cálculo diferencial e integral: referências de Tall, Gueudet e Trouche.** 2017. 261 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.

ALVES, A. F. C. **Um estudo das atividades propostas em um curso de licenciatura em matemática, na disciplina de introdução ao cálculo diferencial e integral, na modalidade a distância.** 2011. 96 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

ALVES, M. J. G. **Uma proposta para o ensino de cálculo diferencial e integral com a utilização do software Geogebra.** 2014. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2014.

AMARAL, E. M. H. do; MÜLLER, T. J. Integração de Tecnologias para Construção de Objetos de Aprendizagem – O case E2D Ensino de Derivadas a Distância. **RENOTE - Revista Novas tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 10 n. 1, p. 1-11, jul. 2012.

AMATO, D. T. **Programa de monitoria no ensino superior: estudo de caso no CEFET/RJ.** 2016. 104 f. Dissertação (Mestrado profissional em Sistemas de Gestão) – Faculdade de Engenharia, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2016.

AMORIM, F. V. **Experiência de atividades para o cálculo diferencial e integral com o software Geogebra.** 2011. 186 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2011.

BARBOSA, L. A. **Políticas afirmativas - desempenho do cotista e não-cotista no curso de Cálculo Diferencial e Integral I e II nas engenharias civil, elétrica e mecânica com análise univariada e multivariada dos dados.** 2011. 100 f. Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia) – Faculdade de Matemática. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

BATISTA, S. C. F. et al. Celular como ferramenta de apoio ao cálculo. **RENOTE – Revista Novas Tecnologias na Educação** Porto Alegre, v. 9, n. 1, julho, p. 1-10, 2011.

BOFF, B. C. **Matemática para engenharia: unidades de ensino potencialmente significativas para superar lacunas em matemática básica.** 2017. 95 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Matemática, Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2017.

CAMPOS, D. F. **Análise de uma proposta para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral Insurgida na UFMG após o REUNI usando testbench e Engeström como modelo de aplicação da teoria da atividade em um estudo de caso.** 2012. 176 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.

CAVALHEIRO, P. S. **Monitoria como estratégia pedagógica para o ensino de ciências no nível fundamental.** 2014. 108 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde) – Instituto de Ciências Básicas e da Saúde, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

- CHAVES, F. M. **A monitoria no curso de pedagogia da universidade federal do Ceará: entre a especialidade técnica e a formação docente na década de 1970.** 2014. 170 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.
- CORICA, A. R.; OTERO, M. R. Estudio sobre las Praxeologías que se Proponen Estudiaren un Curso Universitario de Cálculo. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 26, n. 42, p. 459-482, 2012.
- ESCHER, M. A. **Dimensões teórico-metodológicas do cálculo diferencial e integral: perspectivas histórica e de ensino e aprendizagem.** 2011. 222 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2011.
- FECCHIO, R. **A modelagem matemática e a interdisciplinaridade na introdução do conceito de equação diferencial em cursos de engenharia.** 2011. 195 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.
- FERRÃO, N. S.; MANRIQUE, A. L. O uso de mapas conceituais como elemento sinalizador da aprendizagem significativa em cálculo. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 19, n. 1, p. 193-216, 2014.
- FERREIRA, D. H. L.; PENEREIRO, J. C. Aplicações no ensino e aprendizagem do cálculo diferencial e integral através de experimentos envolvendo temperaturas. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 12, n. 1, p. 67-82 jan./jun. 2010.
- FROTA, M. C. R. Leitura e escrita em Cálculo. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 3, p. 489-508, 2011.
- GERAB, F.; VALÉRIO, A. D. A. Relação entre o desempenho em física e o desempenho em outras disciplinas da etapa inicial de um curso de engenharia. **Revista Brasileira de Ensino de Física**. v. 36, n. 2, p. 1-9, 2014.
- GOMES, K. A. **Indicadores de permanência na educação superior: o caso da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.** 2015. 213 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Centro Universitário La Salle, Canoas, 2015.
- GONÇALVES, D. C.; REIS, F. S. da. Atividades investigativas de aplicações das derivadas utilizando o GeoGebra. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 417-432, ago. 2013.
- GONÇALVES, L. A. C. **Monitoria no curso de letras: práticas mediadas pelas novas tecnologias.** 2014. 164 f. Dissertação (Mestrado em Linguística Aplicada) – Faculdade de Letras, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2014.
- HOMEM, C. S. **Contribuições do programa de monitoria da UFMT para a formação inicial à docência no ensino superior.** 2014. 156 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto de Educação, Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, 2014.
- JÚNIOR, J. C. M. **Ensino de derivadas em Cálculo I: aprendizagem a partir da visualização com o uso do Geogebra.** 2015. 123 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2015.
- LIMA, A. A. N. de. **Introduzindo o conceito de derivada a partir da ideia de variação.** 2012. 130f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2012.



- LOBO, R. S. **O tratamento dado por livros didáticos ao conceito de derivada**. 2012. 136 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.
- LUZ, V. M. da. **Introdução ao cálculo: uma proposta associando pesquisa e intervenção**. 2011. 149 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.
- MARIN, D; PENTEADO, M. G. Professores que utilizam tecnologia de informação e comunicação para ensinar Cálculo. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 3, p. 527-546, 2011.
- MOREIRA, M. A. SANTAROSA, M. C. P. O Cálculo nas aulas de física da UFRGS: Um Estudo Exploratório. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 16, p. 317-351, 2011.
- MOUTINHO, P. A. N. **Monitoria: sua contribuição para o ensino-aprendizagem na Graduação em Enfermagem**. 2015. 60 f. Dissertação (Mestrado em Enfermagem Psiquiátrica) – Escola de Enfermagem, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.
- PASSOS, A. Q.; BROIETTI, F. C. D. Webquest: uma experiência na disciplina de cálculo diferencial e integral com alunos do curso de química. **Experiências em Ensino de Ciências**, Cuiabá, v. 5, p. 159-168, 2010.
- PEQUENO, P. A. L. et al. Uma Ferramenta de Apoio à Análise e ao Acompanhamento de Práticas Interativas como Instrumento Metodológico para o Ensino de Disciplinas de Matemática. **RENOTE - Revista, Novas tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 10 n. 3, p. 1-10, dez. 2012.
- REHFELDT, M. J. H. et al. Investigando os conhecimentos prévios dos alunos de cálculo no centro universitário Univates. **Revista de Ensino de Engenharia**, Ouro Preto, v. 31, n. 1, p. 24-30, 2012.
- ROCHA, M. M.; WAGNER, V. M. P. S. Impactos de análises de acertos e erros em uma disciplina de cálculo I. **VYDIA**, Santa Maria, v. 37, n. 2, p. 362-382, jul./dez. 2017.
- ROSA, O. D. S. **Aspectos motivacionais do cálculo diferencial e integral**. 2011. 130 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Matemática, Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2011.
- SANTOS, M. B. **Processos de Comunicação da disciplina de Cálculo I do Curso de Licenciatura em Matemática na Modalidade a Distância do Cesad/Ufs/Uab**. 2012. 130 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2012.
- SHITSUKA, R. **Proposta de reestruturação de matrizes curriculares por meio de cobertura conceitual: um estudo de caso para disciplinas de matemática em um curso de graduação em engenharia mecânica**. 2011. 321 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências) – Faculdade de Ciências, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2011.
- STEINBACH, G. **A monitoria no ensino superior um estudo de caso na UFSC**. 2015. 232 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2015.
- SOUSA, G. M. C. **Desenvolvimento Cognitivo na Construção do Raciocínio Matemático e Reprovação nos Cursos de Engenharia da UNIVASF**. 2012. 218 f. Tese (Doutorado em Psicologia) – Faculdade de Psicologia, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2012.

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Possibilidades para matematizar em aulas de Cálculo. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologia**. Curitiba, v. 6, n. 1, jan./abr. 2013



**Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul**

**Pró-Reitoria de Graduação**

**Av. Ipiranga, 6681 – Prédio 1 – 3º andar**

**Porto Alegre – RS – Brasil**

**Fone: (51) 3320 – 3500 – Fax: (51) 3339 – 1564**

**E-mail: [prograd@pucrs.br](mailto:prograd@pucrs.br)**

**Site: [www.pucrs.br](http://www.pucrs.br)**